

УДК 539.2

## НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ТОКОПЕРЕНОС В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ ПРИ ИНЖЕКЦИИ НОСИТЕЛЕЙ СВЕТОВЫМ ИМПУЛЬСОМ

*С. Р. Кельнер, А. И. Руденко*

Получено аналитическое решение задачи о нестационарном токе, который следует за импульсом фотоинжекции. Анализируется кинетика носителей обоих знаков в процессе токопереноса.

Теоретическое рассмотрение нестационарного токопереноса представляет интерес в связи с изучением свойств и параметров твердых тел, а также в связи с анализом работы современных полупроводниковых приборов.

В работах [1, 2] был рассмотрен фотоинжекционный ток в случае, когда носители создаются импульсом света в узкой области вблизи одного из контактов, причем оба контакта являются неинжектирующими. В этом случае имеет место перенос носителей только одного знака (монополярная инжекция). В настоящей работе будут проанализированы случаи, когда в объем образца, находящегося под постоянным напряжением  $U_0$ , инжектируются носители обоих знаков (двойная инжекция). В первом случае импульс света создает электроны и дырки во всем объеме плоскопараллельного образца. Для этого характерная длина поглощения света должна превышать толщину образца  $L$ . Другая возможность для создания двойной инжекции при освещении импульсом света — использование образца, у которого один из контактов (например, катод) инжектирующий. Тогда в неосвещенном образце имеет место монополярный электронный ток, ограниченный пространственным зарядом. Освещение образца импульсом света со стороны анода вызывает инжекцию дырок в объем и обеспечивает токоперенос носителей обоих знаков. Ниже будут проанализированы оба случая.

Совместный перенос дырок и электронов описывается системой уравнений

$$\frac{\partial}{\partial t'} N(x', t') + \frac{\partial}{\partial x'} [\mu_e N(x', t') E(x', t')] = -RN(x', t')P(x', t'); \quad (1a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t'} P(x', t') - \frac{\partial}{\partial x'} [\mu_h P(x', t') E(x', t')] = -RN(x', t')P(x', t'); \quad (1б)$$

$$\frac{\partial}{\partial x'} E(x', t') = \frac{4\pi q}{x} [N(x', t') - P(x', t')], \quad (1в)$$

(1а) — уравнение непрерывности для электронов, (1б) — уравнение непрерывности для дырок, (1в) — уравнение Пуассона. В (1)  $x'$  — координата ( $0 \leq x' \leq L$ ),  $t'$  — время,  $N$  — плотность электронов,  $P$  — плотность дырок,  $E$  — напряженность поля,  $\mu_e$  — подвижность электрона,  $\mu_h$  — подвижность дырки,  $q$  — заряд носителя,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость,  $R$  — величина, характеризующая рекомбинацию. Предполагается, что при  $x' = 0$  находится катод, а при  $x' = L$  — анод.

Общим для обеих задач является также условие, учитывающее постоянство напряжения на образце:

$$\int_0^L dx' E(x', t') = U_0. \quad (2)$$

Рассмотрим сначала задачу первого типа. В этой задаче контакты предполагаются неизжестирующими:

$$\mu_e N(0, t') E(0, t') = 0, \quad \mu_h P(L, t') E(L, t') = 0,$$

катод не инжектирует электроны, а анод — дырки в образце. В начальный момент  $t' = 0$  световой импульс создает электроны и дырки с однородной плотностью  $N_0$  (одинаковой для электронов и дырок) во всем объеме образца. Указания на такую ситуацию можно найти, например, в работе [3], где, однако, рассмотрен случай, когда полный ток равен нулю, а напряжение релаксирует (разомкнутая цепь). Мы рассматриваем задачу о нахождении неравного нуля и зависящего от времени полного тока в условиях замкнутой на постоянное напряжение  $U_0$  цепи. Кроме того, в отличие от [3] мы учитываем рекомбинацию.

Начальные условия для задачи первого типа имеют вид

$$N(x', 0) = N_0, \quad P(x', 0) = N_0, \quad E(x', 0) = \frac{U_0}{L}. \quad (3)$$

Систему (1) — (3) удобно записать в безразмерных величинах:

$$x = \frac{x'}{L}, \quad t = \frac{\mu_e U_0 t'}{L^2}, \quad \varepsilon = \frac{EL}{U_0}, \quad n = \frac{4\pi q N L^2}{x U_0}, \quad p = \frac{4\pi q P L^2}{x U_0},$$

$$\rho_0 = \frac{4\pi q N_0 L^2}{x U_0}, \quad r = \frac{x R}{4\pi q \mu_e}, \quad b = \frac{\mu_h}{\mu_e}.$$

В задаче первого типа мы проанализируем случай, когда подвижность электронов значительно превышает подвижность дырок ( $b \ll 1$ ). В этом случае на стадии релаксации электронов можно пренебречь током проводимости дырок. Тогда задача в безразмерных величинах запишется в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} n(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} [n(x, t) \varepsilon(x, t)] = -rn(x, t)p(x, t); \quad (4a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} p(x, t) = -rn(x, t)p(x, t); \quad (4б)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \varepsilon(x, t) = n(x, t) - p(x, t); \quad (4в)$$

$$\int_0^1 dx \varepsilon(x, t) = 1; \quad (5)$$

$$n(x, 0) = \rho_0, \quad p(x, 0) = \rho_0, \quad \varepsilon(x, 0) = 1. \quad (6)$$

