

УДК 533.9.01

КАСКАДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЯВЛЕНИЯХ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ПЛАЗМЕ

А. А. Галеев

СОДЕРЖАНИЕ

1. Параметрическое поглощение излучения вблизи критической плотности
2. Модели обратного параметрического рассеяния
 - а) Изотермическая плазма.
 - б) Неизотермическая плазма с горячими электронами.

Важность процессов параметрического взаимодействия электромагнитного излучения с плазмой для проблемы инициирования управляемого термоядерного синтеза с помощью мощного лазерного излучения [1], а также для процессов искусственного воздействия на состояние ионосферы мощным радиоизлучением [2] стимулировала быстрое дальнейшее развитие теории параметрических неустойчивостей в двух направлениях. Во-первых, было проведено детальное исследование влияния неоднородности плазмы на пороги и характер развития параметрических неустойчивостей. Особое внимание при этом было уделено различию конвективной и абсолютной параметрических неустойчивостей и их развитию во времени.

Вывод о доминирующем вкладе рассеяния под углом 90° в обратное параметрическое рассеяние от неоднородной плазменной капли был сделан также на основе анализа эффектов неоднородности на этот процесс. Поскольку линейная теория параметрических неустойчивостей в неоднородной плазме уже нашла свое отражение в обзоре [3] и резюме рабочих групп в международном институте теоретической физики в г. Триесте [4, 5], то мы не будем вновь излагать этот вопрос.

Основное внимание здесь мы уделим второму, наиболее важному, направлению исследований параметрических процессов в плазме — созданию нелинейной теории этих процессов. Первый успех в этом направлении пришелся на долю каскадной теории параметрического возбуждения ленгмюровских колебаний электромагнитным излучением с частотой, близкой к плазменной частоте $\omega \approx \omega_p$ [5]. Хотя область применимости этой теории весьма ограничена и в неизменном виде может быть применена лишь к процессам модификации ионосферы под действием мощного радиоизлучения, все же она представляет большой принципиальный интерес, и мы изложим ее идеи, следуя обзору [3].

1. ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОЙ ПЛОТНОСТИ

Рассмотрим сначала элементарный процесс резонансного взаимодействия электромагнитного колебания с частотой $\omega \approx \omega_p$ конечной амплитуды с ленгмюровской и звуковой волной бесконечно малой амплитуды. Это взаимодействие описывается нелинейными перекрестными

членами в волновых уравнениях для бесконечно малых возмущений (см., например, обзор [3]):

$$[(\omega_0 - \omega_2)^2 - \omega_l^2(\mathbf{k}_1)] E_1 \approx \frac{1}{2} \frac{4\pi e^2}{m} n_2^+ E_0; \quad (1)$$

$$(\omega_2^2 - k_2^2 c_s^2) n_2^* \approx \frac{1}{2} \frac{n_0 k_2^2 e^2 E_0^* E_1}{mM \omega_0 \omega_1}. \quad (2)$$

Здесь в правых частях оставлены лишь резонансные члены, так что волновые векторы взаимодействующих волн подчиняются соотношениям

$$\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_2. \quad (3)$$

Причем нелинейный член в первом уравнении представляет собой медленную модуляцию плотности высокочастотного тока в исходном колебании звуковой волной, а во втором уравнении для звукового возмущения мы учли силу высокочастотного давления суперпозиции электрических полей исходной и ленгмюровской волн.

В случае конечной, но малой амплитуды исходного колебания частоты ленгмюровского и звукового возмущения в первом приближении совпадают с собственными; в следующем приближении мы определяем инкремент распадной неустойчивости для процесса «плазмон (фотон) → плазмон + фонон»:

$$\omega_2 \approx \omega_s(\mathbf{k}_2) + i\nu_d, \quad (4)$$

$$\nu_d^2 \approx \frac{\omega_p^4}{16 \omega_0 \omega_l^2 \omega_s} k_2^2 c_s^2 \frac{E_0^2}{4\pi n_0 T_e}.$$

