

УДК 550.383 : 530.18

## О НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССАХ В МАГНИТОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

*П. А. Беспалов, В. Ю. Трахтенберг*

### СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение. Примеры колебательных процессов в магнитосфере
2. Циклотронная неустойчивость радиационных поясов. Релаксационные колебания.
3. Автоколебательные режимы циклотронной неустойчивости. Генерация «гигантских» импульсов
4. Происхождение квазипериодических ОНЧ излучений в магнитосфере Земли

### 1. ВВЕДЕНИЕ

#### ПРИМЕРЫ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В МАГНИТОСФЕРЕ

Примеры нелинейных волновых движений в магнитосфере чрезвычайно многообразны. Магнитосфера, особенно ее внешняя часть, постоянно находится в турбулентном состоянии, когда в околоземной плазме возбуждены различные электромагнитные колебания. В связи с этим возникают типичные для физики высокотемпературной плазмы задачи о нелинейном взаимодействии волн, формировании плазменной турбулентности, о нелинейных и ударных волнах в бесстолкновительной замагниченной плазме.

Наряду с этим в физике околоземного космического пространства существуют колебательные задачи, присущие только магнитосфере и отражающие богатство и многообразие геофизических явлений. Одним из наиболее ярких примеров таких процессов служат полярные суббури [1]. Суббуря — это явление взрывного характера, возникающее во внешней магнитосфере и полярной ионосфере. Во время суббури за времена в десятки секунд высвобождается огромное количество энергии в виде энергичных частиц и волн. Явление суббури носит ярко выраженный автоколебательный характер. Суббури возникают в период повышенной геомагнитной активности (когдарастет мощность солнечного ветра и появляется компонента межпланетного магнитного поля, антипараллельная геомагнитному полю в лобовой части магнитосферы) и следуют периодически с периодом в 3—4 часа. До сих пор механизм суббури не выяснен до конца даже в качественном отношении.

Другой пример — динамика корпуксуллярных вторжений и структура электрических полей и ионизации в полярной ионосфере. Во время полярных сияний в ионоофере возникает ярко выраженная стратификация, представляющая собой сильно нелинейные волны ионизации и электрического поля. Это явление обусловлено взаимодействием магнитосферных конвективных движений плазмы с ионосферной подложкой. Связь магнитосферы с ионосферой здесь осуществляется через потоки энергичных частиц, высывающихся из геомагнитной ловушки, а также через токи холодной плазмы вдоль силовых линий. В настоящее время существует ряд теоретических моделей описанного явления,

основанных на представлении ионосферы и магнитосферы в виде единого нелинейного колебательного контура с источником [2—4].

Ниже мы остановимся на колебательных процессах, характерных для динамики радиационных поясов Земли (РП). РП представляют собой энергичные электроны и протоны (с энергией  $\mathcal{E}$ , большей десятков кэВ), захваченные в геомагнитную ловушку. В области РП, как правило, присутствует сравнительно плотная холодная плазма с концентрацией  $n_x \gg n$  — плотности энергичных частиц\*.

Радиационные пояса Земли являются в настоящее время наиболее изученной в экспериментальном и теоретическом отношении областью околосземного космического пространства. Основным источником частиц в РП являются электроны и протоны, переносимые с границы магнитосферы во внутренние области квазистатическими электрическими и магнитными полями. Мощные импульсные источники энергичных частиц действуют в магнитосфере во время суббури.

Средняя плотность частиц в РП регулируется балансом между источником и потерями, связанными, в основном, с рассеянием быстрых частиц на электромагнитной турбулентности. Рассеяние приводит к сбросу частиц РП через магнитные пробки в плотные слои атмосферы.

Важным источником электромагнитной турбулентности в магнитосфере является циклотронная неустойчивость (ЦН) РП. С ее динамикой связан целый ряд интересных геофизических явлений: высыпания частиц, пульсирующие полярные сияния, различные типы низкочастотных излучений магнитосферного происхождения, возбуждение микропульсаций магнитного поля. Ниже мы покажем, как указанные явления могут быть объяснены с единой точки зрения в рамках нелинейной теории циклотронной неустойчивости радиационных поясов.

## 2. ЦИКЛОТРОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РАДИАЦИОННЫХ ПОЯСОВ. РЕЛАКСАЦИОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Сформулируем уравнения, описывающие динамику циклотронной неустойчивости электронной компоненты радиационных поясов Земли. Они включают квазилинейное уравнение для функции распределения  $f$  электронов РП, описывающее рассеяние частиц на волнах и уравнение переноса энергии для циклотронных волн. В интересующем нас случае, когда усиление циклотронных волн за однократное прохождение РП мало и характерное время диффузии на волнах  $T_d \gg T_B$  — периодов осцилляций частиц между магнитными пробками, эти уравнения можно представить в следующем виде (см. подробнее [6]):

$$\frac{\partial f(t, \mu, v)}{\partial t} = \frac{1}{T_B} \frac{\partial}{\partial \mu} \left( T_B D \frac{\partial f}{\partial \mu} \right) + I(\mu, v); \quad (1)$$

$$\frac{\partial \varepsilon(t, k)}{\partial t} = \gamma \varepsilon - \varepsilon \frac{|\ln R|}{T_{rp}}, \quad (2)$$

