

УДК 621.371.25

О ВОЗМУЩЕНИИ СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ ВСТРЕЧНЫМИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ВОЛНАМИ

*И. М. Виленский, М. Е. Фрейман**

Рассмотрено влияние процессов переноса на резонансное взаимодействие распространяющихся навстречу друг другу электромагнитных волн. Показано, что в условиях ионосферы возникающие квазипериодические возмущения концентрации заряженных частиц могут сильно отражать радиоволны.

Известно, что в столкновительной плазме в поле мощных электромагнитных волн могут иметь место возмущения параметров среды квазипериодического в пространстве характера [1, 2]. Для достаточно коротких волн ($\lambda \leq L_t, L_N^*$ [3]) формирование этих возмущений в большой степени определяется процессами переноса. В данной работе рассматривается нелинейное взаимодействие встречных волн с учетом этого обстоятельства. Такое рассмотрение необходимо, например, при изучении распространения мощных радиоволн в ионосфере на высотах более 100 км, где характерные длины L_t, L_N порядка и более длин волн, отражающихся от ионосферы.

Для простоты ограничимся случаем слабой нелинейности $\left(\left(\frac{E}{E_p}\right)^2 \ll 1\right)$, где E — электрическое поле волн, E_p — плазменное поле. В этом случае комплексную амплитуду линейно-поляризованного монохроматического поля частоты ω в однородной изотропной среде можно представить в виде [2]

$$E = E_1(z)e^{-ikz} + E_2(z)e^{ikz}. \quad (1)$$

Здесь $E_1(z), E_2(z)$ — медленно меняющиеся функции $z, k = \frac{\omega}{c} n_0$, $n_0 = \text{Re} \sqrt{\epsilon_0'}$ — невозмущенный показатель преломления. Поле (1) является решением волнового уравнения

$$\frac{d^2 E}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon'(\omega, E) E = 0, \\ \epsilon'(\omega, E) = \epsilon_0'(\omega) + \Delta \epsilon', \quad (1a)$$

где $\epsilon_0'(\omega)$ и $\Delta \epsilon'$ — соответственно невозмущенная комплексная диэлектрическая проницаемость и ее возмущение.

* L_t и L_N — характерные пространственные длины, определяющие роль неоднородности температуры и концентрации. Выражения для них даны ниже в формуле (9).

В условиях, когда характерные размеры неоднородности поля и возмущений много больше длин свободного пробега частиц плазмы, для возмущений концентрации и температуры электронов и ионов справедливы уравнения переноса. При $\left(\frac{E}{E_p}\right)^2 \ll 1$ уравнения переноса можно линеаризовать. Тогда в стационарных условиях для относительных возмущений электронной температуры, ионной температуры и концентрации (соответственно τ_e , τ_i , n) они принимают вид [3]

$$\left(-\frac{\chi_e}{N_0} \Delta + \delta_{ei} v_{el} + \delta_{em} v_{em} \right) \tau_e - \frac{T_{i0}}{T_{e0}} \delta_{el} v_{ei} \tau_i = \frac{2}{3} \frac{F_e}{N_0 T_{e0}}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\beta_i + \beta_{ie}}{T_{i0}} D_{Tea} \Delta - \frac{T_{e0}}{T_{i0}} \delta_{el} v_{ei} \right) \tau_e + \left(\frac{\beta_i + \beta_{ie}}{T_{i0}} D_{Ti} \Delta + \right. \\ & \left. + \delta_{ei} v_{ei} + v_{im} \right) \tau_i - D_a \Delta n = \frac{2}{3} \frac{F_i}{N_0 T_{i0}}; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\left(-\frac{\gamma}{\tau_N} - D_{Tea} \Delta \right) \tau_e - D_{Ti} \Delta \tau_i + \left(\frac{1}{\tau_N} - D_a \Delta \right) n = 0. \quad (4)$$