При этом мы считаем, что резонансное условие для частот соблюдается точно:

$$\omega_0 = \omega_l(\mathbf{k}_1) + \omega_s(\mathbf{k}_2). \quad (5)$$

Если линейная теория неустойчивости заканчивается отысканием ее инкремента, то нелинейная теория должна дать картину распределения энергии возбуждаемых колебаний плазмы по спектру волновых чисел. Передачу энергии по спектру можно представить себе следующим образом. Исходное колебание накачивает энергию в звуковую и ленгмюровскую волны до тех пор, пока возбуждаемая таким образом ленгмюровская волна с частотой $\omega_1 = \omega_0 - \omega_2$ не начнет распадаться на звуковое возмущение и ленгмюровскую волну, с еще меньшей частотой $\omega'_1 \approx \omega_1 - \omega'_2$ и т. д. Такой каскадный процесс передачи энергии по спектру сопровождается линейным затуханием звуковых и ленгмюровских колебаний, а также нелинейным взаимодействием звуковых колебаний между собой. Совместное решение двух цепочек уравнений представляется чрезвычайно сложным, и поэтому мы проиллюстрируем модель каскадного процесса на простейшем случае изотермической плазмы. В изотермической плазме звуковое возмущение затухает за время одного колебания, т. е. декремент затухания $\nu_s \sim kv_{Ti}$. Поэтому «звуковые» колебания плотности всегда остаются малыми, и мы можем пренебречь их нелинейным взаимодействием.

При написании уравнений для ленгмюровских колебаний можно воспользоваться следующими упрощающими предположениями:

1) ленгмюровскую турбулентность с хорошей точностью можно считать одномерной;

2) в качестве основного стока ленгмюровских волн используется затухание из-за кулоновских соударений с частотой ν_{ei} .

Первое из этих предположений достаточно хорошо обосновано как исследованием общих свойств решений кинетических уравнений для ленгмюровских волн [7], так и численным решением точных уравнений [8]. Второе приближение может быть использовано при решении интересной задачи о модификации состояния ионосферы под действием мощного радиоизлучения [9, 10].

Для получения основных выводов теории каскадных процессов нам будет достаточно ограничиться расчетом по порядку величины. Так, вместо точного выражения для темпа индуцированного рассеяния волны на флуктуациях плотности ионов мы воспользуемся оценкой инкремента распадной неустойчивости в пределе сильного затухания звуковых волн.

Для этого уравнение (2) переписываем в виде

$$(\omega_2^2 - 2i\nu_s\omega_2 - \omega_s^2)n_1 \approx \frac{1}{2} \frac{n_0 k_z^2 e^2 E_0^* E_1}{mM\omega_0\omega_1}. \quad (2a)$$

В пределе $\nu_s \gg \nu_d$ в этом уравнении можно пренебречь мнимой частью частоты ω_2 и последнюю следует учесть лишь в уравнении (1). В результате получаем инкремент неустойчивости:

$$\nu \approx \nu_d^2 / \nu_s. \quad (6)$$

Кроме того, для рассмотрения процесса каскадной перекачки энергии полезно выделить зависимость темпа перекачки от амплитуды волны в явном виде [11]:

$$\nu_d^2 = |V|^2 N_0, \quad (7)$$

где $V = \frac{\omega_p^2}{\omega_0\omega_l} \left(\frac{\omega_l\omega_s\omega_0}{8n_0T_e} \right)^{1/2}$ — матричный элемент взаимодействия, $N_0 \approx E_0^2/8\pi\omega_0$ — число квантов исходного колебания.

В терминах чисел квантов N_ω с частотой ω приближенное уравнение для спектральной плотности энергии волн может быть записано в виде

$$\frac{\partial N_\omega}{\partial t} = 2 \frac{|V|^2}{\nu_s} (N_{\omega+\Delta\omega} N_\omega - N_\omega N_{\omega-\Delta\omega}) - \nu_l N_\omega, \quad (8)$$

где

$$\nu_s \approx \Delta\omega \approx k\nu_{Ti}, \quad \nu_l = \nu_{ei}.$$

Первый член в правой части описывает приток энергии в колебание с частотой ω за счет рассеяния колебания с частотой $(\omega + \Delta\omega)$ на ионах. Второй член ответствен за дальнейшую перекачку энергии в более низкочастотную моду. Представление спектра турбулентности в виде отдельных спектральных линий не является точным, так как реальный спектр представляет собой сложную смесь размытых линий шириной $\Delta\omega \sim k\nu_{Ti}$ и непрерывного спектра (характер спектра качественно изображен на рис. 1). Однако справедливые по порядку величины результаты можно получить как в приближении дискретного, так и непрерывного спектров [6]. Считая изменение интенсивности от линии к линии медленным, из (8) получаем упрощенное уравнение для огибающей линий:

