

УДК 621.396.628 : 523.164

## ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТОВ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ НА СИНХРОНИЗАЦИЮ ЧАСОВ С ПОМОЩЬЮ РСДБ

*В. И. Максимов, В. С. Троицкий*

Рассматривается влияние «эффекта Саньяка» на синхронизацию удаленных друг от друга часов с помощью радиоинтерферометра со сверхдлинной базой. Приведены формулы, учитывающие «поправку Саньяка», являющуюся результатом вращения синхронизируемых часов относительно выбранной инерциальной системы координат. Дан краткий сравнительный анализ величины этой поправки, достигающей 200 нс, для различных методов синхронизации часов, расположенных на Земле.

Проблема синхронизации часов, т. е. приведения показаний часов в соответствии друг с другом, при наличии обмена электромагнитными сигналами подробно разработана в теории относительности. Радиоинтерферометр со сверхдлинной базой (РСДБ) осуществляет в принципе классический случай синхронизации часов по рассмотренному там методу. Отличие состоит в том, что электромагнитные сигналы, используемые при этом в двух пунктах интерферометра, посылаются Галактиками и квазарами. Особенностью является то, что часы, размещенные на нашей планете, находятся во вращающейся системе координат, процессы в которой, в том числе и ход времени, описываются, вообще говоря, соотношениями общей теории относительности. Вопросы синхронизации часов в этой системе координат с использованием сигналов, посланных с Земли, или путем перевозки часов довольно детально рассмотрены в ряде статей. Нам представляется целесообразным напомнить эти результаты, прежде чем перейти к рассмотрению поставленного выше вопроса методом РСДБ.

Приведение показаний часов в соответствие друг с другом осуществляется при помощи обмена световыми или вообще электромагнитными сигналами между этими точками. Разность значений мирового времени двух одновременных событий, происходящих в разных точках пространства, можно записать в виде [1]:

$$\Delta x^0 = - \int \frac{g_{0\alpha} dx^\alpha}{g_{00}}, \quad (1)$$

где  $g_{ij}$  — компоненты метрического тензора;  $x_0$  — значение мирового времени;  $x^\alpha$  —  $\alpha$ -координата.

Рассмотрим систему координат, связанную с Землей, и равномерно вращающуюся вместе с ней. Интервал во вращающейся системе отсчета имеет вид

$$ds^2 = (c^2 - \Omega^2 r^2) dt^2 - 2\Omega r^2 d\varphi dt - dz^2 - r^2 d\varphi^2 - dr^2, \quad (2)$$

где  $r, \varphi, z$  — цилиндрические координаты,  $t$  — время,  $\Omega$  — угловая скорость вращения Земли,  $c$  — скорость света [1].

Рассмотрим двое часов, расположенных в одном месте на экваторе. Производя синхронизацию путем посылки сигнала по большой дуге

экватора, получим время на синхронизируемых часах, отличное от времени на исходных на величину:

$$\Delta t = \frac{1}{c^2} \oint \frac{\Omega r^2 d\varphi}{1 - \Omega^2 r^2 / c^2}. \quad (3)$$

При  $\Omega r \ll c$  имеем:

$$\Delta t = \pm \frac{\Omega}{c^2} \oint r^2 d\varphi = \pm 2\pi \frac{\Omega r^2}{c^2}. \quad (4)$$

Для экватора  $\Delta t = \pm 200$  нс, знак зависит от направления обхода.

Если производить синхронизацию не по окружности, а по квадрату, тогда решение уравнения (3) дает разность времени, получаемую в опыте Саньяка, который доказывает возможность экспериментального определения скорости вращения системы для наблюдателя, находящегося в ней. Таким образом, (4) есть результат эффекта Саньяка для окружности.

Рассмотрим синхронизацию часов методом транспортируемых стандартов. Если транспортировка осуществляется со скоростью  $v$  на высоте  $h$ , то разница во временном интервале относительно показаний наземных часов запишется следующим образом [2]:

$$t = t_0 \left( 1 - \frac{v^2}{2c^2} \pm \frac{v \Omega r}{c^2} + \frac{gh}{c^2} \right), \quad (5)$$

где  $t$  — интервал времени для движущихся часов,  $\Omega$  — угловая скорость вращения Земли,  $r$  — радиус Земли,  $t_0$  — интервал времени для наземных часов. Для  $h = 0$ , т. е. когда часы находятся в одинаковом гравитационном потенциале, выражение (5) может быть получено как из специальной, так и из общей теории относительности [2].

