

УДК 538.574.6

ОБОБЩЕННЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ОТРАЖЕНИЯ ПРИ ДИФРАКЦИИ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ИМПЕДАНСНОМ КЛИНЕ

М. Ю. Мицмахер

Получено асимптотическое выражение, позволяющее представить строгое решение задачи дифракции на импедансном клине через решение для соответствующего металлического клина и сомножители, учитывающие свойства материала. Исследована связь этих сомножителей с френелевским коэффициентом отражения. Показана возможность построения решения задач дифракции с использованием угловой зависимости коэффициента отражения.

Исходным является решение задачи дифракции на импедансном клине, полученное Малюжиным [1, 2] в виде интеграла типа Зоммерфельда

$$U(r, \varphi) = \frac{1}{4\Phi i} \int_{\gamma} e^{-ikr \cos \alpha} \frac{\cos \frac{\pi \varphi_0}{2\Phi} \Psi(\alpha + \varphi)}{\Psi(\varphi_0) \left[\sin \frac{\pi(\alpha + \varphi)}{2\Phi} - \sin \frac{\pi \varphi_0}{2\Phi} \right]} d\alpha. \quad (1)$$

Здесь $\pm \Phi, \varphi_0, \varphi$ — угловые координаты граней клина, источника и точки наблюдения, отсчитываемые от биссектрисы внешнего угла клина; γ — контур интегрирования Зоммерфельда в плоскости α комплексных углов;

$$\Psi(\alpha) = \Psi_{\Phi} \left(\alpha + \Phi + \frac{\pi}{2} - \vartheta_{+} \right) \Psi_{\Phi} \left(\alpha + \Phi - \frac{\pi}{2} + \vartheta_{+} \right) \Psi_{\Phi} \left(\alpha - \Phi - \frac{\pi}{2} + \vartheta_{-} \right) \Psi_{\Phi} \left(\alpha - \Phi + \frac{\pi}{2} - \vartheta_{-} \right), \quad (2)$$

где $\Psi_{\Phi}(\alpha)$ — специальные комплексные функции комплексного аргумента, исследованные и табулированные в работе [2] (см. также [3]); ϑ_{\pm} — угол Брюстера, вообще говоря, комплексный, опередающий свойства материала поверхности граней.

Для выделения части поля, определяемой отражениями от граней клина, интеграл (1) преобразуется к виду

$$U(r, \varphi) = \frac{1}{4n i \pi} \int_{\gamma} \frac{\Psi(\alpha + \varphi)}{\Psi(\varphi_0)} e^{-ikr \cos \alpha} \left(\operatorname{ctg} \frac{\alpha + \varphi - \varphi_0}{2n} + \operatorname{ctg} \frac{m\pi - \alpha - \varphi - \varphi_0}{2n} \right) d\alpha, \quad (3)$$

где $n = 2\Phi/\pi, m = 0, 1, 2, \dots$

По методу перевала, модифицированному Паули [4], была получена асимптотика интеграла (3), позволяющая анализировать рассеянное поле во всем физическом пространстве, в том числе и вблизи направлений геометрического отражения от граней клина. Асимптотика получена в виде суммы интегралов Френеля $F(x) = \int_0^x e^{i\eta^2} d\eta$, каждый из которых описывает дифракцию на одной из границ «свет—тьень» геометрической части поля.

Приведем выражение для рассеянного поля:

$$U_p(r, \varphi) = U(r, \varphi) - e^{-ikr \cos \alpha_0}; \quad (4)$$

$$U_p(r, \varphi) = \frac{\left| \cos \frac{\alpha_0}{2} \right|}{2n} e^{-ikr \cos \alpha_0} \left(-R_+ \operatorname{ctg} \frac{\pi - \alpha_0}{2n} + R_- \operatorname{ctg} \frac{-\pi - \alpha_0}{2n} \right) \left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-i\frac{\pi}{4}} F\left(\sqrt{2kr} \left| \cos \frac{\alpha_0}{2} \right| \right) \right] +$$

