

УДК 621.371.25

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СВЕРХДЛИННЫХ РАДИОВОЛН В ИОНОСФЕРЕ ЗЕМЛИ. I. ТЕОРИЯ

B. I. Аксенов

Рассмотрено решение задачи о напряженности поля наземного СДВ излучателя в сферически-слоистой анизотропной ионосфере. В результате расчетов выявлены существенные различия интерференционной структуры поля СДВ в дневной и ночной ионосфере. Исследованы основные закономерности распространения СДВ в нижней ионосфере. Для случая вертикального падения волны на ионосферу предложен приближенный метод расчета прохождения СДВ, применение которого сокращает время счета на ЭВМ на порядок, а также проанализировано влияние ионов и вариаций профиля электронной концентрации на прохождение СДВ через нижнюю ионосферу. Рассмотрены особенности распространения СДВ в верхней ионосфере и магнитосфере Земли. Установлено, что уравнение траектории СДВ на высотах до 1000 км в ионосфере может существенно отличаться от соответствующего уравнения в магнитосфере.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема распространения в ионосфере Земли сверхдлинных радиоволн (СДВ), охватывающих диапазон частот примерно от 1 до 100 кГц, относится к числу новых и сравнительно мало изученных [1–3].

В 1935 г. Эккерслей впервые показал [4], что благодаря действию магнитного поля Земли в ионосферу могут проникать волны указанного диапазона частот. На первых порах этому обстоятельству не было удалено достаточного внимания. Лишь последующее изучение свистящих атмосфериков — низкочастотных электромагнитных импульсов, возникающих при грозовых разрядах, — позволило понять механизм распространения СДВ в ионосфере Земли [5]. Согласно этому механизму СДВ сигналы, распространяющиеся в волноводе Земля—ионосфера, проникают через его верхнюю границу и движутся в ионосфере по специфическим траекториям, близким к геомагнитным силовым линиям.

Вместе с тем, наблюдения за свистящими атмосфериками показали, что возможности изучения особенностей распространения СДВ в ионосфере при помощи низкочастотных излучений естественного происхождения довольно ограничены. Причины этого заключаются в нерегулярности появления таких излучений, недостатке данных об их интенсивности, спектральном составе, месте генерации и т. п.

В 60-х годах были начаты эксперименты по изучению распространения в ионосфере сигналов наземных СДВ радиостанций при помощи аппаратуры, установленной на ИСЗ [6–11]. Эти эксперименты показали перспективность применения СДВ диапазона для диагностики ионосферной и магнитосферной плазмы.

В СССР экспериментальные исследования распространения в ионосфере Земли СДВ сигналов наземных радиостанций (на частотах 16,1; 31,85 и 42,85 кГц) были проведены в 1967—69 гг. на ИСЗ «Космос-142»

и «Космос-259» [8, 11]. Большой объем экспериментальных данных, полученных на указанных спутниках, и необходимость их интерпретации потребовали решения ряда теоретических задач. К их числу прежде всего следует отнести расчет напряженности поля наземного СДВ излучателя в ионосфере. Как будет видно из дальнейшего, с решением указанной задачи тесно связано теоретическое исследование прохождения СДВ через магнитоактивную неоднородную ионосферную плазму. Большой интерес представляет также изучение особенностей распространения СДВ в магнитосфере Земли. Перечисленные выше задачи кратко рассматриваются в I части данной статьи (ряд деталей проведенных исследований можно найти в [12–15]).

1. НАПРЯЖЕННОСТЬ ПОЛЯ НАЗЕМНОГО СДВ ИЗЛУЧАТЕЛЯ В ИОНОСФЕРЕ

Расчет напряженности поля наземного СДВ излучателя в ионосфере представляет сложную краевую задачу математической физики, получить строгое решение которой с учетом реальных параметров ионосферы и земной поверхности в настоящее время не представляется возможным даже при помощи современной вычислительной техники.

В работах [3, 16] была предпринята попытка приближенно рассчитать напряженность поля наземного СДВ излучателя в ионосфере. При этом ионосфера считалась однородной с резкой нижней границей, а для оценки ослабления СДВ в ионосфере использовалось приближение ВКБ. Такой упрощенный подход к решению задачи не позволил выявить каких-либо заметных различий в характере изменения поля СДВ с расстоянием для дневной и ночной моделей ионосферы, что противоречит экспериментальным данным [17].

Ниже рассматривается метод расчета напряженности поля наземного СДВ излучателя в ионосфере, основанный на лучевой трактовке поля в волноводе Земля—ионосфера, верхняя граница которого предполагается неоднородной и анизотропной [17]. Искомое решение построим вначале для плоской модели волновода Земля—ионосфера.

Пусть нижней границей ($z = 0$) волновода является изотропная среда с конечной проводимостью, а верхней ($z = z_0$) — неоднородная магнитоактивная ионосферная плазма. В качестве источника излучения будем рассматривать элементарный вертикальный электрический диполь, расположенный в точке $x = 0, y = 0, z = 0$ на поверхности Земли. Для определения поля излучателя на высоте z_1 в ионосфере (предполагается, что точка наблюдения находится в волновой зоне излучателя) воспользуемся разложением сферической волны на плоские волны [18]. Влияние ионосферы учтем путем введения в это разложение матриц коэффициентов отражения $\|R\|$ и прохождения $\|t\|$ каждой элементарной плоской волны:

$$\|R\| = \begin{vmatrix} R_1 & R_2 \\ R_3 & R_4 \end{vmatrix}, \quad \|t\| = \begin{vmatrix} t_1 & t_2 \\ t_3 & t_4 \end{vmatrix}, \quad (1)$$

где

$$t_1 = E_x(z_1)/E_{\parallel}^{\text{пад}}(z_0), \quad t_2 = E_x(z_1)/E_{\perp}^{\text{пад}}(z_0),$$

$$t_3 = E_y(z_1)/E_{\parallel}^{\text{пад}}(z_0), \quad t_4 = E_y(z_1)/E_{\perp}^{\text{пад}}(z_0)$$

— коэффициенты прохождения для линейно-поляризованных волн, падающих на ионосферу (индекс \parallel соответствует вертикальной поляризации, индекс \perp — горизонтальной поляризации).