Здесь T_{e0} , T_{i0} , N_0 — невозмущенные значения температуры электронов, ионов и концентрации заряженных частиц, χ_e — электронная теплопроводность, β_i , β_{ie} — ионный и взаимный ионно-электронный коэффициенты термосилы, D_a — коэффициент амбиполярной диффузии, D_{Tea} , D_{Ti} — электронный и ионный коэффициенты амбиполярной термодиффузии, τ_N — время жизни электрона, $\gamma = \frac{\partial N_0}{\partial T_{e0}} \frac{T_{e0}}{N_0}$ — коэффициент, определяющий локальное изменение концентрации в связи с нарушением ионизационно-рекомбинационного баланса, $F_{e,i} = (\bar{J}_{e,i} E)_w$ — высокочастотный джоулев нагрев электронов и ионов, Δ — оператор Лапласа, δ_{ei} , δ_{em} — доля энергии, передаваемая электроном при соударении иону и нейтральной частице, v_{el} , v_{em} — частоты соударений электрона с ионами и нейтральными частицами, v_{im} , v_i — частоты соударений иона с нейтральными частицами и ионами. Далее будут использоваться также обозначения: e — заряд электрона, $v_e = v_{el} + v_{em}$, $v_i = v_{ii} + v_{im}$, $m_{e,i}$ — масса электрона и иона, c — скорость света, $\omega_p = (4\pi e^2 N_0 / m_e)^{1/2}$ — плазменная частота.

Перейдем к решению системы уравнений (1) — (4). Для $F_{e,i}$ справедливо представление:

$$\begin{aligned} F_{e,i} &= f_{e,i} E E^* = \bar{F}_{e,i} + \tilde{F}_{e,i}, \\ \bar{F}_{e,i} &= f_{e,i} (|E_1|^2 + |E_2|^2), \\ \tilde{F}_{e,i} &= f_{e,i} (E_1 E_2^* e^{-2ikz} + \text{к. с.}), \end{aligned} \quad (4a)$$

где $f_{e,i} = \frac{e^2 N_0 v_{e,i}}{2m_{e,i}(\omega^2 + v_{e,i}^2)}$, $\bar{F}_{e,i}$ — «медленная» функция с характерным масштабом $\left(\frac{\omega}{c} z_0\right)^{-1}$ и $\tilde{F}_{e,i}$ — «быстрая» функция с масштабом $(2k)^{-1}$ $\left((2k)^{-1} / \left(\frac{\omega}{c} z_0\right)^{-1}\right) = \frac{z_0}{2n_0} \ll 1$, z_0 — показатель поглощения среды. Решение уравнений (2) — (4) можно представить в виде $\tau_e = \bar{\tau}_e + \tilde{\tau}_e$,

$\tau_i = \bar{\tau}_i + \tilde{\tau}_i$, $n = \bar{n} + \tilde{n}$. Для «медленных» функций можно пренебречь пространственными производными, что справедливо при выполнении условий

$$\begin{aligned} \frac{x_e}{N_0} \left(\frac{\omega}{c} x_0 \right)^2 &\ll \delta_{el} v_{el} + \delta_{em} v_{em}, \\ \frac{\beta_i + \beta_{le}}{T_{lo}} D_a \left(\frac{\omega}{c} x_0 \right)^2 &\ll \delta_{el} v_{el} + v_{im}, \\ D_a \left(\frac{\omega}{c} x_0 \right)^2 &\ll \frac{1}{\tau_N}. \end{aligned} \quad (46)$$

Соответствующее решение дает локальную взаимосвязь между «медленными» функциями (здесь и ниже ионным нагревом пренебрегаем из-за его малости [3]): $\bar{\tau}_e = \frac{2}{3} \bar{F}_e / [N_0 T_{e0}(\delta v)]$, $\bar{\tau}_i = \frac{T_{e0}}{T_{lo}} \bar{\tau}_e \delta_{el} v_{el} / (\delta_{el} v_{el} + v_{im})$, $\bar{n} = \gamma \bar{\tau}_e$, где $(\delta v) = \delta_{em} v_{em} + \delta_{el} v_{el} v_{im} / (\delta_{el} v_{el} + v_{im})$. Решение для «быстрых» функций с нулевыми граничными условиями на бесконечности находим с относительной точностью $\frac{x_0}{2n_0} \ll 1$:

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}_e &= \left[\frac{2}{3} \frac{\tilde{F}_e}{N_0 T_{e0}(\delta v)} \right] \frac{(\delta v)}{d} \left[\left(-4k^2 \frac{\beta_i + \beta_{le}}{T_{lo}} D_{Tla} + \delta_{el} v_{el} + v_{im} \right) \times \right. \\ &\quad \times \left. \left(\frac{1}{\tau_N} + 4k^2 D_a \right) - 16k^4 D_a D_{Tla} \right] \equiv \alpha_e \left[\frac{2}{3} \frac{\tilde{F}_e}{N_0 T_{e0}(\delta v)} \right], \\ \tilde{\tau}_i &= \left[\frac{2}{3} \frac{\tilde{F}_e}{N_0 T_{e0}(\delta v)} \right] \frac{(\delta v)}{d} \left[\left(4k^2 \frac{\beta_i + \beta_{le}}{T_{lo}} D_{Tea} + \frac{T_{e0}}{T_{lo}} \delta_{el} v_{el} \right) \times \right. \\ &\quad \times \left. \left(\frac{1}{\tau_N} + 4k^2 D_a \right) + 4k^2 D_a \left(-\frac{\gamma}{\tau_N} + 4k^2 D_{Tea} \right) \right] \equiv \alpha_i \left[\frac{2}{3} \frac{\tilde{F}_e}{N_0 T_{e0}(\delta v)} \right], \end{aligned} \quad (4B)$$

$$\begin{aligned} \tilde{n} &= \left[\frac{2}{3} \frac{\tilde{F}_e}{N_0 T_{e0}(\delta v)} \right] \frac{(\delta v)}{d} \left[\left(-4k^2 \frac{\beta_i + \beta_{le}}{T_{lo}} D_{Tla} - \frac{T_{e0}}{T_{lo}} \delta_{el} v_{el} \right) \times \right. \\ &\quad \times 4k^2 D_{Tla} - \left(-4k^2 \frac{\beta_i + \beta_{le}}{T_{lo}} D_{Tla} + \delta_{el} v_{el} + v_{im} \right) \times \\ &\quad \times \left. \left(-\frac{\gamma}{\tau_N} + 4k^2 D_{Tea} \right) \right] \equiv \alpha_n \left[\frac{2}{3} \frac{\tilde{F}_e}{N_0 T_{e0}(\delta v)} \right], \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} d &= \left(4k^2 \frac{x_e}{N_0} + \delta_{el} v_{el} + \delta_{em} v_{em} \right) \left[\left(-4k^2 \frac{\beta_i + \beta_{le}}{T_{lo}} D_{Tla} + \right. \right. \\ &\quad + \delta_{el} v_{el} + v_{im} \left. \right) \left(\frac{1}{\tau_N} + 4k^2 D_a \right) - 16k^4 D_a D_{Tla} \Big] + \\ &\quad + \delta_{el} v_{el} \frac{T_{lo}}{T_{e0}} \left[\left(-4k^2 \frac{\beta_i + \beta_{le}}{T_{lo}} D_{Tea} - \frac{T_{e0}}{T_{lo}} \delta_{el} v_{el} \right) \times \right. \end{aligned}$$

$$\times \left(\frac{1}{\tau_N} + 4k^2 D_a \right) - 4k^2 D_a \left(-\frac{\gamma}{\tau_N} + 4k^2 D_{Tea} \right) \Big].$$

После подстановки выражения для возмущения диэлектрической проницаемости

$$\Delta \epsilon' = - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - i\nu_e)} n - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - i\nu_e)^2} i \left(\frac{\partial \nu_e}{\partial T_e} \right)_0 T_{e0} \tau_e \quad (4g)$$

в волновое уравнение (1 а) аналогично [2] получим уравнения для амплитуд и фаз взаимодействующих волн:

$$\frac{da_{1,2}}{dz} \pm 2 \frac{\omega}{c} \chi_0 a_{1,2} (1 + \zeta a_{1,2} + \eta a_{2,1}) = 0; \quad (5)$$

$$\frac{d\varphi_{1,2}}{dz} \pm 2 \frac{\omega}{c} \chi_0 (\zeta' a_{1,2} + \eta' a_{2,1}) = 0, \quad (6)$$