$$+ \frac{\left| \cos \frac{\alpha_1}{2} \right|}{2n} e^{-ikr \cos \alpha_1} R_- \operatorname{ctg} \frac{\pi - \alpha_1}{2n} \left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-i\frac{\pi}{4}} F\left(\sqrt{2kr} \left| \cos \frac{\alpha_1}{2} \right| \right) \right] -$$

$$- \frac{\left| \cos \frac{\alpha_2}{2} \right|}{2n} e^{-ikr \cos \alpha_2} R_+ \operatorname{ctg} \frac{-\pi - \alpha_2}{2n} \left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-i\frac{\pi}{4}} F\left(\sqrt{2kr} \left| \cos \frac{\alpha_2}{2} \right| \right) \right] +$$

$$+ \begin{cases} 0 & \text{при } |\alpha_0| < \pi \\ -e^{-ikr \cos \alpha_0} & \text{при } |\alpha_0| > \pi \end{cases} + \begin{cases} R(\theta_{\mp}) e^{-ikr \cos \alpha_{1(2)}} & \text{при } |\alpha_{1(2)}| < \pi \\ 0 & \text{при } |\alpha_{1(2)}| > \pi \end{cases},$$

где

$$\alpha_0 = \varphi_0 - \varphi, \quad \alpha_1 = \varphi_0 + \varphi + 2\Phi, \quad \alpha_2 = \varphi_0 + \varphi - 2\Phi; \quad (6)$$

$$R(\theta_{\pm}) = \frac{\sin \theta_{\pm} - \cos \theta_{\pm}}{\sin \theta_{\pm} + \cos \theta_{\pm}}, \quad (7)$$

$R(\theta_{\pm})$ — френелевский коэффициент отражения от материала граней клина ($+\Phi$ и $-\Phi$);

$$\theta_{\pm} = \left| \pm \Phi - \varphi_0 \mp \frac{\pi}{2} \right|, \quad (8)$$

θ_{\pm} — угол падения плоской волны на плоскости граней клина;

$$R_{\pm} = \frac{\Psi(\varphi \pm \pi)}{\Psi(\varphi_0)}. \quad (9)$$

Сопоставляя выражение (5) с аналогично преобразованным выражением для строгого решения задачи дифракции на идеально проводящем клине, можно убедиться, что (5) отличается наличием множителей R_{\pm} , которые, по-видимому, и учитывают свойства материала поверхности клина.

Используя непрерывность (5) во всем физическом пространстве, соотношение (2) и свойства специальных функций $\Psi_{\varphi}(\alpha)$ (см., например, [3]), можно показать, что множитель $R_{\pm}(\varphi_0, \varphi)$ в направлении

геометрического отражения от граней переходит во френелевский коэффициент отражения от материала:

$$R_{\pm} |_{\varphi_{\pm} = -\varphi_0 \mp \Phi \pm \pi} = R(\theta_{\pm}), \quad (10)$$

а в направлении геометрической тени

$$R_{\pm} |_{\varphi_{\pm} = \varphi_0 \pm \pi} = 1. \quad (11)$$

Учитывая размерность, будем в дальнейшем сомножитель R_{\pm} называть обобщенным коэффициентом отражения.

Для клиньев с одинаковым материалом граней $\theta_{+} = \theta_{-}$

$$R_{\pm}(\varphi) \doteq R_{\mp}(-\varphi); \quad (12)$$

$$R_{\pm}(\varphi_0) = R_{\pm}(-\varphi_0). \quad (13)$$

Исследуем более подробно связь между обобщенным коэффициентом отражения от клина и френелевским коэффициентом отражения плоской волны от плоскости из того же материала. Естественно, что это следует делать лишь для той грани, от которой при данном угле падения волны имеются отражения. Так в случае $-\Phi < \varphi_0 < \Phi - \pi$ следует рассматривать соответствие $R_{-}(\varphi)$ и $R(\theta_{-})$.

Значения $R_{+}(\varphi)$, входящие в дифракционную часть асимптотики строгого решения, могут быть определены по известным $R_{-}(\varphi)$ из соотношения (12).

На рис. 1 приведены графики обобщенного коэффициента отражения $|R_{-}(\varphi)|$, вычисленные строго для клина с $\Phi = 0,66\pi$ при падении на него плоской волны из направления $\varphi_0 = 60^{\circ}$.

