

УДК 538.614

ОБРАТНЫЙ ЭФФЕКТ ФАРАДЕЯ И РАДИАЦИОННЫЙ СДВИГ ЦИКЛОТРОННОЙ ЧАСТОТЫ В ГАЗЕ СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ

Б. А. Зон, В. Я. Купершмидт

Построена самосогласованная теория обратного эффекта Фарадея в газе свободных электронов, не ограничивающаяся линейными по интенсивности излучения величинами.

При распространении в среде электромагнитной волны с отличной от нуля степенью круговой поляризации, в среде возникает намагниченность вследствие обратного эффекта Фарадея. Рассмотрение этого явления из общих термодинамических соображений показывает, что в первом порядке по нелинейным параметрам среды намагниченность пропорциональна интенсивности электромагнитного излучения [1]. Имеются основания полагать, что экспериментально наблюдаемые в некоторых случаях большие магнитные поля в плазме, облучаемой лазером, обусловлены именно обратным эффектом Фарадея [2].

Теоретически намагниченность электронной плазмы рассматривалась в работах [3-5]. Однако для свободных электронов индуцированную электромагнитной волной намагниченность можно вычислить точно в рамках самосогласованной схемы, не ограничиваясь линейными по интенсивности величинами.

Пусть излучение распространяется вдоль оси z в положительном направлении. Вдоль этой же оси действует магнитное поле B . Уравнения движения электрона имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{dp_x}{dt} &= eE_x + \frac{e}{c} v_y B - \gamma p_x, \\ \frac{dp_y}{dt} &= eE_y - \frac{e}{c} v_x B - \gamma p_y, \end{aligned} \quad (1)$$

где $f = -\gamma p$ — сила Ланжевена, обусловленная столкновениями, величина $B \equiv B_z$ может быть как положительной, так и отрицательной. Действием магнитного поля волны на электрон пренебрегается, что, как известно, равносильно приближению $(v/c)^2 \ll 1$.

Направим оси x и y вдоль главных осей эллипса поляризации. Тогда

$$E_x = E_{x0} \cos \omega\tau, \quad E_y = E_{y0} \sin \omega\tau, \quad \tau = t - z/c,$$

ω — частота излучения. Решение уравнений (1) для установившегося режима $\gamma t \gg 1$ можно записать следующим образом:

$$v_x + iv_y = \frac{-ie E_1 e^{i\omega\tau}}{m(\omega - \omega_c - i\gamma)} + \frac{ie E_2 e^{-i\omega\tau}}{m(\omega + \omega_c + i\gamma)}, \quad v_z = 0,$$

$$x + iy = \frac{-eE_1 e^{i\omega\tau}}{m\omega(\omega - \omega_c - i\gamma)} - \frac{eE_2 e^{-i\omega\tau}}{m\omega(\omega + \omega_c + i\gamma)} + x_0 + iy_0, \quad (2)$$

$$z = z_0, \quad E_{1,2} = \frac{E_{x0} \pm E_{y0}}{2}.$$

Отметим, что введенная здесь циклотронная частота $\omega_c = \frac{|e|B}{mc}$ является алгебраической величиной, знак которой изменяется при изменении знака B относительно оси z .

Используя (2), вычислим намагниченность электронного газа. Для изотропного распределения электронов

$$M_x = M_y = 0, \quad M_z = \frac{e^3 N}{2m^2 c \omega} \left[\frac{E_1^2}{(\omega - \omega_c)^2 + \gamma^2} - \frac{E_2^2}{(\omega + \omega_c)^2 + \gamma^2} \right], \quad (3)$$

N — плотность частиц.

Самосогласованное уравнение, определяющее магнитное поле в газе, имеет вид

$$B = H_0 + 4\pi M(B), \quad (4)$$

где H_0 — напряженность внешнего магнитного поля, задаваемого сторонними источниками.