Для учета влияния Земли воспользуемся матрицей коэффициентов отражения $\|r\|$ от поверхности Земли:

$$\|r\| = \begin{vmatrix} r_{\parallel} & 0 \\ 0 & r_{\perp} \end{vmatrix}. \quad (2)$$

Тогда интегральное представление для компонент поля E_x и E_y в ионосфере может быть записано в следующем виде*:

$$\begin{aligned} \left\| \begin{array}{c} E_x \\ E_y \end{array} \right\| = -\frac{ik}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\pi/2} \int_0^{l\infty} \|t\| [\|r\| \|R\|]^n \left\| \begin{array}{c} E_0 \\ 0 \end{array} \right\| \times \\ \times \exp \{-i[k_x x + k_y y + k_z h(2n+1)]\} \sin \theta d\theta d\varphi, \end{aligned} \quad (3)$$

где θ и φ характеризуют направление распространения каждой из плоских волн ($k_x = k \sin \theta \cos \varphi$, $k_y = k \sin \theta \sin \varphi$, $k_z = k \cos \theta$), h — высота отражения, n — число отражений от Земли волны, пришедшей в точку наблюдения с координатами x , y , z_1 , $E_0 = 150 \sqrt{W}(1+r_{\parallel}) \sin \theta$ характеризует амплитуду сферической волны в mB/m (W — мощность излучения в kW).

Полагая без ущерба для общности $y = 0$, нетрудно видеть, что (3) сводится к вычислению интегралов вида

$$\begin{aligned} I = -\frac{ik}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{l\infty} S(\theta, \varphi) \exp \{-i[k_x x + k_z h(2n+1)]\} \times \\ \times \sin \theta d\theta d\varphi. \end{aligned} \quad (4)$$

Применяя к вычислению (4) метод перевала [19], получим

$$I = S(\theta_0, \varphi_0) \frac{1}{L} \exp \{-ik[x \sin \theta_0 \cos \varphi_0 + h \cos \theta_0 (2n+1)]\}, \quad (5)$$

где

$$L = \left[\frac{x}{\sin \theta} \sqrt{U''_{\theta\theta} U''_{\varphi\varphi} - (U''_{\theta\varphi})^2} \right]_{\theta=\theta_0, \varphi=\varphi_0}; \quad (6)$$

$$U = \frac{\arg S}{kx} - \sin \theta \cos \varphi - \frac{h}{x} (2n+1) \cos \theta, \quad (7)$$

а седловая точка $\theta = \theta_0$, $\varphi = \varphi_0$ определяется системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{1}{kx} \frac{\partial \arg S}{\partial \varphi} \Big|_{\theta_0, \varphi_0} + \sin \theta_0 \sin \varphi_0 = 0, \\ \frac{1}{kx} \frac{\partial \arg S}{\partial \theta} \Big|_{\theta_0, \varphi_0} - \cos \theta_0 \cos \varphi_0 + \frac{h}{x} (2n+1) \sin \theta_0 = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Анализ системы уравнений (8) показал, что ее решение сводится к нахождению высоты отражения h и смещения луча Δx на пути от уровня $z = h$ до уровня $z = z_1$, при которых влияние первых слагаемых в (8) на искомые значения θ_0 и φ_0 становится несущественным. Выполненные оценки показали, что при $h = 90$ км для ночной модели ионосферы и $h = 70$ км — для дневной приближенным решением (8) являются значения

* В данной статье используется зависимость от времени в виде $e^{i\omega t}$.

$$\theta_{0n} = \theta_n \approx \operatorname{arctg} \frac{x - \Delta x}{h(2n + 1)}, \quad \varphi_0 \approx 0, \quad (9)$$

где $\Delta x < 15 \div 25$ км для $z_1 \leqslant 150$ км и диапазона частот $15 - 45$ кГц. В этом случае имеем также $L \approx x/\sin\theta_n$.

Так как в ионосфере компонента поля $E_x = t_1 E_{\parallel}^{\text{пад}} + t_2 E_{\perp}^{\text{пад}}$, то в соответствии с (3), (5) — (9) получим

$$E_x = \sum_{n=0}^{\infty} [t_1(\theta_n) F_n + t_2(\theta_n) G_n] \exp(-ikx \sin \theta_n), \quad (10)$$

где

$$\begin{vmatrix} F_n \\ G_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} r_{\parallel} R_1 & r_{\parallel} R_2 \\ r_{\perp} R_3 & r_{\perp} R_4 \end{vmatrix}^n \begin{vmatrix} V_n \\ 0 \end{vmatrix},$$

$$V_n = \frac{75 \sqrt{W}}{h(2n + 1)} (1 + r_{\parallel}) \sin 2\theta_n.$$

Коэффициенты отражения R_i , r_{\parallel} , r_{\perp} в (10) соответствуют углу падения θ_n , где n — номер луча, причем их аргументы должны быть определены на поверхности Земли ($z = 0$).

Формулу (10) можно обобщить на случай определения полей наземного СДВ излучателя в сферически-слоистой ионосфере путем введении соответствующих поправок в выражения для θ_n и V_n . Если точка наблюдения находится на угловом расстоянии $\eta = d/a$ от излучателя (a — радиус Земли), то из геометрических соображений следует [20, 21], что при учете сферичности

$$\theta_n = \operatorname{arctg} \frac{d - \Delta x}{h(1 + \delta)(2n + 1)}, \quad (11)$$

$$V_n = \frac{75 \sqrt{W}(1 + h/a)}{h(1 + \delta)(2n + 1)} (1 + r_{\parallel}) \sin 2\theta_n, \quad (12)$$

где

$$\delta = \frac{(d - \Delta x)^2}{2ah(2n + 1)^2}. \quad (13)$$

Кроме того, в сферическом волноводе возникает фокусировка лучей, которая приводит к появлению множителя $\{(2n + 1)\sin[\eta/(2n + 1)]/\sin\eta\}^{1/2}$ под знаком суммирования в (10).

