УДК 621.371.25

ВОЗБУЖДЕНИЕ ВОЛНОВОДА ЗЕМЛЯ—ИОНОСФЕРА ИОНОСФЕРНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ НИЗКОЧАСТОТНОГО ДИАПАЗОНА

Н. С. Беллюстин, В. П. Докучаев, С. В. Поляков, В. В. Тамойкин

Рассматриваются возмущения электрического и магнитного поля в диапазонах СНЧ и ОНЧ, создаваемые точечным источником, расположенным в ионосфере. Для расчетов принята плоская модель волновода с резкой границей между атмосферой и однородной магнитоактивной плазмой ионосферы. Получены простые формулы для полей в волноводе, позволяющие сравнить эффективности различных источников.

1. В работе рассматриваются вопросы, имеющие отношение к генерации и распространению электромагнитных волн СНЧ и ОНЧ диапазонов в магнитосфере Земли и в волноводе Земля—ионосфера. В последнее время сильно возрос интерес к экспериментальным и теоретическим исследованиям низкочастотных вариаций магнитного и электрического полей Земли, имеющих как естественное, так и искусственное происхождение. Среди разнообразных типов этих вариаций особый интерес представляют квазипериодические. Укажем на некоторые виды вариаций в СНЧ диапазоне естественного происхождения с частотами $f < 5$ *Гц*.

Суточные вариации имеют амплитуды $\Delta H \sim 10\,\gamma$ ($\gamma = 10^{-5}$ *Эрст*) и возбуждаются тепловыми и гравитационными приливами солнечного и лунного происхождения, в соответствии с теорией «атмосферного динамо» [2]. Квазимонохроматические микропульсации магнитного поля Земли с частотами 10^{-3} *Гц* $\leqslant f \leqslant 5$ *Гц* имеют амплитуды $\Delta H \sim 10^{-3}$ *Эрст*. Их происхождение связывают с ударным происхождением магнитосферы Земли «порывами» солнечного ветра, а также с неустойчивостью токовых систем в ионосфере и радиационных поясов в магнитосфере Земли. Подробные сведения о параметрах и классификации геомагнитных микропульсаций приведены в работах [3, 4].

В ОНЧ диапазоне (1 *кГц* $\leqslant f \leqslant 30$ *кГц*) естественными источниками излучения электромагнитных волн являются электрические токи грозовых разрядов в нижних слоях атмосферы, а также неустойчивости плазмы в радиационных поясах Земли [4].

Электромагнитные свойства ионосферной и магнитосферной плазмы описываются тензором диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon & ig & 0 \\ -ig & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{pmatrix}, \tag{1.1}$$

который записан в системе координат с осью z вдоль силовых линий геомагнитного поля $\boldsymbol{H}_0$. Компоненты ε, g, η определяются частотой волны ω, гирочастотами электронов и ионов ω_{He}, ω_{Hi}, их плазменными частотами ω_{pe} и ω_{pi}, а также частотами соударений между частицами [5]. Из уравнений Максвелла с тензором ε_{ij} (1.1) находится выражение для показателей преломления двух типов нормальных волн, распространяющихся в такой среде:

$$n_{1,2}^2 = \frac{(\varepsilon^2 - g^2 - \varepsilon\eta)\sin^2\theta + 2\varepsilon\eta \pm \sqrt{(\varepsilon^2 - g^2 - \varepsilon\eta)\sin^4\theta + 4\eta^2 g^2\cos^2\theta}}{2(\varepsilon\sin^2\theta + \eta\cos^2\theta)}, \quad (1.2)$$

где θ — угол между волновым вектором $\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{H}_0$. Знак (+) соответствует необыкновенной волне с показателем преломления n_1, а знак (—) — обыкновенной волне.