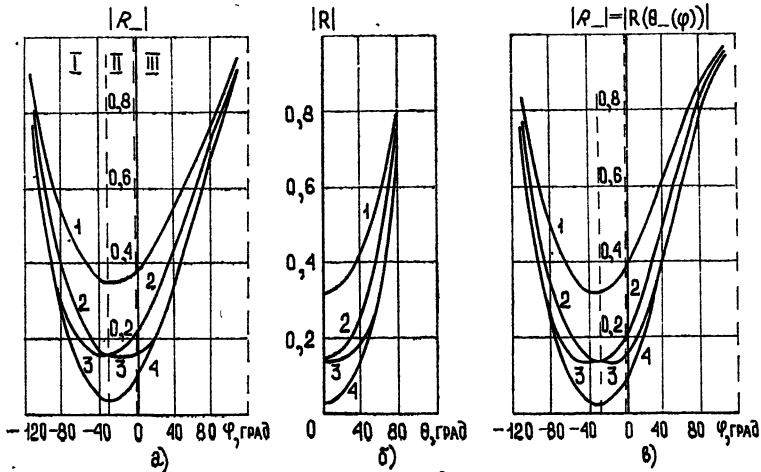


Рис. 1.

Соответствующими номерами на рис. 1 б обозначены графики френелевского коэффициента отражения $|R(\theta)|$, характеризующие материалы, для которых на рис. 1 а рассчитаны значения обобщенных коэффициентов отражения. Сопоставим соответствующие графики рис. 1 а и рис. 1 б. Вертикальные линии на рис. 1 а, одна из которых — направление нормали и грани, а две других — границы геометрической тени и геометрических отражений, разбивают физическое пространство вне клина на области I, II, III. С учетом (8) можно заметить, что

в области I и II величины и характер изменения обобщенного коэффициента отражения от угла наблюдения достаточно хорошо совпадают с зависимостью френелевского коэффициента отражения от угла падения,

$$R(\varphi) \approx R(\theta(\varphi)). \quad (14)$$

Эквивалентный угол падения $\theta(\varphi)$ определяется соотношением (7).

В области III интервал углов наблюдения $(\varphi_{II}, \varphi_I)$ не совпадает с интервалом углов падения (θ_{II}, θ_I) .

Предлагается для области III аппроксимировать зависимость $\theta(\varphi)$ с учетом совпадения значений обобщенного и френелевского коэффициентов отражения в начале и в конце интервала и совпадения их производных по углу в начале интервала. Тогда для области III

$$\theta(\varphi) = \theta_I + (\varphi - \varphi_I) - \frac{\theta_{II} - \theta_I}{(\varphi_{II} - \varphi_I)^2} (\varphi - \varphi_I)^2, \quad (15)$$

где

$$\theta_I = \max \left\{ \left(\varphi_- + \Phi - \frac{\pi}{2} \right), 0 \right\}, \quad \theta_{II} = \frac{\pi}{2}; \quad (16)$$

$$\varphi_I = \max \left\{ \varphi_-, \left(-\Phi + \frac{\pi}{2} \right) \right\}, \quad \varphi_{II} = \varphi_0 + \pi. \quad (17)$$

На рис. 1 в приведены значения обобщенного коэффициента отражения, полученные в соответствии с (14) через значения френелевского коэффициента отражения для эквивалентного угла падения, определяемого по (8) или (15)–(17).

Максимальная погрешность вычисления обобщенного коэффициента отражения по френелевскому вдали от направлений геометрического отражения не превышает 20%. Вследствие особенностей структуры выражения (5), максимальная погрешность при расчете поля, рассеянного клином, оказывается, как правило, меньше погрешности аппроксимации обобщенного коэффициента через френелевский. Как видно из графиков рис. 2, на которых точками нанесены результаты строгого расчета рассеянного поля, максимальная погрешность в вычислении рассеянного поля при расчете обобщенного коэффициента отражения через френелевский для эквивалентного угла падения не превышает $3 \div 5\%$ (условие расчета: $\Phi = 0,66 \pi$, $r = 10 \lambda$, $\varphi_0 = \begin{cases} -60^\circ, \text{ рис. 2 а} \\ 0^\circ, \text{ рис. 2 б,} \end{cases}$ номера графиков рис. 2 соответствуют номерам рис. 1).