где

$$a_{1,2} = \frac{|E_{1,2}|^2}{E_p^2}, \quad \varphi_{1,2} = \arg \left(\frac{E_{1,2}}{E_p} \right),$$

$$E_p^2 = \frac{3m_e(\omega^2 + \nu_e^2)(\delta\nu)T_{e0}}{e^2 \nu_e},$$

$$\zeta = \left(\frac{T_e}{\nu_e} \frac{\partial \nu_e}{\partial T_e} \right)_0 \frac{\omega^2 - \nu_e^2}{\omega^2 + \nu_e^2} + \gamma,$$

$$\eta = \left(\frac{T_e}{\nu_e} \frac{\partial \nu_e}{\partial T_e} \right)_0 \frac{\omega^2 - \nu_e^2}{\omega^2 + \nu_e^2} (1 + \alpha_e) + \gamma + \alpha_n, \quad (7)$$

$$\zeta' = \left(\frac{T_e}{\nu_e} \frac{\partial \nu_e}{\partial T_e} \right)_0 \frac{\omega \nu_e}{\omega^2 + \nu_e^2} - \frac{\omega}{2\nu_e} \gamma,$$

$$\eta' = \left(\frac{T_e}{\nu_e} \frac{\partial \nu_e}{\partial T_e} \right)_0 \frac{\omega \nu_e}{\omega^2 + \nu_e^2} (1 + \alpha_e) - \frac{\omega}{2\nu_e} (\gamma + \alpha_n),$$

α_e и α_n определены в (4 в).

В дальнейшем нам потребуется выражение для квазипериодического относительного возмущения действительной части диэлектрической проницаемости для частоты ω_1 пробной волны $\delta \operatorname{Re} \epsilon'_0(\omega_1) \equiv \delta \operatorname{Re} \epsilon'_{01}$ ($\omega_1 \neq \omega$) в поле встречных волн частоты ω :

$$\begin{aligned} \delta \operatorname{Re} \epsilon'_{01} &\equiv \frac{\tilde{\Delta} \operatorname{Re} \epsilon'_{01}}{\operatorname{Re} \epsilon'_{01}} = \frac{1 - \operatorname{Re} \epsilon'_{01}}{\operatorname{Re} \epsilon'_{01}} \left[-\alpha_n + \left(\frac{T_e}{\nu_e} \frac{\partial \nu_e}{\partial T_e} \right)_0 \times \right. \\ &\quad \left. \times \frac{2\nu_e^2}{\omega_1^2 + \nu_e^2} \alpha_e \right] \left[\frac{2}{3} \frac{\tilde{F}_e}{N_0 T_{e0}(\delta\nu)} \right], \end{aligned} \quad (8)$$

где $\tilde{\Delta} \operatorname{Re} \epsilon'_{01}$ — квазипериодическая часть возмущения $\operatorname{Re} \epsilon'_{01}$ (см. формулу (4 г)). В применении к ионосфере (высоты более 100 км) можно пренебречь ионным переносом $4k^2 D_a \ll \delta_{ei} \nu_{ei} + \nu_{im}$, что равносильно $\frac{\lambda}{2} \gg 2\pi l_i \left(\frac{\nu_{ii} + \nu_{im}}{\delta_{ei} \nu_{ei} + \nu_{im}} \right)^{1/2}$ (здесь $\lambda = \frac{2\pi}{k}$, l_i — длина свободного пробега).

