

УДК 621.371.332.1

## РАССЛОЕНИЕ ПЛАЗМЫ В ОБЛАСТИ ОТРАЖЕНИЯ МОЩНЫХ РАДИОВОЛН В ИОНОСФЕРЕ

*В. В. Васьков, А. В. Гуревич*

Рассматривается самовоздействие мощной радиоволны в верхней ионосфере, вызванное нагревом электронов. Показано, что в области отражения радиоволны развивается неустойчивость самофокусирующего типа, приводящая к крупномасштабному расслоению ионосферной плазмы. Определены инкременты неустойчивости, исследована их зависимость от мощности. Показано, что обыкновенная радиоволна вызывает более интенсивные возмущения в плазме, чем необыкновенная.

Важный новый эффект, наблюдавшийся при исследовании воздействия мощных радиоволн на верхнюю ионосферу — резкое усиление крупномасштабных неоднородностей (с размером порядка 1 км). Неоднородности появляются вначале в области отражения радиоволн, а затем при сильном возбуждении могут распространяться на обширные области ионосферы. Под воздействием обыкновенной радиоволны неоднородная структура ионосферы развивается более эффективно [1-5].

Теоретическому исследованию этого явления — расслоения ионосферной плазмы в поле сильных радиоволн — посвящена настоящая работа\*. Показано, что в области отражения мощной волны в ионосфере возникает неустойчивость самофокусирующего типа, приводящая к интенсивному росту крупномасштабных неоднородностей. Эта неустойчивость развивается благодаря изменению концентрации, вызванному диффузией плазмы из нагреваемой волной области.

Возможность тепловой самофокусировки радиоволн в ионосферной плазме указана в [7] и исследовалась в работах Литвака [8], Блюха и Брюховецкого [9] и др. [10]. Специфическая особенность самофокусировки в верхней ионосфере связана с тем, что определяющую роль здесь играют процессы переноса, связанные с электронной теплопроводностью и диффузией плазмы вдоль силовых линий магнитного поля. Благодаря этому зависимость концентрации от интенсивности возмущающей волны в условиях  $F$ -слоя оказывается существенно нелокальной [10]. Указанная нелокальность, тесным образом связанная с неоднородностью волны, определяет характер развития неустойчивости. В частности, в рассматриваемом здесь случае быстрой диффузии и теплопроводности вдоль силовых линий магнитного поля  $H$  наиболее интенсивное расслоение плазмы происходит в направлении, ортогональном к  $H$ .

В области отражения эффекты самофокусировки резко усиливаются. Это усиление вызвано уменьшением диэлектрической проницаемости плазмы и значительным увеличением амплитуды волны вследствие разбухания электрического поля. Важно также, что в случае малых углов  $\alpha$  между магнитным полем  $Z_{\text{смл}}$  и вертикалью воздействие обыкновенной волны на ионосферу значительно сильнее, чем

\* Ее краткие результаты опубликованы ранее в [6].

необыкновенной. Это связано с тем, что вследствие поляризационных эффектов амплитуда поля обыкновенной волны в области отражения возрастает  $\sim \sin \alpha^{-2,3}$  [11], и, кроме того, здесь действуют дополнительные источники нагрева плазмы, связанные с линейной трансформацией обыкновенной волны на неоднородностях плазмы [11, 16] и с возбуждением параметрической неустойчивости. Возмущение ионосферы при этом локализовано в окрестности точки отражения волны, и влияние диффузионной нелокальности на процесс самофокусировки особенно существенно.

Изучению тепловой самофокусировки в области отражения посвящена также недавно опубликованная работа Перкинса и Валео [12]. Результаты этой, близкой к нашей [6], работы в ряде пунктов существенно от нее отличаются (подробнее см. разд. 2).