где

$$D(t, \mu, v) = \frac{\mu}{T_B} \int_{\omega_{BL}/\sigma}^{\infty} dk \varepsilon k \frac{8\pi\omega_{BL}^2}{\omega n_{sL} mv^2} \times \\ \times \left[ \left| \frac{\partial \omega_B}{\partial s} \right| \left( 1 + \frac{\mu k^2 v^2}{2\omega_B \omega_{BL}} \right) \right]^{-1} \Big|_{s=s^*}; \quad (3)$$

\* Более подробные сведения о РП можно найти, например, в [5].

$$\gamma(t, k) = \int_0^\infty \int_0^{\frac{1-(\omega_{BL}/kv)^2}{\mu}} dv d\mu \frac{2\pi^2 \mu k v^3}{\ln n_x} \times \\ \times \left[ \left| \frac{\partial \ln \omega_B}{\partial s} \right| \left( 1 + \frac{\mu k^3 v^2}{2\omega_B \omega_{BL}} \right)^{-1} \right]_{s=s^*} \frac{\partial f}{\partial \mu}. \quad (4)$$

Уравнения (1) и (2) записаны в переменных модуля скорости  $v$  и  $\mu = (B_L/B) \sin^2 \theta$ , являющихся интегралами движения в отсутствие диффузии,  $\theta$  — питч-угол ( $\theta = \widehat{vB}$ ), индекс  $L$  характеризует значения величин в экваториальной плоскости РП,  $\omega_B = eB/mc$  — гирочастота электронов,  $n_x$  — концентрация холодной плазмы,  $T_B(\mu, v)$  — период осцилляций частиц между магнитными пробками,  $s$  — координата вдоль силовой линии геомагнитного поля  $B(s)$ ,  $R < 1$  — коэффициент отражения циклотронных волн от ионосферы,  $T_{rp} = \frac{1}{2} \oint \frac{ds}{v_{rp}}$ ,  $v_{rp}$  — групповая скорость циклотронных волн,  $l = v_{rp} T_{rp}$ . Функция распределения  $f$  в (1) и (2) нормирована на полное число горячих частиц в магнитной силовой трубке, сечение которой на уровне ионосферы равно  $1 \text{ см}^2$ :

$$N = \pi \sigma \int_0^\infty dv v^3 \int_0^1 d\mu T_B f, \quad \sigma = B_0/B_L \text{ — пробочное отношение, } 2 \int_0^\infty dk \epsilon —$$

средняя плотность энергии волн в той же силовой трубке,  $I(\mu, v)$  — источник частиц в этой трубке,  $s^* = s^*(\mu, v)$  — координата точки циклотронного резонанса частицы с волной в неоднородном магнитном поле, определяемая уравнением

$$\omega_B(s) = kv \left( 1 - \mu \frac{\omega_B(s)}{\omega} \right)^{1/2}. \quad (5)$$

Выше была учтена лишь диффузия по питч-углам, что справедливо при достаточно малой анизотропии функции распределения по скоростям, когда частота циклотронных волн  $\omega \ll \omega_{BL}$ <sup>\*</sup>. Потери электронов из геомагнитной ловушки в рамках уравнений (1) и (2) учитываются граничным условием  $f = 0$  на границе с конусом потерь  $\mu = \sigma^{-1}$ .

Обсудим теперь некоторые качественные следствия, которые вытекают из системы (1) — (4). Как следует из (2) и (4), причиной циклотронной неустойчивости служит поперечная анизотропия в распределении частиц по скоростям  $\left( \frac{\partial f}{\partial \mu} > 0 \right)$ . Порог ЦН определяется равенством усиления циклотронных волн при их однократном прохождении РП потерям при отражении волн от ионосферы:

$$\gamma T_{rp} = |\ln R|.$$

Важным обстоятельством для ЦН является существование порога по плотности холодной компоненты плазмы. При низких значениях  $n_x$  величина волнового вектора циклотронных волн, определяемая равенством ( $\omega \ll \omega_{BL}$ )

$$k = \frac{\omega_0 \omega^{1/2}}{c \omega_B^{1/2}}, \quad \omega_0 = \left( \frac{4\pi e^2 n_x}{m} \right)^{1/2},$$

\* Обобщение на случай не малой анизотропии не представляет принципиальных трудностей (см. [7]).

может стать настолько малой, что  $\omega_{BL}/kv_0 \gg 1$  ( $v_0$  — средняя скорость электронов РП) и  $\gamma, D \rightarrow 0$  (см. (3) и (4)). Это обстоятельство приводит к тому, что ЦН возбуждается лишь в областях магнитосферы с достаточно плотной плазмой.