В диапазоне СНЧ выполняется условие

$$\omega \ll \omega_{Hi} = \frac{q_i H_0}{c M_i} \sim 200\ c^{-1}, \quad (1.3)$$

где q_i — заряд иона, M_i — его масса, c — скорость света. На больших высотах ($z \gtrsim 300$ *км*) можно пренебречь соударениями и учесть неравенства

$$|g| \ll |\varepsilon| \ll |\eta|, \quad (1.4)$$

что позволяет считать $g = 0$, $\eta \to \infty$ и упростить выражение (1.2) [1]:

$$n_1^2 = \varepsilon = \frac{c^2}{c_A^2}, \quad n_2^2 = \frac{\varepsilon}{\cos^2\theta} = \frac{c^2}{c_A^2\cos^2\theta}. \quad (1.5)$$

Здесь введено обозначение для скорости Альфвена $c_A = H_0/\sqrt{4\pi\rho}$, ρ_0 — плотность плазмы. На высоте $z \approx 300$ *км* $c_A = 300$ *км/с* Таким образом, в СНЧ диапазоне на высотах $z > 300$ *км* распространяются два типа нормальных волн — альфвеновская волна с показателем преломления n_2 и магнитный звук Заметим, что на высотах 50 *км* $\leqslant z \leqslant$ 300 *км* поглощением из-за соударений и гиротропной компонентой в тензоре (1.1) пренебрегать нельзя. Однако интегральные эффекты гиротропии и поглощения мало сказываются на распространении очень длинных волн СНЧ диапазона, и поэтому их можно не учитывать для приближенных оценок полей. Это подтверждается результатами численного расчета интегрального поглощения по данным об изменении показателей преломления с высотой, основанными на различных моделях верхней атмосферы [6]. Ниже высот 30 — 50 *км* $g = 0$, $\varepsilon = \eta = 1$ и показатели преломления $n_1 = n_2 = 1$.

Для оценок полей и для выяснения ряда вопросов, связанных с генерацией СНЧ возмущений различными источниками, полезно рассмотреть простую модель среды, позволяющую получить аналитическое решение упрощенной задачи. В качестве такой модели выберем двухслойную структуру между идеально проводящей Землей и магнитоактивной плазмой с показателем преломления (1.5) расположен воздушный промежуток высоты h. Поле $\boldsymbol{H}_0$ будем считать вертикальным, источник выберем в виде осциллирующего элементарного диполя. Рассмотрим СНЧ возмущения, создаваемые как электрическим диполем, так и магнитным. Произвольно ориентированный диполь можно представить в виде суммы горизонтального и вертикального, при этом, как показывают расчеты, вертикальный электрический и магнитный диполи, расположенные в плазме, малоэффективны. Поэтому в СНЧ диапазоне рассматривается излучение горизонтальных электрического и магнитного диполей.

Здесь рассматриваются также волны ОНЧ диапазона, для которых

$$\omega_{Hi} \ll \omega \ll \omega_{He}. \quad (1.6)$$

В этом случае для компонент тензора ε_{ij} (1.1) выполняются неравенства

$$|\eta| \gg |g| \gg |\varepsilon|, \tag{1.7}$$

и показатель преломления необыкновенной волны становится чисто мнимым:

$$n_1^2 = -\frac{|g|}{\cos\theta}, \qquad n_2^2 = \frac{|g|}{\cos\theta} \qquad \left(|g| = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega\omega_{He}}\right). \tag{1.8}$$

Обыкновенные волны принято называть свистящими атмосфериками (свистами) [5]. Энергия свистов распространяется в конусе с углом при вершине $2\theta_s$ ($\theta_s = 19°28'$, угол Стори). Ось конуса направлена по силовой линии геомагнитного поля, проходящей через излучатель.

В нижней ионосфере становится существенным интегральное поглощение этих волн. Например, днем при $f = 3$ *кГц* поглощение может достигать 20 *дБ*. Поскольку мнимая часть показателя преломления мала по сравнению с действительной, при расчете полей от источника, помещенного в ионосферу, можно решить задачу в бездиссипативном приближении, а в окончательных формулах добавлять экспоненциальный множитель, учитывающий поглощение. Это дает правильную оценку полей по порядку величины. Заметим, что учет неоднородности ионосферы по высоте исключает возможность аналитического расчета и необходим численный счет. Имея в виду получить оценки полей по порядку величины, мы ограничим наше исследование решением некоторой эталонной задачи, позволяющей выяснить ряд характерных особенностей в задачах об излучении свистящих атмосфериков. В связи с этим в третьей части работы рассмотрена задача в следующей постановке: над идеально проводящей поверхностью Земли расположен воздушный промежуток высоты h, выше которого расположена однородная магнитоактивная плазма. В ионосфере расположен элементарный электрический (вертикальный или горизонтальный) диполь, внешнее магнитное поле считаем вертикальным

