ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XIX, № 10 РАДИОФИЗИКА 1976

УДК 533.951

О РАСПАДНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ПОЛУОГРАНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

Т. М. Заборонкова, И. Г. Кондратьев, В. В. Петров

Рассмотрена линейная стадия параметрической неустойчивости высокочастотных поверхностных волн, направляемых границей плазмы, возникающей при падении из вакуума на плазму интенсивной электромагнитной волны. Показано, что неустойчивость имеет место только для падающей волны ТМ-типа. Определены инкремент неустойчивости и пороговое значение амплитуды падающей волны. Обсуждается влияние слабого размытия границы плазмы. В качестве частного случая получены результаты, отвечающие аналогичной задаче, но с однородным электрическим полем накачки.

Настоящая работа посвящена исследованию линейной стадии параметрической неустойчивости высокочастотных поверхностных волн, направляемых плоской границей раздела плазма—вакуум, возникающей при падении из вакуума на плазму интенсивной электромагнитной волны. Рассматриваемое «поверхностное» распадное взаимодействие обнаруживает целый ряд интересных специфических особенностей по сравнению как с объемным распадным взаимодействием, так и обсуждавшимися ранее [1-3] параметрическими неустойчивостями полуограниченной плазмы относительно раскачки потенциальных и непотенциальных поверхностных колебаний.

1. Пусть на однородную плазму с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_0\varepsilon = \varepsilon_0\left(1 - \dfrac{e^2 N}{\varepsilon_0 m \omega^2}\right)$ (N—концентрация электронов, e, m—заряд и масса электрона) и магнитной — μ_0, заполняющую полупространство $x < 0$, падает из вакуума (ε_0, μ_0, $x > 0$) интенсивная плоская электромагнитная волна частоты 2ω ($\exp\{i2\omega t\}$) с волновым вектором $\boldsymbol{k}^{(i)}$, лежащим в плоскости xy и образующим угол θ с осью x (см. рис. 1).

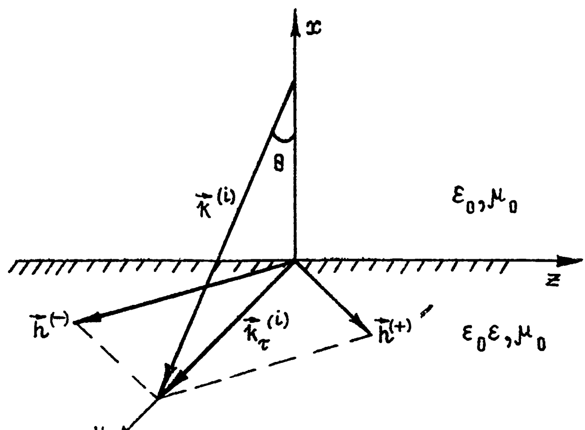

Рис. 1.

По поляризационным характеристикам следует различать волны с вектором электрического поля, перпендикулярным плоскости падения xy (ТЕ-типа), и вектором электрического поля, лежащим в плоскости падения (ТМ-типа); всюду далее индекс 1 будет относиться к ТЕ-волнам, индекс 2 — к ТМ-волнам. Компоненты поля соответствующей падающей волны записываются, очевидно, следующим образом:

$$E_1^{(i)} = E_0 \exp\{i2(\omega t + \beta_0 x - \gamma y)\}\, z^0 + \text{к. с.},$$

$$H_1^{(i)} = \frac{\gamma}{k_0 z_0} E_1^{(i)} x^0 + \frac{\beta_0}{k_0 z_0} E_1^{(i)} y^0,$$

$$H_2^{(i)} = H_0 \exp\{i2(\omega t + \beta_0 x - \gamma y)\}\, z^0 + \text{к. с.}, \tag{1}$$

$$E_2^{(i)} = -\frac{z_0 \gamma}{k_0} H_2^{(i)} x^0 - \frac{z_0 \beta_0}{k_0} H_2^{(i)} y^0.$$