Из (4) следует, что полный ток не зависит от  $x$ :

$$n(x, t) \varepsilon(x, t) + \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon(x, t) = j(t). \quad (7)$$

Задача решается методом характеристик. Характеристики задачи (4) — интегральные кривые уравнения

$$\frac{dx}{dt} = \varepsilon(x, t) \quad (8)$$

— линии тока. При  $t > 0$  электроны под действием поля начинают двигаться к аноду  $x = 1$ , причем одновременно идет процесс рекомбинации. Образец оказывается разделенным на две области крайней линией тока  $x_*(t)$ , которая соответствует электронам, находившимся при  $t = 0$  на катоде ( $x = 0$ ). В области  $x_*(t) \leq x \leq 1$  плотности электронов и дырок, уменьшаясь из-за рекомбинации, остаются однородными и равными друг другу:  $n = p$ ,  $x_*(t) \leq x \leq 1$ .

Тогда в этой области (4) и (6) дают

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -rn^2, \quad \frac{\partial p}{\partial t} = -rp^2,$$

$$n(x, t) = \rho_0(1 + \rho_0 r t)^{-1}, \quad p(x, t) = \rho_0(1 + \rho_0 r t)^{-1}. \quad (9)$$

Из (4) и (9) следует, что поле в области  $x_*(t) \leq x \leq 1$  однородно:

$$\varepsilon(x, t) = \varepsilon_*(t) \quad (x_*(t) \leq x \leq 1). \quad (10)$$

Тогда (8) дает

$$\frac{dx_*(t)}{dt} = \varepsilon_*(t). \quad (11)$$

Применяя (7) в области  $x_*(t) \leq x \leq 1$  и используя (9) и (10), получаем

$$j(t) = \frac{d\varepsilon_*(t)}{dt} + \frac{\rho_0}{1 + \rho_0 r t} \varepsilon_*(t). \quad (12)$$

Левее крайней линии тока электронов нет,

$$n(x, t) = 0 \quad (0 \leq x \leq x_*(t)). \quad (13)$$

Проинтегрируем (7) по  $x$  от 0 до 1 с использованием (5), (9), (10) и (13):

$$j(t) = [1 - x_*(t)] \frac{\rho_0}{1 + \rho_0 r t} \varepsilon_*(t). \quad (14)$$

(12), (14), (11) дают уравнение

$$\frac{d^2 x_*}{dt^2} + \frac{\rho_0}{1 + \rho_0 r t} \frac{dx_*}{dt} x_* = 0, \quad (15)$$

решая которое с начальными условиями  $x_*(0) = 0$ ,  $\left. \frac{dx_*}{dt} \right|_{t=0} = 1$ , получаем

$$x_*(t) = \frac{2}{\rho_0} \left\{ r \sqrt{1 + \frac{2}{r^2 \rho_0}} \operatorname{cth} \left[ \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{2}{r^2 \rho_0}} \ln(1 + r \rho_0 t) \right] - r \right\}^{-1}, \quad (16)$$

$$x_*(\infty) = \sqrt{r^2 + \frac{2}{\rho_0}} + r;$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_*(t) &= \left(1 + \frac{2}{r^2 \rho_0}\right) \frac{r^2}{1 + r \rho_0 t} \times \\ &\times \left\{ r \sqrt{1 + \frac{2}{r^2 \rho_0}} \operatorname{ch} \left[ \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{2}{r^2 \rho_0}} \ln(1 + r \rho_0 t) \right] - \right. \\ &\left. - r \operatorname{sh} \left[ \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{2}{r^2 \rho_0}} \ln(1 + r \rho_0 t) \right] \right\}^{-2}; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} j(t) &= \left(1 + \frac{2}{r^2 \rho_0}\right) \frac{\rho_0 r^2}{(1 + r \rho_0 t)^2} \times \\ &\times \left\{ r \sqrt{1 + \frac{2}{r^2 \rho_0}} \operatorname{ch} \left[ \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{2}{r^2 \rho_0}} \ln(1 + r \rho_0 t) \right] - \right. \\ &\left. - \left(r + \frac{2}{\rho_0}\right) \operatorname{sh} \left[ \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{2}{r^2 \rho_0}} \ln(1 + r \rho_0 t) \right] \right\} \times \\ &\times \left\{ r \sqrt{1 + \frac{2}{r^2 \rho_0}} \operatorname{ch} \left[ \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{2}{r^2 \rho_0}} \ln(1 + r \rho_0 t) \right] - \right. \\ &\left. - r \operatorname{sh} \left[ \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{2}{r^2 \rho_0}} \ln(1 + r \rho_0 t) \right] \right\}^{-3}. \end{aligned} \quad (18)$$

В случае  $r \ll 1$  (слабая рекомбинация) формулы (16)–(18) упрощаются:

$$x_*(t) = \left(\frac{2}{\rho_0}\right)^{1/2} \operatorname{th} \left[ \left(\frac{\rho_0}{2}\right)^{1/2} t \right], \quad x_*(\infty) = \left(\frac{2}{\rho_0}\right)^{1/2}; \quad (19)$$

$$\varepsilon_*(t) = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \left[ \left(\frac{\rho_0}{2}\right)^{1/2} t \right]}; \quad (20)$$

$$j(t) = \frac{(2\rho_0)^{1/2}}{\operatorname{ch}^2 \left[ \left(\frac{\rho_0}{2}\right)^{1/2} t \right]} \left\{ \left(\frac{\rho_0}{2}\right)^{1/2} - \operatorname{th} \left[ \left(\frac{\rho_0}{2}\right)^{1/2} t \right] \right\}. \quad (21)$$