2. Рассмотрим излучение горизонтального электрического диполя, расположенного на высоте $z_0 - h$ над нижней границей ионосферы. В волноводе электромагнитные поля описываются уравнениями Максвелла с $\varepsilon = 1$, в ионосфере показатели преломления волн определяются формулой (1.5) Будем считать, что диполь направлен вдоль оси x, и введем электрический векторный потенциал $\boldsymbol{A}$. Уравнения для потенциала и полей в первой среде имеют вид

$$\Delta\boldsymbol{A} + k_0^2\boldsymbol{A} = 0; \tag{2.1}$$

$$\boldsymbol{H} = \operatorname{rot}\boldsymbol{A}, \quad \boldsymbol{E} = ik_0\boldsymbol{A} + \frac{i}{k_0}\operatorname{grad}\operatorname{div}\boldsymbol{A}, \tag{2.2}$$

а в верхнем полупространстве —

$$\Delta A_x + k_A^2 A_x = 4\pi i k_0 P_e \delta(x)\delta(y)\delta(z - z_0); \tag{2.3}$$

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + k_A^2 A_z = -\frac{\partial^2 A_x}{\partial x \partial z}; \tag{2.4}$$

$$\boldsymbol{H} = \operatorname{rot}\boldsymbol{A}, \quad \boldsymbol{E} = ik_0\boldsymbol{A} + \frac{i}{k_0\varepsilon}\operatorname{grad}\operatorname{div}\boldsymbol{A}, \tag{2.5}$$

здесь $k_0 = \omega/c$, $k_A = \omega/c_A = k_0\sqrt{\varepsilon}$, P_e — электрический дипольный момент.

Граничные условия

$$z = h:\quad E_{\tau 1} = E_{\tau 2},\quad H_{\tau 1} = H_{\tau 2},$$
$$z = h:\quad E_{\tau 1} = 0 \tag{2.6}$$

приводят к следующим условиям для компонент векторного потенциала:

$$z = h:\ A_{x1} = A_{x2},\ A_{z1} = A_{z2},\ \frac{\partial A_{x1}}{\partial z} = \frac{\partial A_{x2}}{\partial z},$$
$$\varepsilon\frac{\partial A_{z1}}{\partial z} - \frac{\partial A_{z2}}{\partial z} = (\varepsilon - 1)\frac{\partial A_{x1}}{\partial x}; \tag{2.7}$$

$$z = 0:\quad A_{x1} = 0,\ \frac{\partial A_{z1}}{\partial z} = 0. \tag{2.8}$$

Для решения уравнений воспользуемся двойным преобразованием Фурье по координатам x и y. Используя граничные условия (2.7), (2.8), а также условия излучения, получим интегральные выражения для компонент векторного потенциала в воздушном промежутке:

$$A_x = -ik_0P_e\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\operatorname{sh} qz\exp\left\{-(z_0-h)\sqrt{k_\perp^2-k_A^2}\right\}H_0^{(1)}(k_\perp r)\,k_\perp\,dk_\perp}{\sqrt{k_\perp^2-\varepsilon k_0^2}\operatorname{sh} qh + q\operatorname{ch} qh}; \tag{2.9}$$

$$A_z = -ik_0P_e\cos\varphi\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{q\operatorname{ch} qz\exp\left\{-(z_0-h)\sqrt{k_\perp^2-k_A^2}\right\}H_1^{(1)}(k_\perp r)\,dk_\perp}{\sqrt{k_\perp^2-\varepsilon k_0^2}\operatorname{sh} qh + q\operatorname{ch} qh} +$$
$$+ k_0^2P_e\exp\{ik_A(z_0-h)\}\cos\varphi\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\operatorname{ch} qz\,H_1^{(1)}(k_\perp r)\,dk_\perp}{\sqrt{\varepsilon}\,q\operatorname{sh} qh - ik_0\operatorname{ch} qh}. \tag{2.10}$$

Здесь $r^2 = x^2 + y^2$, $\cos\varphi = x/r$, $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$, $q^2 = k_\perp^2 - k_0^2$.