При выводе формул (10) — (13) не учитывалось ослабление поля за счет дифракции лучей в сферическом волноводе Земля — ионосфера, а также влияние кривизны ионосферы и Земли на значения коэффициентов прохождения и отражения. Рассмотрим роль этих факторов.

Разложение (10) целесообразно применять для расчетов на расстояниях d до 2000—2500 км вдоль поверхности Земли. При дальнейшем увеличении d сходимость ряда (10) ухудшается, и число членов ряда, которое необходимо учитывать, быстро возрастает.

Как известно [22, 21], дифракционные эффекты в волноводе Земля — ионосфера возникают вблизи границы зоны тени, которая определяется из условия $\delta \approx 1$. Из (13) следует, что при расчете полей в ионосфере на расстояниях $d < 2500$ км дифракционные поправки необходимо учитывать только для прямого луча ($n = 0$) при $d \gtrsim 1000$ км. Их учет осуществляется путем введения соответствующей функции ослабления (см. [22]).

Большие по сравнению с длиной волны радиусы кривизны ионосферы и Земли позволяют использовать в сферическом случае значения t_i , R_i , r_{\parallel} и r_{\perp} , полученные для плоской модели. Результаты расчета коэффициента прохождения СДВ через плоскослойстую ионосферную плазму [15] совпадают с соответствующими результатами для сферически-слоистой ионосферы [23] с точностью до нескольких процентов.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОХОЖДЕНИЯ СДВ ЧЕРЕЗ ПЛОСКОСЛОЙСТУЮ МАГНИТОАКТИВНУЮ ИОНОСФЕРНУЮ ПЛАЗМУ

Из формулы (10) следует, что величина напряженности поля на земного СДВ излучателя в ионосфере (при заданной мощности W) в значительной степени определяется коэффициентами прохождения t_i . При теоретическом исследовании прохождения СДВ через нижнюю ионосферу наибольший интерес представляет анализ влияния на величину коэффициента прохождения таких факторов, как модель ионосферы, частота, угол падения и поляризация падающей волны, величина и направление внешнего магнитного поля. Для определения коэффициентов прохождения и отражения СДВ обычно прибегают к численному интегрированию волновых уравнений, так как возможности использования приближения ВКБ в условиях нижней ионосферы весьма ограничены [12].

2.1. Наклонное падение СДВ на ионосферу. Рассмотрим плоско-слоистую модель магнитоактивной ионосферной плазмы, параметры которой зависят только от одной координаты z , направленной вверх от поверхности Земли. На нижнюю границу ионосферы из свободного пространства падает под углом θ к оси z плоская волна (см. рис. 1). Ориентация геомагнитного поля \vec{H}_0 произвольна и характеризуется углами A и ψ . Тогда решение задачи о прохождении СДВ через нижнюю ионосферу сводится к интегрированию системы четырех обыкновенных дифференциальных уравнений [15, 24–26]:

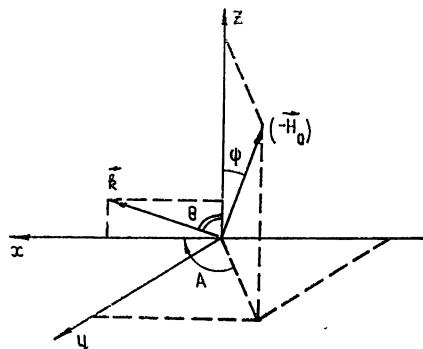


Рис. 1.

$$\frac{d}{dz} \|e\| = -ik\|T\|\|e\|, \quad (14)$$

где элементами одностолбцовой матрицы $\|e\|$ являются компоненты поля волны E_x, E_y, H_x, H_y (компоненты E_z, H_z определяются через $E_{x,y}, H_{x,y}$), k — волновое число. Для элементов матрицы четвертого порядка $\|T\|$ имеем

$$\begin{aligned} T_{11} &= -\sin \theta (im w_2 + ln w_3), \quad T_{12} = \sin \theta (il w_2 - m n w_3), \\ T_{14} &= w_1, \quad T_{41} = 1 - v(b_1 - l^2 b_3 + l^2 n^2 b_3 w_3 + m^2 b_2 w_2), \\ T_{31} &= v(il m b_2 - lm b_3) + v[lm n^2 b_3 w_3 - lm b_2 w_2 + \\ &\quad + in(l^2 + m^2)b_2 w_3], \\ T_{32} &= v(b_1 - m^2 b_3 + m^2 n^2 b_3 w_3 + l^2 b_2 w_2) - \cos^2 \theta, \end{aligned} \quad (15)$$

$$T_{34} = \sin \theta (il w_2 + mn w_3), \quad T_{44} = \sin \theta (im w_2 - ln w_3),$$

$$T_{42} = v (ln b_2 + lm b_3) - v [lm n^2 b_3 w_3 - lm b_2 w_2 - \\ - in (l^2 + m^2) b_2 w_3],$$

$$T_{23} = -1, \quad T_{13} = T_{21} = T_{22} = T_{24} = T_{33} = T_{43} = 0,$$

где l, m, n — направляющие косинусы вектора \mathbf{H}_0 ,

$$b_1 = Q/(Q^2 - u), \quad b_2 = \sqrt{u}/(Q^2 - u), \quad b_3 = u/Q(Q^2 - u),$$

$$w_1 = 1 - \sin^2 \theta/g, \quad w_2 = b_2 v/g, \quad w_3 = b_3 v/g,$$

$$g = 1 - v(b_1 - n^2 b_3), \quad Q = 1 - is, \quad v = f_0^2/f^2,$$

$$u = f_H^2/f^2, \quad s = v/2\pi f,$$

f_0 — плазменная частота, f_H — гирочастота электронов, v — эффективное число соударений.

В (14) и (15) не учитывается движение ионов и молекул, поскольку в нижней ионосфере для частот $f > 1 \text{ кГц}$ выполняется условие $f \gg f_{Hi}$ (f_{Hi} — гирочастота ионов).

Алгоритм численного интегрирования системы уравнений (15) разработан в [15] (в других работах по данному вопросу [24, 25, 27] описания алгоритма нет). Этот алгоритм был применен для исследования угловой, частотной, широтной и азимутальной зависимостей коэффициента прохождения СДВ через нижнюю ионосферу.

