

УДК 621.385.623.2

## К ВОПРОСУ ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СИНХРОНИЗОВАННЫХ ВНЕШНИМ СИГНАЛОМ ОДНОМОДОВЫХ КОЛЕБАНИЙ В МНОГОМОДОВОМ МЦР-МОНОТРОНЕ

*В. С. Ергаков, М. А. Моисеев, Р. Э. Эрм*

Рассматривается синхронизация колебаний в МЦР-монотроне путем предварительной модуляции электронного пучка (вне резонатора) при произвольном числе близких по частоте в масштабе ширины полосы циклотронного резонанса конкурирующих мод. Определяются достаточные условия устойчивости синхронизованных колебаний и показывается, что при оптимальных параметрах, соответствующих максимуму КПД, устойчивость колебаний рабочей моды обеспечивается при любых добротностях конкурирующих мод.

Применение в мазерах на циклотронном резонансе (МЦР) большой мощности электродинамических систем с поперечными размерами, существенно превышающими длину рабочей волны, обостряет проблему конкуренции типов колебаний и приводит к необходимости их селекции [1, 2]. Одним из возможных методов селекции типов колебаний в резонаторе МЦР-монотрона может быть синхронизация колебаний рабочей моды путем модуляции электронного пучка внешним сигналом во вспомогательном резонаторе, электродинамически изолированном от основного трубкой дрейфа электронов [3].

В настоящей работе рассматривается вопрос об устойчивости синхронизованных колебаний в МЦР-монотроне с аксиально-симметричными резонатором и трубчатым электронным пучком, когда частоты конкурирующих мод близки в масштабе ширины полосы циклотронного резонанса. В этом случае, в отличие от случая большого разнеса собственных частот [4], электронные восприимчивости конкурирующих мод [5, 3] выражаются через электронную восприимчивость рабочей моды, что позволяет упростить исследование и сделать выводы, общие для МЦР-монотронов на различных гармониках циклотронной частоты с различными продольными распределениями полей в резонаторах. Количественные результаты, полученные с помощью ЭВМ, приводятся для МЦР-монотрона на первой гармонике циклотронной частоты с гауссовым распределением высокочастотного поля вдоль резонатора.

### 1. УРАВНЕНИЯ САМОСОГЛАСОВАННОГО ПОЛЯ

Укороченные уравнения самосогласованного поля, описывающие взаимодействие предварительно модулированного электронного потока с полями произвольного числа мод в резонаторе, можно записать в виде [3, 6]

$$\frac{dF_s}{d\tau} + iF_s \frac{d\varphi_s}{d\tau} + \frac{Q_1}{Q_s} F_s (1 + i\gamma_s + iI_s \chi_s) = 0; \quad (1)$$

$$\chi_s = \frac{2}{F_s} \int_0^{\mu} \overline{\overline{p \exp(-i\Phi_s) f_s^*(\zeta)}} d\zeta; \quad (2)$$

$$\frac{dp}{d\zeta} + ip(\Delta + \omega - 1) = -in\omega^{n-1} \sum_s f_s(\zeta) F_s \exp(i\Phi_s). \quad (3)$$

Уравнение движения электронов (3) интегрируется при начальном условии

$$p(\zeta = 0) = \exp[i(\vartheta_0 - X \sin \vartheta_0 + \Phi_c - \theta_{др})]. \quad (4)$$

