ридных ИМС 217 серии. Он может быть использован для цифрового управления синтезаторами типов Ч6-31 и Ч6-58. В этом случае цифровой дискриминатор и цепь авторегулирования не используются.

ЛИТЕРАТУРА

1. Т. М. Егорова, Н Ф. Рыжков, Изв. Главн. астр. обсерв. в Пулкове, № 172, 194 (1964).
2. Н. Ф. Рыжков, Изв. Главн. астр. обсерв. в Пулкове, № 188, 172 (1972).
3. З. А. Алферова, Н. В. Быстрова, И. В. Госачинский, З. Г. Трунова, Изв. Главн. астр. обсерв. в Пулкове, № 188, 216 (1972).

Ленинградский филиал специальной астрофизической обсерватории АН СССР

Поступила в редакцию 9 сентября 1975 г.

УДК 533.925

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ СФЕРОЙ, ПОКРЫТОЙ РАДИАЛЬНО НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕННОЙ ОБОЛОЧКОЙ

В. А. Пермяков

1. В настоящей работе с помощью строгого численного решения и в приближении геометрической оптики проанализированы особенности обратного рассеяния электромагнитных волн идеально проводящей сферой с радиально неоднородной плазменной оболочкой. Показано, что при изменении параметров плазменной оболочки сечение обратного рассеяния (СОР) имеет минимум, когда концентрация электронов на поверхности сферы (при монотонно растущих законах $\varepsilon(r)$) равна критической. При этом эффект минимизации СОР допускает наглядную и простую физическую интерпретацию в приближении геометрической оптики.

2. Рассмотрим объяснение этого эффекта в приближении геометрической оптики. Геометрооптическое сечение обратного рассеяния сферы с радиально неоднородной плазменной оболочкой определяется в случае малых потерь формулой, являющейся очевидным обобщением аналогичной формулы для радиально неоднородной плазмы [1]:

$$\sigma_{\text{г. о}} = \frac{\pi\eta^2}{I^2}, \qquad I = \frac{1}{\alpha} + \int\limits_{r_1}^{\alpha} \frac{dr}{r^2 n(r)}, \qquad \eta = \exp\left(-2\int\limits_{r_1}^{\alpha} \varkappa(r)\,dr\right), \tag{1}$$

где $n - i\varkappa = \sqrt{\varepsilon}$, ε — относительная комплексная диэлектрическая проницаемость плазмы, α — внешний радиус плазменной оболочки, радиус $r_1 = \min(\rho, \rho_0)$, ρ — радиус металлической сферы, ρ_0 — радиус отрицательного плазменного ядра, определяемый условием $\operatorname{Re}\varepsilon(\rho_0) = 0$. Здесь и ниже все линейные размеры нормированы умножением на волновое число свободного пространства k_0.

Для линейного закона $\varepsilon = 1 + a(r - \alpha)$, $a = \operatorname{Re} a(1 + i\bar{\nu})$ имеем при $\bar{\nu} = 0$

$$I = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{\bar{a}}}\left\{\frac{\sqrt{r-\rho_0}}{r\rho_0} + \frac{1}{2\rho_0}\left[\begin{matrix} \dfrac{2}{\sqrt{\rho_0}}\operatorname{arctg}\sqrt{\dfrac{r-\rho_0}{\rho_0}} \\ \dfrac{1}{\sqrt{-\rho_0}}\ln\dfrac{\sqrt{r-\rho_0}-\sqrt{-\rho_0}}{\sqrt{r-\rho_0}+\sqrt{-\rho_0}} \end{matrix}\right]\right\}\Bigg|_{r_1}^{\alpha}, \tag{2}$$

где верхняя строчка в квадратных скобках в (2) берется при $\rho_0 > 0$, нижняя при $\rho_0 < 0$.

Физическая картина поведения сечения обратного рассеяния, как следует из (2), такова. При фиксированных радиусах сферы и плазменной оболочки с увеличением градиента диэлектрической проницаемости, пока в слое $\varepsilon > 0$, отражение происходит от поверхности сферы, а сечение уменьшается вследствие роста рефракции лучей. Единственный минимум сечения достигается, когда концентрация электронов на поверхности проводящей сферы равна критической. При дальнейшем увеличении градиента ε поверхность отражения приближается к внешней границе плазменной оболочки, уменьшается рефракция лучей и сечение рассеяния растет.