Отметим еще один момент: максимальный вклад в ЦН дает экваториальная область РП, где максимальны потоки захваченных электронов, и реализуются наиболее благоприятные условия для циклотронного резонанса (5) (максимальное значение  $k/\omega_B$ ). Кроме того, при  $\omega \ll \omega_{BL}$  из (5) следует, что с циклотронными волнами взаимодействуют не все частицы, а лишь те, у которых

$$|v_{\parallel}| > \frac{\omega_{BL}}{k} = c \frac{\omega_{BL}^{3/2}}{\omega \omega_0}. \quad (6)$$

Указанные закономерности мы используем в дальнейшем.

Перейдем теперь к решению уравнений (1), (2). В работе [6] показано, что в ряде случаев, важных для магнитосферных приложений, система (1)—(4) может быть существенно упрощена. Ниже мы исследуем решение (1), (2) в простейшем «двухуровневом» приближении, когда анизотропия функции распределения в процессе релаксации сохраняется, а оператор диффузии в правой части (1) сводится к некоторой константе меньше нуля. В этом приближении уравнения (1) и (2) можно свести к следующей системе\*:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= -D_0 W N + J, \\ \frac{dW}{dt} &= \eta N W - \nu W, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $N$  — число энергичных частиц в магнитной силовой трубке сечением 1 см<sup>2</sup> на уровне ионосферы,  $J$  — число частиц, поставляемых источником в эту трубку в единицу времени,  $W$  — плотность энергии циклотронных волн в единице объема,  $\nu = |\ln R|/T_{rp}$ ,  $D_0 = 3 \cdot 10^{-2} \omega_0^2 \times \times [n_{xL} m c^2 \bar{k} v_0 (\bar{k} v_0 / \omega_{BL} - 1)^{1/2}]^{-1}$ ,  $\eta = 0.5 (\bar{k} v_0)^2 / \sigma \ln_{xL} \omega_{BL} (\bar{k} v_0 / \omega_{BL} - 1)^{1/2}$ ,  $\bar{k}$  — среднее волновое число в спектре электромагнитного шума.

Система (7) обладает состоянием равновесия:

$$N_0 = \frac{|\ln R|}{\eta T_{rp}}, \quad W_0 = \frac{J \eta T_{rp}}{D_0 |\ln R|}. \quad (8)$$

Заметим, что при выбранной нормировке  $J = S_a$  — плотности потока высыпающихся из РП электронов на уровне атмосферы. Уравнения (7) легко преобразовать к виду

$$x''_{tt} + 2\nu_{RP} e^x x'_t + \omega_{RP}^2 (e^x - 1) = 0, \quad (9)$$

где введены обозначения:  $x = \ln (W/W_0)$ ,  $\omega_{RP} = (\eta J)^{1/2}$ ,  $2\nu_{RP} = D_0 W_0 = = \omega_{RP}^2 T_{rp} / |\ln R|$ .

Уравнение (9) описывает релаксационные колебания интенсивности циклотронных волн и потоков электронов в РП. Вблизи состояния равновесия (8) колебания носят гармонический характер с частотой

\* Как показано в [6], «двухуровневое» приближение является довольно хорошей аппроксимацией (1)—(4), если источник описывается достаточно гладкой функцией (в классе собственных функций оператора диффузии уравнения (1)).

$\omega_{\text{РП}}$  и декрементом затухания  $\gamma_{\text{РП}}$ . Вдали от состояния равновесия ( $x > 1$ ) колебания переходят в пичковый режим с длительностью пичков  $\tau_n = (\sqrt{2}/\omega_{\text{РП}}) (W_0/W_m)^{1/2} \ln(4 W_m/W_0)$  и частотой следования  $\omega_{\text{РП}}^{\text{нел}} = (\pi/\sqrt{2}) (W_0/W_m)^{1/2} \omega_{\text{РП}}$ , где  $W_m$  — амплитуда пичка.

Рассмотренные выше релаксационные колебания играют важную роль в динамике радиационных поясов, особенно в тех случаях, когда в РП присутствуют возмущения типа магнитогидродинамических или дрейфовых волн\*. Присутствие гидромагнитных колебаний, модулирующих плотность и анизотропию захваченных частиц, а также коэффициент диффузии, фактически, приводит к появлению осциллирующей части в источнике  $J$ . В случае совпадения частот МГД волн с частотой  $\omega_{\text{РП}}$  возможен резонанс, при котором слабые возмущения будут приводить к глубокой модуляции параметров РП: интенсивности циклотронных волн и потоков высыпающихся и захваченных в РП электронов. Более того, ситуация может принципиально измениться, когда существенно не только действие гидромагнитных волн на релаксационные колебания, но и обратная связь этих колебаний с МГД волнами, которая может привести к самовозбуждению системы. В результате такого процесса могут возникнуть автоколебания параметров РП и МГД волн.