Здесь $z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$, $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$, $\gamma = k_0 \sin\theta$, $\beta_0 = \sqrt{k_0^2 - \gamma^2}$. Компоненты поля прошедшей волны (индекс «t») получаются из (1) путем замены $z_0 \to z_t = z_0/\sqrt{\varepsilon(2\omega)}$, $k_0 \to k_t = k_0\sqrt{\varepsilon(2\omega)}$, $\beta_0 \to \beta = \sqrt{k_t^2 - \gamma^2}$, $E_0 \to T_1 E_0$, $H_0 \to T_2 H_0$, где T_1 и T_2 — коэффициенты прохождения волн ТЕ- и ТМ-типов:

$$T_1 = \frac{2\sqrt{\varepsilon(2\omega) - \sin^2\theta}}{\cos\theta + \sqrt{\varepsilon(2\omega) - \sin^2\theta}},$$
$$T_2 = \frac{2\sqrt{\varepsilon(2\omega) - \sin^2\theta}}{\varepsilon(2\omega)\cos\theta + \sqrt{\varepsilon(2\omega) - \sin^2\theta}}. \tag{2}$$

При выполнении условия пространственно-временного синхронизма между падающей волной и высокочастотными (ВЧ) поверхностными волнами, направляемыми границей плазма—вакуум:

$$2\omega = \omega + \omega, \qquad k_\tau^{(i)} = h^{(+)} + h^{(-)} \tag{3}$$

(значок τ отмечает составляющую волнового вектора падающей волны, параллельную границе раздела $x=0$, $h^{(\pm)}$ —постоянные распространения соответствующих поверхностных волн, бегущих в плюс и минус z-направлениях, см. рис. 1), в плазме может иметь место трехволновое взаимодействие. Компоненты поля этих поверхностных волн представляются (в линейном приближении) в виде (верхнее полупространство — $x > 0$)

$$E^{(\pm)} = \left[\mp x^{(0)} i \frac{\alpha^2 k_0^2 - \gamma^2 \varkappa_0^2}{\alpha \varkappa_0 k_0^2} \pm y^0 \frac{\gamma (k_0^2 - \gamma^2)}{\alpha k_0^2} + z^0 \frac{k_0^2 - \gamma^2}{k_0^2}\right] \times$$
$$\times A^{(\pm)} \exp\{i(\omega t - \gamma y \mp \alpha z) - \varkappa_0 x\} + \text{к. с.},$$

$$H^{(\pm)} = z_0^{-1}\left[-y^0 i \frac{k_0^2 - \gamma^2}{\varkappa_0 k_0} \pm z^0 i \frac{\gamma (k_0^2 - \gamma^2)}{\alpha \varkappa_0 k_0}\right] \times \tag{4}$$
$$\times A^{(\pm)} \exp\{i(\omega t - \gamma y \mp \alpha z) - \varkappa_0 x\} + \text{к. с.},$$

где $\varkappa_0 = k_0/\sqrt{-(1+\varepsilon)}$, $\alpha = \sqrt{k_0^2 - \gamma^2 + \varkappa_0^2} = \sqrt{k_0^2 \cos^2\theta + \varkappa_0^2}$. Выражения для компонент поля в нижнем полупространстве $(x<0)$ получаются из (4) путем замены $z_0 \to z = z_0/\sqrt{\varepsilon}$, $k_0 \to k = k_0\sqrt{\varepsilon}$, $\varkappa_0 \to -\varkappa = \varepsilon\varkappa_0$ $(\varepsilon \equiv \varepsilon(\omega))$, $A^{(\pm)} \to A^{(\pm)} \dfrac{\varepsilon(k_0^2 - \gamma^2)}{(k^2 - \gamma^2)}$. В соответствии с условиями существования поверхностных волн частота ω должна быть меньше $\omega_p/\sqrt{2} = e^2N/\varepsilon_0 m\sqrt{2}$ $(\omega < \omega_p/\sqrt{2})$.