Здесь  $F_s(\tau)$  и  $\varphi_s(\tau)$  — безразмерная амплитуда и фаза,  $\omega_s$  и  $Q_s$  — собственная частота и добротность  $s$ -моды,  $\gamma_s = 2Q_s(\omega - \omega_s)/\omega_s$ ,  $\tau = \omega t/2Q_1$ ,  $\omega$  — частота внешнего сигнала,  $I_s$  — параметр, пропорциональный произведению тока пучка, добротности  $Q_s$  и структурного фактора, характеризующего эффективность взаимодействия электронов с переменным полем,  $\chi_s$  — функция  $F_s$ ,  $\varphi_s$ , пропорциональная электронной восприимчивости  $s$ -моды,  $\mu = (\pi\beta_{\perp}^2/\beta_{\parallel}^2)(L/\lambda)$ ,  $\beta_{\perp} = v_{\perp 0}/c$ ,  $\beta_{\parallel} = v_{\parallel 0}/c$  — отношения скоростей невозмущенных вращательного и поступательного движений электронов к скорости света,  $L$  — длина резонатора,  $\lambda = 2\pi c/\omega$ ,  $\zeta$  — независимая переменная, пропорциональная продольной координате, отсчитываемой от входного сечения резонатора,  $\Delta = 2(\omega - n\omega_H)/\beta_{\perp}^2 \omega$ ,  $n$  — номер рабочей гармоники циклотронной частоты  $\omega_H$ ,  $\omega = |p|^{2/n}$  — относительная энергия вращательного движения электрона,  $f_s(\zeta)$  — функция продольного распределения поля  $s$ -моды,  $X$  — параметр группировки электронов на участке дрейфа, пропорциональный амплитуде внешнего сигнала,  $\theta_{др} = \Delta\mu_{др}$  — угол пролета электронов через участок дрейфа,  $\Phi_s = \varphi_s + (n - m_s)\psi_0$ ,  $m_s$  — азимутальный индекс  $s$ -моды. Двойная черта в (2) означает усреднение по начальной фазе вращательного движения электронов  $\vartheta_0$  и азимутальной координате центров электронных орбит  $\psi_0$ .

Синхронизованные колебания, соответствующие состоянию равновесия системы уравнений (1) — (4) с отличной от нуля амплитудой поля только рабочей ( $s = 1$ ) моды, возможны тогда, когда азимутальный индекс этой моды  $m_1$  совпадает с азимутальным индексом высокочастотного поля в модулирующем резонаторе  $m_c$ , а конкурирующие моды ( $s \neq 1$ ) имеют другие амплитудные индексы ( $m_s \neq m_1$ ) или их собственные частоты удовлетворяют неравенствам  $|\omega_1 - \omega_s| \gg \omega_{1,s}/Q_{1,s}$ . В этом состоянии равновесия функция  $\chi_1(F_1, \varphi_1, F_s = 0)$ , пропорциональная электронной восприимчивости рабочей моды, определяется соотношениями (4), (5), (9) [3] и может быть представлена рядом

$$\chi_1 = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \chi^{(l)}(F_1) R_l J_l(lX) \exp(-il\varphi_1), \quad (5)$$

где  $\chi^{(l)}$  — функции, зависящие только от амплитуды  $F_1$ , параметров  $\Delta$  и  $\mu$ ,  $J_l(lX)$  — функции Бесселя, коэффициенты  $R_l$  характеризуют уменьшение гармоник переменной составляющей тока сгруппированного электронного пучка на входе в резонатор вследствие разброса скоростей электронов, приводящего к разбросу  $\theta_{др}$  в начальных условиях (4).

Если все конкурирующие моды имеют близкие собственные частоты  $|\omega_1 - \omega_s| \ll \pi v_{10}/L$  и одинаковые продольные распределения полей  $f_s(\zeta) = f_1(\zeta)$ , то функции  $\chi_s$  ( $s \neq 1$ ), найденные из решения укороченных уравнений движения электронов (3), в достаточно малой

окрестности состояния равновесия могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{aligned} \chi_s = \chi_1 \frac{F_1}{F_s} \overline{\exp [i(\Phi_1 - \Phi_s)]} + \sum_{s' \neq 1} \frac{F_{s'}}{F_s} \left\{ \left( \chi_1 + \frac{F_1}{2} \frac{\partial \chi_1}{\partial F_1} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{i}{2} \frac{\partial \chi_1}{\partial \varphi_1} \right) \overline{\exp [i(\Phi_{s'} - \Phi_s)]} + \left( \frac{F_1}{2} \frac{\partial \chi_1}{\partial F_1} + \frac{i}{2} \frac{\partial \chi_1}{\partial \varphi_1} \right) \times \right. \\ \left. \times \overline{\exp [i(2\Phi_1 - \Phi_s - \Phi_{s'})]} \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Из характеристического уравнения системы (1)–(3), линеаризованной в окрестности состояния равновесия, следует, что стационарные одномодовые колебания устойчивы, если выполняются условия

$$B = I_1 \left( \frac{\partial \chi_1'}{\partial \varphi_1} - F_1 \frac{\partial \chi_1''}{\partial F_1} \right) > 0; \quad (7a)$$

$$C = I_1^2 F_1 \left( \frac{\partial \chi_1'}{\partial F_1} \frac{\partial \chi_1''}{\partial \varphi_1} - \frac{\partial \chi_1'}{\partial \varphi_1} \frac{\partial \chi_1''}{\partial F_1} \right) > 0; \quad (7b)$$

$$1 - I_s \chi_s'' > 0, \quad (7b)$$

где  $\chi_s'$  и  $\chi_s''$  — действительные и мнимые составляющие функций  $\chi_s$ .