### 3. АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ ЦИКЛОТРОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ. ГЕНЕРАЦИЯ ГИГАНТСКИХ ИМПУЛЬСОВ

Выше в качестве источника релаксационных колебаний предполагались геомагнитные пульсации, обусловленные внешними причинами. В то же время возможно возбуждение МГД волн при развитии самих релаксационных колебаний. Дело в том, что в геомагнитной ловушке возмущения плотности частиц РП связаны через диамagnetизм и эффекты вморооженности с возмущениями магнитного поля. При подходящей связи этих возмущений может возникнуть неустойчивость с переходом релаксационных колебаний в режим «гигантских импульсов», сопровождаемых интенсивными микропульсациями геомагнитного поля.

Рассмотрим возможность появления такого режима более детально. Начнем с эффектов возбуждения МГД волн, обусловленных возмущением плотности частиц РП. Пусть возмущенное геомагнитное поле равно  $B = H + b(t, \rho, s)$ , где  $H$  — невозмущенное поле,  $\rho$  — координата поперек силовых линий. Следует отметить, что в интересующем нас случае ( $|b| \ll |H|$ ) наибольшее воздействие на РП оказывают возмущения, магнитное поле которых имеет составляющую  $b_z \parallel H$  (см. [9]). Такое возмущение в плазме с малым  $\beta = 8\pi p_z H^{-2} \ll 1$  ( $p_z$  — поперечное давление плазмы) соответствует пакету быстрых магнитозвуковых волн.

Предположим теперь, что в некоторой области магнитосферы существует резонатор для МГД волн магнитозвукового типа. Роль резонатора может выполнять отдельная силовая трубка магнитного поля с повышенной концентрацией холодной плазмы. Такого рода образования часто возникают в магнитосфере в период повышенной геомагнитной активности. Как уже отмечалось ранее (см. разд. 2), такая трубка с увеличенным значением  $n_x$  благоприятна и для развития циклотронной неустойчивости. Источником новых частиц в трубке может служить поток\*\* дрейфующих в геомагнитном поле электронов.

\* Некоторые вопросы модуляции ЦН гидромагнитными волнами рассмотрены в работах [8–11].

\*\* Здесь имеется аналогия с проточными газовыми лазерами.

которые вне трубки не взаимодействуют с циклотронными волнами из-за низкой концентрации  $n_x$ . В случае, когда поперечный размер трубки-резонатора  $r \ll l$ , можно не учитывать кривизну силовых линий и аппроксимировать резонатор прямым цилиндром. Неоднородность магнитного поля вдоль  $s$  в данном случае определяет продольную структуру поля гидромагнитной волны. Мы ограничимся анализом простейшего случая однородного вдоль  $s$  резонатора (альфеновская скорость  $v_A(s) = \text{const}$ ) с  $\beta \ll 1$ , когда быстрые магнитозвуковые волны можно рассматривать независимо от других типов волн.

С учетом указанных приближений волновое уравнение для аксиально-симметричных колебаний запишется в виде

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial b}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2 b}{\partial s^2} - \frac{1}{v_A^2} \frac{\partial^2 b}{\partial t^2} = - \frac{4\pi}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{\rho}{H} \frac{\partial p_\perp}{\partial \rho} \right), \quad (10)$$

где  $b \equiv b_{||}$ ,  $v_A = c \omega_H / \omega_{0i}$ ,  $\omega_{0i}$  и  $\omega_H$  — соответственно плазменная и гирочастота ионов холодной плаэмы,  $p_\perp = \frac{1}{2} m \int d\mathbf{v} v_\perp^2 f$  — поперечное давление электронов РП.

Решение линейного уравнения (10) с источником можно представить в виде разложения по собственным функциям оператора левой части уравнения (10). При  $v_A = \text{const}$  собственными функциями этого оператора являются  $\begin{cases} \sin k_m s \\ \cos k_m s \end{cases}$  по координате  $s$  и функции Бесселя нулевого порядка  $\begin{cases} N_0(x_n \rho) \\ J_0(x_n \rho) \end{cases}$  по поперечной координате. При большом перепаде концентраций внутри и вне резонатора магнитозвуковые колебания обладают высокой добротностью, а набор собственных чисел  $x_n$  является корнями уравнения  $J_0(x_n r) = 0$ .

Условие обращения в нуль возмущений на торцах геомагнитной ловушки определяет продольные собственные числа  $k_m = m\pi/l$  и соответствующую собственную функцию  $\sin k_m(s + l/2)$ . Собственные частоты МГД резонатора теперь находятся из следующего соотношения:

$$\omega_{nm}^2 = (x_n^2 + k_m^2) v_A^2. \quad (11)$$

Учитывая сказанное, представим решение (10) в следующем виде:

$$b(t, \rho, s) = \sum_{n=0, m=1}^{\infty} b_{nm} J_0(x_n \rho) \sin k_m(s + l/2). \quad (12)$$