Для описания такого трехволнового взаимодействия воспользуемся уравнениями Максвелла:

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + (N_0 + n) e\boldsymbol{v}, \qquad \operatorname{rot} \boldsymbol{E} = -\mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}, \tag{5}$$

и уравнениями гидродинамики:

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} - \frac{e}{m}\boldsymbol{E} = -\boldsymbol{v}(\nabla \boldsymbol{v}) + \mu_0 \frac{e}{m}[\boldsymbol{v}\boldsymbol{H}], \quad \frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div} N_0 \boldsymbol{v} = -\operatorname{div} n\boldsymbol{v}, \tag{6}$$

где N_0 — равновесное значение концентрации электронов, n — отклонение от равновесного значения, $\boldsymbol{v}$ — скорость электрона. В предположении слабой нелинейности из уравнений (6) нетрудно получить выражение для нелинейного тока в плазме и свести тем самым поставленную задачу о параметрическом возбуждении ВЧ поверхностных волн к решению системы уравнений Максвелла с источником

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H}^{(\pm)} = \varepsilon_0 \begin{Bmatrix} 1 \\ \varepsilon \end{Bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{E}^{(\pm)}}{\partial t} + \boldsymbol{j}_{\mathrm{NL}}^{(\pm)}, \qquad \operatorname{rot} \boldsymbol{E}^{(\pm)} = -\mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{H}^{(\pm)}}{\partial t}, \tag{7}$$

где нелинейный ток

$$\boldsymbol{j}_{\mathrm{NL}}^{(\pm)} = i\frac{e^3 N_0}{2m^2\omega^3}\left[\nabla(\boldsymbol{E}^{(t)}\boldsymbol{E}^{(\mp)*}) - \boldsymbol{E}^{(t)}\operatorname{div}\boldsymbol{E}^{(\mp)*} + \frac{1}{2}(\boldsymbol{E}^{(\mp)*}\operatorname{div}\boldsymbol{E}^{(t)}\right]. \tag{8}$$

Следует только иметь в виду, что наряду с объемным нелинейным током, как нетрудно непосредственно убедиться, исходя из (7) и (8) возникает поверхностный нелинейный ток (см. также [4]):

$$(\boldsymbol{i}_{\mathrm{NL}}^{(\pm)})_2 = i\frac{1}{2}\frac{e^3 N_0}{2m^2\omega^3}\{[E_x^{(t)}E_z^{(\mp)*}]_{x=0}\boldsymbol{z}^0 - [E_x^{(t)}E_y^{(\mp)*}]_{x=0}\boldsymbol{y}^0\}. \tag{9}$$

Эти нелинейные объемные и поверхностные токи как раз и ответственны за параметрическую раскачку ВЧ поверхностных волн.

С помощью стандартной процедуры из (7), (8) и (9) при учете (1), (2) и (4) получаем следующие уравнения, описывающие поведение амплитуд поверхностных волн $A_{1,2}^{(\pm)}$:

$$\frac{\partial A_1^{(\pm)}}{\partial z} \pm \frac{\gamma}{\alpha}\frac{\partial A_1^{(\pm)}}{\partial y} \mp \frac{1}{v_{\text{гр}}}\frac{\partial A_1^{(\pm)}}{\partial t} = \sigma_1 A_1^{(\mp)*} E_z^{(t)}; \tag{10}$$

$$\frac{\partial A_2^{(\pm)}}{\partial z} \pm \frac{\gamma}{\alpha}\frac{\partial A_2^{(\pm)}}{\partial y} \mp \frac{1}{v_{\text{гр}}}\frac{\partial A_2^{(\pm)}}{\partial t} = \mp\sigma_2 A_2^{(\mp)*} E_x^{(t)}. \tag{11}$$