В области  $0 \leq x \leq x_*(t)$  электронов нет, в этой области остались только дырки, неоднородно распределенные по толщине образца со стационарной плотностью  $p_\infty(x)$ , которую «приносит» в точку крайняя характеристика  $x_*(t)$ . Исключая  $t$  из (9) и (16), получаем

$$\begin{aligned} p(x, t) = p_\infty(x) = \rho_0 \left[ \frac{1 - \left(r \sqrt{1 + \frac{2}{r^2 \rho_0}} + r\right)^{-1} x}{1 + \left(r \sqrt{1 + \frac{2}{r^2 \rho_0}} - r\right)^{-1} x} \right]^{(1 + \frac{2}{r^2 \rho_0})^{-1/2}} \\ (0 \leq x \leq x_*(t)). \end{aligned} \quad (22)$$

Напряженность в области  $0 \leq x \leq x_*(t)$  дается формулой

$$\varepsilon(x, t) = \varepsilon_*(t) + \int_x^{x_*(t)} dx' \rho_{\infty}(x') \quad (0 \leq x \leq x_*(t)). \quad (23)$$

Из формулы (16) видно, что в зависимости от значений  $r, \rho_0$  возможны два случая:

1)  $\sqrt{r^2 + \frac{2}{\rho_0}} + r \leq 1$  — крайняя характеристика  $x_*(t)$  не достигает анода ( $x = 1$ ),

2)  $\sqrt{r^2 + \frac{2}{\rho_0}} + r > 1$  — крайняя характеристика достигает анода в момент времени  $t_1$ :

$$t_1 = t_1(\rho_0, r) = \frac{1}{r\rho_0} \left( \frac{\frac{2}{\rho_0} + r \sqrt{1 + \frac{2}{r^2\rho_0}} + r}{\frac{2}{\rho_0} - r \sqrt{1 + \frac{2}{r^2\rho_0}} + r} \right)^{\left(1 + \frac{2}{r^2\rho_0}\right)^{-1/2}} - \frac{1}{r\rho_0} \quad (24)$$

(положительность знаменателя в (24) обеспечивается условием  $\sqrt{r^2 + \frac{2}{\rho_0}} + r > 1$ ). При слабой рекомбинации ( $r \ll 1$ ) случай 2) реализуется, когда  $\rho_0 < 2$  и формула (24) упрощается:

$$t_1 = t_1(\rho_0) = \frac{1}{2} \left( \frac{2}{\rho_0} \right)^{1/2} \ln \left[ \frac{1 + \left( \frac{\rho_0}{2} \right)^{1/2}}{1 - \left( \frac{\rho_0}{2} \right)^{1/2}} \right]. \quad (25)$$

В случае 1) при  $t \gg 1$  образец разделен на две части: область  $0 \leq x \leq x_*(\infty)$ , которая заряжена дырками с плотностью  $\rho_{\infty}(x)$ , и область  $x_*(\infty) \leq x \leq 1$ , которая не заряжена. В случае 2) при  $t > t_1$  весь образец заряжен дырками с плотностью  $\rho_{\infty}(x)$ , а ток  $j(t)$  существует только при  $t \leq t_1$  (и описывается формулой (18)), при  $t > t_1$   $j(t) = 0$ . В случае малого сигнала  $\rho_0 \ll 1$ ,  $\rho_0 \ll r^{-1}$  ток описывается формулой

$$j(t) = \rho_0(1 - t), \quad t \leq 1, \quad j(t) = 0, \quad t > 1. \quad (26)$$

Рис. 1 иллюстрирует зависимость  $j(t)$  при различных значениях параметров  $\rho_0, r$ .

Рассмотрим теперь задачу второго типа, в которой один из контактов находящегося под напряжением образца (катод) инжектирующий, а другой (анод) — неинжектирующий. В образце имеет место стационарный электронный ток, ограниченный пространственным зарядом. В момент  $t' = 0$  световой импульс со стороны анода рождает в узлом слое вблизи контакта пары. Электроны уходят на анод, а дырки втягиваются в образец, порождая дырочную составляющую тока. Кроме того, дырки искажают поле в образце, а, поскольку напряжение поддерживается постоянным, это искажение приведет и к изменению электронной составляющей тока.