Рассмотрим теперь монотонные функции $\varepsilon(r)$, определяемые условием

$$\frac{d\,\varepsilon(\rho_0)}{d\,\rho_0} \geqslant \frac{d\,\varepsilon}{dr} \quad \text{при} \quad r \geqslant \rho_0. \tag{3}$$

Тогда линейная функция $\varepsilon^*(r) = \frac{d\,\varepsilon(\rho_0)}{d\,\rho_0}(r-\rho_0)$ является мажорантой, а функция $\varepsilon^{**}(r) = \frac{r-\rho_0}{a-\rho_0}$ — минорантой монотонной функции $\varepsilon(r)$, откуда следует, что

$$\sigma_{\text{г. о}}(\varepsilon^*) < \sigma_{\text{г. о}}(\varepsilon) < \sigma_{\text{г. о}}(\varepsilon^{**}). \tag{4}$$

В соответствии с (4) для профилей $\varepsilon(r)$, определяемых условием (3), при фиксированном a и переменном ρ_0, обязательно имеется минимум σ, причем, вследствие монотонности ε, единственный. При условии на производную ε, противоположном (3), доказательство аналогично.

3. Рассмотрим теперь некоторые результаты точных расчетов СОР, проведенных по алгоритму, предложенному в [2] (см. также [3]), и сравнение их с приближением геометрической оптики. Расчеты проводились для сферы фиксированного радиуса и фиксированной толщины плазменной оболочки на трех частотах, связанных отношением $\omega_1 = \frac{\omega_2}{5} = \frac{\omega_3}{15}$. Диэлектрическая проницаемость плазмы менялась по линейному закону в диапазоне градиентов ε от 0,01 до 10. Варьировалась также частота соударений ν. Численные результаты показаны на рис. 1—3 сплошной линией, приближение геометрической оптики—пунктиром.

Как следует из рис. 1, для сферы радиуса $\rho = 2$ резкий минимум СОР появляется только при достаточно малых потерях. В рассматриваемом случае сравнительно малой толщины плазменного слоя приближение геометрической оптики качественно объясняет появление минимума СОР при малых потерях, но с увеличением потерь дает качественно неверный результат.

При увеличении частоты (рис. 2 и 3) эффект минимизации СОР ярко выражен и наблюдается как в отсутствие, так и при наличии потерь. Обратим внимание на «игольчатый» характер минимума σ для плазмы без потерь (выделен крупным масштабом в правой части рис. 3).

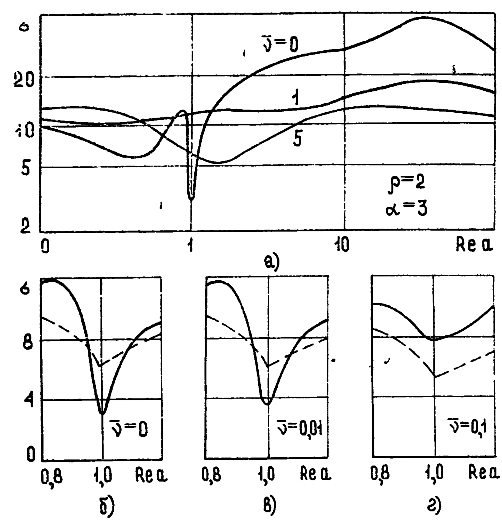
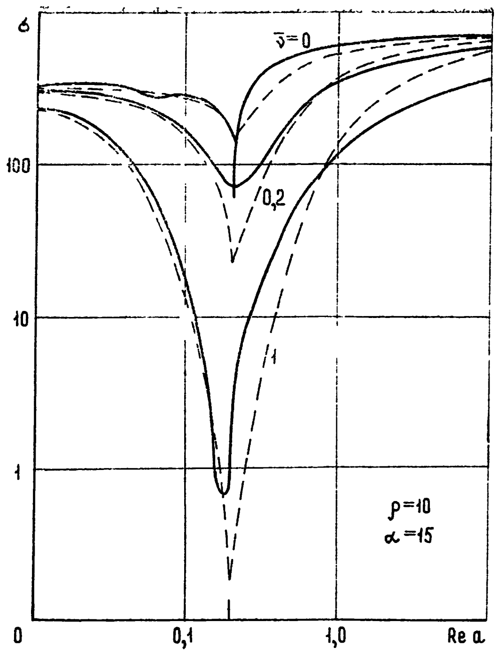


Рис. 1.