Амплитуды  $b_{nm}(t)$  в (12) удовлетворяют уравнению

$$\frac{d^2 b_{nm}}{dt^2} + 2\gamma_{nm} \frac{db_{nm}}{dt} + \omega_{nm}^2 b_{nm} = -\beta_{nm} \omega_{nm}^2 \left( \frac{H}{N_0} \right) N, \quad (13)$$

где затухание  $\gamma_{nm}$  обусловлено конечной добротностью МГД резонатора, а

$$\beta_{nm} = \frac{2}{\omega_{nm}^2 r^2 l n_x m_i} \frac{x_n r}{J_1(x_n r)} \int_{-l/2}^{l/2} ds p_{\perp 0}(s) \sin k_m(s + l/2). \quad (14)$$

Учтем теперь гидромагнитные возмущения в уравнениях (1) и (2). Для этого левую часть уравнения (1) следует дополнить членом

$\frac{d\bar{b}}{dt} (v/2B) \left[ \mu \frac{\partial f}{\partial v} - 2\mu(1-\mu) v^{-1} \frac{\partial f}{\partial v} \right]$ , а в коэффициентах (3) и (4) магнитное поле взять в виде  $B = \bar{H} + b$ . При этом в коэффициенте диффузии и инкременте появляются добавки, пропорциональные амплитуде гидромагнитных волн  $\bar{b}/H_L$ . Модуляция  $D_0$  и  $\eta$  МГД волнами при этом будет существенно зависеть от структуры  $b(\rho, s)$ , так как в (1) и (2) входит средний по  $s$  эффект. Вследствие этого наибольшую роль будут играть возмущения с низким нечетным значением  $m$ . В «двухуровневом» приближении уравнения (1) и (2) с учетом гидромагнитных возмущений запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= - \left( 1 + \delta_1 \frac{\bar{b}}{H_L} \right) D_0 W N + J, \\ \frac{dW}{dt} &= \left( 1 + \delta_2 \frac{\bar{b}}{H_L} \right) \eta N W - v W, \end{aligned} \quad (15)$$

где величина и знак коэффициентов  $\delta_1$  и  $\delta_2$  зависят от таких факторов, как вид источника, плотность плазмы  $n_x$ , зависимость  $b$  от  $s$  и т. д. В наиболее благоприятных условиях ( $m \sim 1$ ) значения коэффициентов  $|\delta_1|, |\delta_2| \sim 1$ . Систему (15) можно записать в виде одного уравнения второго порядка, которое при  $\bar{b}/H_L \ll 1$  имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} x''_{tt} + 2v_{pp} e^x x'_t + \omega_{pp}^2 (e^x - 1) &= \\ = \delta_2 \frac{\bar{b}_t}{H} (x'_t + v) + \delta_2 \frac{\bar{b}}{H_L} \omega_{pp}^2 - \delta_1 \frac{\bar{b}}{H_L} v_{pp} e^x (x'_t + v), \end{aligned} \quad (16)$$

где по-прежнему  $x = \ln(W/W_0)$ .

Исследуем поведение решения системы уравнений (13)–(16) при малых отклонениях от состояния равновесия. Для этого линеаризуем уравнения (13) и (16) около состояния равновесия, представив все величины в виде  $A = A_0 + a \exp \lambda t$ . Линеаризованной системе удовлетворяет решение

$$a(\rho, s) = a_{nm} J_0(x_n \rho) \sin k_m(s + l/2). \quad (17)$$

С учетом (17) нетрудно записать характеристическое уравнение системы (13)–(16):

$$\begin{aligned} (\lambda^2 + 2v_{pp} \lambda + \omega_{pp}^2) (\lambda^2 + 2v_{nm} \lambda + \omega_{nm}^2) &= \\ = (1/2) \omega_{pp}^2 \omega_{nm}^2 \beta (x_n r)^{-2} [\delta_2 + (\delta_1 - \delta_2) \lambda/v]. \end{aligned} \quad (18)$$

Правая часть уравнения (18) пропорциональна малому параметру  $\beta$ , поэтому в случае неустойчивости максимальные инкременты следует ожидать на двойном резонансе  $\Omega \approx \omega_{pp} \approx \omega_M$  ( $v_{pp}, v_M \ll \Omega$ ). Полагая  $\lambda = i\Omega + \Gamma$ , найдем величину инкремента этой своеобразной модуляционной неустойчивости (при  $\omega_{pp} = \omega_{nm}$ ):

$$\Gamma = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \left[ (v_M - v_{pp})^2 - \frac{1}{2} \omega_{pp}^2 \beta (x_n r)^{-2} (\delta_2 + i(\delta_1 - \delta_2)) \right]^{1/2} - (v_{pp} + v_M) \right\}. \quad (19)$$

В случае высокой добротности релаксационных колебаний  $v_{pp}/\omega_{pp} \ll 1$  и  $|\delta_2| \sim |\delta_1|$  неустойчивость в основном обусловлена модуляцией инкремента и возникает при  $\delta_2 < 0$ . Порог неустойчивости по  $\beta$  равен

$$\beta \geq \beta_{\min} = (\omega_n r)^2 \frac{8\gamma_{\text{PP}} \gamma_{\text{MG}}}{|\delta_2| \omega_{\text{PP}}^2} \ll 1. \quad (20)$$