### 1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим вначале обыкновенную радиоволну. Ее распространение в области отражения описывается волновым уравнением [11]

$$\left\{ \Delta_{\perp} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 \right\} E = 0, \quad \varepsilon_0 = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}. \quad (1)$$

Здесь  $E$  — электрическое поле волны,  $\omega$  — ее частота.  $\omega_0 = \sqrt{4\pi e^2 N/m}$  — плазменная частота, а символом  $\Delta_{\perp}$  обозначен лапласиан по координатам, перпендикулярным магнитному полю  $H$ . Из (1) следует дисперсионное уравнение

$$\omega^2 = \omega_0^2 + k_{\perp}^2 c^2,$$

где  $k_{\perp}$  — перпендикулярная  $H$  составляющая волнового вектора  $k$ . Вектор групповой скорости волны  $V_{гр}$  в рассматриваемом случае направлен перпендикулярно  $H$ :

$$V_{гр} = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{k_{\perp} c^2}{\omega} = c \frac{k_{\perp}}{k_{\perp}} \sqrt{\varepsilon_0}.$$

Система координат в области отражения обыкновенной волны при нормальном падении последней на плоский слой плазмы изображена на рис. 1. Градиент концентрации в слое  $\nabla N \parallel k$  направлен вдоль оси  $z_1$ , вектор групповой скорости отраженной волны направлен вдоль оси  $z_2 \perp H$ , ось  $y_2$ , ортогональная  $z_2$ , параллельна  $H$ ; ось  $x$  перпендикулярна плоскости чертежа. В системе координат  $(x, y_2, z_2)$ :  $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} +$

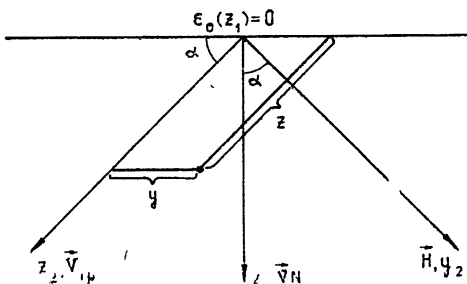


Рис. 1.

$+ \frac{\partial^2}{\partial x^2}$ . В дальнейшем, однако,

мы будем пользоваться системой координат  $(x, y, z)$  (см. рис. 1) с координатой  $z$ , отсчитываемой от плоскости отражения волны ( $\varepsilon_0 = 0$ ) и направленной вдоль вектора групповой скорости, и координатой  $y$ , отсчитываемой в направлении, перпендикулярном  $k$ . Это связано с тем, что постановка граничных условий

к уравнению (1) должна производиться при постоянном значении  $z = z_1 / \sin \alpha = \text{const}$ , где  $\alpha$  — угол между волновым вектором  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{H}$ .

Используя соотношения

$$z = z_2 + y_2 \operatorname{ctg} \alpha, \quad y = y_2 / \sin \alpha, \quad (2)$$

перепишем уравнение (1) в виде

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \left( \varepsilon_0 - \frac{\Delta N}{N} \right) \right\} E = 0. \quad (3)$$

Здесь выделено возмущение электронной концентрации  $\Delta N$ .

Ниже будет рассмотрено лишь возмущение  $\Delta N$ , связанное с нагревом плазмы высокочастотным полем волны. Оно выражается через диссипируемую в единице объема мощность  $W$  согласно [10, 13]:

$$\frac{\Delta N}{N} = \int_{-\infty}^t \frac{dt''}{\tau_T} \int \frac{dz''}{L_T} f Q(x, z'', t'') G[f(z - z''), t - t''], \quad (4)$$

$$Q = \frac{W \tau_T}{(3/2) N T_e}.$$

Здесь  $G$  — функция Грина уравнений электронной теплопроводности и диффузии плазмы вдоль силовых линий магнитного поля, а характерный размер  $L_T = \sqrt{D_T \tau_T}$  выражается через коэффициент электронной теплопроводности  $\nu_e = D_T N$  и время установления  $\tau_T$  температуры электронов  $T_e$  ( $\tau_T = 1/\nu_e \delta \varphi_T$ , где  $\nu_e$  — частота столкновений электронов с тяжелыми частицами,  $\delta$  — относительная доля энергии, теряемая электроном при одном соударении,  $\varphi_T$  — фактор неизотермичности); далее,  $f$  — коэффициент пропорциональности между смещением  $\Delta r_{\parallel}$  вдоль магнитного поля и соответствующим изменением координаты  $\Delta z$  (см. рис. 1):

$$f = \left( \frac{\partial z}{\partial r_{\parallel}} \right)^{-1} = \operatorname{tg} \alpha. \quad (5)$$