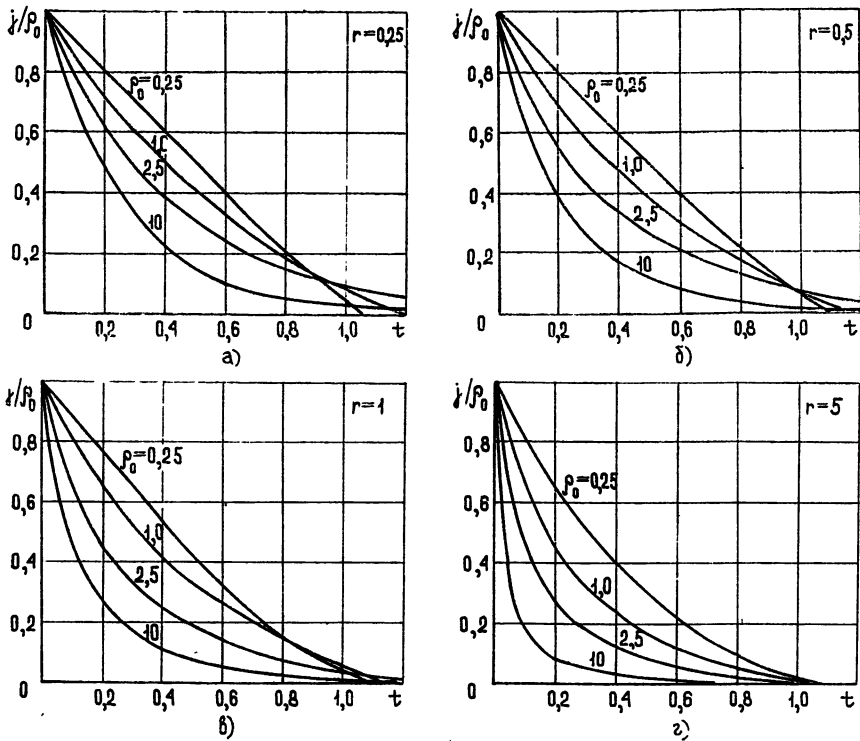


Рис. 1.

Для рассматриваемой задачи второго типа систему (1) удобно записать в безразмерных величинах

$$x = \frac{x'}{L}, \quad t = \frac{3}{4} \frac{\mu_e U_0 t'}{L^2}, \quad \varepsilon = \frac{E \Delta}{U_0}, \quad n = \frac{4\pi q N L^2}{x U_0}, \quad p = \frac{4\pi q P L^2}{x U_0}, \quad b = \frac{\mu_h}{\mu_e}, \quad r = \frac{x R}{3\pi q \mu_e}$$

следующим образом:

$$\frac{3}{4} \frac{\partial}{\partial t} n(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} [n(x, t) \varepsilon(x, t)] = -r n(x, t) p(x, t); \quad (27)$$

$$\frac{3}{4} \frac{\partial}{\partial t} p(x, t) - b \frac{\partial}{\partial x} [p(x, t) \varepsilon(x, t)] = -r n(x, t) p(x, t); \quad (28)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \varepsilon(x, t) = n(x, t) - p(x, t). \quad (29)$$

Граничные условия имеют вид

$$\varepsilon(0, t) = 0 \quad (30)$$

— катод при  $x = 0$  инжектирующий;

$$b p(1, t) \varepsilon(1, t) = 0 \quad (31)$$

— анод при  $x = 1$  неинжектирующий;

$$\int_0^1 dx \varepsilon(x, t) = 1 \quad (32)$$

— напряжение поддерживается постоянным. До освещения  $n, \varepsilon$  соответствуют стационарному переносу электронов (см., например, [4]), а  $p=0$ . После импульса фотоинъекции вблизи  $x=1$  рождаются пары, причем электроны уходят на анод, а дырки, суммарный заряд которых мы будем характеризовать безразмерной величиной  $\sigma$ , втягиваются в об-разец. В результате начальные условия запишутся:

$$\begin{aligned} n(x, 0) &= \frac{3}{4} x^{-1/2}, \quad p(x, 0) = \sigma \delta(1-x), \quad 0 \leq x \leq 1, \\ \varepsilon(x, 0) &= \frac{3}{2} x^{1/2}, \quad 0 \leq x < 1, \quad \varepsilon(1, 0) = \frac{3}{2} - \sigma. \end{aligned} \quad (33)$$

В настоящей работе получено решение задачи (27) — (33) в случае  $\sigma \ll 1$ . Наибольший интерес представляет определение полного тока

$$J(t) = [n(x, t) + bp(x, t)]\varepsilon(x, t) + \frac{3}{4} \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon(x, t), \quad (34)$$

который, как следует из (27) — (29), не зависит от  $x$ . Ток  $J(t)$  состоит из стационарной части (см. [4]) и переменного слагаемого, которое найдено в настоящей работе:

$$J(t) = \frac{9}{8} + \sigma j(t).$$

Представим неизвестные функции  $n, p, \varepsilon$  в виде

$$n(x, t) = \frac{3}{4} x^{-1/2} + \sigma n_1(x, t), \quad \varepsilon(x, t) = \frac{3}{2} x^{1/2} + \sigma \varepsilon_1(x, t), \quad p(x, t) = \sigma p_1(x, t)$$

и, используя малость  $\sigma$ , перепишем (28), (29) и (34):

$$\frac{3}{4} \frac{\partial}{\partial t} p_1(x, t) - b \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{3}{2} x^{1/2} p_1(x, t) \right] = -r \frac{3}{4} x^{-1/2} p_1(x, t); \quad (35)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \varepsilon_1(x, t) = n_1(x, t) - p_1(x, t); \quad (36)$$

$$j(t) = \frac{3}{4} \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_1(x, t) + \frac{3}{2} x^{1/2} n_1(x, t) + \frac{3}{4} x^{-1/2} \varepsilon_1(x, t) + b \frac{3}{2} x^{1/2} p_1(x, t). \quad (37)$$

Решая (35) с начальным условием  $p_1(x, 0) = \delta(1-x)$ , получаем

$$p_1(x, t) = \frac{1}{2} x^{-\frac{b-r}{2b}} \delta(1 - x^{1/2} - bt), \quad (38)$$

