ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XIX, № 10 РАДИОФИЗИКА 1976

УДК 621.371

ФЛУКТУАЦИИ ЧАСТОТЫ ВОЛНЫ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ В ДВИЖУЩЕЙСЯ СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

В. И. Шишов

Получены статистические характеристики (средний спектр и дисперсия центра тяжести линии) флуктуаций частоты монохроматической волны, прошедшей через движущуюся случайно-неоднородную среду. Вычисления проведены для режима слабых и для режима насыщенных мерцаний. Теоретические результаты сравниваются с экспериментальными данными по распространению узкополосного излучения в межпланетной плазме. Указывается, что экспериментальные данные лучшим образом описываются моделью степенного спектра турбулентности плазмы.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В последнее время появились экспериментальные данные по размытию спектра и флуктуациям частоты узкополосного излучения при прохождении через околосолнечную плазму [1–3]. Интерпретация этого явления основывалась на теории, развитой в геометрическом приближении [4, 5]. Однако, как следует из радиоастрономических исследований мерцаний радиоисточников [6], флуктуации интенсивности волн при прохождении через околосолнечную плазму могут быть насыщенными (сильными) и в таком случае не могут быть описаны в геометрооптическом приближении, кроме того геометрооптическое приближение не всегда справедливо и в режиме слабых мерцаний.

Ниже мы рассмотрим проблему флуктуаций частоты плоской волны, распространяющейся в движущейся случайно-неоднородной среде с учетом последних результатов в теории распространения волны в случайно-неоднородной среде [7].

В качестве исходного излучения мы возьмем плоскую волну единичной интенсивности (учет сферичности волны мы обсудим позднее):

$$\mathscr{E}|_{z=0} = \exp(-i 2\pi f_0 t). \qquad (1)$$

После прохождения волны через случайно-неоднородную среду плоская волна претерпевает модуляцию, которую мы будем описывать комплексной амплитудой поля $E_0(x, t)$. Дальнейший анализ мы будем проводить, опираясь на схему обработки (линейную по интенсивности), которую определим соотношением

$$I(t, f) = \int_{-\infty}^{t} d\tau \varphi(t-\tau) \int_{-\infty}^{\tau} dt_1 \int_{-\infty}^{\tau} dt_2\, E_0(t_1) E_0^*(t_2) \times$$
$$\times \exp[2\pi i (f - f_0)(t_1 - t_2)]\, F(\tau - t_1) F^*(\tau - t_2), \qquad (2)$$

где $\varphi(t)$ — характеристика низкочастотного фильтра, $F(t)$ — характеристика высокочастотного фильтра, $I(t, f)$ — случайная функция времени и частоты.

2. СРЕДНЕЕ ЗНАЧЕНИЕ I

Мы рассмотрим случай, когда ширина полосы частот приемника Δf_0 много уже полосы частот излучения после рассеяния в среде. Усредняя (2), получаем известное выражение

$$\langle I(t, f)\rangle = C \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\tau B_E(\tau) \exp [2\pi i (f - f_0)\tau],$$
$$C = \int\limits_{-\infty}^{0} d\tau \varphi(\tau) \int\limits_{-\infty}^{0} dt_1 F(t_1) F^*(t_1), \qquad (3)$$

где $B_E(\tau)$ — временная функция когерентности поля.

Если среда движется с однородной скоростью V, то функция временной когерентности повторяет функцию пространственной когерентности, которая, в свою очередь, очень просто связана со структурной функцией флуктуаций фазы $D_S(\Delta x)$ [7]:

$$B_E(\Delta t) = B_E(\Delta x = \Delta t V) = \exp [- D_S(\Delta x)]. \qquad (4)$$

Если $D_S(\Delta x)$ можно представить в квадратичном виде, то $I(f)$ имеет гауссову форму. Если же $D_S(\Delta x)$ представима в степенном виде (с показателем степени, меньшем 2), то $I(f)$ имеет хвост степенного вида.

3. СМЕЩЕНИЕ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ЛИНИИ

Изменение частоты излучения может проявляться в виде уширения полосы частот и в виде смещения центра тяжести линии.