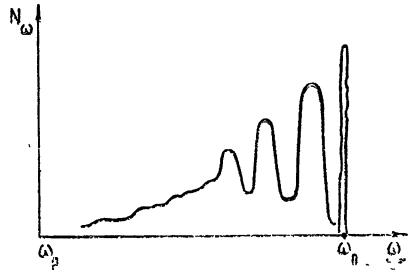


Рис. 1. Характер спектра турбулентности при каскадной перекачке энергии по спектру.

$$\frac{\partial N_{\omega}}{\partial t} = 2|V|^2 N_{\omega} \frac{\partial N_{\omega}}{\partial \omega} - \nu_l N_{\omega}. \quad (9)$$

Последнее имеет простое решение:

$$N_{\omega} \approx \frac{\nu_l'}{2|V|^2} (\omega - \omega_0) + N_0. \quad (10)$$

Энергия, поглощаемая в плазме, может быть оценена как сумма диссипации в отдельных линиях:

$$\sum_{\omega} \nu_l N_{\omega} \rightarrow \frac{1}{k v_{Tl}} \int \nu_l N(\omega) d\omega \approx \frac{N_0^2 |V|^2}{k v_{Tl}}. \quad (11)$$

Эта величина может быть использована для определения эффективной частоты, описывающей темп диссипации волны накачки:

$$\nu_{\text{eff}} N_0 \approx \sum_{\omega} \nu_l N_{\omega}. \quad (12)$$

Отсюда имеем:

$$\nu_{\text{eff}} \approx \frac{\pi}{4} \omega_p \frac{E_0^2}{8\pi n_0 T_e}. \quad (13)$$

Нахождение этой величины представляет цель нелинейной теории параметрической неустойчивости. Поэтому полезно обсудить еще один подход для ее определения. Он заключается в том, что для ленгмюровских волн также вводится эффективная частота соударений ν_{eff} , и с помощью последней баланс энергии записывается в виде

$$(\nu_d^2/\nu_s - \nu_{\text{eff}}^l) N_{\omega_0 - \Delta\omega} \approx 0. \quad (14)$$

Считая, что эффективные частоты соударений для исходного электромагнитного колебания и для ленгмюровского колебания совпадают, мы получаем отсюда результат (13). В неизотермической плазме это соотношение позволяет определить темп поглощения излучения только для малых интенсивностей его, когда линейный декремент затухания ионно-звуковых возмущений больше инкремента распадной неустойчивости. При больших интенсивностях ν_s' определяется нелинейными процессами в ионно-звуковых колебаниях. Имеется небольшая область параметров плазмы и интенсивности излучения, где соответствующие нелинейные оценки могут быть выполнены [12]. Однако основной предел применимости описанной теории с привлечением каскадного процесса перекачки энергии складывает проблема конденсата плазмонов [13]. Как видно из соотношения (12), большая эффективность поглощения при малом декременте затухания плазмонов может быть обеспечена лишь за счет большой энергии, накачиваемой в ленгмюровские колебания. В то же время энергия колебаний при ограниченной интенсивности возбуждаемых линий (а она, как мы видим, не больше интенсивности исходной волны $N_0 \omega_0$) растет лишь за счет увеличения числа линий. Так, для обеспечения поглощения с темпом, определяемым уравнением (13), требуется число линий порядка

$$n \sim \nu_{\text{eff}}/\nu_l.$$

Если это число превышает число линий шириной $\Delta\omega$, размещающихся во всем интервале частот,

$$n > (\omega_p k_1^2 \lambda_D^2 / k_1 v_{Ti}) |_{k_1 \lambda_D \sim 1} \sim \sqrt{\frac{M}{m}}, \quad (15)$$

то энергия из исходной волны начинает интенсивно накачиваться в моды с очень малой длиной волны, что приводит к образованию конденсата плазмонов.

