положениях величина $\frac{\mathcal{E}_n}{\omega_n}$ ($\mathcal{E}_n$ — энергия в n-й моде, ω_n — частота n-й моды) является адиабатическим инвариантом по крайней мере порядка $\frac{v}{c}\ln\frac{c}{v}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М Лифшиц, Теория поля, изд. Наука, М., 1968.
2. В. Н. Красильников, А. М. Панкратов, Электромагнитные поля в резонаторах с колеблющейся границей, сб. Проблемы дифракции и распространения волн, ЛГУ, вып. 8 (1968).
3. В. Н. Красильников, Т. А. Магомадова, О параметрической генерации электромагнитных колебаний в сферическом резонаторе с меняющимся во времени радиусом, сб. Проблемы дифракции и распространения волн, ЛГУ, вып. 13 (1974).

Поступила в редакцию
12 августа 1974 г.,
после доработки
15 марта 1976 г.

УДК 621.371

О КАНАЛИЗАЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В СРЕДАХ СО СТРУЙНЫМ ТЕЧЕНИЕМ

В. Д. Пикулин, Н. С. Степанов

Известно, что в движущейся среде неоднородность скорости дрейфа приводит к преломлению и отражению электромагнитных волн, даже если остальные параметры среды (плотность, температура и др.) постоянны [1, 2]. В результате в области струйных течений могут образоваться волноводные каналы, причем при определенных условиях собственные волны такого волновода оказываются неустойчивыми. В работах [3, 4] этот вопрос рассмотрен для струи с резкими границами. Ввиду гидродинамической неустойчивости тангенциального разрыва, однако, более реальной представляется струя с плавным профилем скорости по поперечному сечению. В связи с этим в настоящем сообщении кратко рассматривается случай «гладкого» плоскослоистого течения диэлектрической среды.

Пусть среда с постоянной диэлектрической проницаемостью движется вдоль оси x со скоростью $V(z)$; поля будем искать в виде $f(z)\,e^{i(\omega t - hx)}$. В слаборелятивистском приближении ($\beta^2 \gg 1$, $\varepsilon\beta^2 \ll 1$, где $\beta = V/c$) задача сводится к решению следующего уравнения для $f(z)$ [2]:

$$\frac{d^2 f}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2}\left(\varepsilon_{\text{эфф}}(z) - n_x^2\right) f = 0, \tag{1}$$

где*

$$n_x = \frac{ch}{\omega}, \qquad \varepsilon_{\text{эфф}}(z) = \varepsilon - 2 n_x (\varepsilon - 1)\,\beta(z). \tag{2}$$

Здесь функция $f(z)$ соответствует величине E_y для ТЕ-волн и H_y — для ТМ Уравнение (1), как уже отмечалось [2], совпадает с соответствующим уравнением для неподвижного диэлектрика с проницаемостью, равной $\varepsilon_{\text{эфф}}(z)$. Пусть $\beta(0) = \beta_0 > 0$, а при $z \to \pm\infty$ $\beta \to \beta_{1,2}$. Как известно, в неподвижной непоглощающей среде (при вещественной и положительной ε) волноводные решения возможны, лишь если внутри слоя величина $\varepsilon_{\text{эфф}}$ больше, чем вне его. Согласно (2), это соответствует $n_x(\varepsilon - 1) \times (\beta_0 - \beta_{1,2}) < 0$, т. е., например, при $\varepsilon > 1$ и $\beta_0 > \beta_{1,2}$ струя оказывает фокусирующее действие на обратные волны ($n_x < 0$), а прямые волны ($n_x > 0$), наоборот, расфокусируются, и канализация для них невозможна. В среде с $\varepsilon < 1$ ситуация в этом смысле противоположная — фокусируются прямые волны**.

* Можно показать, что для магнитной среды с $\mu \neq 1$ вместо ε в (2) входит величина $\varepsilon\mu$

** Строго говоря, в последнем случае нужно учесть дисперсию среды (см. ниже).

Более подробно рассмотрим конкретный случай симметричного слоя:

$$\beta(z) = 4\beta_0 \frac{e^{z/L}}{(1+e^{z/L})^2}, \tag{3}$$

т. е. здесь $\beta_{1,2} = 0$; параметр L имеет смысл характерной толщины струи. При этом профиль $\varepsilon_{эфф}(z)$ соответствует «слою Эпштейна» и (1) сводится к хорошо изученному гипергеометрическому уравнению Волноводные решения для такого слоя (в неподвижной среде) были проанализированы, например, в [5]; особенность нашей задачи в том, что неизвестная постоянная n_x сама входит в значение $\varepsilon_{эфф}$. С учетом этого дисперсионное уравнение для определения n_x можно записать в виде

$$\sqrt{n_x^2 - \varepsilon} = \left(4\frac{\omega L}{c}\right)^{-1} \left[\sqrt{1+\varkappa} - (1+2m)\right], \tag{4}$$

где $\varkappa = 32\, n_x \beta_0 (1-\varepsilon) \dfrac{\omega^2 L^2}{c^2}$, $m = 0, 1, 2, \ldots$ — номер собственной моды волновода

Приведем решение (4) при $|\varkappa| \ll 1$. Сначала заметим, что волноводному удержанию соответствуют те решения (4), для которых при $|z| \to \infty$

$$\mathrm{Re}\sqrt{n_x^2 - \varepsilon} \geqslant 0. \tag{5}$$

Из вида правой части (4) следует, что при $|\varkappa| \ll 1$ условие (5) может быть удовлетворено лишь для основной моды ($m = 0$), для которой

$$n_x \approx \pm\sqrt{\varepsilon}\left[1 + 8\beta_0^2 (1-\varepsilon)^2 \frac{\omega^2 L^2}{c^2}\right], \tag{6}$$