В случае неоднородного по координате  $y$  пучка радиоволн значения  $\Delta N/N$  и  $Q$  (4) зависят от  $y$  и  $y''$  соответственно. При интегрировании вдоль магнитного поля значения  $y''$  находятся из уравнения для силовых линий

$$z - y \cos \alpha = \text{const}. \quad (6)$$

В широком диапазоне изменения переменных

$$\begin{aligned} f^2 (z - z'')^2 &< 4 L_T^2, \\ t - t'' &< \tau_T D_T / D_a, \quad \tau_N \end{aligned} \quad (7)$$

( $\tau_N$  — время жизни электрона [10]) релаксационными процессами при вычислении функции Грина  $G$  в (4) можно пренебречь. При этом справедливо выражение [13]

$$G(x, t) = - \frac{L_T k_T}{\sqrt{\pi}} \frac{D_a}{D_T - D_a} \frac{1}{x} [u_1 \exp(-u_1^2) - u_2 \exp(-u_2^2)], \quad (8)$$

$$u_1 = x \sqrt{4 D_a t}, \quad u_2 = x / \sqrt{4 D_T t}.$$

Здесь  $D_a$  — коэффициент амбиполярной диффузии,  $k_T$  — термодиффузионное отношение, определенное в [10].

В случае омического нагрева плазмы ВЧ полем волны относительное энерговыделение  $Q$  в правой части (4) определяется выражением [10]

$$Q = \frac{|E|^2 \varphi_p}{E_p^2 \varphi_T}, \quad (9)$$

где  $E_p^2 = 3mT_e \delta(\omega^2 + \nu^2)/e^2$  — интенсивность характерного плазменного поля, а поляризационный фактор  $\varphi_p$  для обыкновенной волны в области отражения равен  $\varphi_p = 1$ .

Важно, что в окрестности точки отражения обыкновенной волны при  $|E|^2 > E_n^2 = 16\pi NT_i F \nu_c / \omega$  [14] ( $T_i$  — температура ионов, коэффициент  $F \approx 1,75$ ) в плазме эффективно возбуждается параметрическая неустойчивость, в результате чего величина  $Q$  в области  $|E| > E_n$  возрастает. Согласно [15], дополнительное по сравнению с омическим энерговыделение  $\Delta Q$ , возникающее при параметрическом возбуждении ленгмюровских шумов, равно

$$\Delta Q = \frac{|E|^2 \varphi_p}{E_p^2 \varphi_T} 2 \left( \frac{|E|^2}{E_n^2} - 1 \right) \quad (|E| > E_n). \quad (10)$$

Уравнения (3)—(10) образуют полную систему, позволяющую исследовать тепловые эффекты самовоздействия в области отражения радиоволны. Ниже мы рассмотрим плоскую радиоволну и покажем, что пространственно-одномерное распределение плазмы и амплитуды в такой волне оказывается неустойчивым: возникают крупномасштабные неоднородности плазмы и соответствующая им пространственная модуляция амплитуды в направлении, ортогональном плоскости распространения волны.

В рамках применимости приближения геометрической оптики решение (3) удобно отыскивать в виде

$$E = \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{2}} (E_{\text{пад}} e^{-i\varphi} + E_{\text{отр}} e^{+i\varphi}), \quad (11)$$

$$\varphi = \int_0^z k_0(z') dz' - \frac{\pi}{4}, \quad k_0 = (\omega/c) \sqrt{\epsilon_0}.$$

Здесь введены амплитуды падающей и отраженной волн, а фактор  $\dot{P}$ , связанный с усилением («разбуханием») поля вблизи точки отражения волны, равен (с учетом усреднения по периоду образующейся стоячей волны)

$$P = \frac{2}{\sqrt{\epsilon_0} \sin \sigma}. \quad (12)$$

Подставляя (11) в (3), получим систему уравнений параболического типа для амплитуд  $E_{\text{пад}}$ ,  $E_{\text{отр}}$ :

$$-2ik_0 \frac{\partial E_{\text{пад}}}{\partial z} + \frac{\partial^2 E_{\text{пад}}}{\partial x^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\Delta N}{N} E_{\text{пад}} = 0,$$

$$2ik_0 \frac{\partial E_{\text{отр}}}{\partial z} + \frac{\partial^2 E_{\text{отр}}}{\partial x^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\Delta N}{N} E_{\text{отр}} = 0, \quad (13)$$

$$E_{\text{отр}}(z=0) = E_{\text{пад}}(z=0).$$

Уравнения (13) имеют стационарное решение, соответствующее пространственно-однородной плоской волне,

$$E_{\text{пад}} = E_{\text{отр}} = E_0,$$

при получении которого предполагается, что малые однородные по  $x$  возмущения концентрации  $\Delta N/N$  включены в определение  $\epsilon_0$  (т. е.  $k_0$ ). Согласно определению (12) величина  $E_0$  равна амплитуде падающей на слой плазмы волны.