Положение центра тяжести спектральной линии мы будем характеризовать величиной

$$\delta f = \frac{1}{C} \int\limits_{-\infty}^{\infty} df I(f, t)(f - f_0). \qquad (5)$$

Средний квадрат δf равен

$$\langle (\delta f)^2 \rangle = \frac{1}{C^2} \int\int df_1 df_2 \langle I(f_1, t) I(f_2, t)\rangle (f_1 - f_0)(f_2 - f_0). \qquad (6)$$

Пользуясь (2) и проводя частичное интегрирование, получим

$$\langle (\delta f)^2 \rangle = \frac{1}{C^2} \int\limits_{-\infty}^{t} \int\limits_{-\infty}^{t} d\tau_1 d\tau_2 \int\limits_{-\infty}^{\tau_1} dt_1 \int\limits_{-\infty}^{\tau_1} dt_2 \int\limits_{-\infty}^{\tau_2} dt_3 \int\limits_{-\infty}^{\tau_2} dt_4 \times$$
$$\times \langle E_1 E_2^* E_3 E_4^* \rangle \delta'(t_1 - t_2) \delta'(t_3 - t_4) \times \qquad (7)$$
$$\times F(\tau_1 - t_1) F^*(\tau_1 - t_2) F(\tau_2 - t_3) F^*(\tau_2 - t_4),$$

где $E_i = E(t_i)$, δ' — производная δ-функции.

Для дальнейших вычислений нам необходимо конкретизировать вид функции когерентности четвертого порядка. Мы рассмотрим два случая.

а) Режим слабых мерцаний. В режиме слабых мерцаний мы можем в нулевом приближении пренебречь амплитудной модуляцией волны и учитывать только фазовую модуляцию, поэтому можно записать:

$$E = e^{iS}, \quad S = S(x - Vt), \qquad (8)$$

где S — флуктуации набега фазы в слое.

Используя (8) и считая, что S распределено по нормальному закону, получаем:

$$\langle (\delta f)^2 \rangle = \int\limits_{-\infty}^{t} \int\limits_{-\infty}^{t} d\tau_1 d\tau_2 \frac{\partial^2 D_S(\tau_1 \sim \tau_2)}{\partial^2 (\tau_1 - \tau_2)} \varphi(\tau_1)\varphi(\tau_2), \tag{9}$$

где D_S — структурная функция флуктуаций фазы. Если существует вторая производная D_S и характерное время D_S много больше характерного времени φ, то

$$\langle (\delta f)^2 \rangle = \left. \frac{\partial^2 D_S(\tau)}{\partial \tau^2} \right|_{\tau = 0}. \tag{10}$$

Это выражение справедливо и для сферической волны.

б) Режим насыщенных мерцаний. В режиме насыщенных мерцаний функция когерентности четвертого порядка выражается через функцию когерентности второго порядка [6]. Пользуясь этим, получаем

$$\langle (\delta f)^2 \rangle = \frac{1}{C^2} \int\limits_{-\infty}^{t} \int\limits_{-\infty}^{t} d\tau_1 d\tau_2 \varphi(t - \tau_1) \varphi(t - \tau_2) \times$$
$$\times \int\limits_{-\infty}^{\tau_1} dt_1 \int\limits_{-\infty}^{\tau_2} dt_2 \left| \frac{dB_E(t_1 - t_2)}{dt_1} \right|^2 | F(\tau_1 - t_1) |^2 | F(\tau_2 - t_2) |^2. \tag{11}$$

Мы будем считать, что характерное время $B_E(\tau)$ меньше характерного времени $F(\tau)$. В этом случае

$$\langle (\delta f)^2 \rangle = \frac{1}{C^2 \tilde{\tau}} \int\limits_{-\infty}^{t} d\tau_1 \int\limits_{-\infty}^{\tau_1} d\tau_2 \varphi(t - \tau_1) \varphi(t - \tau_2) \times$$
$$\times \int\limits_{-\infty}^{\tau_2} dt_1 | F(\tau_1 - t_1) |^2 | F(\tau_2 - t_1) |^2, \tag{12}$$

где

$$\tilde{\tau}^{-1} = \int\limits_{0}^{\infty} \left| \frac{\partial B(t)}{\partial t} \right|^2 dt. \tag{13}$$

Введем τ_0 — характерное время низкочастотного фильтра:

$$\tau_0 = \Big[\int\limits_{-\infty}^{0} \varphi(t)\, dt \Big]^2 \Big/ \int\limits_{-\infty}^{0} \varphi^2(t)\, dt. \tag{14}$$

Если $\tau_0 \gg (2\pi\Delta f_0)^{-1}$, то

$$\langle (\delta f)^2 \rangle = \frac{1}{(2\pi)^2 \tau_0 \tilde{\tau}}. \tag{15}$$

При $\tau_0 \ll (2\pi\Delta f_0)^{-1}$

$$\langle (\delta f)^2 \rangle = \frac{\Delta f_0}{2\pi\tilde{\tau}}, \tag{16}$$

где Δf_0 мы определим соотношением

$$(2\pi\Delta f_0) = \int\limits_{-\infty}^{0} |F(t)|^4 dt \Big/ \Big[\int\limits_{-\infty}^{0} |F(t)|^2 dt\Big]^2. \qquad (17)$$

Выражения (12)—(17) справедливы и для сферической волны.