При выполнении соотношений

$$|\omega_s - \omega_{s'}| \gg \frac{\omega_s}{Q_s} \delta_{m_s m_s'},$$

$$|2\omega_1 - \omega_s - \omega_{s'}| \gg \frac{\omega_s}{Q_s} \delta_{2m_1, m_s + m_s'},$$

реализуемых в МЦР-монотронах с не слишком высокими поперечными индексами мод в резонаторах, в (6) отлично от нуля только одно слагаемое ( $s' = s$ ), и условие (7в) в этом случае принимает вид

$$I_s < \tilde{I}_{s \text{ st}} = \begin{cases} I_1 (1 - B/2)^{-1} & (B < 2) \\ \infty & (B \geq 2) \end{cases}. \quad (8)$$

Здесь  $\delta_{ij}$  — символы Кронекера,  $\tilde{I}_{s \text{ st}}$  имеет смысл приведенного стартового тока конкурирующей моды при наличии стационарных колебаний на рабочей моде.

## 2. АНАЛИЗ УСЛОВИЙ УСТОЙЧИВОСТИ

Характеристики синхронизованного МЦР-монотрона определяются, главным образом, первым членом ряда (5) — зависимостью  $\chi''^{(0)}$  от амплитуды колебаний  $F_1$ . В той области параметров, в которой функция  $\chi''^{(0)}$  имеет максимум в точке  $F_1 = 0$ , МЦР-монотрон является генератором с мягким режимом возбуждения колебаний, а в области, где максимум  $\chi''^{(0)}$  достигается при  $F_1 > 0$ , — генератором с жестким режимом возбуждения. В этих двух случаях зависимости  $\tilde{I}_{s \text{ st}}$  от  $I_1$  имеют качественно различный вид.

На рис. 1 и 2 приведены значения  $\tilde{I}_{s\text{st}}$  и поперечного электронного КПД, равного  $\eta_{\perp} = F_1^2 \chi_1''$ , при оптимальной частоте внешнего сигнала, удовлетворяющей соотношению  $\frac{\partial \eta_{\perp}}{\partial \varphi_1} = 0$ , для МЦР-монотрона с  $n = 1$  и гауссовой функцией продольного распределения переменного поля в резонаторе  $f_s(\zeta) = \exp\{-3[(2\zeta/\mu) - 1]^2\}$ . Сплошные кривые на этих рисунках и рис. 3 соответствуют устойчивым по условиям (7 а) и (7 б) колебаниям, пунктирные — неустойчивым. Кривая  $F_1 = \tilde{F}_1$  или  $I_1 = \tilde{I}_1$ , определяемая равенством  $C = 0$ , является границей, выше которой колебания с максимальной амплитудой неустойчивы (при  $I_1 > \tilde{I}_1$  максимумы амплитудно-частотных характеристик на плоскости  $\gamma_1 F_1$  находятся в области состояний равновесия типа седла, где производная  $\frac{\partial \gamma_1}{\partial \varphi_1} < 0$  и условие (7 б) не выполняется [3]). В области  $I_1 > \tilde{I}_1$  устойчивые колебания имеют наибольшие амплитуды на границе полосы синхронизации, определяемой пересечением амплитудно-частотных характеристик с границей области седел  $C = 0$ .