Приближение геометрической оптики на частотах ω_2 и ω_3 дает правильное качественное описание эффекта минимизации σ, а в области $\operatorname{Re} a < (a-\rho_0)^{-1}$, где $\operatorname{Re}\varepsilon(\rho) > 0$, и хорошее количественное согласие со строгим расчетом. Несколько худшие результаты дает приближение геометрической оптики в области $\operatorname{Re} a > (a-\rho_0)^{-1}$ ($\operatorname{Re}\varepsilon(\rho) < 0$), что объясняется заметным вкладом дифракционных эффектов, возникающих в освещенной области радиально неоднородной плазмы с переходящим через нулевое значение законом ε [3]. Погрешность приближения геометрической оптики оказывается наибольшей в области минимума СОР.

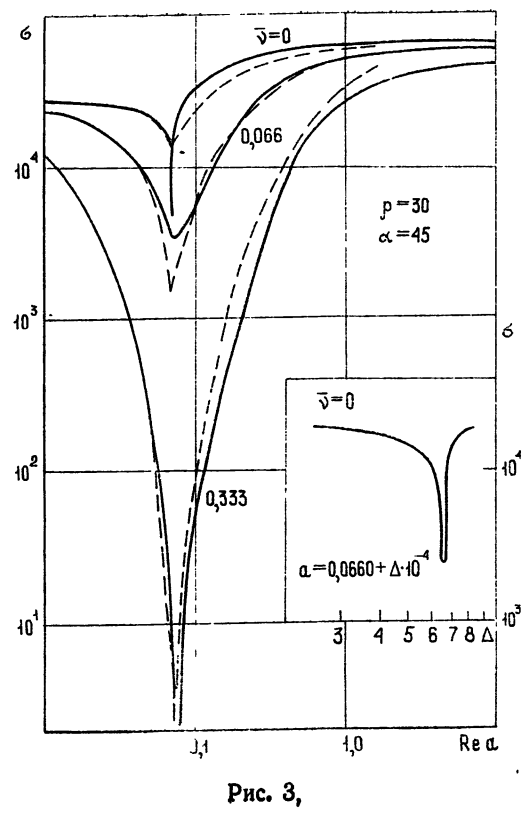
Учет потерь в слабонеоднородной плазме, как следует из рис. 2, 3, приводит к заметному уменьшению минимального значения σ при одновременном увеличении ширины области минимума, в то же время положение минимума σ как функции параметра $\operatorname{Re} a$ (вещественной части градиента ε) практически не меняется.

При небольших потерях положение минимума σ фиксируется приближением геометрической оптики с хорошей точностью. Учитывая это, можно использовать эффект минимизации СОР для диагностики параметров плазменной оболочки. При



б
$\bar{\nu}=0$
100
0,2
10
1
1
$\rho=10$
$\alpha=15$
0
0,1
1,0
Re a

Рис. 2.



б
$\bar{\nu}=0$
0,066
10^4
$\rho=30$
$\alpha=45$
10^3
б
$\bar{\nu}=0$
10^2
0,333
10^4
$a=0{,}0660+\Delta\cdot10^{-4}$
10^1
10^3
3 4 5 6 7 8 Δ
0,1
1,0
Re a

Рис. 3,

этом положение минимума (для монотонных профилей ε) определяет в случае малых потерь критическое значение концентрации электронов на поверхности сферы. По ширине области минимума, исходя из строгого решения задачи для эталонных законов ε, можно оценить частоту соударений в плазме.