На рис. 2 представлены использовавшиеся в расчетах профили v и N для дневной (кривая 1) и ночной (кривая 2) моделей ионосферы (другие модели рис. 2 будут рассмотрены ниже). Для магнитного поля Земли использовалось дипольное приближение. Все расчеты коэффициентов прохождения относятся к высоте 150 км для ночной модели и к высоте 100 км — для дневной.

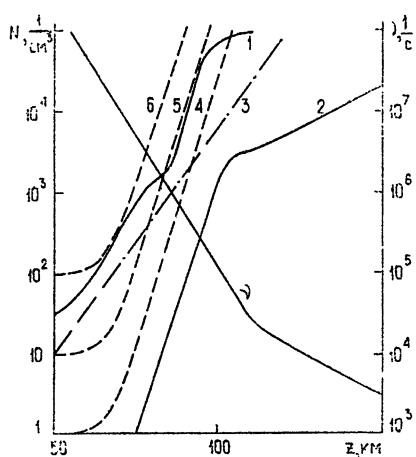


Рис. 2. Профили N (кривые 1—6) и v в нижней ионосфере: 1 — модель для летнего полдня; 2 — модель для ночной модели; 3 — модель для зимнего полдня; 4—6 (пунктир) — профили вида (23) для $N_0 = 1, 10, 100$ ($p = 10, q = 0,15$).

Анализ результатов расчетов показал, что изменение модели ионосферы не оказывает заметного влияния на характер нормированной зависимости $B(\theta) = D(\theta)/D_{\max}$ энергетического коэффициента прохождения* от угла падения (см. [15]). Существенно меняется только D_{\max} — максимальное значение функции $D(\theta)$ для данной частоты и модели ионосферы. После того как функция $B(\theta)$ найдена, задача определения зависимости $D(\theta)$ для различных моделей ионосферы сводится к расчету величины D при каком-либо одном угле падения.

* Коэффициент прохождения D представляет собой отношение усредненного по времени потока энергии прошедшей волны на уровне z_1 к соответствующему значению потока энергии волны, падающей на нижнюю границу ионосферы.

Частотная зависимость $D(f)$, приведенная на рис. 3 для геомагнитной широты $\Phi = 40^\circ \text{N}$ и азимута север—юг, существенно различна для ночной и дневной моделей ионосферы. Ночью (сплошные кривые) величина D незначительно изменяется в диапазоне частот 1—100 $\text{kG}\mu$ при $\theta = 30^\circ$ (кривые 1, 3) и резко уменьшается на частотах $f > 20 \text{ kG}\mu$ при $\theta = 80^\circ$ (кривые 2, 4). Днем величина D быстро убывает с ростом частоты при всех углах падения (пунктирные кривые).

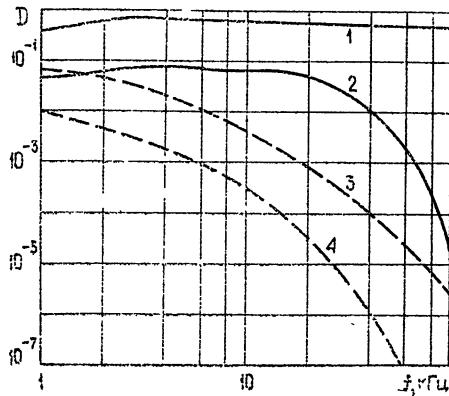


Рис. 3.

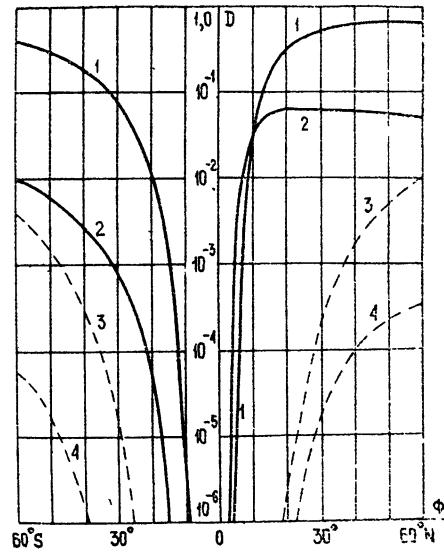


Рис. 4.

Для широтной зависимости коэффициента прохождения D (рис. 4, $f = 15 \text{ kG}\mu$, $A = 0^\circ$, обозначения аналогичны рис. 3) характерно резкое сглаживание амплитуды СДВ сигнала вблизи геомагнитного экватора, которое особенно ярко проявляется ночью (величина D уменьшается на 5 порядков при изменении широты на несколько градусов). Область широтной «отсечки» расположена несимметрично относительно плоскости геомагнитного экватора — она смешена к югу на $5—7^\circ$. Азимутальная зависимость характеризуется монотонным убыванием величины D при изменении угла A от 0 до 180° [15].

Энергетический коэффициент прохождения D связан с величинами (см. (!)) соотношением

$$|t_1(z_1)| = \left| \frac{t_2(z_1)}{P^*(z_0)} \right| = \left[\frac{D(z_1) \cos \gamma}{2 n(z_1) (1 + |P(z_0)|^2)} \right]^{1/2}, \quad (16)$$

где n — показатель преломления, $P = E_y \cos \theta / E_x$ — характеристическая поляризация волны, проникающей в ионосферу (звездочка обозначает комплексно-сопряженную величину), γ — угол между осью z и направлением усредненного по времени потока энергии. Из приведенной на рис. 5 зависимости γ от угла падения θ в случае распространения в плоскости геомагнитного меридиана в дневное время следует, что изменения θ в широких пределах слабо влияют на направление луча, вышедшего из нижней ионосферы. При $\Phi \geqslant 5^\circ$ для оценки угла γ можно использовать формулу квазипролольного приближения $\operatorname{tg} \gamma \approx 0,5 \operatorname{tg} \psi = 0,25 \operatorname{ctg} \Phi$ (см. [28]). Таким образом, нижняя ионосфера выполняет

в диапазоне СДВ роль эффективной линзы, пройдя через которую расходящийся пучок лучей становится почти параллельным.