4. СРАВНЕНИЕ С НАБЛЮДАЕМЫМИ ДАННЫМИ

В работе [3] приведены экспериментальные данные по форме среднего распределения энергии в линии и по дисперсии смещений центра тяжести линии. Вначале мы остановимся на данных по форме среднего распределения энергии в линии. На рис. 1 приведен средний спектр,

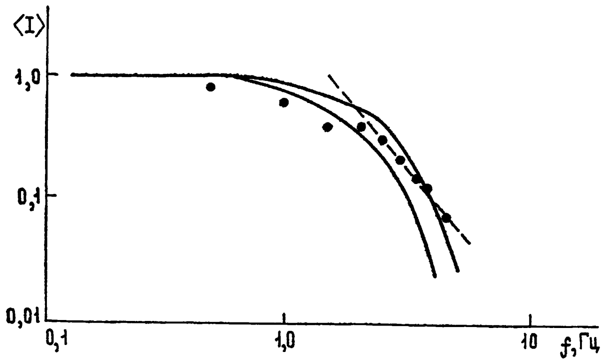

Рис. 1. Средний спектр $\langle I(f)\rangle$ узкополосного излучения, рассеянного в межпланетной среде при элонгации $\psi = 2{,}7°$.
Точки—эксперимент, пунктирные линии—гауссианы, сплошная линия соответствует степенной зависимости.

полученный в [3] при элонгации $\psi = 2{,}7°$. Правая и левая части этого спектра были усреднены и приведены в логарифмическом масштабе. Из рисунка следует, что спектр имеет явно не гауссову форму (сплошные линии соответствуют гауссовой форме спектра). Хвостовая часть спектра не противоречит степенному характеру, причем показатель степени имеет значение $\alpha \approx 2{,}5$. Это согласуется с данными о временных спектрах мерцаний радиоисточников [8]. Отметим, что степенной характер среднего спектра соответствует степенному характеру структурной функции флуктуаций фазы

$$D_S(\tau) \prec \tau^{\alpha-1}. \qquad (18)$$

Такой же закон будет и у пространственной структурной функции.

В работе [3] приведены также значения дисперсии флуктуаций частоты центра тяжести линии $\sigma^2 = \langle (\Delta f)^2 \rangle$, там же было отмечено, что сопоставление σ с характерной шириной среднего спектра $\overline{\Delta f}$ в предположении гауссовой формы функции распределения флуктуаций частоты ($\overline{\Delta f} = 2{,}6\,\sigma$) показывает превышение значений $2{,}5\sigma$ над значениями $\overline{\Delta f}$ примерно в два раза в режиме слабых мерцаний ($\psi \approx 7°$). Это различие вполне объяснимо, если принять во внимание степенной характер $D_S(\tau)$, соответственно функция распределения флуктуаций частоты будет иметь более сильные хвосты, чем гауссова функция, а величина σ будет в соответствии с (9) определяться не только параметрами среды, но и постоянной времени приемника.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. V. Hollweg, J. V. Harrington, J. Geophys. Res., **73**, 7221 (1968).
2. R. Goldstein, Science, **166**, 598 (1969).
3. О. И. Яковлев, Б. П. Трусов, В. А. Викторов, А. И. Ефимов, Ю. М. Круглов, С. С. Матюгов, В. М. Разманов, Космические исследования, **12**, 600 (1974).
4. В. Г. Гавриленко, Н. С. Степанов, Радиотехника и электроника, **18**, 1105 (1973).
5. О. И. Яковлев, Распространение радиоволн в Солнечной ситеме, изд. Сов. радио, М., 1974.
6. M. H. Cohen, E. J. Gundermann, Astrophys. J., **155**, 645 (1969).
7. А. М. Прохоров, В. Ф. Бункин, К. С. Гочедиашвили, В. И. Шишов, УФН, **114**, 415 (1974).
8. А. В. Пынзарь, В. И. Шишов, Т. Д. Шишова, Астрон. ж., **52**, 1187 (1975).

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
30 июня 1975 г.

FREQUENCY FLUCTUATIONS OF A WAVE PROPAGATING IN A MOVING RANDOMLY-INHOMOGENEOUS MEDIUM

V. I. Shishov

Statistical characteristics (mean spectrum and dispersion of the line of the gravity center) of the frequency fluctuations of a monochromatic wave passed through a moving randomly-inhomogeneous medium are obtained. Calculations are made for the regimes of weak and saturated scintillations. Theoretical results are compared with the experimental data on propagation of a narrow-band radiation in the interplanetary plasma. It is pointed out that the experimental data are best of all described by a model of the power law spectrum of the plasma turbulence.