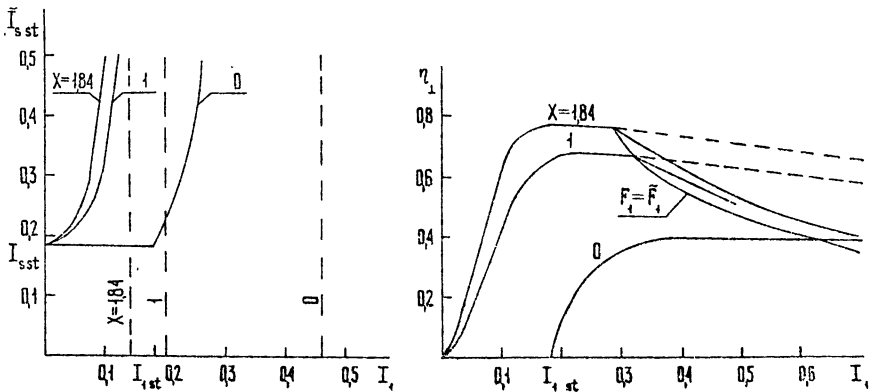


Рис. 1. Стартовое значение параметра  $I_s$  и поперечный электронный КПД при оптимальном  $\gamma_1$  в области мягкого возбуждения колебаний ( $n=1$ ,  $\mu=7$ ,  $\Delta=1$ ).

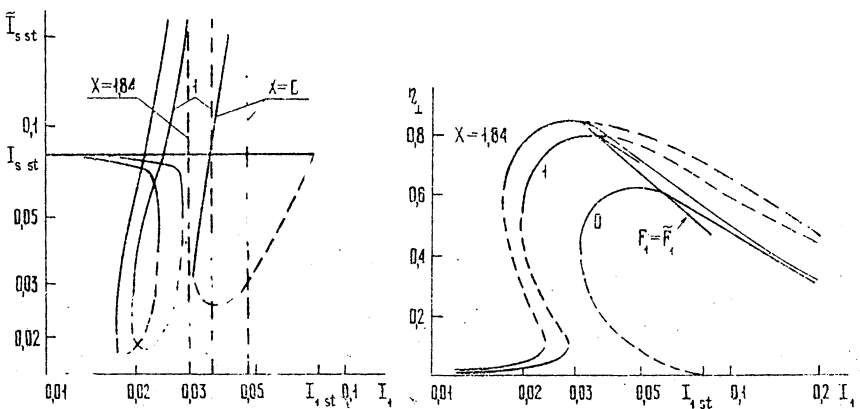


Рис. 2. Стартовое значение параметра  $I_s$  и поперечный электронный КПД при оптимальном  $\gamma_1$  в области жесткого возбуждения колебаний ( $n=1$ ,  $\mu=17$ ,  $\Delta=0,6$ ).

В автономном режиме ( $X = 0$ ) значения  $\tilde{I}_{s\ st}$  определяются вытекающим из (7 а) и (8) выражением

$$\tilde{I}_{s\ st} = \begin{cases} \left( \chi''^{(0)} + \frac{F_1}{2} \frac{\partial \chi''^{(0)}}{\partial F_1} \right)^{-1} = 2F_1 \left( \frac{\partial \eta_{\perp}}{\partial F_1} \right)^{-1} & \left( \frac{\partial \eta_{\perp}}{\partial F_1} > 0 \right) \\ \infty & \left( \frac{\partial \eta_{\perp}}{\partial F_1} \leq 0 \right) \end{cases} \quad (9)$$

При отсутствии высокочастотных колебаний в автономном МЦР-монотроне  $\tilde{I}_{s\ st} = I_{s\ st} = [\chi''^{(0)}(F_1 = 0)]^{-1}$ . В области мягкого возбуждения (рис. 1) и  $I_{1\ st} < I_1 < I_{1\ opt}$  (при  $I_1 = I_{1\ opt}$  КПД имеет максимальную величину) соотношение (9) приближенно можно записать в виде

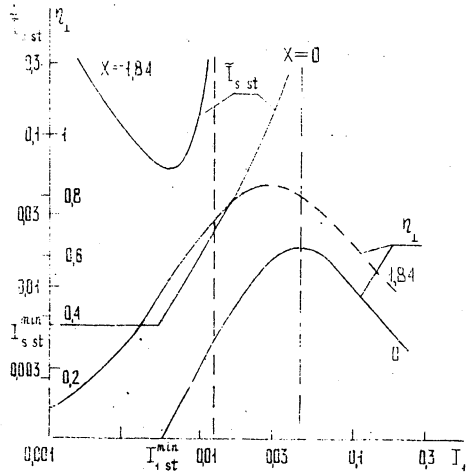


Рис. 3. Стартовое значение параметра  $I_s$  и поперечный электронный КПД при оптимальных  $\gamma_1, \Delta$  ( $n = 1, \mu = 17$ ).

$$\tilde{I}_{s\ st} = I_{s\ st} [1 + 2(I_1 - I_{1\ st})(I_{1\ opt} - I_1)^{-1}].$$

Если  $I_1 \geq I_{1\ opt}$ , то самовозбуждение конкурирующих мод в автономном МЦР-монотроне при наличии колебаний на рабочей моде становится невозможным ( $B \geq 2$ ).