В выражении (5) интересен третий член как зависящий от направления движения. Рассмотрим его подробнее:

$$\Delta t = \pm t_0 \frac{v \Omega r}{c^2},$$

так как  $t_0 = \frac{2\pi r}{v}$ , то

$$\Delta t = \pm \frac{\Omega r^2}{c^2} 2\pi \quad (6)$$

( $t_0$  — время транспортировки по окружности по наземным часам). В результате получается, что изменение  $\Delta t$  не зависит от скорости транспортировки, а лишь от направления обхода синхронизируемого контура. Эта величина представляет собой результат эффекта Саньяка (см. (4)).

Экспериментальная проверка этого факта была осуществлена Хафелем и Китингом [3]. Транспортировка цезиевых стандартов в восточном и западном направлении в экваториальной плоскости дала расхождение с наземными часами при облете вокруг Земли в точном соответствии с рассчитанным по формуле (5).

Из изложенного следует, что для создания системы синхронизированных часов на Земле необходимо учитывать эффекты общей теории относительности. При учете, в частности, эффекта Саньяка исключается только влияние вращения, в то время как другие влияния остаются неизменными (гравитационное поле и пр.).

Рассмотрим влияние вращения Земли на синхронизацию часов в радиоинтерферометрии со сверхдлинной базой. Пусть время на станциях изменяется по закону:

$$t_1 = t_{01} + (1 + B_1)t,$$

$$t_2 = t_{02} + (1 + B_2)t,$$

$t_{01}, t_{02}$  — начальные моменты времени на приемных станциях;  $B_1, B_2$  — ход часов на станциях (следует заметить, что ход часов включает в себя технический и релятивистский ход, который определяется собственной скоростью станций  $v_i = \Omega R_i \cos \delta_i$  и гравитационным ньютоновским потенциалом. Определенное таким образом время  $t_i$  будет собственным временем приемной станции [1],  $t$  — время по эталонным часам, находящимся на оси вращения (например атомное время).

Пусть приход какого-то фронта волны на станции 1 отмечается в момент времени  $t'$ . Этот же сигнал принимается на второй станции с задержкой по времени в момент  $t''$ . Интерферометр измеряет разницу времен показаний часов

$$\tau = t_2'' - t_1' = t_{21} + B_{21}t' + \tau' + B_2\tau', \quad (7)$$

где  $\tau' = t'' - t'$  — истинная задержка волнового фронта,  $t_{21} = t_{02} - t_{01}$  — начальное рассогласование часов,  $B_{21} = B_2 - B_1$  — несинхронность хода часов.

В выражении (7) четвертым членом можно пренебречь, так как  $|B_i| \leq 10^{-9}$  и  $|\tau'| \leq 10^{-2}$ . Тогда

$$\tau = t_{21} + B_{21}t' + \tau'.$$

Величина истинной задержки волнового фронта без учета влияния атмосферы определяется разницей проекций радиус-векторов станций интерферометра на направление источника в моменты времени  $t'$  и  $t''$ :

$$\tau' = \frac{1}{c} [(R_1(t')s) - (R_2(t'')s)], \quad (8)$$

где  $R_i(t)$  — радиус-вектор, проведенный до  $i$ -станции из центра экваториальной системы координат,  $s$  — единичный вектор, направленный на источник. Проекция  $r_i(t) = (R_i(t)s)$  может быть выражена через координаты соответствующей приемной станции:

$$r_i(t) = R_i[\sin \delta_i \sin \delta_s + \cos \delta_i \cos \delta_s \cos[L_i(t) - \Delta_s]],$$

где  $\delta_i, \delta_s, L_i, L_s$  — соответственно склонения и часовые углы  $i$ -й приемной станции и источника.