Поглощение энергии из конденсата плазмонов может быть обеспечено лишь при наличии механизма образования коротковолновых мод и поглощения их электронами. Строгое описание потока энергии в сторону коротких волн было получено в [14, 15] с использованием соображений Захарова о коллапсе ленгмюровских волн [16]. В работе [14] также найдена эффективная частота соударений, что решает задачу о параметрической неустойчивости в наиболее интересном пределе бесстолкновительной плазмы.

2. МОДЕЛИ ОБРАТНОГО ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РАССЕЯНИЯ

Представления о каскадном характере передачи энергии по спектру являются важной составной частью нелинейной теории обратного параметрического рассеяния. Задача об обратном параметрическом рассеянии от плазмы с плавно нарастающей плотностью решается в квазилинейном приближении, когда полная релаксация падающего излучения происходит вследствие линейной накачки энергии в большое число рассеянных под углом 90° волн, нарастающих в поле падающей волны до конечных, но малых амплитуд [17]. Нелинейное взаимодействие рассеянных волн между собой поэтому становится важным лишь для резко ограниченного слоя плазмы, когда усиление малых возмущений идет до нелинейного уровня. Для простоты мы рассмотрим здесь модель плоского полуограниченного однородного слоя плазмы.

а) *Изотермическая плазма* [18]. Как и для задачи о поглощении излучения, наиболее прост случай изотермической плазмы. Причем, решение задачи о параметрическом поглощении излучения прямо обобщается на задачу о параметрическом рассеянии с той лишь разницей, что сток рассеянного излучения обусловлен не слабым поглощением из-за кулоновских соударений, а выносом волн из неустойчивой зоны. Кроме того, уравнения (1) и (2) для связанных колебаний и выражение для инкремента неустойчивости (4) справедливы и для случая распада «фотон \rightarrow фотон + фонон», служащего механизмом параметрического рассеяния. Глубину проникновения падающего излучения в плазменную каплю находим из условия баланса энергии:

$$c \frac{I_0}{\Delta x} \approx \frac{\omega_p^4}{\omega_0^3} \frac{J_{\omega_0 - \Delta\omega}}{c n_0 T_e} I_0, \quad (16)$$

где вместо чисел волн N_ω мы для удобства практических приложений используем их интенсивность J_ω в спектральном диапазоне частот $d\omega$, т. е. $J_\omega \approx c N_\omega \omega$; $I_0 = c N_0 \omega_0$ — интенсивность падающего излучения; $\Delta\omega \sim kv_{Ti}$. Правая часть уравнения (16) представляет собой темп откачки энергии из падающей волны соседней «спектральной линией». Так как квазистационарное состояние при каскадной передаче энергии достигается приближенно при равных интенсивностях в соседних линиях (см. рис. 1), т. е. при $J_{\omega_0 - \Delta\omega} \approx I_0$, то темп откачки и, следовательно, глубина проникновения определяются линейным инкрементом параметрической неустойчивости в изотермической плазме γ_0 :

$$\Delta x = \frac{c}{\gamma_0}, \quad \gamma_0 = \frac{v_d^2}{v_s} = \frac{\omega_p^4}{\omega_0^3} \frac{I_0}{cnT_e}. \quad (17)$$

В задаче об обратном параметрическом рассеянии нас интересует доля энергии, которая идет на нагрев плазмы. В данном случае это доля энергии, передаваемая ионам при индуцированном рассеянии на ионах. По закону сохранения она определяется разностью частот падающего и рассеянного излучения. Понижение частоты при рассеянии определяем из уравнения, аналогичного уравнению (9) первой части:

$$\frac{\omega_p^4}{\omega^3} \frac{J_\omega}{cn_0 T_e} k^2 v_{Ti}^2 \frac{d}{d\omega} J_\omega - \frac{J_\omega}{\tau_t} \approx 0, \quad (18)$$

где $\tau_t = \sqrt{R \Delta x} / c$ — время выхода рассеянного под углом 90° излучения из плазменной капли, R — радиус капли (см. рис. 2). Отсюда получаем число «линий» рассеянного излучения:

$$\frac{\Delta \omega}{k v_{Ti}} \approx \gamma_0 \tau_t = \sqrt{\gamma_0 \frac{R}{c}}. \quad (19)$$

Таким образом, доля поглощаемой ионами энергии в изоэнтальной плазме мала и растет медленно с увеличением мощности излучения $\sim I_0^{1/2}$.