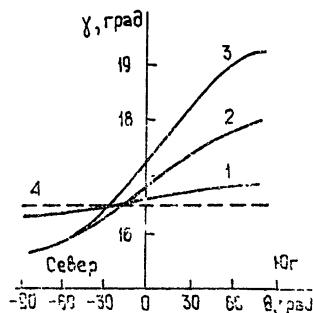


Рис. 5. Зависимость направления луча (на высоте 100 км) от угла падения θ при $\Phi = 40^\circ$ N, $A = 0^\circ$
 1— $f = 1$ кГц; 2— $f = 15$ кГц; 3— $f = 45$ кГц;
 4— $\lg \gamma = 0,25 \operatorname{ctg} \Phi$.

Расчеты показали, что плоскость поляризации электрического вектора волны при $z \geq z_1$ перпендикулярна геомагнитному полю, причем проекция эллипса поляризации на плоскость x, y представляет собой круг и, следовательно, $t_3 = it_1, t_4 = it_2$ (см. (1))

2.2. Случай квазипродольного распространения. Численное интегрирование на ЭВМ системы уравнений (14) является весьма трудоемкой задачей. Возможность восстановления угловой зависимости $D(\theta)$ коэффициента прохождения по известной функции $B(\theta)$ позволяет получить приближенное решение задачи о прохождении СДВ через нижнюю ионосферу в результате рассмотрения более простых частных случаев распространения.

При вертикальном падении волны на плоскослоистую магнитоактивную ионосферную плазму и произвольной ориентации геомагнитного поля уравнения (14) приводятся к следующей системе дифференциальных уравнений [26]:

$$\begin{aligned} F_1'' + [(n - i\omega_1^2) + K^2] F_1 &= K' F_2 + 2K F_2', \\ F_2'' + [(n - i\omega_2^2) + K^2] F_2 &= K' F_1 + 2K F_1', \end{aligned} \quad (17)$$

где $F_1 = (\rho_2^2 - 1)^{1/2} E_y^{(1)}$, $F_2 = (\rho_2^2 - 1)^{1/2} E_x^{(2)}$, $\rho_2 = E_y^{(2)}/E_x^{(2)}$, $n - i\omega$ — комплексный показатель преломления, индексы «1» и «2» относятся к необыкновенной и обычной волнам соответственно, дифференцирование осуществляется по kz .

Параметр связи K определяется выражением

$$K = -\frac{i\sqrt{u} \sin^2 \psi \cos \psi}{4(1 - v - is)^2 \cos^2 \psi + u \sin^4 \psi} (v' + is'). \quad (18)$$

В общем случае для решения системы уравнений (17) можно применить алгоритм работы [15] или же метод последовательных приближений [26]. Однако такой путь не дает существенного выигрыша с точки зрения упрощения алгоритма и сокращения времени счета на ЭВМ. Рассмотрим условия, при которых параметр K становится малым, и проанализируем возможность пренебрежения правыми частями уравнений (17) в этом случае (см. [29]).

Анализ параметра K показывает, что его максимум при фиксированной частоте расположен вблизи уровня z_1 , удовлетворяющего условию $v(z_1) = 1$. При этом $|K| \rightarrow \infty$, если $z_1 \rightarrow z_2$, где z_2 находится из условия

$$\nu(z_2) = \pi \left| \frac{f_H \sin^2 \psi}{\cos \psi} \right|. \quad (19)$$

Поскольку условие (19) не зависит от частоты, совпадение уровней z_1 и z_2 возможно лишь для одной частоты $f_{\text{кр}}$, называемой критической частотой связи. Если уровни z_1 и z_2 достаточно разнесены, то, как правило, так $|K| \ll 1$.

В таблице представлены значения критического уровня z_2 в зависимости от геомагнитной широты Φ и соответствующие им критические частоты связи для дневной модели ионосферы (см. кривую 1 на рис. 2).

$\Phi, \text{град}$	10	20	30	40	50	60	70
$z_2, \text{км}$	72	77	81	84	87,5	92	97,5
$f_{\text{кр}}, \text{кГц}$	201	277	324	359	440	1140	2140

Из таблицы следует, что связь уравнений (17) является некритической во всем диапазоне СДВ ($f < 100 \text{ кГц}$). Аналогичный вывод справедлив для частот $f \leq 30 \text{ кГц}$ и геомагнитных широт $\Phi \geq 40^\circ$ в случае ночной ионосферы.

Нетрудно показать, что в качестве критерия достаточной разнесенности уровней z_1 и z_2 можно использовать известное условие квазипротяжного приближения

$$\frac{f_H^2 \sin^4 \psi}{4 f^2 \cos^2 \psi} \ll (1 - v)^2 + s^2, \quad (20)$$

которое должно выполняться во всем интервале интегрирования уравнений (17). При этом, учитывая малость K , систему (17) приближенно можно заменить двумя независимыми уравнениями:

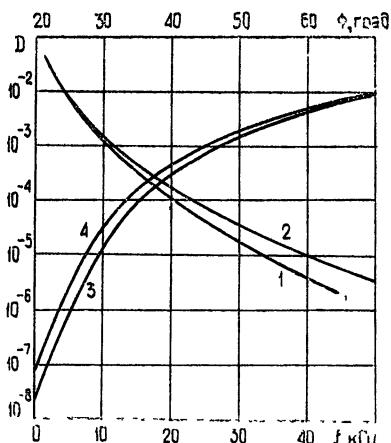
$$F''_{1,2} + (n - i \alpha)_{1,2}^2 F_{1,2} = 0, \quad (21)$$

где

$$(n - i \alpha)_{1,2}^2 = 1 - \frac{v}{1 \mp \sqrt{u} \cos \psi - is}. \quad (22)$$

Численное интегрирование уравнений (21) является значительно более простой задачей по сравнению с интегрированием системы (14), причем время счета на ЭВМ сокращается примерно на порядок.

Рис. 6. Зависимость коэффициента прохождения D от частоты ($1, 2$) и геомагнитной широты ($3, 4$) в случае вертикального падения: $1, 3$ —строгое решение, $2, 4$ —приближенное решение.