ионов). Вспомним, что уравнения переноса справедливы при $\frac{\lambda}{2} \gg l_e, l_i$. При этом в (7) войдут упрощенные выражения для α_e и α_n (см. (4в)):

$$\begin{aligned}\alpha_e &= \frac{1}{4k^2 L_T^2 + 1}, \\ \alpha_n &= \frac{1}{4k^2 L_N^2 + 1} \left(-k_T + \frac{\gamma + k_T}{4k^2 L_N^2 + 1} \right),\end{aligned}\quad (9)$$

где

$$L_T^2 = \frac{v_e}{N_0(\delta v)}, \quad L_N^2 = D_a \tau_N, \quad k_T = 1 - \left(\frac{T_e}{v_e} \frac{\partial v_e}{\partial T_e} \right)_0$$

— термодиффузионное отношение (слабоионизированная плазма [3]). В нашем приближении (4б) процессы переноса влияют лишь на мелко-масштабные, длиной $\lambda/2$, возмущения параметров плазмы, обусловливающие резонансную часть нелинейного взаимодействия волн [2]*, которая в соответствии с (5) — (7) и (9) определяется следующими величинами:

$$\begin{aligned}\eta - \zeta &= \left[\frac{\omega^2 - v_e^2}{\omega^2 + v_e^2} \left(\frac{T_e}{v_e} \frac{\partial v_e}{\partial T_e} \right)_0 - k_T + \frac{\gamma + k_T}{4k^2 L_N^2 + 1} \right] \frac{1}{4k^2 L_T^2 + 1}, \\ \eta' - \zeta' &= \left[\frac{\omega v_e}{\omega^2 + v_e^2} \left(\frac{T_e}{v_e} \frac{\partial v_e}{\partial T_e} \right)_0 + k_T - \frac{\gamma + k_T}{4k^2 L_N^2 + 1} \right] \frac{1}{4k^2 L_T^2 + 1}.\end{aligned}\quad (10)$$

Таким образом, учет процессов переноса приводит к следующим эффектам (см. формулу (10)).

1) Ослабляется в $(4k^2 L_T^2 + 1)$ раз резонансное взаимодействие волн.

2) Появляется квазипериодическое возмущение концентрации заряженных частиц, обусловленное термодиффузией и имеющее время становления, определяющееся амбиполярным характером диффузии в слабоионизированной плазме. В уравнение (5) для амплитуд это возмущение вносит вклад, сравнимый с температурным. Вклад же в нелинейное искажение фаз волн при $\frac{\omega}{v_e} \gg 1$ превышает температурный

в $\left(\frac{\omega}{v_e} \right)^2$ раз.

3) Влияние процессов ионизации и рекомбинации на взаимодействие волн определяется третьим слагаемым в квадратных скобках в (10). Оно дополнительно ослаблено фактором $(4k^2 L_N^2 + 1)^{-1}$.

Отметим, что квазипериодическое возмущение концентрации заряженных частиц представляет самостоятельный интерес. Дело в том, что в ионосфере на высотах более 100 км выполнено условие $\frac{v_e}{\omega} \ll 1$, и поэтому

возмущение действительной части диэлектрической проницаемости в основном определяется возмущением концентрации, так как вклад последнего в $\operatorname{Re} \epsilon'(\omega, E)$ при $k_T \sim 1$ превосходит вклад возмущения

* Термин «резонансное взаимодействие» введен в [2]. Под этим понимается взаимодействие, обусловленное рассеянием волн на возмущениях температуры и концентрации с масштабом, определяемым разностью волновых векторов взаимодействующих волн.

частоты соударений в $\left(\frac{\omega}{\nu_e}\right)^2$ раз (см. формулу (12)). Известно, что даже слабые периодические возмущения действительной части диэлектрической проницаемости могут приводить к достаточно сильному отражению радиоволн. В работе [4] получено выражение для коэффициента отражения волны с длиной λ_1 , падающей под углом α_0 ($\cos \alpha_0 = \frac{\lambda_1}{\lambda}$), соответствующим середине первой зоны запирания, на периодическую структуру с периодом $\lambda/2$ и толщиной H :

$$|R_1| = \operatorname{th} \left[\frac{\pi H}{\lambda} \frac{A(\delta \operatorname{Re} \epsilon'_{01})}{2 \cos^2 \alpha_0} \right]. \quad (11)$$