откуда следует, что дырки движутся вдоль линии тока  $x_p(t) = (1 - bt)^2$  и достигают катода в момент  $t = \frac{1}{b}$ . Далее, (36) — (38) дают

$$\frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_1(x, t) + 2 \frac{\partial}{\partial x} [x^{1/2} \varepsilon_1(x, t)] = \frac{4}{3} j(t) - (1+b) x^{\frac{r}{2b}} \delta(1 - x^{1/2} - bt). \quad (39)$$

Начальные и граничные условия к (39) следуют из (30), (32) и (33):

$$\varepsilon_1(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x < 1, \quad \varepsilon_1(1, 0) = -1; \quad (40)$$

$$\varepsilon_1(0, t) = 0; \quad (41)$$

$$\int_0^1 dx \varepsilon_1(x, t) = 0. \quad (42)$$

Последнее условие можно сформулировать в несколько ином, более удобном виде. Проинтегрируем (39) по  $x$  с учетом (42) на отрезке  $0 \leq x \leq 1$  и в результате получим

$$\varepsilon_1(1, t) = \frac{2}{3} j(t) - (1+b)(1-bt)^{\frac{r}{b}+1} \theta(1-bt), \quad (43)$$

$$\theta(u) = 1, \quad u \geq 0, \quad \theta(u) = 0, \quad u < 0.$$

Далее решаем уравнение (39) с условиями (40) и (41), считая  $j(t)$  произвольной функцией,

$$\varepsilon_1(x, t) = \frac{4}{3} x^{-1/2} \left\{ x^{1/2} k(t) - l(t) + l(t - x^{1/2}) \theta(t - x^{1/2}) - \right. \\ \left. - \frac{3}{4} (1+b)^{-r/b-1} (1+bx^{1/2}-bt)^{r/b+1} [\theta(bt-1+x^{1/2}) - \right. \\ \left. - \theta(bt-1-bx^{1/2}) \right\}, \quad k(t) = \int_0^t dt' j(t'), \quad l(t) = \int_0^t dt' k(t'). \quad (44)$$

Подставляя, наконец, (44) в условие (43), получаем уравнение

$$l''(t) - 2l'(t) + 2l(t) = \frac{3}{2} (1+b)(1-bt)^{r/b+1} \theta(1-bt) - \\ - \frac{3}{2} \left( 1 - \frac{bt}{1+b} \right)^{r/b+1} \theta \left( 1 - \frac{bt}{1+b} \right) + 2l(t-1) \theta(t-1); \quad l(0)=0, \quad l'(0)=0. \quad (45)$$

Заметим, что из (45) следует непрерывность функции  $j(t) = l''(t)$  (непрерывность  $k(t)$ ,  $l(t)$  следует из их определения). Из (45) можно получить уравнение непосредственно для функции  $j(t)$ :

$$r \neq 0: \quad j''(t) - 2j'(t) + 2j(t) = \frac{3}{2} (1+b)r(r+b)(1-bt)^{r/b-1} \theta(1-bt) - \\ - \frac{3}{2} \frac{r(r+b)}{(1+b)^2} \left( 1 - \frac{bt}{1+b} \right)^{r/b-1} \theta \left( 1 - \frac{bt}{1+b} \right) + 2j(t-1) \theta(t-1), \\ j(0) = \frac{3b}{2}, \quad j'(0) = \frac{3b}{2} \left[ 2 - \frac{(r+b)(2+b)}{1+b} \right]; \quad (46)$$

$$r = 0: \quad j''(t) - 2j'(t) + 2j(t) = \frac{3}{2} b(1+b) \delta \left( t - \frac{1}{b} \right) - \\ - \frac{3}{2} \frac{b}{1+b} \delta \left( t - 1 - \frac{1}{b} \right) + 2j(t-1) \theta(t-1), \\ j(0) = \frac{3b}{2}, \quad j'(0) = \frac{3b}{2} \left[ 2 - \frac{b(2+b)}{1+b} \right].$$



Уравнение (46) решается последовательно на отрезках времени, величиной 1 каждый. Представим  $j(t)$  в виде

$$j(t) = \sum_{m=1}^{\infty} j_m(t) \theta(t - (m - 1)) \theta(m - t), \quad (47)$$

где каждая функция  $j_m(t)$  определена на отрезке  $m - 1 \leq t \leq m$ . Сначала получаем решение уравнения (46) на отрезке  $0 \leq t \leq 1$ . На этом отрезке третье слагаемое в правой части (46) отсутствует и решение имеет вид