На рис. 6 представлены результаты точного и приближенного расчетов (в соответствии с (17) и (21)) коэффициента прохождения D необыкновенной волны через дневную ионосферу (на высоте 200 км). Зависимость $D(f)$ соответствует широте $\Phi = 40^\circ \text{N}$, а $D(\Phi)$ — частоте 15 кГц. Из полученных результатов следует, что предложенный метод обеспечивает достаточную для практических целей точность вычисления коэффициента прохождения СДВ через ионосферу при выполнении критерия (20).

В работе [14] было получено аналитическое решение уравнения (21) для модели нижней ионосферы с профилями v и N вида

$$\begin{aligned} v(z) &= 2\pi f_H \cos \psi \exp(p - qz) \quad (f_H = \text{const}, \psi = \text{const}), \\ N(z) &= N_0 [1 + \exp 2(qz - p)]. \end{aligned} \quad (23)$$

Поскольку профиль $v(z)$ на высотах до 120 км является экспоненциальным, значения параметров p и q при заданных f_H и ψ определяются его выбором. Величину электронной концентрации при фиксированных p и q характеризует параметр N_0 . Несмотря на связь между v и N модель (23) на высотах до 100—120 км близка к известным из литературы среднеширотным профилям v и N в нижней ионосфере (см., например, [30]). В качестве примера на рис. 2 приведены профили $N(z)$ вида (23) для $p = 10$, $q = 0,15$, $N_0 = 1, 10, 100$ и значений f_H и ψ на геомагнитной широте 50° . Профиль $v(z)$ для модели (23) на высотах до 110 км совпадает с соответствующим профилем рис. 2.

Решение, полученное для модели (23), позволило проанализировать суточную зависимость коэффициента прохождения СДВ через нижнюю ионосферу [14].

Интегрирование уравнения (21) с использованием для $n - i$ соответствующего выражения, полученного с учетом движения молекул и ионов, позволило оценить влияние ионов на прохождение СДВ через нижнюю ионосферу [13]. Установлено, что ионы оказывают небольшое влияние на величину коэффициента прохождения D в диапазоне частот 50—1000 Гц, а на частотах $f > 1 \text{ кГц}$ их можно не учитывать. Решение указанной задачи показало также наличие максимума D в дневное время при $f \approx 300 \text{ Гц}$, обнаруженного впоследствии экспериментально [31].

3. ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СДВ В ИОНОСФЕРЕ И МАГНИТОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

После того, как в результате численного интегрирования системы уравнений (14) найдены значения коэффициентов прохождения t_i и отражения R_i , по формулам (10)—(13) можно рассчитать величину напряженности поля в сферически-слоистой ионосфере на некоторой высоте z_1 , которая должна удовлетворять условию применимости приближения ВКБ при $z \geq z_1$. Поскольку интегрирование системы (14) является достаточно трудоемкой задачей, эту высоту целесообразно выбирать минимально возможной (в диапазоне частот 1—100 кГц приближение ВКБ выполняется при $z_1 \geq 100 \text{ км}$ для дневной ионосферы и $z_1 \geq 150 \text{ км}$ для ночной).

На рис. 7 приведены результаты расчетов зависимости величины напряженности поля E на частоте 15 кГц от расстояния d вдоль поверхности Земли для ночной (на высоте 150 км) и дневной (на высоте 100 км) моделей ионосферы. Расчеты выполнены для трассы запад—восток и геомагнитной широты $\Phi = 40^\circ \text{N}$. Использованные при проведении расчетов модели ионосферы показаны на рис. 2 (кривые 1 и 2).

Как следует из рис. 7, интерференция нескольких лучей в ночной ионосфере (в расчетах учитывались 5 первых лучей) приводит к слож-

ному характеру зависимости $E(d)$, имеющей ряд минимумов и максимумов. В дневное время напряженность поля СДВ в ионосфере определяется, в основном, прямым лучом, а интенсивность лучей более высоких номеров, претерпевших отражение от ионосферы, мала из-за сильного поглощения в области D . Поэтому днем интерференция СДВ проявляется слабо.

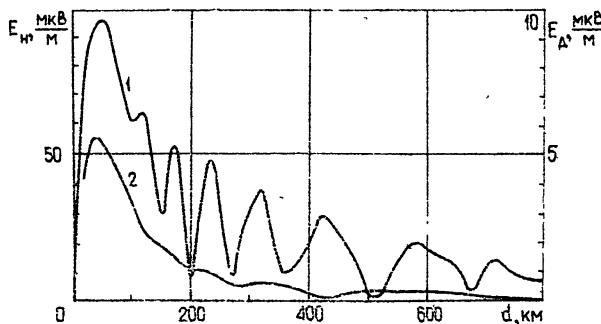


Рис. 7. Зависимость величины напряженности электрического поля E частоты 15 кГц в ночной (E_n , 1) и дневной (E_d , 2) ионосфере от расстояния d вдоль поверхности Земли для трассы запад—восток и геомагнитной широты $\Phi = 40^\circ$ N.

Дальнейшее распространение СДВ сигнала в ионосфере и магнитосфере Земли (на высотах $z > z_1$) происходит вдоль траектории луча. Расчет траектории сводится к интегрированию следующей системы дифференциальных уравнений [32]:

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dt} &= \frac{c}{n^2} (n \cos \chi_1 + n_\alpha \sin \chi_1), \\ \frac{d\Phi}{dt} &= \frac{c}{rn^2} (n \sin \chi_1 - n_\alpha \cos \chi_1), \\ \frac{d\chi_1}{dt} &= \frac{c}{rn^2} [n_\Phi \cos \chi_1 - (rn_r + n) \sin \chi_1], \end{aligned} \quad (24)$$

где r, Φ — полярные координаты (начало координат — в центре Земли), $n_r = \left(\frac{\partial n}{\partial r}\right)_{\Phi, \alpha}$, $n_\Phi = \left(\frac{\partial n}{\partial \Phi}\right)_{r, \alpha}$, $n_\alpha = \left(\frac{\partial n}{\partial \alpha}\right)_{r, \Phi}$, χ_1 — угол между направлением радиуса-вектора, проходящего через данную точку траектории, и волновой нормалью, α — угол между волновой нормалью и геомагнитным полем. При расчете траектории в соответствии с (24) предполагается, что она расположена в плоскости геомагнитного меридиана.