Рассмотрим устойчивость этого решения относительно малых граничных возмущений падающей волны. Полагая

$$\begin{aligned} E_{\text{пад}} &= E_0 + E_1 e^{ikhx} + E_2 e^{-ikhx}, \\ E_{\text{отр}} &= E_0 + E_3 e^{ikhx} + E_4 e^{-ikhx} \end{aligned} \quad (14)$$

и производя линеаризацию (13), приходим к следующим уравнениям:

$$\begin{aligned} -i \frac{da_1}{dz} - \frac{k^2}{2k_0} a_1 - \frac{\omega^2}{c^2} \frac{1}{2k_0} \frac{\delta \Delta N}{N} &= 0, \\ i \frac{da_2}{dz} - \frac{k^2}{2k_0} a_2 - \frac{\omega^2}{c^2} \frac{1}{2k_0} \frac{\delta \Delta N}{N} &= 0, \\ a_1 - a_4 &= A \exp \left( i \int_0^z \frac{k^2}{2k_0} dz' \right), \\ a_2 - a_3 &= -A \exp \left( -i \int_0^z \frac{k^2}{2k_0} dz' \right), \\ A &= a_1 - a_2|_{z=0}. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь использованы безразмерные амплитуды

$$a_{1,3} = \frac{E_{1,3}}{E_0}, \quad a_{2,4} = \left( \frac{E_{2,4}}{E_0} \right)^* \quad (16)$$

Возмущение концентрации  $\delta \Delta N/N$  находится путем подстановки в (4) соответствующего линеаризованного возмущения  $\delta Q$ :

$$\begin{aligned} \delta Q &= \frac{1}{2} L (a_1 + a_2 + a_3 + a_4), \\ L &= \frac{|E_0|^2 P \varphi_p}{E_p^2 \varphi_T} (1 + \Delta). \end{aligned} \quad (17a)$$

Отметим, что при получении (17 а) произведена линеаризация выражения для  $Q$  из (9) и результат усреднен по интервалу  $\Delta z$ , превышающему длину свободного пробега электронов  $l > 2\pi/k_0$ . Второе слагаемое в круглых скобках (17 а) учитывает дополнительный нагрев плазмы вследствие возбуждения ленгмюровских колебаний обыкновенной волной. Согласно (10)

$$\begin{aligned} \Delta &= \left( C_1 \frac{|E|^2}{2E_n^2} - 2 \right) \theta \left( \frac{|E|^2}{E_n^2} - 1 \right), \\ |E|^2 &= 2P|E_0|^2, \quad \theta(x) = \begin{cases} 1 & (x > 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}. \end{aligned} \quad (17б)$$

Входящий сюда параметр  $C_1 = 4$  при  $|E|^2 = E_n^2$ ; в пределе  $|E|^2 \gg E_n^2$  величина  $C_1 \rightarrow 6$ . Здесь  $|E|^2 = 2P|E_0|^2$  — интенсивность поля в максимумах невозмущенной стоячей волны, а фактор усиления поля обыкновенной волны в области отражения  $P$  определен в (12).

Граничные условия для падающей волны в некоторой точке  $z = z_0$  имеют вид

$$a_1(z_0) = a_{01}, \quad a_2(z_0) = a_{02}. \quad (18)$$

Иначе говоря, предполагается, что при  $z = z_0$  у падающей волны имеется слабая пространственная модуляция амплитуды поля ( $a_{01}, a_{02} \ll 1$ ). Уравнения (15)—(17) описывают ее изменение во времени и от координаты  $z$ .