Заметим, что приближенные вычисления дифракционного поля с использованием постоянного значения френелевского коэффициента отражения, соответствующего углу падения, определяемому направлением падающей плоской волны φ_0 (приближения Кирхгофа или Обертехингера (см. работу [5])), для этих же случаев вдали от границ «свет—тьень» приводят к существенным погрешностям при определении порядков величины дифракционного поля.

Изложенное позволяет по-новому интерпретировать решение задачи дифракции на импедансном клине.

При падении плоской волны из направления φ_0 на клин, интенсивность дифракционного поля в любом направлении φ определяется сомножителем рассеяния для соответствующего металлического клина и обобщенным коэффициентом отражения, зависящим от свойств материала. Величина обобщенного коэффициента отражения в направлении

φ определяется величиной френелевского коэффициента отражения от плоскости из того же материала для угла падения $\theta(\varphi)$, эквивалентного данному углу наблюдения. Значение обобщенного коэффициента отражения от «неосвещенной» грани определяется из соотношений симметрии (12).

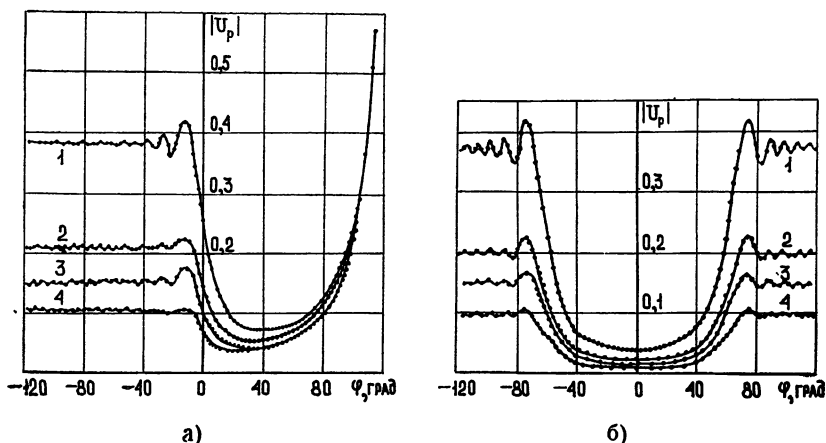


Рис. 2.

Такой подход позволяет вычислять поле дифракции на клиньях, покрытых различными материалами, по известному решению задачи дифракции на металлическом клине и заданным угловым характеристикам френелевского коэффициента отражения от этих материалов. Это не только существенно упрощает процесс вычисления, но позволяет непосредственно исследовать зависимость дифракционного поля от угловых характеристик коэффициента отражения для материалов, покрывающих грани клина.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Д. Малюжинец, Докл. АН СССР, 121, № 3, 436 (1958).
2. Г. Д. Малюжинец, Некоторые обобщения метода отражений в теории дифракции синусоидальных волн, Докторская диссертация, ФИАН, 1950 г.
3. В. Ю. Завадский, Вычисление волновых полей в открытых областях и волноводах, изд. Наука, М., 1972.
4. W. Pauly, Phys. Rev., 54, № 11, 924 (1938).
5. M. A. K. Hamid, IEEE Transactions on AP, 21, 728 (1973).

Поступила в редакцию
19 мая 1975 г.

A GENERALIZED REFLECTION COEFFICIENT AT DIFFRACTION OF
A PLANE ELECTROMAGNETIC WAVE BY AN IMPEDANCE WEDGE

M. Yu. Mitsmakher

An asymptotic expression is obtained which permits to represent a strict solution of the problem of diffraction by an impedance wedge as the solution for the corresponding metal wedge and the multipliers taking into account the metal features. The relation between these multipliers and the Fresnel reflection coefficient is investigated. The possibility of constructing the solution of the diffraction problem using the angular dependence of the reflection coefficient is shown.