Инкремент неустойчивости вдали от порога

$$\Gamma \approx \omega_{\text{PP}} \left( \frac{|\delta_2| \beta}{8(\omega_n r)^2} \right)^{1/2}. \quad (21)$$

Знак  $\delta_2$  определяется конкуренцией возникающих при  $b \neq 0$  эффектов изменения числа резонансных с электромагнитными волнами частиц, с одной стороны (при этом  $\delta_2^{(1)} < 0$ ), и эффектов роста  $n$  из-за замороженности и изменения анизотропии с другой (при этом  $\delta_2^{(2)} > 0$ ). Суммарное  $\delta_2 = \delta_2^{(1)} + \delta_2^{(2)}$  может быть как больше, так и меньше нуля.

Оценим амплитуду возбуждаемых геомагнитных пульсаций и глубину модуляции параметров РП в случае, когда  $\delta_2 < 0$  и насыщение неустойчивости возникает из-за нелинейности собственных частот релаксационных колебаний (см. (16)). Для решения этой задачи необходимо проанализировать систему нелинейных уравнений (13) и (16), которую в приближении кубической нелинейности можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} x''_{tt} + 2\gamma_{\text{PP}} x'_t + \omega_{\text{PP}}^2 x &= \delta_2 [(x'_t + v) y'_t + \omega_{\text{PP}}^2 y] + \delta_2 x'_t y'_t - \\ &- 2\gamma_{\text{PP}} \left( x + \frac{x^2}{2} \right) x'_t - \omega_{\text{PP}}^2 \left( \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} \right), \\ y''_{tt} + 2\gamma_{\text{MG}} y'_t + \omega_{\text{MG}}^2 y &= -\beta \omega_{\text{MG}}^2 \frac{x'_t}{2v}, \end{aligned} \quad (22)$$

где  $n = 0$ ,  $\delta_1 = 0$ ,  $x = \ln(W/W_0)$ ,  $y = b_z/H_L$ ,  $v = \omega_{\text{PP}}^2/2\gamma_{\text{PP}}$ . Качественное представление о нелинейных движениях, описываемых этой системой, получим, предполагая, что колебательные системы высокодобротные, а насыщение неустойчивости наступает при достаточно малых нелинейностях. При этих условиях можно воспользоваться асимптотическим методом, следя за которому решение системы уравнений пишем в виде

$$\begin{aligned} x &= X \cos(\omega_{\text{PP}} t + \varphi), \\ y &= Y \cos(\omega_{\text{MG}} t + \psi). \end{aligned} \quad (23)$$

Медленно меняющиеся амплитуды  $X$ ,  $Y$  и величина  $\Phi = (\omega_{\text{PP}} - \omega_{\text{MG}}) t + \varphi - \psi$  удовлетворяют системе укороченных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= -\gamma_{\text{PP}} X - \frac{1}{2} |\delta_2| Y \omega_{\text{PP}} \left( \frac{\omega_{\text{MG}}}{2\gamma_{\text{PP}}} \cos \Phi - \sin \Phi \right) - \gamma_{\text{PP}} \frac{X^3}{8}, \\ \frac{dY}{dt} &= -\gamma_{\text{MG}} Y - \beta \frac{\omega_{\text{MG}}}{2\omega_{\text{PP}}} \gamma_{\text{PP}} X \cos \Phi, \\ \frac{d\Phi}{dt} &= \omega_{\text{PP}} - \omega_{\text{MG}} + \frac{\omega_{\text{PP}}}{16} X^2 + \beta \frac{\omega_{\text{MG}}}{2\omega_{\text{PP}}} \gamma_{\text{PP}} \frac{X'}{Y} \sin \Phi + \\ &+ \frac{|\delta_2|}{2} \omega_{\text{PP}} \frac{Y}{X} \left( \frac{\omega_{\text{MG}}}{2\gamma_{\text{PP}}} \sin \Phi + \cos \Phi \right). \end{aligned} \quad (24)$$

Состояние равновесия этой системы, соответствующее автоколебаниям, определяется следующими соотношениями:

$$X_0 = \sqrt{8} \left[ |\delta_2| \frac{1}{2} \beta \cos \Phi_0 Q_{\text{МГ}} (Q_{\text{РП}} \cos \Phi_0 - \sin \Phi_0) - 1 \right]^{1/2}, \quad (25)$$

$$Y_0 = - X_0 \frac{Q_{\text{МГ}}}{Q_{\text{РП}}} \cos \Phi_0,$$

где  $Q_{\text{РП}} = \omega_{\text{РП}} / 2^y_{\text{РП}}$ ,  $Q_{\text{МГ}} = \omega_{\text{МГ}} / 2^y_{\text{МГ}}$ ,  $\omega_{\text{РП}} = \omega_{\text{МГ}}$ , а  $\Phi_0$  — является решением уравнения