Перейдем к трансформантам Лапласа от соответствующих величин согласно

$$a(p) = \int_0^{\infty} a(t) e^{-pt} dt,$$

где  $t = 0$  — момент включения граничных возмущений падающей волны. При этом в уравнениях (15)—(18), не зависящих явным образом от времени  $t$ , значения  $a_i(t)$  заменяются на  $a_i(p)$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), а выражение для  $\delta \Delta N/N$ , определяемое формулами (4), (8), (17), принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\delta \Delta N}{N}(p) = & - \frac{k_T}{2\sqrt{p}} \frac{D_a}{D_T - D_a} \int dz'' f \frac{\delta Q(z'', p)}{\tau_T} \times \\ & \times \left[ \frac{\exp\left(-\sqrt{\frac{p}{D_a}} f |z - z''|\right)}{\sqrt{D_a}} - \frac{\exp\left(-\sqrt{\frac{p}{D_T}} f |z - z''|\right)}{\sqrt{D_T}} \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Уравнения (15)—(19) образуют полную систему, описывающую развитие во времени малых граничных возмущений (18). Из (7) следует, что формула (19) справедлива при  $p > D_a/D_T \tau_T, \tau_N^{-1}$ , когда релаксационными процессами в плазме можно пренебречь. На пределе применимости  $p = D_a/D_T \tau_T$  при соблюдении условий  $D_a \ll D_T, D_a \tau_N \gg D_T \tau_T$  (которые хорошо выполняются в верхней ионосфере) правая часть (19) совпадает со стационарным возмущением электронной концентрации [13]:

$$\frac{\delta \Delta N}{N} = - \frac{k_T}{2L_T} \int dz'' f \delta Q \exp(-|z - z''|/L_T).$$

Следовательно, полученные ниже выражения для  $\delta \Delta N/N$  при указанном предельном переходе приводят к стационарному решению задачи.

Естественно считать, что невозмущенная концентрация электронов в окрестности точки отражения волны меняется по линейному закону

$$\frac{|\nabla N|}{N} = - \frac{1}{N} \frac{dN}{dz_1} = \mu.$$

Переходя при этом к безразмерным переменным

$$x = k/k_m, \quad \xi = zk_m, \quad k_m = \frac{\omega}{cR}, \quad (20)$$

где  $k_m = \omega / cR = k_0$  ( $\xi = 1$ ) — минимальное волновое число на границе применимости геометрической оптики  $\xi = 1$ , а параметр  $R$  равен

$$R = \left( \frac{\omega}{c} N \left| \frac{dz}{dN} \right| \right)^{1/3} = \left( \frac{\omega}{c \mu \sin \alpha} \right)^{1/3}, \quad (21)$$

перепишем полную систему уравнений в виде\*

$$-i \frac{da_1}{d\sqrt{\xi}} - x^2 a_1 - R^2 \frac{\delta \Delta N}{N} = 0,$$

$$i \frac{da_2}{d\sqrt{\xi}} - x^2 a_2 - R^2 \frac{\delta \Delta N}{N} = 0,$$

$$a_1 - a_4 = A \exp(i x^2 \sqrt{\xi}), \quad a_2 - a_3 = -A \exp(-i x^2 \sqrt{\xi}),$$

$$A = a_1 - a_2|_{\xi=0}, \quad (22)$$

$$R^2 \frac{\delta \Delta N}{N} = -\frac{1}{\sqrt{\rho_1}} \int d\xi'' \frac{L_1}{2} (a_1 + a_2 - iA \sin x^2 \sqrt{\xi''}) \times$$

$$\times [\exp(-\gamma_1 |\xi - \xi''|) - \varepsilon \exp(-\gamma_2 |\xi - \xi''|)],$$

$$L_1 = \frac{k_T}{1 - \varepsilon^2} \gamma L.$$

Здесь введены обозначения

$$\rho_1 = \rho \frac{D_T \tau_T}{D_a}, \quad \gamma_1 = \sqrt{\frac{\rho}{D_a}} \frac{f}{k_m} = \sqrt{\rho_1} \gamma, \quad (23)$$

$$\gamma = \frac{f}{k_m L_T}, \quad \gamma_2 = \varepsilon \gamma_1, \quad \varepsilon = \sqrt{D_a / D_T}.$$