причем, в соответствии с вышесказанным, здесь нужно брать верхний знак при $\varepsilon < 1$ и нижний — при $\varepsilon > 1$. Поскольку $\varepsilon\beta^2 \ll 1$ и $|\varkappa| \ll 1$, то второй член в (6) относительно мал, и фазовая скорость волноводных волн оказывается близкой к скорости плоских волн в однородной неподвижной среде $(c/\sqrt{\varepsilon})$. В этом случае само принятое при выводе (1) приближение эквивалентно отбрасыванию членов $\sim \beta^2$ и $\left(\dfrac{hV}{\omega}\right)^2$ и справедливо для быстрых по сравнению с V волн. Поэтому физически вполне понятно, что канализируемые волны являются устойчивыми (для действительных ε и ω «показатель преломления» n_x также веществен) Численные расчеты показывают, что неустойчивость отсутствует также для высших типов волн, возможных при $|\varkappa| \gtrsim 1$ Выражения для функции $f_m(z)$, характеризующие структуру собственных полей по поперечному сечению волновода, можно найти, используя результаты [5].

В заключение отметим, что результаты можно обобщить также на случай поглощающих сред, полагая величину ε комплексной $\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon''$. Если мнимую часть ε также считать не зависящей от частоты, то все формулы (1)—(6) остаются непосредственно в силе Из (6) следует, что пока $\varepsilon'' > 0$, волноводные решения являются устойчивыми (экспоненциально затухающими) В частности, для вещественных h частота ω будет комплексной $\omega = \omega' + i\omega''$, причем $\omega'' > 0$ при $\varepsilon'' > 0$. Условие волноводного удержания согласно (4) и (5) теперь может быть записано в виде

$$\omega'(1-\varepsilon') - \omega''\varepsilon'' \begin{cases} > 0 \text{ — для прямых волн } (h > 0) \\ < 0 \text{ — для обратных} \end{cases}.$$

Таким образом наличие мнимой части ε расширяет область канализации для обратных волн и сужает — для прямых Если же поглощение связано с проводимостью среды σ, то в (2) вместо ε входит $\tilde{\varepsilon}(\omega, z) = \varepsilon - i\dfrac{4\pi\sigma}{\omega - hV}$, и мнимая часть $\tilde{\varepsilon}$ обладает дисперсией Для быстрых волн ($|hV| \ll \omega$), однако, имеем $(\omega - hV)^{-1} \approx \left(1 + \dfrac{hV}{\omega}\right)\Big/\omega$, и величина $\varepsilon_{эфф}(z)$ снова линейно зависит от $\beta(z)$. Здесь при $\sigma > 0$ волноводные поля также затухают, однако можно показать, что в отличие от предыдущего случая мнимая часть $\tilde{\varepsilon}$ в условие волноводного захвата не входит

Подобный подход оказывается плодотворным и при рассмотрении быстрых волн в произвольной среде с временной дисперсией Например, для ТЕ-волн уравнение (2) остается в силе [2], если под ε понимать значение диэлектрической проницаемости в сопровождающей системе отсчета, т. е. на частоте $\omega' \approx \omega - hV$. Заменяя в первом приближении $\varepsilon(\omega - hV) \approx \varepsilon(\omega) - \dfrac{\partial\varepsilon}{\partial\omega} hV$, получаем $\varepsilon_{эфф}(z) = \varepsilon(\omega) - 2n_x\left(\varepsilon(\omega) + \dfrac{\omega}{2}\dfrac{\partial\varepsilon}{\partial\omega} - 1\right)\beta(z)$, т. е. задача опять сводится к исследованию волн в неподвижной среде с проницаемостью $\varepsilon_{эфф}(z)$. Отсюда следует, в частности, что нормальный закон дисперсии $\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega} > 0\right)$ облегчает условие канализации обратных волн, а при $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega} < 0$ теперь уже возможна канализация прямых волн даже в среде с $\varepsilon > 1$. При этом в обоих случаях волны являются устойчивыми (при $\varepsilon'' > 0$ они экспоненциально затухают). Из физических соображений ясно, что неустойчивыми могут быть медленные волны ($|hV| \gtrsim \omega$), которые возможны в диспергирующих средах (в том числе—в плазме [3, 4]), однако в этом случае использованное выше приближение уже неприменимо. Разумеется, эффект неустойчивости имеет место также и для быстрых волн в активной среде ($\varepsilon'' < 0$).

Представляется, что учет упомянутых выше особенностей структуры полей в неоднородно-движущихся средах может быть полезным при интерпретации электромагнитных явлений как в астрофизических, так и в лабораторных условиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. V. G. Gavrilenko, G. A. Lupanov, N. S. Stepanov, URSI Symp. on Electromagnetic waves, Preprints, p. 518, изд. Наука, М., 1971; Проблемы дифракции и распространения волн, № 12, 129, изд. ЛГУ, 1973.
2. В. Г. Гавриленко, Г. А. Лупанов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 13, № 9, 1350 (1970).
3. В. Г. Гавриленко, Г. А. Лупанов, Н. С. Степанов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 13, № 5, 700 (1970).
4. В. Д. Пикулин, Н. С. Степанов, ЖТФ, 45, № 11, 2288 (1975).
5. С. Н. Столяров, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 13, № 5, 749 (1970).

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
12 мая 1975 г.