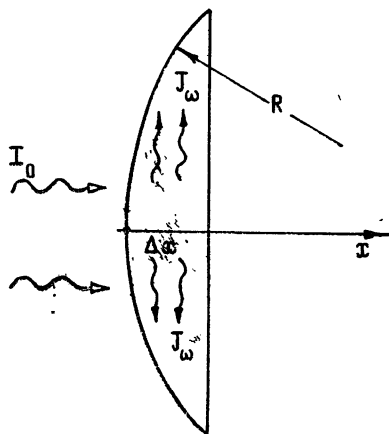


Рис. 2. Модель «бокового» параметрического рассеяния в плазменной капле.

б) *Неизотермическая плазма с горячими электронами**. Ситуация качественно меняется в случае неизотермической плазмы, когда вследствие сильного рассеяния на звуковых колебаниях электронной плотности рассеянное излучение оказывается запертым в плазменной капле. Глубина проникновения падающего излучения в плазму и зависимость ширины частотного интервала рассеянного излучения от времени выхода излучения по-прежнему определяются уравнениями (17) и (19). Однако выход излучения из плазмы носит диффузионный характер. Коэффициент диффузии, очевидно, есть

$$D \approx c^2 / \nu_{\text{coll}}, \quad (20)$$

где ν_{coll} — обратное время упругого рассеяния излучения на 180° , определяемое тем же процессом «фотон \rightarrow фотон + фонон» и равное

$$\nu_{\text{coll}} \approx \frac{\omega_p^4}{\omega^3} \frac{W_s}{n_0 T_e}. \quad (21)$$

Здесь W_s — плотность энергии ионно-звуковых колебаний ($W_s \sim \frac{(\delta n)^2 T_e}{2 n_0}$).

Для определения плотности энергии ионно-звуковых колебаний мы

* Идеи этого раздела впервые обсуждались Галеевым, Оберменом, Розенблудом, Сагдеевым и Форслундом во время встречи рабочей группы в Триесте [5].

воспользуемся графическим представлением двух последовательных процессов распада на рис. 3. Мы видим, что темп уменьшения числа фононов в данном звене цепочки по сравнению с предыдущим звеном равен темпу уменьшения числа фотонов, протекающих по цепи между рассматриваемыми звеньями:

$$v_{NL}^s \frac{\partial N_n^s}{\partial n} + N_n^s / \tau_t \approx 0, \quad (22)$$

где $v_{NL}^s \approx \omega_s (W_s/nT_e)$ — нелинейный декремент затухания звуковых возмущений вследствие процессов укрупнения их профиля. В целях простоты мы пользуемся здесь оценкой величины декремента для трехмерного случая, так как он мало отличается от полученного методом работы [19] декремента для интересующего нас случая двумерной звуковой турбулентности ($v_{NL}^s \sim \omega_s (W_s/n_0 T_e)^{5/6}$). Кроме того, уравнение (22) строго применимо лишь в одномерном случае, когда частоты фононов в последовательных звеньях разделены определенным интервалом $\omega_s^n \approx (\omega_t^{n-1} + \omega_t^{n+1}) \frac{c_s}{c}$. В двумерном случае разделить фононы, принадлежащие к различным звеньям, невозможно, так как в зависимости от угла между взаимодействующими фононами в каждом звене рождается целый спектр звуковых волн с частотами в интервале $[0, 2k_t c_s]$. Но мы всегда можем воспользоваться уравнением (22) для оценки суммарной плотности энергии звуковых волн:

$$W_s \approx \sum_n \omega_s N_n^s \approx \frac{\Delta\omega}{\omega_s \omega_0} \frac{1}{\gamma_s \tau_t} (I_0/c). \quad (23)$$

Подставляя в выражение (19) для $\Delta\omega$ время диффузии излучения из плазменной капли

$$\tau_t \approx (\sqrt{R \Delta x})^2 / D \approx v_{coll} \frac{R}{\gamma_0 c} \quad (24)$$

и решая затем совместно уравнения (19) и (23), получаем долю поглощаемой плазмой энергии падающего излучения:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \approx \frac{\omega_s}{\omega_0} \left| \frac{\omega_p^4}{\omega_0^4} \frac{I_0}{c n_0 T_e} k_0 R \right|^2 \frac{\omega_p^4}{\omega_0^4}. \quad (25)$$

Мы видим, что доля поглощаемой энергии растет очень быстро с увеличением интенсивности падающего излучения и может стать значительной уже при разумных интенсивностях.