Входящая в определение  $L_1$  величина  $L$  приведена в (17), а коэффициент  $f$  — в (5). Пользуясь соотношением  $\varepsilon_0 = \xi / R^2$ , нетрудно также убедиться, что фактор усиления поля обыкновенной волны (12) в рассматриваемом случае равен

$$P = \frac{2R}{\sqrt{\xi} \sin \alpha} \quad (\xi > 1). \quad (24)$$

## 2. СЛУЧАЙ СИЛЬНОЙ ДИФФУЗИИ

Наиболее интенсивное возмущение (нагрев) плазмы мощной электромагнитной волной происходит в окрестности ее точки отражения. Это связано как с резким ростом фактора усиления обыкновенной волны  $P$  в области отражения, так и с возбуждением параметрической неустойчивости, которая развивается лишь в окрестности точки отражения [14]. Поэтому интегральное ядро в (22) имеет резкий максимум при  $\xi \sim 1$ . Пусть эффективная ширина этого максимума равна  $\xi_n$ , т. е. область эффективного возмущения плазмы сосредоточена в интервале  $0 < \xi < \xi_n = z_n k_m$ . Вне этого интервала нагревом плазмы можно пренебречь:  $L_1 = 0$  при  $\xi > \xi_n$ .

\* Легко убедиться, что при  $|a_{01}| = |a_{02}|$  с точностью до постоянного фазового множителя  $a_2 = a_1^*$ , т. е. относительная фаза амплитуд  $a_1, a_2^*$  не зависит от координаты  $z$ .

В этом разделе будет рассмотрен случай достаточно сильной диффузии

$$\xi_n \gamma_1 \ll 1, \quad (25)$$

когда характерный размер диффузии  $1/\gamma_1$  за время развития неустойчивости  $1/\rho$  значительно превышает величину  $\xi_n$ .

Примем также во внимание, что в условиях верхней ионосферы теплопроводность, обусловленная движением электронов, протекает обычно быстрее диффузии [10].

$$\varepsilon^2 = \frac{D_a}{D_r} = \left( \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right)^2 \ll 1.$$

При этом возмущение электронной концентрации  $\delta \Delta N/N$  из (22) можно записать в виде

$$-R^2 \frac{\delta \Delta N}{N} = D [\exp(-\gamma_1 \xi) - \varepsilon \exp(-\gamma_2 \xi)], \quad (26)$$

$$D = \frac{1}{\sqrt{\rho_1}} \int_0^{\xi_n} d\xi \frac{k_1}{2} (a_1 + a_2 - iA \sin x^2 \sqrt{\xi}),$$

а решение дифференциальных уравнений для амплитуд  $a_{1,2}$  дает

$$a_1 = a_{01} \exp [i x^2 (\sqrt{\xi} - \sqrt{\xi_0})] + DB(x^2, \sqrt{\xi}) \exp(i x^2 \sqrt{\xi}), \quad (27)$$

$$a_2 = a_{02} \exp [-i x^2 (\sqrt{\xi} - \sqrt{\xi_0})] - DB(-x^2, \sqrt{\xi}) \exp(-i x^2 \sqrt{\xi}).$$

Здесь  $a_{01,2}$  — граничные значения амплитуд  $a_{1,2}$ , заданные в некоторой точке  $\xi_0 = k_m z_0$  (см. (18)), а функция  $B(x^2, \sqrt{\xi})$  равна

$$B(x^2, \sqrt{\xi}) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} i \left[ \frac{\exp\left(-\frac{x^4}{4\gamma_1}\right)}{\sqrt{\gamma_1}} \Phi\left(\sqrt{\gamma_1 \xi} + \frac{i x^2}{2\sqrt{\gamma_1}}\right) - \varepsilon \frac{\exp\left(-\frac{x^4}{4\gamma_2}\right)}{\sqrt{\gamma_2}} \Phi\left(\sqrt{\gamma_2 \xi} + \frac{i x^2}{2\sqrt{\gamma_2}}\right) \right] \Bigg|_{\xi}^{\xi_0}, \quad (28)$$

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt, \quad \Phi(x) \Big|_{x_1}^{x_2} = \Phi(x_2) - \Phi(x_1).$$

Подставляя (27) в интеграл (26) и учитывая, что согласно (22)

$$A = a_{01} \exp(-i x^2 \sqrt{\xi_0}) - a_{02} \exp(i x^2 \sqrt{\xi_0}) + D[B(x^2, 0) + B(-x^2, 0)], \quad (29)$$