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}^3 \Phi_0 + Q_{\text{МГ}} \operatorname{tg}^2 \Phi_0 + (1 + \beta |\delta_2| Q_{\text{МГ}}^2) \operatorname{tg} \Phi_0 + Q_{\text{МГ}} + \\ + \frac{1}{2} \beta (Q_{\text{МГ}}^2 / Q_{\text{РП}}) |\delta_2| - \frac{1}{2} \beta Q_{\text{МГ}}^2 Q_{\text{РП}} |\delta_2| = 0. \end{aligned} \quad (26)$$

Естественно, что этот режим может реализоваться только при наличии неустойчивости, т. е. при условии  $\frac{1}{2} \beta Q_{\text{РП}} Q_{\text{МГ}} |\delta_2| > 1$ .

#### 4. ПРОИСХОЖДЕНИЕ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИХ ОНЧ ИЗЛУЧЕНИЙ В МАГНИТОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

Изложенная выше нелинейная теория циклотронной неустойчивости РП позволяет объяснить происхождение широкого класса так называемых квазипериодических ( $QP$ ) электромагнитных излучений в диапазоне  $\frac{\omega}{2\pi} = 1 \div 10 \text{ кГц}$  (ОНЧ излучения [12]). Эти излучения обладают довольно широкой полосой частот и попадают в диапазон электромагнитных волн, возбуждаемых при развитии ЦН электронной компоненты РП. Интенсивность  $QP$  излучений, как правило, промодулирована во всей полосе частот с периодами модуляции  $T_m = 10 \div 100 \text{ с}$ . Почти всегда  $QP$  шумы сопровождаются высыпаниями электронов, промодулированными по интенсивности с теми же периодами [13]. Обычно  $QP$  излучения появляются в виде всплесков или отдельных цугов. Типичная длительность события  $10 \text{ — } 30 \text{ мин}$ . Все эти характерные особенности объясняются в рамках релаксационных колебаний ЦН радиационных поясов. Имеется и довольно хорошее количественное соответствие. Задавая, в частности, типичные значения  $\omega_{HL} \approx 5 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ ,  $T_{gr} \approx 0,7 \text{ с}$ ,  $J = S_a \approx 10^6 \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $n_x \approx 10^2 \text{ см}^{-3}$  и  $|ln R| \approx 0,3$ , будем иметь  $T_m = 2\pi/\Omega \approx 10^2 \text{ с}$  и добротность  $Q_{\text{РП}} = \omega_{\text{РП}} / 2^y_{\text{РП}} \approx 40$ , что хорошо соответствует периодам и добротности колебаний интенсивности  $QP$  излучений. Качественно согласуется с данными эксперимента и уменьшение  $T_m$  с ростом интенсивности источника [14].

Более детальные экспериментальные исследования [14] показали, что все  $QP$  явления можно объединить в две группы:  $QPI$ , которые тесно коррелируют с геомагнитными пульсациями соответствующих периодов, и  $QPII$ , которые не сопровождаются колебаниями геомагнитного поля. Примеры квазипериодических излучений, связанных с геомагнитными пульсациями ( $QPI$ ), и не сопровождающихся пульсациями ( $QPII$ ), приведены на рис. 1 а и 1 б. Верхняя дорожка на рисунках соответствует показаниям магнитометра, указывающего на присутствие геомагнитных микропульсаций. Две другие дорожки характеризуют динамические спектры  $QP$  излучений с разным временным разрешением.