Эти решения содержат как ТЕ-волны ($E_z = 0$), возбуждаемые магнитным звуком, так и ТН-волны ($H_z = 0$), возбуждаемые альфвеновской волной. Дисперсионные уравнения для нормальных волн имеют вид

$$\sqrt{\varepsilon}\,q\operatorname{sh} qh - ik_0\operatorname{ch} qh = 0 \quad \text{(ТН-волны)}; \tag{2.11}$$

$$\sqrt{k_\perp^2-\varepsilon k_0^2}\operatorname{sh} qh + q\operatorname{ch} qh = 0 \quad \text{(ТЕ-волны)}. \tag{2.12}$$

Найдем приближенные значения корней этих уравнений при условии $k_0h \ll 1$. Для ТН-волны

$$k_{\perp 0} \approx k_0\sqrt{1+\frac{i}{k_Ah}},\quad k_{\perp n} = \frac{i\pi n}{h} - \frac{k_0}{\sqrt{\varepsilon}\,\pi n}\ (n = 1, 2, \ldots). \tag{2.13}$$

Для ТЕ-волны

$$k_Ah \gg 1,\quad k_{\perp n} = \frac{i\pi n}{h} - \frac{\pi n}{k_Ah^2};\quad k_Ah \ll 1,$$
$$k_{\perp n} = -\frac{1}{h}\ln\frac{1}{k_Ah} + i\pi\left(n - \frac{1}{2}\right). \tag{2.14}$$

Из выражений (2.9)—(2.14) видно, что все нормальные волны, за исключением главной, определяемой корнем $k_{\perp 0}$ (2.13), быстро затухают на расстоянии $r \lesssim h$. Поэтому в дальнейшем мы их рассматривать не будем.

В СНЧ диапазоне представляют интерес величины полей на расстояниях $r \gg h$ и $k_0 r \ll 1$. В этом случае в волноводе Земля—ионосфера поля ТН-волны определяются простыми формулами:

$$
\begin{aligned}
E_z &= \frac{2ik_0 P_e \exp\{ik_A (z_0 - h)\}}{\sqrt{\varepsilon}\, hr} \cos\varphi, \\
E_\varphi &= -\frac{2ik_0 P_e z \exp\{ik_A (z_0 - h)\}}{\sqrt{\varepsilon}\, h (1 - ik_A h) r^2} \sin\varphi, \\
E_r &= -\frac{2ik_0 P_e z \exp\{ik_A (z_0 - h)\}}{\sqrt{\varepsilon}\, h (1 - ik_A h) r^2} \cos\varphi, \\
H_\varphi &= -\frac{2ik_0 P_e \exp\{ik_A (z_0 - h)\}}{(1 - ik_A h) r^2} \cos\varphi, \\
H_r &= \frac{2ik_0 P_e \exp\{ik_A (z_0 - h)\}}{(1 - ik_A h) r^2} \sin\varphi.
\end{aligned}
\tag{2.15}
$$

Поля в ТЕ-волне имеют такой же вид, как в волноводе, ограниченном сверху изотропным полупространством с диэлектрической проницаемостью ε. Вычислим их в двух предельных случаях. Во-первых, будем считать, что

$$
k_A R \gg 1, \quad R^2 = r^2 + (z_0 - h)^2, \quad k_A h \ll 1. \tag{2.16}
$$

При этом интегралы в (2.9), (2.10) вычислялись методом перевала [7]:

$$
\begin{aligned}
E_\varphi &= 2ik_0^2 P_e \cos\vartheta \sin\varphi\, k_A z \frac{\exp\{ik_A R\}}{R}, \\
H_r &= -2k_0 k_A P_e \cos\vartheta \sin\varphi \frac{\exp\{ik_A R\}}{R}, \\
H_z &= 2ik_0 k_A^2 P_e z \sin\vartheta \cos\vartheta \sin\varphi \frac{\exp\{ik_A R\}}{R}.
\end{aligned}
\tag{2.17}
$$