Время группового запаздывания τ и ослабление A СДВ сигнала вдоль траектории в результате поглощения энергии определяются уравнениями:

$$\frac{d\tau}{dt} = 1 + \frac{f}{n} \frac{\partial n}{\partial f}, \quad \frac{dA}{dt} = -2\pi f \frac{x}{n} A, \quad (25)$$

которые интегрируются одновременно с (24).

Помимо ослабления поля за счет поглощения при распространении СДВ сигнала в ионосфере и магнитосфере возникает также дополнительное ослабление, обусловленное расходностью потока энергии.

Коэффициент расходимости $D_{\text{рас}}$ определяется как отношение площадей поперечного сечения лучевой трубы в начальной точке траектории с координатами r_1, Φ_1 к сечению в интересующей нас точке траектории с координатами r, Φ . Из геометрических соображений следует, что

$$D_{\text{рас}} = \left(\frac{r_1}{r} \right)^2 \frac{\Delta\Phi_1 \cos\Phi_1 \cos\beta_1}{\Delta\Phi \cos\Phi \cos\beta}, \quad (26)$$

где $\Delta\Phi$ —угловой размер лучевой трубы, β —угол между направлением луча и радиусом-вектором, проходящим через данную точку траектории

С учетом рассмотренных выше факторов величина напряженности электрического поля СДВ в произвольной точке траектории определяется через соответствующую величину в начальной точке траектории при помощи соотношения.

$$E(r, \Phi) = E(r_1, \Phi_1) A(r, \Phi) \left[\frac{n(r_1, \Phi_1)}{n(r, \Phi)} D_{\text{рас}} \right]^{1/2}. \quad (27)$$

Расчет величины $E(r_1, \Phi_1)$, как уже указывалось выше, осуществляется по формулам (10)–(13).

Система уравнений (24), (25) в общем случае интегрируется численными методами, и, как показали многочисленные расчеты (см., например, [33–37]), вид траектории распространения СДВ существенно зависит от выбранной модели распределения электронной концентрации N в верхней ионосфере и магнитосфере. Поскольку в настоящее время не существует общепринятых профилей N для верхней ионосферы и магнитосферы, представляется целесообразным рассмотреть только некоторые специфические особенности распространения СДВ. Прежде всего необходимо отметить, что на частотах выше частоты нижнего гибридного резонанса $f_{\text{нгр}}$ (на средних широтах максимальное значение $f_{\text{нгр}} \approx 8 \text{ кГц}$) расчеты траекторий можно проводить без учета влияния ионов [38]. В этом случае траектории, найденные для сферически-симметричных моделей $N(r)$ в магнитосфере, как правило, не симметричны относительно плоскости геомагнитного экватора. Симметрия траекторий имеет место только в случае распространения СДВ по магнитационным каналам, т. е. ориентированным вдоль геомагнитных силовых линий неоднородностям ионизации. Для таких траекторий нетрудно получить в явном виде выражение для коэффициента расходимости (26):

$$D_{\text{рас}} = \left(\frac{r_1}{r} \right)^3 \left(\frac{1 + 3 \sin^2 \Phi}{1 + 3 \sin^2 \Phi_1} \right)^{1/2}. \quad (28)$$

Численные расчеты показали также, что в этом случае поглощение энергии СДВ сигнала, движущегося вдоль траектории, невелико. Так, например, для траекторий, берущих начало на средних широтах, величина напряженности поля сигнала частоты 16,1 кГц в магнитоспряженной области всего лишь на 2–3 дБ меньше соответствующей величины в точке входа луча в верхнюю ионосферу.

Существование магнитоионных каналов в магнитосфере подтверждено экспериментально [39], однако пока еще не ясно, на какой минимальной высоте в ионосфере они могут возникать (имеются отдельные предположения о существовании каналов на высоте 1000 км). Вместе с тем, что при отсутствии в ионосфере магнитоионных каналов и горизонтальных градиентов электронной концентрации приближенным решением системы (24) в СДВ диапазоне является уравнение траекторий [34].

$$r/\cos^4 \Phi = r_1/\cos^4 \Phi_1. \quad (29)$$

Вывод уравнения (29) основан на предположении, что волновая нормаль имеет только радиальную компоненту, а для показателя преломления можно использовать приближенную формулу $n^2 \approx v_i \sqrt{u} \cos \alpha$, которая вытекает из (22) при $n \gg 1$ и $s = 0$.

Для геомагнитных широт $\Phi > 10^\circ$ условие $n \gg 1$ хорошо выполняется в ионосфере на высотах от 200 до 1000 км над поверхностью Земли в диапазоне частот 10—50 кГц.

Для траектории вида (29) коэффициент расходимости

$$D_{\text{рас}} = \left(\frac{r_1}{r} \right)^{5/2} \left(\frac{1 + 15 \sin^2 \Phi}{1 + 15 \sin^2 \Phi_1} \right)^{1/2}. \quad (30)$$

Численные оценки в соответствии с (29) и (30) показали, что величина напряженности поля СДВ в ионосфере на высотах от 300 до 1000 км меняется мало.

Ниже сформулированы основные результаты проведенных теоретических исследований распространения СДВ в ионосфере Земли.

1) При помощи метода разложения по лучам поля в волноводе Земля—ионосфера получено приближенное решение задачи о напряженности поля наземного СДВ излучателя в ионосфере. При этом учтены сферичность волновода, а также анизотропия и неоднородность ионосферы. В результате расчетов выявлены существенные различия в интерференционной структуре поля СДВ в ионосфере днем и ночью.

2) Численными методами получено строгое решение задачи о прохождении СДВ через плоскостоистую магнитоактивную ионосферную плазму при произвольной ориентации волновой нормали и вектора геомагнитного поля и исследованы основные закономерности распространения СДВ в нижней ионосфере.

3) Для случая вертикального падения волны на ионосферу предложен приближенный метод расчета прохождения СДВ, применение которого сокращает время счета на ЭВМ на порядок. Проанализировано влияние ионов на прохождение СДВ через нижнюю ионосферу.