$$\begin{aligned} r \neq 0, \quad j_1(t) &= \frac{3}{2} b e^t \left[ \cos t + \left( 1 - \frac{(r+b)(2+b)}{1+b} \right) \sin t \right] + \\ &+ \frac{3r(r+b)(1+b)}{2b} \operatorname{Im} \left\{ e^{(1+i)(t-1/b)} \left[ -\frac{1}{b} (1+i) \right]^{-r/b} \left[ \gamma \left( \frac{r}{b}, -\frac{1+i}{b} \right) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \theta \left( \frac{1}{b} - t \right) \gamma \left( \frac{r}{b}, -\frac{(1+i)(1-bt)}{b} \right) \right] \right\} - \frac{3r(r+b)}{2b(1+b)} \times \\ &\times \operatorname{Im} \left\{ e^{(1+i)(t-1-1/b)} \left[ -\frac{1+b}{b} (1+i) \right]^{-r/b} \left[ \gamma \left( \frac{r}{b}, -\frac{(1+b)(1+i)}{b} \right) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \theta \left( 1 + \frac{1}{b} - t \right) \gamma \left( \frac{r}{b}, -\frac{(1+b)(1+i) \left( 1 - \frac{bt}{1+b} \right)}{b} \right) \right] \right\}, \quad (48) \\ r = 0, \quad j_1(t) &= \frac{3}{2} b e^t \left[ \cos t + \left( 1 - \frac{b(2+b)}{1+b} \right) \sin t \right] + \\ &+ \frac{3}{2} b(1+b) e^{t-1/b} \sin \left( t - \frac{1}{b} \right) \theta \left( t - \frac{1}{b} \right) - \\ &- \frac{3}{2} \frac{b}{1+b} e^{t-1-1/b} \sin \left( t - 1 - \frac{1}{b} \right) \theta \left( t - 1 - \frac{1}{b} \right). \end{aligned}$$

В (48)  $\gamma(u, \beta)$  — неполная гамма-функция. Для получения решения на последующих отрезках подставим (47) в (46):

$$\begin{aligned} j_m''(t) - 2j_m'(t) + 2j_m(t) &= \frac{3}{2} r(r+b)(1+b)(1-bt)^{r/b-1} \theta(1-bt) - \\ &- \frac{3}{2} \frac{r(r+b)}{(1+b)^2} \left( 1 - \frac{bt}{1+b} \right)^{r/b-1} \theta \left( 1 - \frac{bt}{1+b} \right) + 2j_{m-1}(t-1) \quad (r \neq 0), \\ j_m''(t) - 2j_m'(t) + 2j_m(t) &= \frac{3}{2} b(1+b) \delta \left( t - \frac{1}{b} \right) - \frac{3}{2} \frac{b}{1+b} \delta \left( t - 1 - \frac{1}{b} \right) + \\ &+ 2j_{m-1}(t-1) \quad (r = 0), \end{aligned} \quad (49)$$

$$j_m(m-1) = j_{m-1}(m-1), \quad j_m'(m-1) = j_{m-1}'(m-1) \quad (m = 2, 3, \dots).$$

Решая (49), получаем функцию  $j_m(t)$ , выраженную через «предыдущую» функцию  $j_{m-1}(t)$ ,

$$\begin{aligned} j_m(t) &= e^{t-(m-1)} [j_{m-1}(m-1) \cos(t - (m-1)) + \\ &+ (j_{m-1}'(m-1) - j_{m-1}(m-1)) \sin(t - (m-1))] + \\ &+ \int_{m-1}^t dt' e^{t-t'} \sin(t-t') \left[ \frac{3}{2} r(r+b)(1+b)(1-bt')^{r/b-1} \theta(1-bt') - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{3}{2} \frac{r(r+b)}{(1+b)^2} \left(1 - \frac{bt'}{1+b}\right)^{r/b-1} \theta \left(1 - \frac{bt'}{1+b}\right) + 2j_{m-1}(t' - 1) \Big] \\
 & \quad (r \neq 0, \quad m = 2, 3, \dots), \\
 & j_m(t) = e^{t-(m-1)} [j_{m-1}(m-1) \cos(t - (m-1)) + \\
 & + (j'_{m-1}(m-1) - j_{m-1}(m-1)) \sin(t - (m-1))] + \\
 & + \int_{m-1}^t dt' e^{t-t'} \sin(t-t') \left[ \frac{3}{2} b(1+b) \delta \left(t' - \frac{1}{b}\right) - \right. \\
 & \left. - \frac{3}{2} \frac{b}{1+b} \delta \left(t' - 1 - \frac{1}{b}\right) + 2j_{m-1}(t' - 1) \right] \quad (r = 0).
 \end{aligned} \tag{50}$$

Таким образом, имея решение (48) и рекуррентную формулу (50), можно получить решение для любых  $t$ . Практически, поскольку  $j(t)$  релаксирует со временем, оказывается достаточным рассчитать лишь несколько первых членов ряда (47). Решение уравнения (46) для  $j(t)$  можно получить также при помощи преобразования Лапласа по  $t$ . В этом случае  $j(t)$  запишется в виде контурного интеграла:

$$\begin{aligned}
 j(t) &= \frac{3}{4} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \frac{dz}{2\pi i} \left( \frac{z^2}{2} - z + 1 - e^{-z} \right)^{-1} \left[ r(r+b)(1+b)b^{r/b-1} z^{-r/b} e^{-z/b} \times \right. \\
 & \times \gamma \left( \frac{r}{b}, -\frac{z}{b} \right) - \frac{r(r+b)}{b^2} \left( \frac{b}{1+b} \right)^{r/b+1} z^{-r/b} e^{-\frac{1+b}{b}z} \times \\
 & \left. \times \gamma \left( \frac{r}{b}, -\frac{1+b}{b}z \right) + bz - \frac{b(r+b)(2+b)}{1+b} \right] e^{zt} \quad (r \neq 0), \tag{51}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 j(t) &= \frac{3}{4} \frac{b}{1+b} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \frac{dz}{2\pi i} \left( \frac{z^2}{2} - z + 1 - e^{-z} \right)^{-1} \times \\
 & \times \left[ (1+b)^2 e^{-z/b} - e^{-\frac{1+b}{b}z} + (1+b)z - b(2+b) \right] e^{zt} \quad (r = 0).
 \end{aligned}$$