Здесь предполагается, что $\sin\vartheta = r/R \gg \varepsilon^{-1/2}$. Во-вторых, при условии

$$
k_A R \ll 1 \tag{2.18}
$$

находим квазистатические поля вблизи поверхности Земли ($2zz_0 \ll \ll z_0^2 + r^2$):

$$
\begin{aligned}
E_\varphi &= \frac{2k_0^2 z P_e \sin\varphi}{r^2} \left[1 - \frac{z_0 (2r^2 + z_0^2)}{(r^2 + z_0^2)^{3/2}}\right], \\
E_r &= \frac{2k_0^2 z P_e \cos\varphi}{r^2} \left[1 + \frac{z_0 (r^2 - z_0^2)}{(r^2 + z_0^2)^{3/2}}\right], \\
H_\varphi &= -\frac{2ik_0 P_e \cos\varphi}{r^2} \left[1 + \frac{z_0 (r^2 - z_0^2)}{(r^2 + z_0^2)^{3/2}}\right],
\end{aligned}
\tag{2.19}
$$

$$H_r = \frac{2ik_0 P_e \sin\varphi}{r^2}\left[1 - \frac{z_0\left(2r^2 + z_0^2\right)}{\left(r^2 + z_0^2\right)^{3/2}}\right],$$

$$H_z = \frac{6ik_0 z z_0 P_e \sin\varphi}{\left(r^2 + z_0^2\right)^{5/2}}.$$

Аналогичным образом рассмотрим излучение горизонтального магнитного диполя:

$$z<h:\ \Delta A^m + k_0^2 A^m = 0,\ E = +\operatorname{rot} A^m,\ H = -ik_0 A^m - \frac{i}{k_0}\operatorname{grad}\operatorname{div} A^m; \tag{2.20}$$

$$z>h:\ \frac{\partial^2 A_x^m}{\partial z^2} + k_{\mathrm{A}}^2 A_x^m = -4\pi i k_0 P_m \delta(x)\delta(y)\delta(z - z_0); \tag{2.21}$$

$$\Delta A_z^m + k_{\mathrm{A}}^2 A_z^m = \frac{\partial^2 A_x^m}{\partial x\,\partial z}; \tag{2.22}$$

$$E_\perp = [\operatorname{rot} A^m]_\perp,\ H = -i\varepsilon k_0 A^m - \frac{i}{k_0}\operatorname{grad}\frac{\partial A_z^m}{\partial z}, \tag{2.23}$$

P_m — магнитный дипольный момент. Граничные условия в этой задаче имеют вид:

$$z = h:\ A_{x1} = \varepsilon A_{x2},\ A_{z1} = A_{z2},\ \frac{\partial A_{x1}}{\partial z} = \frac{\partial A_{x2}}{\partial z},\ \frac{\partial A_{z2}}{\partial z} - \frac{\partial A_{z1}}{\partial z} = \frac{\partial A_{x2}}{\partial x}; \tag{2.24}$$

$$z = 0:\ A_{z1} = 0,\ \frac{\partial A_{x1}}{\partial z} = 0. \tag{2.25}$$

Интегральное решение уравнений (2.20)—(2.23) с граничными условиями (2.24), (2.25) находим обычным способом [7]:

$$A_x = +ik_{\mathrm{A}} P_m \exp\{ik_{\mathrm{A}}(z_0 - h)\}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\operatorname{ch} qz\, H_0^{(1)}(k_\perp r)\, k_\perp dk_\perp}{\sqrt{\varepsilon}\, q \operatorname{sh} qh - ik_0 \operatorname{ch} qh}; \tag{2.26}$$

$$\begin{gathered}A_z = +ik_{\mathrm{A}} P_m \exp\{ik_{\mathrm{A}}(z_0 - h)\}\cos\varphi \int_{-\infty}^{\infty}\frac{q \operatorname{sh} qz\, H_1^{(1)}(k_\perp r)\, dk_\perp}{\sqrt{\varepsilon}\, q \operatorname{sh} qh - ik_0 \operatorname{ch} qh} - \\ - ik_0 P_m \cos\varphi \int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sqrt{k_\perp^2 - \varepsilon k_0^2}\operatorname{sh} qz \exp\left\{-(z_0 - h)\sqrt{k_\perp^2 - \varepsilon k_0^2}\right\} H_1^{(1)}(k_\perp r)\, dk_\perp}{\sqrt{k_\perp^2 - \varepsilon k_0^2}\operatorname{sh} qh + q \operatorname{ch} qh}.\end{gathered} \tag{2.27}$$