Здесь следует отметить два обстоятельства, которые ограничивают область применимости соотношения (25). Во-первых, модель запертого рассеянного излучения справедлива лишь при больших интенсивностях падающего излучения, когда темп упругого рассеяния на флуктуациях плотности плазмы на 180° больше темпа релаксации излучения по энергии. Это имеет место, когда уравнение (25) дает большую величину, чем уравнение (19). Во-вторых, увеличение интенсивности рассеянного под 90° и запертого в плазме излучения увеличивает анизотропию давления

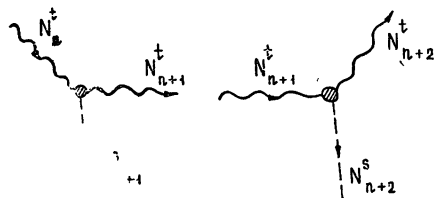


Рис. 3. Схематическое представление потока энергии при последовательных процессах распада.

плазмы. Ограничение интенсивности рассеянного излучения из-за гидродинамических неустойчивостей такого неравновесного состояния пуждается в дополнительном исследовании.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. N. Rosenbluth, R. Z. Sagdeev, *Comments on Plasma Phys. and Thermonucl. res.*, **1**, 129 (1973).
2. W. F. Utlaut, R. Cohen, *Science*, **174**, 245 (1971).
3. A. A. Galeev, R. Z. Sagdeev, *Nucl. Fusion*, **13**, 603 (1973).
4. P. K. Kaw et. al., Report of the working group on linear parametric instability in inhomogeneous media, IC(73) 124, IAEA, Trieste, Sept. 1973.
5. D. Forslund, A. Galeev, Report of the working group on stimulated backscatter, IC(73) 125, IAEA, Trieste, Sept. 1973.
6. E. J. Valeo, C. Oberman, F. Perkins, *Phys. Rev. Lett.*, **28**, 340 (1972); D. F. Du Bois, M. V. Goldman, **28**, 218 (1972); W. L. Krueer, E. J. Valeo, *Phys. Fluids.*, **16**, 675 (1973).
7. Б. Н. Брейзман, В. Е. Захаров, С. Мушер, *ЖЭТФ*, **64**, 1297 (1973)
8. F. W. Perkins, C. Oberman, E. J. Valeo, *J. Geophys. Res.*, **79**, 1478 (1974).
9. F. W. Perkins, P. K. Kaw, *J. Geophys. Res.*, **76**, 282 (1971).
10. N. A. Mityakov, V. O. Raporort, V. Yu. Trakhtengerts, *Planetary and Space Science*, **22**, 95 (1974).
11. А. А. Галеев, В. И. Карман, *ЖЭТФ*, **44**, 592 (1963).
12. А. А. Галеев, Д. Г. Ломинадзе, Г. Мачабели, *ЖТФ*, **45**, 1358 (1975).
13. А. А. Галеев, В. Н. Ораевский, Р. З. Сагдеев, *Письма в ЖЭТФ*, **16**, 494 (1972).
14. А. А. Галеев, Р. З. Сагдеев, Ю. С. Сигов, В. Д. Шапиро, В. И. Шевченко, *Физика плазмы*, **1**, 11 (1975).
15. Л. М. Дегтярёв, В. Е. Захаров, *Письма в ЖЭТФ*, **20**, 365 (1974).
16. В. Е. Захаров, *ЖЭТФ*, **62**, 1745 (1972).
17. А. А. Галеев, Г. Лаваль, Т. О' Нейл, М. Розенблют, Р. З. Сагдеев, *Письма в ЖЭТФ*, **17**, 48 (1973).
18. А. А. Галеев, Г. Лаваль, Т. О' Нейл, М. Розенблют, Р. З. Сагдеев, *ЖЭТФ*, **65**, 973 (1973).
19. В. Е. Захаров, Р. З. Сагдеев, *Докл. АН СССР*, **192**, 297 (1970).

Институт космических исследований
АН СССР