Вводя параметры

$$A = \frac{2E_{x0}E_{y0}}{I}, \quad I = E_{x0}^2 + E_{y0}^2, \quad I_0 = \frac{m^3 c^2 \omega^4}{2\pi e^4 N}, \quad (5)$$

$$x = \frac{\omega_c}{\omega}, \quad x_0 = \frac{\omega_{c0}}{\omega}, \quad \omega_{c0} = \frac{|e|H_0}{mc}, \quad \varepsilon = \frac{\gamma}{\omega},$$

с учетом (3) запишем уравнение (4) в следующей форме:

$$x = x_0 - \frac{I}{I_0} f(x), \quad f(x) = \frac{x + \frac{A}{2}(1 + x^2 + \varepsilon^2)}{(x^2 - 1)^2 + 2\varepsilon^2(1 + x^2) + \varepsilon^4}. \quad (6)$$

Уравнение (6) является уравнением пятой степени относительно величины x , определяющей значение самосогласованного магнитного поля. В области, вдали от резонанса, которой соответствуют точки $x = \pm 1$, членами ε^2 , ε^4 можно пренебречь. В случае циркулярной поляризации $A = \pm 1$ уравнение (6) становится кубическим. Его решение может быть записано по формуле Кардано. При этом можно показать, что один действительный корень существует при

$$\pm x_0 \geq 1 + 3\sqrt{I/8I_0},$$

где верхний знак соответствует $A = 1$, а нижний — $A = -1$. В противном случае имеется три корня, каждому из которых соответствует возможное значение самосогласованного поля.

Во всех других случаях, кроме $\varepsilon = 0$, $A = \pm 1$, уравнение (6) аналитически не решается. Решение проще всего может быть найдено графически.

Пренебрегая в дальнейшем величиной ε^4 , рассмотрим вначале случай отсутствия внешнего поля: $x_0 = 0$. При этом может существовать не более трех действительных корней. На рис. 1 показана зависимость отношения циклотронной частоты в самосогласованном поле к частоте

излучения ω в зависимости от интенсивности последнего при $H_0 = 0$. Кривая 1 ($A > A_0$) соответствует круговой (в данном случае — правой) поляризации. Отрицательность циклотронной частоты при этом следует из правила Ленца. Вдали от точки $x = -1$ имеется всего один действительный корень. В области $x \approx -1$ может быть три корня. С изменением A от 1 до $A_0 = 1 - \epsilon^2/2$ точка

$$I_1 = \frac{4 \epsilon^2 I_0}{A + 1 + \epsilon^2(3/2 - A)} \xrightarrow{\frac{\epsilon}{\epsilon}} \infty.$$

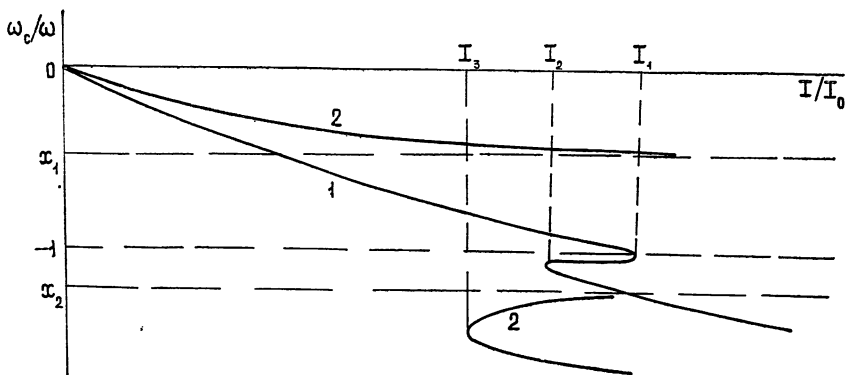


Рис. 1.

При $A < A_0$ происходит разрыв асимптотик верхней и нижней ветвей кривой (кривая 2 на рис. 1). Возникает «запрещенная зона» для магнитного поля, границы которой определяются выражением

$$x_{1,2} = -\frac{1}{A} \pm \sqrt{\frac{1}{A^2} - \epsilon^2 - 1}. \quad (7)$$

Возникновение запрещенной зоны обусловлено тем, что при $x \rightarrow x_{1,2}$ ведущий центр альвеновских орбит совершает колебательное движение вдоль близкой к прямой линии. В результате магнитный момент электрона, определяемый площадью, замечаемой этим электроном, достигает насыщения при $I \rightarrow \infty$.