Здесь $v_{\text{гр}} = \frac{-(1+\varepsilon)\sqrt{\varepsilon(1+\varepsilon)}}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\,[1+\varepsilon^2-\sin^2\theta\,(1+\varepsilon)^2]}$ — групповая скорость поверхностной волны, σ_1, σ_2 — коэффициенты нелинейного взаимодействия, определяемые выражениями:

$$\sigma_1 = -Z_0\frac{\varepsilon_0 e}{2m\omega}\,k_0\,\frac{\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2},$$

$$\sigma_2 = -iZ_0\,\frac{\varepsilon_0 e}{4m\omega}\,k_0\varepsilon\,\frac{2-\varepsilon+i\sqrt{-(1+\varepsilon)\cdot[\varepsilon(2\omega)-\sin^2\theta]}}{(1+\varepsilon)^2(\sin^2\theta-\varepsilon\cos^2\theta)}. \tag{12}$$

2. В пространственно-однородном случае $\left(\frac{\partial}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial y}\equiv 0\right)$ из систем уравнений (10) и (11) нетрудно получить укороченные уравнения для квадратов модулей амплитуд поверхностных волн:

$$\frac{d\,|A_1^{(\pm)}|^2}{dt} = \mp\,\overset{*}{\sigma_1}\,v_{\text{гр}}\,A_1^{(\pm)}A_1^{(\mp)}E_z^{(t)*}\mp \text{к. с.},$$

$$\frac{d\,|A_2^{(\pm)}|^2}{dt} = \overset{*}{\sigma_2}\,v_{\text{гр}}\,A_2^{(\pm)}A_2^{(\mp)}E_x^{(t)*}+\text{к. с.} \tag{13}$$

Необходимо обратить внимание на то обстоятельство, что первые два уравнения (для $A_1^{(+)}$ и $A_1^{(-)}$) в отличие от вторых (для $A_2^{(+)}$ и $A_2^{(-)}$) носят непривычный — с точки зрения объемных распадов—характер, что выражается в разнице знаков правых частей уравнений, описывающих волны, бегущие в плюс и минус z-направлениях. Это формальное отличие в уравнениях приводит к принципиальным различиям в физических результатах. При падении интенсивной волны ТЕ-типа раскачки поверхностных волн не происходит—сильный сигнал приводит лишь к некоторому сдвигу частот поверхностных волн. При падении интенсивной волны ТМ-типа такая раскачка имеет место—инкремент нарастания амплитуд поверхностных волн δ представляется в виде

$$\delta = \left|\frac{eE_x^{(t)}}{m\omega}\,\frac{k\varepsilon\,[(2-\varepsilon)^2-(1+\varepsilon)(\varepsilon(2\omega)-\sin^2\theta)]^{1/2}}{(\sin^2\theta-\varepsilon\cos^2\theta)\,4\sqrt{-(1+\varepsilon)}\,[1+\varepsilon^2-(1+\varepsilon)^2\sin^2\theta]}\right|. \tag{14}$$

Заметим, что при стремлении угла падения волны к нулю (переход к случаю нормального падения) $E_x^{(t)}$, а следовательно, и δ стремятся к нулю, т. е. распада ТЕМ-волны, как и следовало ожидать, не происходит. Описанная картина поверхностного распада падающих на границу плазма—вакуум интенсивных плоских волн свидетельствует о том, что для его реализации необходимо наличие в поле падающей волны нормальной к границе раздела компоненты электрического поля.

Выражение (14) справедливо, очевидно, если амплитуда поля падающей волны H_0 заметно превышает пороговое значение $H_0^{\text{пор}}$, которое можно получить, приравнивая нелинейный инкремент нарастания δ линейному декременту затухания $\delta_{\text{зат}}$ ВЧ поверхностной волны. При достаточно слабых соударениях частиц в плазме этот декремент определяется взаимодействием электронов с границей плазмы (по существу, затуханием Ландау) [5]: $\delta_{\text{зат}} = \frac{(\gamma^2+\alpha^2)^{1/2}}{|\varepsilon|^{3/2}}\,v_T$($v_T$ — средняя тепловая скорость электронов). Отвечающее такому механизму затухания пороговое значение амплитуды равно:

$$H_0^{(\text{пор})}=\left|(Z_0T_2\sin\theta)^{-1}\frac{m\omega v_T}{e}\,\frac{4\varepsilon(2\omega)\,[1+\varepsilon^2-(1+\varepsilon)^2\sin^2\theta]\,(\sin^2\theta-\varepsilon\cos^2\theta)}{\varepsilon^{5/2}\,[(2-\varepsilon)^2-(1+\varepsilon)\,(\varepsilon\,(2\omega)-\sin^2\theta)]^{1/2}}\right|\cdot \quad (15)$$

Согласно (15) параметрическая неустойчивость ВЧ поверхностных волн в плазме с резкой границей характеризуется достаточно высокими значениями порогового поля, обусловленными сравнительно большим линейным затуханием поверхностных волн. В связи с этим необходимо заметить, что полученные результаты можно, по-видимому, считать вполне корректными для волн ТМ-типа, падающих под не слишком малыми углами, и для плазмы с $\varepsilon(\omega)$, не слишком близкой к единице, когда амплитуда осцилляций электронов $r_E^{(2\omega)}$ в направлении, перпендикулярном границе $(E_x^{(t)} \sim (E_x^{(t)})^{(\text{пор})})$, невелика по сравнению с дебаевским электронным радиусом $r_D = v_T/\omega_p$. В противном случае $(r_E^{(2\omega)} \gtrsim r_D)$ необходимо, вообще говоря, рассматривать вопрос о возможном размытии границы плазмы под действием поля интенсивной падающей волны (нелинейное размытие), который составляет отдельную довольно сложную задачу, выходящую за рамки настоящей статьи.

3. Поскольку большое линейное затухание поверхностных волн связано с наличием резкой границы плазмы, представляется интересным оценить влияние ее размытия (линейного и заданного заранее), которое на практике, кстати, всегда имеет место. С этой целью была рассмотрена аналогичная задача для однородного плазменного полупространства, на границе которого концентрация спадает по линейному закону от значения N_0 до нуля в некотором переходном слое толщины d. Как показывают непосредственные расчеты, если размеры переходного слоя достаточно малы по сравнению с длиной поверхностной волны ($hd \ll 1$), то остаются справедливыми уравнения (11) и (13), и, следовательно, и выражение (14) для инкремента нарастания. Однако механизм затухания поверхностных волн при этом может существенно отличаться от описанного выше. В самом деле, можно ожидать, что затухание, обусловленное взаимодействием электронов с границей плазмы, будет незначительным, когда время пролета электрона через переходный слой заметно превышает период ВЧ колебаний*:

$$\omega d/v_T \gg 1. \quad (16)$$

Определяющую роль здесь будет играть (при слабых соударениях в плазме) поглощение энергии в области плазменного резонанса—так называемое резонансное поглощение. Отвечающее ему значение декремента линейного затухания представляется в виде (см. [6]) $\delta_{\text{зат}}=\dfrac{\varepsilon^{5/2}\,(\gamma^2+\alpha^2)^{1/2}}{(1-\varepsilon)^2\,(1+\varepsilon^2)}\,\pi\omega\,d$ и приводит к следующему значению пороговой амплитуды:

$$H_0^{(\text{пор})}=$$

$$=\left|(Z_0T_2\sin\theta)^{-1}\frac{m\omega\pi\omega d}{e}\,\frac{4\varepsilon(2\omega)\varepsilon^{3/2}[1+\varepsilon^2-(1+\varepsilon)^2\sin^2\theta](\sin^2\theta-\varepsilon\cos^2\theta)}{(1-\varepsilon)^2(1+\varepsilon^2)[(2-\varepsilon)^2-(1+\varepsilon)(\varepsilon(2\omega)-\sin^2\theta)]^{1/2}}\right|\cdot \quad (17)$$

* Это условие не противоречит принятым выше ограничениям на размеры переходного слоя сверху, так как все проводимое рассмотрение годится лишь для поверхностных волн с фазовой скоростью, существенно превышающей скорость теплового движения электронов ($\omega/v_T \gg h$).