Раскладывая  $r_2(t'') = r_2(t' + \tau')$  в ряд по степеням  $\tau'$  и отбрасывая член со второй производной, который составляет не более  $10^{-6}$  от члена с первой производной, выражение (8) можно представить в следующем виде:

$$\tau' \approx \tau'_{12}(t') \left[ 1 - \frac{1}{c} \frac{dr_2(t')}{dt} \right], \quad (9)$$

где  $r_{12} = \frac{1}{c} [r_1(t') - r_2(t')]$  — геометрическая задержка без учета вращения Земли.

Здесь существенно иметь в виду, что  $r_2(t)$  — проекция радиуса-вектора станции, принимающей сигнал с задержкой. Поправка к геометрической задержке, учитывающей вращение, есть, по существу, «поправка Саньяка». Действительно,

$$\Delta t = \frac{1}{c} \frac{dr_2(t')}{dt} \tau_{12}(t') = -\frac{R_2}{c} \cos \delta_2 \cos \delta_s \sin[L_2(t') -$$

$$-L_s] \frac{dL_2(t')}{dt} \frac{1}{c} \{R [\sin \delta_1 \sin \delta_s + \cos \delta_1 \cos \delta_s \cos [L_1(t') - L_s]] - \\ - R_2 [\sin \delta_2 \sin \delta_s + \cos \delta_2 \cos \delta_s \cos [L_2(t') - L_s]]\}.$$

Так как  $\frac{dL_2(t')}{dt} = \Omega$ , то  $\Delta t$  можно переписать в следующем виде:

$$\Delta t = \frac{\Omega R_2^2}{c^2} \chi, \quad (10)$$

где  $\chi$  — коэффициент, который в зависимости от взаимного расположения источника и базы может принимать значение от  $-1$  до  $+1$ .

В случае экваториального источника и базы  $\delta_1 = \delta_s = 0$ , и при  $R_1 = R_2 = R$  имеем:

$$\Delta t = -\frac{\Omega R^2}{c^2} \sin [L_2 - L_s] \{ \cos [L_1 - L_s] - \cos [L_2 - L_s] \};$$

$$\text{при } L_1 - L_s = 0 \text{ и } L_2 - L_s = \frac{\pi}{2} \quad \Delta t = -\frac{R^2 \Omega}{c^2} \approx -35 \text{ нс},$$

$$\text{при } L_1 - L_s = 0 \text{ и } L_2 - L_s = -\frac{\pi}{2} \quad \Delta t = \frac{R^2 \Omega}{c^2} \approx 35 \text{ нс},$$

$$\text{при } L_1 - L_s = -\frac{\pi}{4} \text{ и } L_2 - L_s = \frac{\pi}{4} \quad \Delta t = 0.$$

Сравнивая выражения (4), (6) и (10), видим, что они равны с точностью до коэффициентов, определяющихся выбором синхронизируемого контура, координатами источника и базы. Эти поправки являются результатом вращения синхронизируемых объектов относительно выбранной системы координат, аналогично тому, что имеет место в опыте Саньяка. (На существование эффекта Саньяка в методе РСДБ впервые обратил внимание В. Б. Штейншлейгер.)

По имеющимся данным метод сличения часов с помощью РСДБ дает более высокую точность, чем метод транспортируемых часов, более экономичен, так как не связан с транспортными перевозками, в нем отсутствуют измерения скорости  $v$  и гравитационного потенциала  $gh$ , он может быть реализован на стандартном оборудовании современного радиотелескопа.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, Физматгиз, М., 1962.
2. R. Schlegel, Amer. J. Phys., 42, № 3, 183 (1974).
3. J. C. Hafele, R. E. Keating, Science, 177, 166 (1972); 177, 168 (1972).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию  
17 сентября 1975 г.

#### THE INFLUENCE OF THE RELATIVITY THEORY EFFECTS ON CLOCK SYNCHRONIZATION USING A VERY-LONG BASE INTERFEROMETER

V. I. Maksimov, V. S. Troitskii

The influence of the „Sanyako effect“ on synchronization of clocks far distant from each other by a very-long base interferometer is considered. Formulas are given which take into account the „Sanyako correction“ as a result of synchronized clock rotation with respect to the inertial coordinate system chosen. A brief comparative analysis of this correction is given which reaches 200 nsec for different method of synchronization of clocks situated on the Earth.