В ТН-волне на расстояниях $r \gg h$ поля имеют вид

$$\begin{gathered}E_z = \frac{2ik_0 P_m \exp\{ik_{\mathrm{A}}(z_0 - h)\}}{hr}\sin\varphi, \\ E_\varphi = \frac{2ik_0 z P_m \exp\{ik_{\mathrm{A}}(z_0 - h)\}}{h(1 - ik_{\mathrm{A}} h) r^2}\cos\varphi, \\ E_r = -\frac{2ik_0 z P_m \exp\{ik_{\mathrm{A}}(z_0 - h)\}}{h(1 - ik_{\mathrm{A}} h) r^2}\sin\varphi, \\ H_\varphi = -\frac{2ik_{\mathrm{A}} P_m \exp\{ik_{\mathrm{A}}(z_0 - h)\}}{(1 - ik_{\mathrm{A}} h) r^2}\sin\varphi,\end{gathered} \tag{2.28}$$

$$H_r = -\frac{2ik_A P_m \exp\{ik_A(z_0 - h)\}}{(1 - ik_A h) r^2} \cos\varphi.$$

Для ТЕ-поля при $k_A R \gg 1$, $k_A h \ll 1$ получаем следующие приближенные формулы.

$$E_\varphi = 2ik_0 k_A^2 z P_m \cos^2\vartheta \cos\varphi \frac{\exp\{ik_A R\}}{R},$$

$$H_r = 2k_A^2 P_m \cos^2\vartheta \cos\varphi \frac{\exp\{ik_A R\}}{R}, \qquad (2.29)$$

$$H_z = -2ik_A^3 z P_m \sin\vartheta \cos^2\vartheta \cos\varphi \frac{\exp\{ik_A R\}}{R}.$$

В случае $k_A R \ll 1$ и $2zz_0 \ll z_0^2 + r^2$

$$E_\varphi = -\frac{6ik_0 z_0^2 z P_m \cos\varphi}{(r^2 + z_0^2)^{5/2}}, \quad E_r = \frac{2ik_0 z P_m \sin\varphi}{(r^2 + z_0^2)^{3/2}},$$

$$H_\varphi = \frac{2P_m \sin\varphi}{(r^2 + z_0^2)^{3/2}}, \quad H_r = \frac{6z_0^2 P_m \cos\varphi}{(r^2 + z_0^2)^{5/2}}, \quad H_z = -\frac{6rz(4z_0^2 - r^2)P_m}{(r^2 + z_0^2)^{7/2}}. \qquad (2.30)$$

Таким образом, проведенный здесь анализ полей позволяет сделать вывод, что в СНЧ диапазоне магнитные диполи, расположенные в ионосфере, возбуждают волновод Земля—ионосфера значительно эффективнее, чем электрические диполи с таким же моментом. Полученные формулы дают возможность оценить поля, создаваемые на Земле дипольными источниками, расположенными в ионосфере

3. Рассмотрим возбуждение волновода Земля—ионосфера горизонтальным электрическим диполем в ОНЧ диапазоне В волноводе поля описываются по-прежнему уравнениями Максвелла с $\varepsilon = 1$. В верхнем полупространстве для компонент тензора ε_{ij} выполняются условия (1.7) Как отмечено выше, в такой среде распространяется только обыкновенная волна, а поля необыкновенной моды экспоненциально затухают при удалении от источника. При условии

$$k_0 \sqrt{|g|}\, z_0 \gg 1 \qquad (3.1)$$

этими полями можно пренебречь и учитывать только поля обыкновенной волны.

Используя граничные условия (2.6), с помощью преобразования Фурье получаем следующее выражение для вертикальной компоненты электрического поля в волноводе:

$$E_z^{(\lambda)} \approx ik_0 P_e \exp\{i\varphi + ik_0 \sqrt{|g|}(z_0 - h)\} \times$$
$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(k_0 \sqrt{|g|}\,\mathrm{sh}\, qh + q\,\mathrm{ch}\, qh)\,\mathrm{ch}\, qz\, H_1^{(1)}(k_\perp r)\, k_\perp^2 dk_\perp}{2ik_0 q\,\mathrm{ch}^2 qh - 2k_0 |g|\, q\,\mathrm{sh}^2 qh + \sqrt{|g|}(2k_0^2 - k_\perp^2)(1+i)\,\mathrm{sh}\, qh\,\mathrm{ch}\, qh}. \qquad (3.2)$$