Здесь в качестве контура интегрирования берется прямая  $\operatorname{Re} z = \alpha > 0$ . Формула (51) для  $j(t)$  удобна для численного счета. Выражение для  $j(t)$  упрощается в двух предельных случаях:

$$j(t) \approx \frac{3b}{2} (1 - bt)^{1+r/b}, \quad t \leq \frac{1}{b}, \quad j(t) \approx 0, \quad t > \frac{1}{b} \quad (b \gg 1); \tag{52}$$

$$j(t) \approx \frac{9bt}{2} (1 - bt)^{1+r/b}, \quad t \leq \frac{1}{b}, \quad j(t) \approx 0, \quad t > \frac{1}{b} \quad (b \ll 1). \tag{53}$$

В случае  $b \gg 1$  ток  $j(t)$  убывает по мере роста  $t$ . В случае  $b \ll 1$  ток  $j(t)$  сначала возрастает, достигая в момент  $t = 1/(2b + r)$  максимального значения

$$j_{\max} = \frac{9b}{2(2b+r)} \left( \frac{b+r}{2b+r} \right)^{1+r/b}, \tag{54}$$

а затем убывает до нуля. На рис. 2 представлены графики  $j(t)$  при различных значениях параметров  $b, r$ . Величина  $j(t)$ , как видно из графиков, в основном сосредоточена в интервале  $0 < t < 1/b$  (как уже отмечалось  $t = 1/b$  соответствует приходу дырок на катод). При  $b > 1/b$  ток  $j(t)$  с характерным временем порядка единицы, определяемым подвижностью электронов, релаксирует к нулю. Следует отметить знакопеременные осцилляции  $j(t)$  во времени, а также «большую чувствительность» вида функции к параметрам задачи.

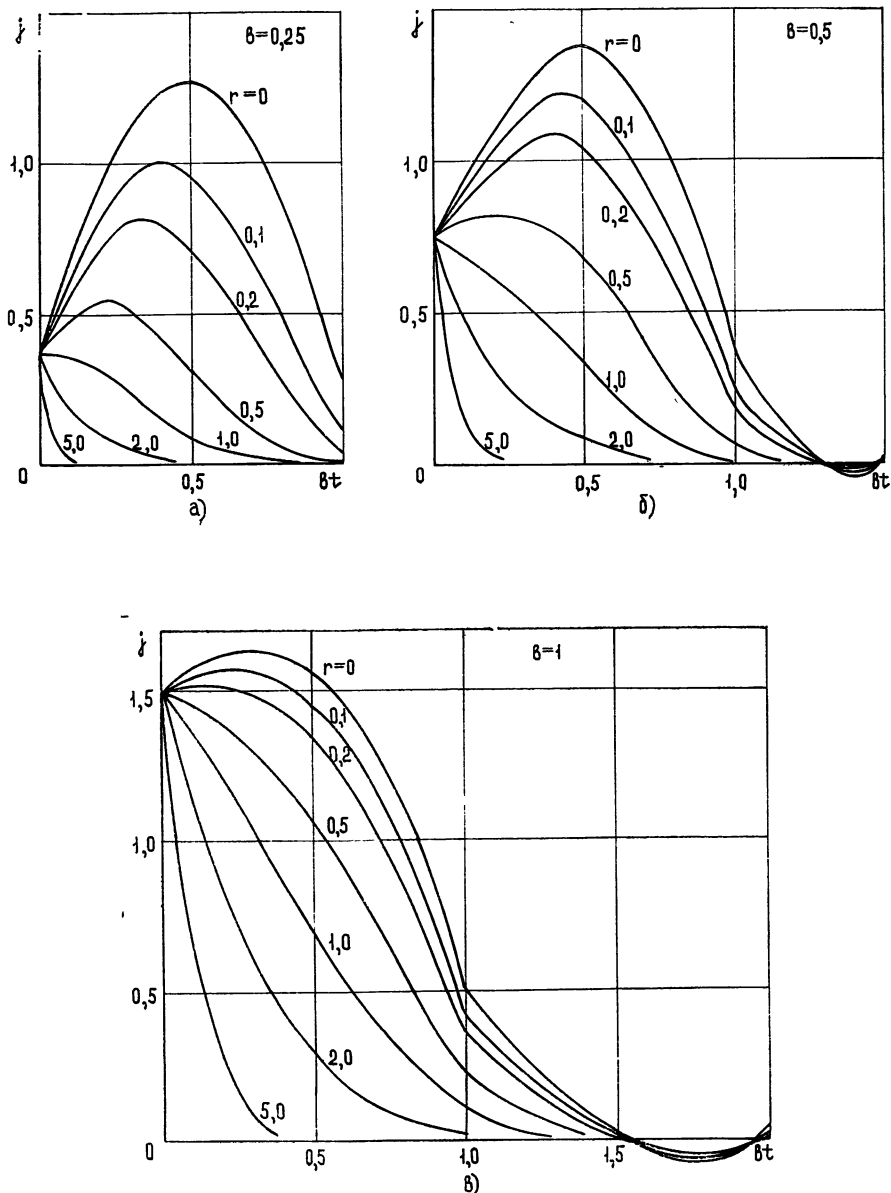


Рис. 2.