В нашем случае $\lambda = \frac{2\pi}{k}$, $\lambda_1 = 2\pi \left[\frac{\omega_1}{c} \operatorname{Re} \epsilon'_{01} \right]^{-1}$, $A(\delta \operatorname{Re} \epsilon'_{01})$ — амплитуда относительного возмущения $\delta \operatorname{Re} \epsilon'_{01}$. Из (8) и (4 а) следует, что $A(\delta \operatorname{Re} \epsilon'_{01}) \sim |E_1| |E_2|$. Подставляя поле в линейном приближении $E_1 \sim \sim \exp \left(-\frac{\omega}{c} \nu_0 z \right)$ и $E_2 \sim \exp \left(\frac{\omega}{c} \nu_0 z \right)$, получим, что амплитуда $A(\delta \operatorname{Re} \epsilon'_{01})$ не зависит от z и с учетом (9) равна

$$A(\delta \operatorname{Re} \epsilon'_{01}) = \frac{1 - \operatorname{Re} \epsilon'_{01}}{\operatorname{Re} \epsilon'_{01}} \left[\left(\frac{T_e}{\nu_e} \frac{\partial \nu_e}{\partial T_e} \right)_0 \frac{2\nu_e^2}{\omega_1^2 + \nu_e^2} + k_T - \frac{\gamma + k_T}{4k^2 L_N^2 + 1} \right] \frac{Ra_1(z=0)}{4k^2 L_T^2 + 1}, \quad (12)$$

где $R = \left[\frac{a_2(z=0)}{a_1(z=0)} \right]^{1/2}$ — линейный коэффициент отражения возмущающей волны, если интерпретировать встречные волны как падающую и отраженную от ионосферы. С учетом (9), (12) и $\omega, \omega_1 \gg \nu_e$ (11) перепишется (примем $\nu_e(T_e) \sim (T_e)^{1/2}$):

$$|R_1| = \operatorname{th} \left[\frac{\frac{\omega_p^2}{\omega c} H}{\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}} \left(\frac{1}{2} - \frac{\gamma + 1/2}{4k^2 L_N^2 + 1} \right) \frac{Ra_1(z=0)}{4k^2 L_T^2 + 1} \right], \quad (13)$$

где

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right).$$

Приведем оценку $|R_1|$. Для дневной ионосферы (высота 100 км, $L_T = 2,8 \cdot 10^3$ см, $L_N = 2 \cdot 10^4$ см, $\gamma = 0,5$, $\omega_p = 1,9 \cdot 10^6$ с⁻¹) для волн с частотами $\omega, \omega_1 \sim 10^7$ с⁻¹ $> \omega_{He}$ при мощности возмущающей волны $a_1(z=0) \sim \sim 0,1$ имеем

$$|R_1| \approx \operatorname{th} \left[R \frac{H \text{ (км)}}{60} \right]. \quad (14)$$

Из (14) видно, что слой, толщиной 10 км дает коэффициент отражения, сравнимый с R . Эта оценка показывает, что отражение радиоволн от искусственных слабых периодических неоднородностей можно наблюдать в реальных ионосферных экспериментах, а также использовать для диагностики ионосферной плазмы.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. М. Виленский, Докл. АН СССР, 191, 1041 (1970).
2. Н. А. Митяков и др., ЖЭТФ, 65, 1893 (1973).
3. А. В. Гуревич, А. Б. Шварцбург, Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере, изд. Наука, М., 1973.
4. А. В. Попов, Ю. Н. Черкашин, Ю. П. Шанкин, в сб. Исследование сверхдальнего распространения коротких радиоволн, ИЗМИРАН, М., 1975, стр. 71.

Институт геологии и геофизики
СО АН СССР

Поступила в редакцию
4 ноября 1975 г.

PERTURBATION OF COLLISIONAL PLASMA BY OPPOSITE ELECTROMAGNETIC WAVES

I. M. Vilenskii, M. E. Freymann

The influence of transfer processes on the resonance interaction of electromagnetic waves propagating opposite to each other is considered. It is shown that under the ionospheric conditions the occurred quasi-periodic perturbations of charged-particle densities may strongly reflect radio waves.