Из сопоставления (17) с (15) следует, что такое — отвечающее (16) — размытие границы плазмы не только не приводит к уменьшению порогового поля, но и заметно его повышает.

4. В качестве частного случая из приведенных выше общих выражений получаются результаты, отвечающие задаче о параметрической неустойчивости встречных ВЧ поверхностных волн (компоненты поля которых описываются формулами (4) с $\gamma = 0$), возникающей под действием однородного электрического поля накачки (значок «н») частоты 2ω. Поведение амплитуд этих волн описывается уравнениями, получающимися из (10)—(12), а следовательно, и (13), при β, γ, положенных равными нулю, и $E_z^{(t)} \equiv E_z^{\text{н}}$, $E_x^{(t)} \equiv E_x^{\text{н}}$. Отсюда следует, что в однородном электрическом поле накачки, параллельном границе плазмы ($E^{\text{н}} = E_z^{\text{н}}\, \boldsymbol{z}^0$), нарастания амплитуд поверхностных волн не происходит (неустойчивость отсутствует), тогда как в поле накачки, перпендикулярном границе плазмы ($E^{\text{н}} = E_x^{\text{н}}\, \boldsymbol{x}^0$), такое нарастание имеет место. Соответствующий инкремент неустойчивости получается из (14) при $\theta = 0$ и $E_x^{(t)} \to E_x^{\text{н}}$. Пороговое значение поля $(E_x^{\text{н}})^{(\text{пор})}$ для плазмы с резкой и размытой границей получается соответственно из (15) и (17) $(H_0^{(\text{пор})} \to (E_x^{\text{н}})^{(\text{пор})})$ путем умножения правой части на $|Z_0 T_2 \sin\theta/\varepsilon(2\omega)|$ и последующим приравниванием θ нулю.

Таким образом, распадное взаимодействие падающей из вакуума на плазменное полупространство интенсивной плоской электромагнитной волны частоты 2ω и ВЧ поверхностных волн частоты ω, направляемых границей плазмы, имеет место лишь при определенной поляризации вектора электрического поля в падающей волне — вектор электрического поля должен иметь отличную от нуля составляющую, нормальную к границе (волна ТМ-типа). Подобная ситуация наблюдается и в случае однородного поля накачки. Возможность наличия такой «поляризационной избирательности» в распадных задачах (не отмечавшейся ранее) следует, вообще говоря, всегда иметь в виду.

Авторы признательны В. А. Миронову за полезные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. М. Алиев, Э. Ферленги, ЖЭТФ, 57, 1623 (1969).
2. Ю. М. Алиев, О. М. Градов, А. Ю. Кирий, ЖЭТФ, 63, 112 (1972).
3. А. Г. Литвак, В. А. Миронов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 17, № 9, 1281 (1974).
4. А. Г. Кондратенко, В. Г. Шептала, УФЖ, 14, № 7, 1092 (1969).
5. Ю. А. Романов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 7, № 2, 242 (1964).
6. К. Н. Степанов, ЖТФ, 35, 1349 (1965).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию 30 июля 1975 г.

DECAY INTERACTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN A SEMI-BOUNDED PLASMA

T. M. Zaboronkova, I. G. Kondrat'ev, V. V. Petrov

We consider a linear stage of the parametric instability of high-frequency surface waves guided by the plasma boundary occurring when an intensive electromagnetic wave is incident from vacuum on plasma. The instability is shown to take place only for the incident TM-type wave. The instability increment and the threshold value of the incident wave amplitude are determined. The effect of the plasma boundary dispersion is discussed. As a particular case, the results corresponding to the analogous problem but with a uniform electric pump field are obtained.