Критические точки $I_{1,2,3}$ являются точками ветвления корней, в которых у них возникают мнимые добавки. Если, например, система находится на кривой 1 в окрестности точки I_1 , то при увеличении интенсивности за точку I_1 в системе возникает неустойчивость, обусловленная мнимыми частями корней. В результате система совершает спонтанный переход на нижнюю ветвь, в полной аналогии со спонтанными изменениями амплитуд вынужденных колебаний нелинейных систем [6]. Аналогично происходит соскок системы, находящейся на нижней части кривой 1 при уменьшении I за точку I_2 . В результате возникает область гистерезисных явлений при $I_2 < I < I_1$. Таково же поведение системы при $A < A_0$ в окрестности точки I_3 . Отметим, что, в принципе, попасть на нижнюю ветвь кривой 2 можно при адиабатическом изменении поляризации, поскольку из (7) видно, что ширина запрещенной зоны уменьшается при стремлении поляризации к круговой.

При линейной поляризации в случае отсутствия внешнего поля имеется только тривиальное решение $x = 0$.

Обратимся теперь к случаю ненулевого внешнего поля. При $|x_0| < 1$

картина качественно не изменяется по сравнению с разобранный ранее для $x_0 = 0$. На рис. 2 приведено поведение корней для $A = 1/2$ при положительных и отрицательных значениях x_0 , что соответствует правому и левому вращению вектора поляризации относительно направления H_0 .

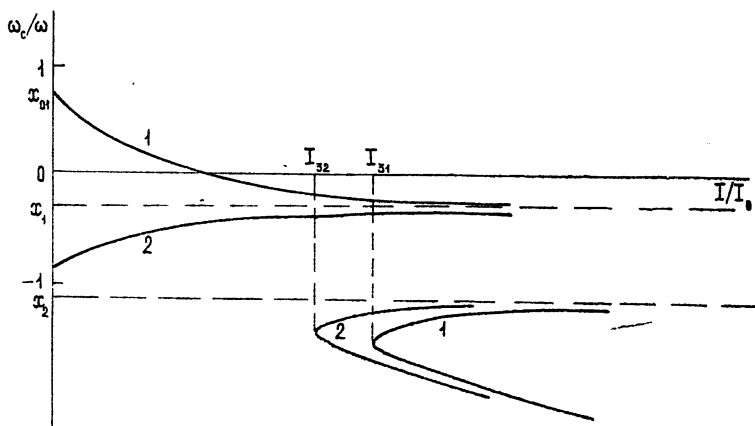


Рис. 2.

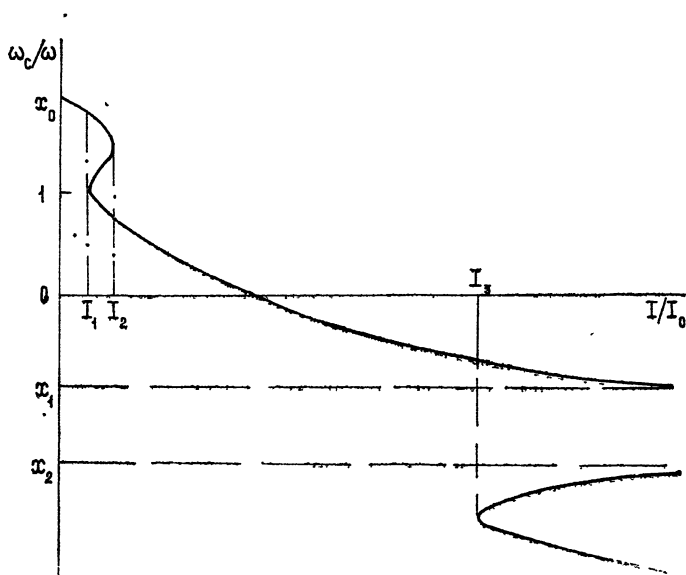


Рис. 3.

В случае $|x_0| > 1$, представленном на рис. 3, возникают две дополнительные точки ветвления, в окрестности которых также возможны гистерезисные явления. При $|x_0| \rightarrow 1$ эти точки ветвления сливаются, и корни ведут себя также, как на рис. 2. Значение I_1 может быть получено в аналитическом виде:

$$I_1 = 4 I_0 \epsilon^2 \frac{x_0 - 1}{1 + A}.$$

В случае пяти корней, появление которых возможно при больших значениях x_0 , нижняя ветвь кривой на рис. 3 смещается влево, так что

часть ее располагается под гистерезисной петлей верхней ветви.