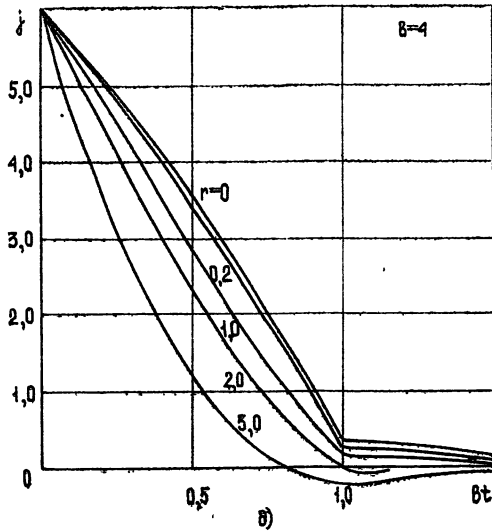
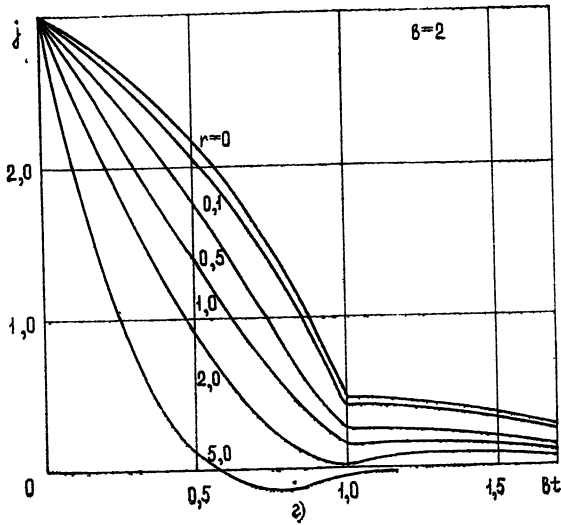


Рис. 2.

Как уже отмечалось, экспериментальное изучение найденных в работе характеристик токопереноса дает возможность определять параметры твердых тел. Наиболее доступен для экспериментального наблюдения ток, хотя современные методы, видимо, позволяют исследовать также распределения плотностей носителей и поля по глубине. Измеряя характерные времена релаксации, можно определять величину и температурную зависимость подвижности носителей в полупроводниках. Амплитуду и характер релаксации переходного тока определяют величины  $\rho_0$ ,  $\sigma$ , которые дают информацию о характеристиках взаимодействия света с фоточувствительным полупроводником (в частности, о квантовом выходе пар). Изучая характер релаксации тока, можно найти величину  $r$ , определяющую сечение рекомбинации пар. Для определения квантового выхода пар и сечения рекомбинации рассчитанные в данной работе модели имеют преимущество по сравнению с моделью монополярного переноса [1, 2]. В модели монополярного пере-

носа рассматривается только кинетика электронов и не рассматриваются ни кинетика дырок, ни рекомбинация. В результате функции релаксации  $j(t)$  зависят только от одного параметра — безразмерной величины, характеризующей общий заряд созданных светом носителей. Эта величина либо содержит информацию только о генерации и не зависит от рекомбинации, либо содержит информацию и о генерации, и о рекомбинации, и выделение информации о каждом из процессов затруднено. В нашем случае фотоинжекции в объеме рассматривается совместная кинетика электронов и дырок с учетом рекомбинации. В результате функции  $j(t)$  зависят от двух независимых параметров —  $\rho_0$ ,  $r$  (или  $\sigma$ ,  $r$ ). Величины  $\rho_0$ ,  $\sigma$ ,  $r$  дают возможность более детального и раздельного изучения двух процессов.

Как указывается в [5], рассмотренная здесь модель переноса и рекомбинации, по-видимому, реализуется для целого ряда материалов. Так в [5] приводятся данные, что в собственном Ge рассчитанный здесь механизм рекомбинации преобладает при температурах  $\sim 600$  К, в InSb — при температурах, превышающих 200 К. В Si данная модель будет, видимо, хорошо описывать процессы переноса, когда концентрация свободных носителей достигает  $10^{15}$  см<sup>-3</sup>. Имеются также данные (см. [5]) о наличии описанного здесь рекомбинационного механизма для таких материалов, как GaAs, Te, GaSb, CdS.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. S. Z. Weisz, A. Cobas, S. Trester, A. Many, J. Appl. Phys., **39**, 2296 (1968).
2. L. M. Schwartz, J. F. Hornig, J. Phys. Chem. Sol., **26**, 1821 (1965).
3. Cheng C. Kao, Inan Chen, J. Appl. Phys., **44**, 2708 (1973).
4. M. A. Lampert, P. Mark, Current Injection in Solids, Academic Press, New York—London, 1970.
5. P. H. Bube, Photoconductivity of Solids, John Wiley and Sons, New York—London, 1960.

Московский инженерно-физический институт

Поступила в редакцию  
27 сентября 1974 г.,  
после объединения  
30 сентября 1975 г.

#### NONSTATIONARY CURRENT TRANSFER IN SOLIDS BY INJECTION OF CARRIERS WITH A LIGHT PULSE

S. R. Kel'ner, A. I. Rudenko

An analytical solution of the problem of the nonstationary current which follows the photo-injection pulse is obtained. The kinetics of carriers of both signs during the current transfer is analysed.