4. Аналогичные закономерности поведения СОР следует ожидать и для гладких тел несферической формы, при более общем виде неоднородности плазмы. Для количественного анализа в этих случаях может быть использован аналог метода физической оптики для неоднородных сред [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. П. Марьин, Радиотехника и электроника, 9, 235 (1968).
2. В. А. Пермяков, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 11, № 4, 531 (1968).
3. В. А. Пермяков, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика (в печати).
4. Ю. И. Орлов, Труды МЭИ, вып. 119, 82 (1972).

Московский энергетический институт

Поступила в редакцию
17 сентября 1975 г.

УДК 538.59 : 519.25

О СВЯЗИ ЛАГРАНЖЕВЫХ И ЭЙЛЕРОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНЫХ ПОЛЕЙ

А. Н. Малахов, А. И. Саичев

1. Во многих физических задачах представляет интерес исследование статистических свойств как эйлеровых, так и лагранжевых характеристик случайных полей, а также связи между ними. Некоторые из этих связей были рассмотрены в работах [1—3]. Данная статья посвящена установлению новых соотношений между лагранжевыми и эйлеровыми характеристиками случайных полей, дополняющих связи, найденные в [1—3].

2. Рассмотрим для определенности поле скоростей турбулентной жидкости $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x}, t)$. Введем связанное с ним поле концентрации пассивной примеси $\rho(\boldsymbol{x}, t)$, которое рассмотрим, пренебрегая молекулярной диффузией Будем считать концентрацию примеси в начальный момент известной: $\rho(\boldsymbol{x}, 0) = \rho_0(\boldsymbol{x})$. Лагранжево распределение скорости, концентрации примеси и координат m фиксированных жидких частиц по определению равно:

$$f_m[\boldsymbol{v}_1, \ldots, \boldsymbol{v}_m, \rho_1, \ldots, \rho_m, \boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_m; t_1, \ldots, t_m \mid \boldsymbol{x}_{10}, \ldots, \boldsymbol{x}_{m0}] \equiv$$
$$\equiv \left\langle \prod_{l=1}^{m} \delta[\boldsymbol{v}_l - \boldsymbol{v}(\boldsymbol{x}_l, t_l)]\, \delta[\rho_l - \rho(\boldsymbol{x}_l, t_l)]\, \delta[\boldsymbol{x}_l - \boldsymbol{x}(t_l \mid \boldsymbol{x}_{l0})] \right\rangle. \tag{1}$$

Здесь $\boldsymbol{x}_{10}, \ldots, \boldsymbol{x}_{m0}$ — координаты рассматриваемых жидких частиц в начальный момент t_0, $\boldsymbol{x}(t_1 \mid \boldsymbol{x}_{10}), \ldots, \boldsymbol{x}(t_m \mid \boldsymbol{x}_{m0})$ — их координаты в моменты $t_1, \ldots, t_m$. Статистическое усреднение $\langle \cdots \rangle$ здесь идет по ансамблю случайных полей $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x}, t)$, $\rho(\boldsymbol{x}, t)$, $\boldsymbol{x}(t \mid \boldsymbol{x}_0)$.

Домножим (1) на $\prod_{l=1}^{m} \rho_0(\boldsymbol{x}_{l0})$, проинтегрируем по $\boldsymbol{x}_{10}, \ldots, \boldsymbol{x}_{m0}$ и учтем, что

$$\prod_{l=1}^{m} \iiint_{-\infty}^{\infty} \rho_0(\boldsymbol{x}_{l0})\, \delta[\boldsymbol{x}_l - \boldsymbol{x}(t_l \mid \boldsymbol{x}_{l0})]\, d\boldsymbol{x}_{l0} = \prod_{l=1}^{m} \rho(\boldsymbol{x}_l, t_l). \tag{2}$$

В результате получим:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \overset{3m}{\cdots} \int f_m[\boldsymbol{v}_1, \ldots, \boldsymbol{v}_m, \rho_1, \ldots, \rho_m, \boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_m; t_1, \ldots, t_m \mid \boldsymbol{x}_{10}, \ldots, \boldsymbol{x}_{m0}] \prod_{l=1}^{m} \rho_0(\boldsymbol{x}_{l0})\, d\boldsymbol{x}_{l0} \equiv$$