Здесь использовано также условие

$$k_0 z/4\sqrt{|g|} \ll 1. \qquad (3.3)$$

Интеграл (3.2) можно представить в виде суммы вычетов в полюсах подынтегрального выражения, что соответствует разложению поля по нормальным модам волновода. Приравнивая нулю знаменатель в (3.2), получим уравнение для полюсов, из которого при условии $k_0 h\sqrt{|g|} \gg 1$ получаем

$$k_{\perp 0} \approx k_0 + \frac{1+i}{4h\sqrt{|g|}},$$

$$k_{\perp n}^2 \approx k_0^2 \left[1 - p_n^2 + \frac{1+i}{k_0 h\sqrt{|g|}} \frac{(p_n + 1/p_n) \pm \sqrt{(p_n + 1/p_n)^2 - 8}}{2} \right], \tag{3.4}$$

$$p_n = \frac{\pi n}{k_0 h} \quad (n = 1, 2, \ldots).$$

Наличие мнимых частей у волновых чисел $k_{\perp n}$ обусловлено «высвечиванием» в верхнюю среду при распространении нормальных волн в волноводе Земля—ионосфера. На расстояниях

$$r \ll 4h\sqrt{|g|} \tag{3.5}$$

им можно пренебречь, как и разностью фаз между нормальными волнами, соответствующими различным знакам перед корнем в (3.4). В рассматриваемом диапазоне частот это условие можно считать выполненным, например, при $f = 1$ *кГц*, $4h\sqrt{|g|} \sim 3{,}5 \cdot 10^4$ *км*. Поэтому приближенно можно считать

$$k_{\perp 0} \approx k_0, \quad k_{\perp n}^2 \approx k_0^2 [1 - (\pi n/k_0 h)^2]. \tag{3.6}$$

Окончательно

$$E_z^{(x)} = -\frac{\pi k_0^2 P_e}{h\sqrt{|g|}} \exp\{i\varphi + ik_0\sqrt{|g|}(z_0 - h)\} \left[\frac{1}{2} H_1^{(1)}(k_0 r) - \right.$$
$$\left. - \sum_{n=1}^{\infty} H_1^{(1)}\left(r\sqrt{k_0^2 - \frac{\pi^2 n^2}{h^2}} \right) \left(1 - \frac{\pi^2 n^2}{k_0^2 h^2} \right)^{1/2} \cos\frac{\pi n z}{h} \right]. \tag{3.7}$$

При условии $r \gg h$ в этой сумме достаточно оставить распространяющиеся нормальные волны с $n < k_0 h/\pi$, остальные волны экспоненциально затухают. Для низких частот $f < c/2h$ распространяется только главная волна, а суммой в (3.7) можно пренебречь. При этом поле почти однородно по высоте, горизонтальная компонента электрического поля ничтожно мала:

$$\frac{E_\perp}{E_z} \approx \frac{z}{h\sqrt{|g|}} \ll 1. \tag{3.8}$$

Аналогично можно рассмотреть излучение вертикального диполя. В этом случае получается следующее выражение для вертикальной компоненты электрического поля на поверхности Земли:

$$E_z^{(z)} = \frac{P_e\sqrt{|g|}}{\eta} \exp\{ik_0\sqrt{|g|}(z_0 - h)\} \times$$
$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(k_0\sqrt{|g|}\operatorname{sh} qh + q\operatorname{ch} qh)\operatorname{ch} qz\, H_0^{(1)}(k_\perp r)\, k_\perp^3\, dk_\perp}{2ik_0 q\operatorname{ch}^2 qh + 2k_0|g|q\operatorname{sh}^2 qh + \sqrt{|g|}(1+i)(2k_0^2 - k_\perp^2)\operatorname{sh} qh\operatorname{ch} qh}. \tag{3.9}$$

Как и в случае горизонтального диполя, перейдем к ряду по нормальным волнам:

$$E_z = \frac{\pi i k_0^2 P_e}{h\eta} \exp\{ik_0 \sqrt{|g|}(z_0 - h)\} \left[\frac{1}{2} H_0^{(1)}(k_\perp r) + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{\infty} H_0^{(1)}\left(k_0 r \sqrt{1 - \frac{\pi^2 n^2}{k_0^2 h^2}}\right)\left(1 - \frac{\pi^2 n^2}{k_0^2 h^2}\right) \cos\frac{\pi n z}{h}\right]. \tag{3.10}$$

Отсюда видно, что при возбуждении волновода Земля—ионосфера вертикальный диполь является малоэффективным по сравнению с горизонтальным:

$$\left|\frac{E_z^{(z)}}{E_z^{(x)}}\right| \sim \frac{\sqrt{|g|}}{\eta}. \tag{3.11}$$

На ионосферных высотах при $f = 1$ *кГц* $\sqrt{|g|}/\eta \sim 10^{-5} \ll 1$.