Учитывая, что точка I_3 во всех случаях соответствует области, далекой от $|x| = 1$, можно определить значение этой величины:

$$I_3 = I_0 \frac{x_0 - x_3}{f(x_3)}, \quad x_3 = -\frac{1}{3A} [1 + (\sqrt[3]{1+A} - \sqrt[3]{A-1})^3].$$

Для кривых, показанных на рис. 1—3, можно получить аналитические выражения при малых интенсивностях и вывести условие применимости линейного приближения:

$$x \approx x_0 - \frac{I}{I_0} \frac{x_0 + A/2(x_0^2 + \varepsilon^2 + 1)}{(x_0^2 - 1)^2 + 4\varepsilon^2} + \left(\frac{I}{I_0}\right)^2 \frac{(1 + Ax_0)[x_0 + (A/2) + (x_0^2 A/2)]}{[(x_0^2 - 1)^2 + 4\varepsilon^2][(x_0^2 + 1)^2 + 2x_0(1 - 3x_0) + 4\varepsilon^2]}.$$

При $|A| = 1$, $x_0 = \varepsilon = 0$, первые два члена в этой формуле совпадают с формулами, полученными в [3—5]. Линейное приближение перестает быть справедливым в окрестности резонанса при $I \approx \varepsilon^2 I_0$, тогда как вдали от резонанса нелинейные поправки становятся существенными при $I \approx I_0$.

Рассмотрим теперь асимптотики корней. Из рис. 1—3 следует, что в общем случае существует три ветви, из которых две выходят на насыщение, а третья неограниченно возрастает. Для нахождения асимптотики учтем, что для этой ветви $x \rightarrow -\infty$ при $I \rightarrow \infty$. Поэтому, оставляя в самосогласованном уравнении (6) члены высших порядков по x , получим:

$$x \approx -\sqrt[3]{\frac{AI}{2I_0}}.$$

Асимптотическое поведение остальных корней определяется выражениями

$$x \approx x_1 - \frac{2I_0}{AI} \frac{(x_1 - x_0)(x_1^2 - 1)}{x_1 - x_2},$$

$$x \approx x_2 - \frac{2I_0}{AI} \frac{(x_2 - x_0)(x_2^2 - 1)}{x_2 - x_1},$$

где x_1 и x_2 определены в (7).

В заключение заметим, что для лазерной плазмы с плотностью частиц $N \sim 10^{22} \div 10^{23} \text{ см}^{-3}$ линейное приближение по I заведомо не выполняется, поскольку $I \gg I_0$. Однако полученные в данной работе формулы самосогласованной теории также не могут быть непосредственно использованы для сравнения с экспериментом, поскольку не учтены различные виды плазменных колебаний иной природы. К сожалению, последовательный учет всех существенных эффектов для лазерной плазмы в настоящее время, по-видимому, не может быть проведен. Поэтому представляется целесообразным выяснение особенностей тех или иных явлений, рассматриваемых в «чистом виде», что и являлось целью данной работы.

Следует также отметить, что классическое описание обратного эффекта Фарадея в электронном газе, принятое в данной работе, как и в работах [3—5], несправедливо, вообще говоря, для термодинамически равновесного газа. В этом случае, вследствие отражения электронов от

границ объема, появляется пристеночный ток, в точности компенсирующий возникающую под действием излучения объемную намагниченность — явление, полностью аналогичное известному факту отсутствия магнитной восприимчивости классического электронного газа (теорема Бора—ван Левен [7]). По этой причине теория обратного эффекта Фарадея для электронов в полупроводниках и полуметаллах должна быть квантовой.

Выражаем глубокую благодарность М. С. Рабиновичу за обсуждение работы и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Pershan, Phys. Rev., **130**, 919 (1963).
2. J. Deshamps, M. Fitare, M. Laquott, Phys. Rev. Lett., **25**, 1330 (1970).
3. Y. Pomeán, D. Quemeda, C. R. Acad. Sci., **B264**, 517 (1967).
4. A. Steiger, C. Woods, Phys. Rev., **A5**, 1467 (1972).
5. B. Talin, V. P. Kaftandjian, L. Klein, Phys. Rev., **A11**, 648 (1975).
6. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика, изд. Наука, М., 1969.
7. Д. Маттис, Теория магнетизма, изд. Мир, М., 1967.

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию
20 октября 1975 г.

THE INVERSE FARADAY EFFECT AND RADIATION SHIFT OF CYCLOTRON FREQUENCY IN A GAS OF FREE ELECTRONS

B. A. Zon, V. Ya. Kupersmidt

A self-consistent theory of the inverse Faraday effect in a gas of free electrons has been developed which is unlimited by radiation intensity linear values.