По мере увеличения параметра группировки электронов до оптимального значения  $X \approx 1,84$  и увеличения амплитуды поля рабочей моды значение  $\tilde{I}_{s\ st}$  возрастает и обращается в бесконечность при  $I_1 = I_{1\ кр}$ , близком к  $I_{1\ opt}$ , но несколько меньшем последнего. Колебания в режимах, соответствующих максимумам амплитудно-частотных характеристик при  $X = 1,84$ , наиболее устойчивы относительно самовозбуждения конкурирующих мод.

В МЦР-монотроне с жестким возбуждением, в отличие от МЦР-монотрона с мягким возбуждением, увеличение амплитуды колебаний рабочей моды может привести к уменьшению стартовых токов конкурирующих мод (рис. 2). Величина  $\tilde{I}_{s\ st}$  существенно превышает  $I_{s\ st}$  лишь при токах пучка, близких к оптимальному.

Зависимость  $\tilde{I}_{s\ st}$  от  $I_1$  в режиме синхронизованных колебаний приближенно определяется соотношением (9), из которого следует, что увеличение устойчивости колебаний рабочей моды в режиме синхронизации связано с увеличением их амплитуды по сравнению с амплитудой свободных колебаний.

Графики, приведенные на рис. 1 и 2, получены при фиксированных параметрах  $\Delta$ , выбранных таким образом, что максимумы зависимостей КПД от  $I_1$  имеют наибольшие величины.

Представляют также интерес режимы МЦР-монотрона, в которых подстройкой величины параметра  $\Delta$  обеспечивается максимальный КПД при любом значении  $I_1$ . В случае такой оптимизации параметра

$\Delta$  условия (7 а), (7 б) выполняются при любых  $I_1 \leq I_{1 \text{ opt}}$ , а значение  $\tilde{I}_{s \text{ st}}$  в режиме синхронизации на порядок превышает  $\tilde{I}_{s \text{ st}}$  и минимальное по параметру  $\Delta$  стартовое значение —  $I_{s \text{ st}}^{\text{min}}$  автономного МЦР-монотрона (рис. 3).

В рассмотренной области параметров, в которой МЦР-монотрон имеет первый наибольший по величине максимум КПД, выполняются неравенства  $I_{1 \text{ кр}} \leq I_{1 \text{ opt}} \leq \tilde{I}_1$ . Поэтому однододовые одночастотные колебания в оптимальном режиме устойчивы при любых добротностях конкурирующих мод. Синхронизация колебаний в МЦР-монотроне существенно расширяет область параметров  $\mu, I$ , в которой невозможно самовозбуждение конкурирующих мод (рис. 4). Отклонение частоты

внешнего сигнала от оптимальной приводит к уменьшению  $\tilde{I}_{s \text{ st}}$ ; на границе полосы синхронизации, где  $B = 0$ , значение  $\tilde{I}_{s \text{ st}}$  равно  $I_1$ .

Зависимости рис. 1—4 рассчитывались без учета разброса начальных скоростей электронов (коэффициенты  $R_i$  в соотношении (5) принимались равными единице). Учет разброса скоростей при определении углов пролета электронов через длинный участок дрейфа качественно не изменяет характеристики синхронизованного МЦР-монотрона, хотя и приводит к некоторому уменьшению его КПД (рис. 5). Значения

$I_{1 \text{ кр}}$ ,  $I_{1 \text{ opt}}$ ,  $\tilde{I}_1$  с увеличением разброса скоростей возрастают приблизительно пропорционально уменьшению поперечного электронного КПД (величины  $F_{1 \text{ opt}}$  и  $\Delta_{\text{opt}}$  почти не зависят от разброса скоростей и параметра группировки электронов).