На основе аналитического решения задачи для модели нижней ионосферы с экспоненциальными профилями N и v исследована зависимость коэффициента прохождения СДВ от вариаций параметров ионосферы.

4) Установлено, что уравнение траектории СДВ в ионосфере (на высотах до 1000 км) может существенно отличаться от соответствующего уравнения в магнитосфере. Показано, что в случае распространения СДВ сигнала вдоль неоднородностей ионизации, ориентированных геомагнитным полем, ослабление величины напряженности поля сигнала, достигшего магнитоспряженной области, составляет всего лишь несколько децибел.

Автор выражает признательность М. А. Колосову и А. Е. Башаринову за обсуждение работы, а также М. В. Назаровой, которая оказала помощь автору в выполнении ряда расчетов на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Б. Н. Гершман, В. А. Угаров, УФН, 72, № 2, 236 (1960).
- 2 Б. Н. Гершман, В. Ю. Трахтенберг, УФН, 89, № 2, 202 (1966).
- 3 R. A. Helliwell, Whistlers and Related Ionospheric Phenomena, Stanford Univ. Press, 1965.
- 4 T. L. Eckersley, Nature, 135, 104 (1935).
- 5 L. R. O. Storey, Phil. Trans. Roy. Soc. (London), 246A, № 908, 113 (1953).
- 6 J. P. Leiphart, R. W. Zeek, L. S. Pearce, E. Toth, Proc. IRE, 50, № 1, 6 (1962).

7. L. R. O. Storey, Space Res., 7, 588 (1967).
8. В. И. Аксенов, Б. А. Дубинский, Л. А. Жекулин и др., Космические исследования, 8, № 4, 571 (1970).
9. R. R. Scaglacci, J. Geophys. Res., 75, № 1, 69 (1970).
10. K. Bullough, A. R. W. Hughes, T. R. Kaiser, Proc. Roy. Soc., A311, 563 (1969).
11. V. I. Aksenov, L. A. Zhekulin, I. V. Lishin, M. V. Nazarova, Space Res., 11, 1299 (1971).
12. В. И. Аксенов, Радиотехника и электроника, 11, № 6, 1030 (1966).
13. В. И. Аксенов, И. В. Лишин, Радиотехника и электроника, 12, № 4, 703 (1967).
14. В. И. Аксенов, М. В. Назарова, Радиотехника и электроника, 16, № 7, 1112 (1971).
15. В. И. Аксенов, М. В. Назарова, Радиотехника и электроника, 17, № 7, 1353 (1972).
16. M. P. Aubrey, J. C. Cerisier, Ann. Geophys., 21, № 3, 347 (1965).
17. В. И. Аксенов, М. В. Назарова, Тезисы докладов X Всесоюзной конференции по распространению радиоволн, изд. Наука, М., 1972, секция III, стр. 119.
18. Л. М. Бреховских, Волны в слоистых средах, изд. Наука, М., 1973.
19. Д. Е. Вакман, Асимптотические методы в линейной радиотехнике, изд. Сов. радио, М., 1962.
20. H. Breit, Terrestrial Radio Waves, Elsevier Publishing Co, N. Y.—London, 1949.
21. J. Wait, Proc. IRE, 50, № 7, 1624 (1962).
22. В. А. Фок, Дифракция радиоволн вокруг земной поверхности, изд. АН СССР, М., 1946.
23. П. Е. Краснушкин, Р. Б. Байбулатов, Докл. АН СССР, 188, № 2, 300 (1969).
24. M. L. V. Pitteway, Phil. Trans. Roy. Soc. (London), 257A, № 1079, 219 (1965).
25. M. L. V. Pitteway, J. L. Jespersen, J. Atm. Terr. Phys., 28, № 1, 17 (1969).
26. K. G. Budden, Radio Waves in the Ionosphere, Cambridge Univ. Press, 1961.
27. E. J. Walsh, Radio Sci., 2, № 8, 913 (1967).
28. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, изд. Наука, М., 1967.
29. В. И. Аксенов, Краткие тексты докладов VI Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн, Москва—Ереван, 1973, кн. 2, стр. 340.
30. Я. Л. Альперт, Э. Г. Гусева, Д. С. Флигель, Распространение низкочастотных электромагнитных волн в волноводе Земля—ионосфера, изд. Наука, М., 1967.
31. N. C. Maynard, T. L. Aggson, J. R. Heppner, Radio Sci., 5, № 7, 1049 (1970).
32. J. Haselgrave, Physics of the Ionosphere, London, 1955, p. 355.
33. I. Yabroff, J. Res. NBS, 65D, № 5, 485 (1961).
34. Б. Н. Гершман, В. Ю. Трахтенберг, Геомагнетизм и аэрономия, 1, № 3, 671 (1961).
35. Ю. Г. Спиридовон, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 12, № 1, 44 (1969).
36. J. C. Cerisier, J. Atm. Terr. Phys., 35, № 1, 77 (1973).
37. J. C. Cerisier, J. Atm. Terr. Phys., 36, № 5, 1443 (1974).
38. I. Kimura, Radio Sci., 1, № 3, 269 (1966).
39. J. J. Angerami, J. Geophys. Res., 75, № 31, 6115 (1970).

Институт радиотехники и электроники АН СССР

INVESTIGATION OF PROPAGATION OF VERY LONG RADIO WAVES IN THE IONOSPHERE OF THE EARTH. I. THEORY

V. I. Aksenov

The solution of the problem of the field intensity of the base-ground VLF-radiation in the spherical-stratified ionosphere is considered. Essential differences in the VLF field interference structure at the day and night ionosphere are clarified. The basic regularities of VLF propagation in the lower ionosphere are studied. An approximate method of calculating VLF transmission is suggested for the case of vertical incidence of a wave on the ionosphere. Its application reduces the computer time by an order. The influence of ion and electron density profile variations on VLF propagation through the lower ionosphere is analysed. The peculiarities of wave propagation in the upper ionosphere and magnetosphere are considered. It is established that the equation for the VLF trajectory at the heights up to 1000 km in the ionosphere may essentially differ from the appropriate equation in the magnetosphere.