Отметим, что переход к простым выражениям для корней (3.4) соответствует предельному переходу $g \to \infty$ в интегралах (3.2) и (3.8):

$$E_z^{(x)} \approx \frac{ik_0 P_e}{2\sqrt{|g|}} \exp\{i\varphi + ik_0 \sqrt{|g|}(z_0 - h)\} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{ch} qz\, H_1^{(1)}(k_\perp r)\, k_\perp^2 dk_\perp}{q \operatorname{sh} qh}; \tag{3.12}$$

$$E_z^{(z)} \approx \frac{P_e}{2\eta} \exp\{ik_0 \sqrt{|g|}(z_0 - h)\} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{ch} qz\, H_0^{(1)}(k_\perp r)\, k_\perp^3 dk_\perp}{q \operatorname{sh} qh}. \tag{3.13}$$

Сравним эти результаты с полями в случае, когда верхняя среда изотропна:

$$E_z^{(x)} \approx \frac{ik_0 P_e}{\sqrt{\varepsilon_i}} \cos\varphi \exp\{ik_0 \sqrt{\varepsilon_i}(z_0 - h)\} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{ch} qz\, H_1^{(1)}(k_\perp r)\, k_\perp^2 dk_\perp}{q \operatorname{sh} qh}; \tag{3.14}$$

$$E_z^{(z)} \approx \frac{P_e}{\varepsilon_i} \exp\{ik_0 \sqrt{\varepsilon_i}(z_0 - h)\} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{ch} qz\, H_0^{(1)}(k_\perp r)\, k_\perp^3 dk_\perp}{q \operatorname{sh} qh}, \tag{3.15}$$

где $\varepsilon_i \gg 1$ — диэлектрическая проницаемость верхней среды.

Таким образом, для горизонтального диполя правильный по порядку величины результат может быть получен, если считать верхнюю среду изотропной с $\varepsilon_i = |g|$. Отличие угловой зависимости связано с тем, что одна из нормальных циркулярно поляризованных волн в плазме экспоненциально затухает. В случае вертикального диполя также можно ограничиться рассмотрением изотропной среды с $\varepsilon_i = |g|$, вводя эффективный дипольный момент $P'_e = \frac{\varepsilon_i}{2\eta} P_e$. Заметим, что при оценках реальных полей нужно учесть множитель, связанный с поглощением волн в нижней ионосфере.

ЛИТЕРАТУРА

1. Справочник по переменному магнитному полю, под ред. В. И. Афанасьева, Гидрометеоиздат, М., 1954
2. С. К. Митра, Верхняя атмосфера, ИЛ, М., 1955.
3. Флуктуации электромагнитного поля в диапазоне СНЧ, сб. под ред. М. С. Александрова, изд. Наука, М., 1972.

4 А. В. Гульельми, В А Троицкая, Геомагнитные пульсации и диагностика магнитосферы, изд. Наука, М, 1973
5 В Л Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, Физматгиз, М, 1967
6. Я. Л Альперт, Э Г Гусева, Д С. Флигель, Распространение низкочастотных электромагнитных волн в волноводе Земля—ионосфера, изд. Наука, М, 1967
7 Л М. Бреховских, Волны в слоистых средах, изд. Наука, М, 1973

Научно-исследовательский радиофизический институт

EXCITATION OF THE EARTH—IONOSPHERE WAVEGUIDE BY LOW-FREQUENCY IONOSPHERIC SOURCES

N. S. Bellustin, V. P. Dokuchaev, S. V. Polyakov, V. V. Tamoykin

Electric and magnetic field perturbations in SLF and VLF ranges produced by a point source located in the ionosphere are considered. A plane model of the waveguide with a sharp boundary between the atmosphere and the ionospheric homogeneous magnetoactive plasma is accepted in calculations. Simple formulas have been obtained for the waveguide fields which permit the efficiency of different sources to be compared.