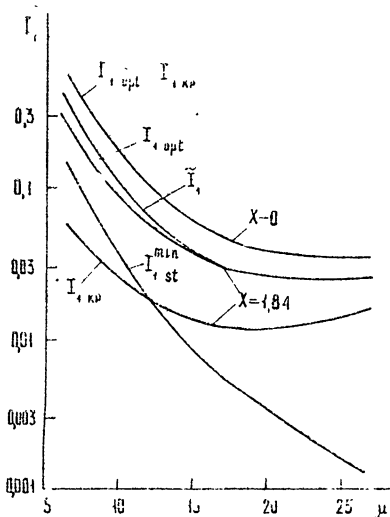


Рис. 4.

Рис. 4. Границы областей качественно различного поведения автономного ( $X=0$ ) и синхронизованного ( $X=1,84$ ) МЦР-монотронов при  $n=1$  и оптимальных  $\gamma_1, \Delta$ .

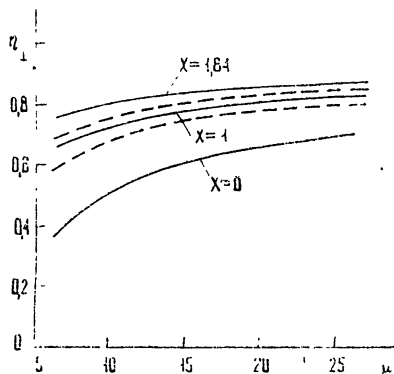


Рис. 5.

Рис. 5. Поперечный электронный КПД МЦР-монотрона с пучком без разброса скоростей электронов (сплошные линии) и с разбросом, соответствующим  $R_1=0,7$  (пунктирные) при  $n=1$  и оптимальных  $\gamma_1, \Delta, I_1$ .

Заметим, что наличие разброса скоростей позволяет при расчетах пренебрегать высшими гармониками переменной составляющей тока пучка на входе в резонатор. Пренебрежение в (5) членами с индексами

$|I| \geq 2$  при разбросе, вызывающем, например, изменение углов пролета электронов через участок дрейфа  $\theta_{др}$  на  $\pi$  (в этом случае  $R_1 \approx 0,7$ ), приводит к ошибке в определении поперечного электронного КПД, примерно равной 0,01 — 0,03.

Отметим также, что результаты численного исследования других МЦР-монотронов с различными функциями распределения поля в резонаторах (с одной продольной вариацией), работающих на различных гармониках циклотронной частоты ( $n \leq 5$ ), качественно совпадают с полученными выше.

Предварительная модуляция электронного пучка внешним сигналом при надлежащем выборе параметров синхронизованного МЦР-монотрона увеличивает стартовые значения параметров  $I_s$ , пропорциональных току пучка и добротностям конкурирующих мод. В режимах с максимальным КПД (при оптимальных величинах тока пучка и частоты внешнего сигнала) устойчивость одномодовых колебаний в МЦР-монотроне обеспечивается при любых добротностях конкурирующих мод независимо от значений параметров  $\mu$ ,  $\Delta$ ,  $X$ ,  $n$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Гапонов, М. И. Петелин, В. К. Юлпатов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 10, № 9—10, 1414 (1967).
2. А. В. Гапонов, А. Л. Гольденберг, Д. П. Григорьев, Т. Б. Панкратова, М. И. Петелин, В. А. Флягин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 18, № 2, 280 (1975).
3. В. С. Ергаков, М. А. Моисеев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 18, № 1, 120 (1975).
4. И. Г. Зарницына, Г. С. Нусинович, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 18, № 3, 459 (1975).
5. М. И. Петелин, В. К. Юлпатов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 18, № 2, 290 (1975).
6. М. А. Моисеев, Г. С. Нусинович, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 17, № 11, 1709 (1974).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию  
21 октября 1974 г.

#### TO THE STABILITY OF SINGLE-MODE OSCILLATIONS SYNCHRONIZED IN A MULTI-MODE CRM-MONOTRON

V. S. Ergakov, M. A. Moiseev, R. E. Erm

We consider the oscillation synchronization in CRM-monotron by a preliminary modulation of an electron beam (outside the resonator) at an arbitrary number of competing modes which are close in the frequency in the scale of the cyclotron resonant bandwidth. Sufficient conditions of synchronized oscillations are determined. It is shown that for the optimum parameters corresponding to the maximum efficiency, the instability of the operating mode oscillations is provided at any Q-factors of competing modes.