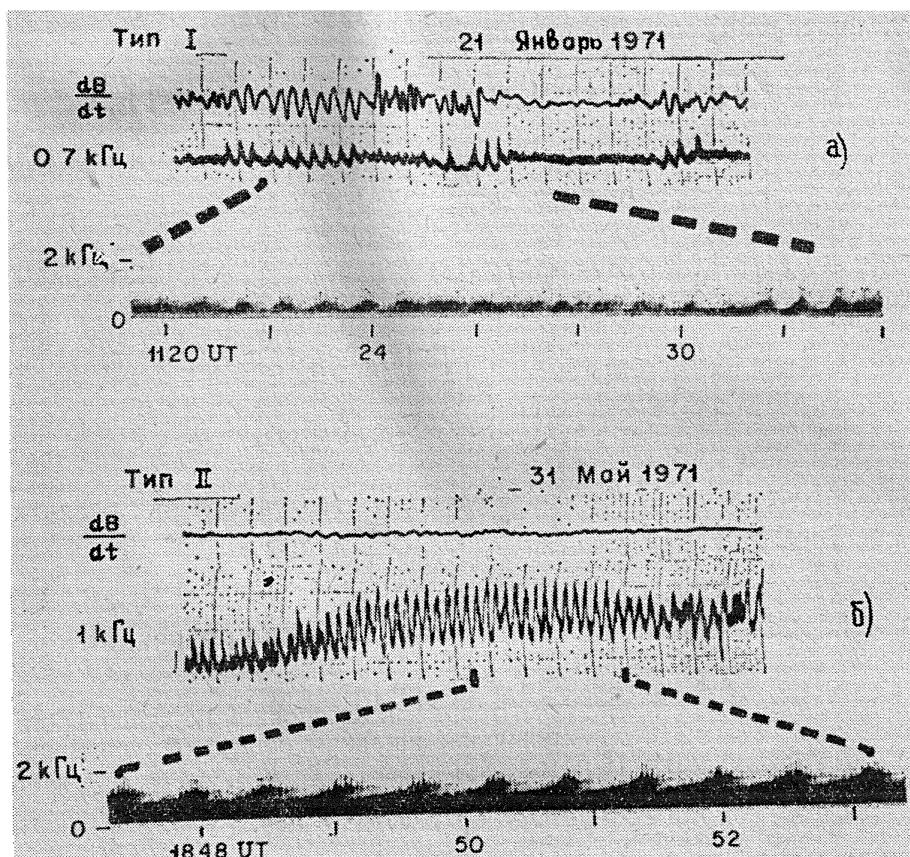


Рис. 1.

Вполне возможно, что *QPI* явления обусловлены модуляционной неустойчивостью, рассмотренной в разд. 3. Это подтверждается и количественными оценками. В частности, если задать вполне реальную для возмущенных условий плотность потока захваченных в РП электронов  $S (\mathcal{E} > 30 \text{ кэВ}) \approx 5 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ , то в области РП, где  $\omega_{NL} \approx 5 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ , будем иметь  $\beta \approx 10^{-2}$ . Полагая добротность релаксационных колебаний  $Q_{RP} \approx 40$  и используя формулу (20), получим, что в случае  $\delta_2 \approx -1$  модуляционная неустойчивость возможна уже при сравнительно низкой добротности МГД резонатора:  $Q_{Mg} > 10$ . Согласно формулам (21) и (25), инкремент неустойчивости при этом  $\Gamma \approx 0,1 \text{ с}^{-1}$ , а амплитуда микропульсаций магнитного поля  $b \approx 3 \cdot 10^{-5} \text{ Э}$ , что вполне согласуется с экспериментальными данными.

*QPI* явления могут быть связаны с развитием релаксационных колебаний при неадиабатическом ( $t_{вкл} < T_m$ ) включении источника быстрых электронов. При анализе динамических спектров *QP* излучений обращает на себя внимание рост средней частоты излучения в конце каждого отдельного элемента (см. рис. 1). Такая структура спектра может быть обусловлена тем обстоятельством, что в каждый момент времени с циклотронными волнами взаимодействуют не все частицы, поставляемые источником (см. разд. 2). В то время, как частицы с продольной скоростью  $v_{||} > v_{min}$  (см. (6)) высываются из геомагнитной ловушки под действием циклотронных волн, электроны с малыми  $v_{||}$  накапливаются в РП. Это приводит к росту средней анизотропии захва-

ченных частиц и дрейфу максимума спектра волн в сторону высоких частот. Данное обстоятельство может служить дополнительным механизмом поддержания релаксационных колебаний параметров РП.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1 С. И. Акасофу, Полярные и магнитосферные суббури, изд. Мир, М., 1971.
- 2 G. Atkinson, J. Geophys. Res., **75**, 4746 (1970).
- 3 V. F. Coroniti, C. F. Kennel, J. Geophys. Res., **77**, 2835 (1972).
- 4 T. Sato, T. E. Holzer, J. Geophys. Res., **78**, 7314 (1973).
- 5 Б. А. Тверской, Динамика радиационных поясов Земли, изд. Наука, М., 1968.
- 6 П. А. Беспалов, В. Ю. Трахтенгерц, Физика плазмы, **2**, 396 (1976).
- 7 В. Ю. Трахтенгерц, Геомагнетизм и аэрономия, **6**, 827 (1966).
- 8 F. V. Coroniti, C. F. Kennel, J. Geophys. Res., **75**, 1279 (1970).
- 9 В. Ю. Трахтенгерц, Доклад на Симпозиуме по солнечно-земной физике, Ленинград, 1970, в сб. Ионосферные исследования, № 22, 8 (1975).
- 10 L. Chen, Geophys. Res. Lett., **1**, 73 (1974).
- 11 О. М. Распопов, в сб. Ионосферные исследования, № 22, 32 (1975).
- 12 R. A. Helliwell, Whistlers and Related Ionospheric phenomena, Stanford, University Press, 1965.
- 13 Gendrin, J. Etcheto, B. De La Porte, Des Voux, J. Geophys. Res., **75**, 6169 (1970).
- 14 N. Sato, K. Hayashi, S. Kokubun, T. Oguti, H. Fukunishi, J. Atmosph. Terr. Phys., **36**, 1515 (1974).

Научно-исследовательский радиофизический институт