нетрудно выразить величину  $D$  через граничные значения амплитуд  $a_{01,2}$ :

$$D = \frac{F_0}{\sqrt{\rho_1} - F_1}. \quad (30)$$

Здесь введены обозначения



$$F_1 = \int_0^{\xi_H} d\xi \frac{L_1}{2} \{ B(x^2, \sqrt{\xi}) \exp(i x^2 \sqrt{\xi}) - B(-x^2, \sqrt{\xi}) \times \\ \times \exp(-i x^2 \sqrt{\xi}) - i \sin x^2 \sqrt{\xi} [B(x^2, 0) + B(-x^2, 0)] \}; \quad (31)$$

$$F_0 = \int_0^{\xi_H} d\xi \frac{L_1}{2} a_0 \cos x^2 \sqrt{\xi}, \quad a_0 = a_{01} \exp(-i x^2 \sqrt{\xi_0}) - \\ - a_{02} \exp(i x^2 \sqrt{\xi_0}). \quad (31a)$$

Нули знаменателя в (30) определяют особые точки решения. Иначе говоря, дисперсионное уравнение системы (22) для инкремента неустойчивости  $\rho$  в рассматриваемом случае имеет вид

$$\rho_1 \equiv \rho \frac{D_T \tau_T}{D_a} = F_1^2(\rho). \quad (32)$$

Перейдем к анализу решений дисперсионного уравнения (32). Естественно считать, что граничные условия для падающей волны заданы в области невозмущенной плазмы на значительном расстоянии от точки отражения  $\xi = 0^*$ :

$$\gamma_2 \xi_0 = \varepsilon \gamma_1 \xi_0 \gg 1. \quad (33)$$

Рассмотрим поведение функции  $F_1$  в пределе больших и малых значений  $x = k/k_m$ . Из (28) и (31) следует:

$$F_1 = \beta \begin{cases} x^{-2} & (x^2 \gg 2 \sqrt{\gamma_1}) \\ x^6/12 \gamma_1^2 \varepsilon & (x^2 \gg 2 \sqrt{\gamma_2}) \\ x^2/2 \gamma_1 & (2 \sqrt{\gamma_2} \ll x^2 \ll 2 \sqrt{\gamma_1}) \end{cases}, \quad (34)$$

где

$$\beta = (1 - \varepsilon) \int_0^{\xi_H} L_1 d\xi, \quad (35)$$

а величина  $L_1$  определяется выражениями (22) и (17). Пользуясь асимптотикой (34), нетрудно получить в указанных случаях выражение для инкремента  $\rho_1$ :

$$\rho_1 = \begin{cases} \beta^2/x^4 & (x^2 \gg 2 \sqrt{\gamma_1}); & (36a) \\ x^4 \left( \frac{\beta}{12 \gamma_1^2 \varepsilon} \right)^{2/3} & (x^2 \ll 2 \sqrt{\gamma_2}); & (36b) \\ x^2 \frac{\beta}{2 \gamma_1} & (2 \sqrt{\gamma_2} \ll x^2 \ll 2 \sqrt{\gamma_1}), & (36b) \end{cases}$$

где коэффициент  $\gamma = \gamma_1/\sqrt{\rho_1}$  определен в (23).

Производя в (26) и (30) обратное преобразование Лапласа, нетрудно убедиться, что неоднородности концентрации электронов (и возмущения поля) экспоненциально нарастают со временем:  $\delta N \sim \times \exp\left(\frac{D_a}{D_T \tau_T} \rho_1 t\right)$ , где безразмерный инкремент  $\rho_1$ , зависящий от безразмерного волнового числа  $x = k/k_m$ , приведен в (36).

\* Анализ показывает, что в противоположном случае ( $\gamma_1 \xi_0 \ll 1$ ) результаты качественно не отличаются от полученных в пределе  $\gamma_2 \xi_0 \gg 1$  выражений (37).

Определим величину максимального инкремента неустойчивости  $p_{1m}$ . Из (36) следует, что величина  $p_1$  убывает как в области больших, так и в области малых значений  $x$ . Следовательно, максимум инкремента  $p_{1m}$  расположен в промежуточной области  $x^2 \sim 2\sqrt{\gamma_1}$ ,  $2\sqrt{\gamma_2}$ . Полагая, что величина  $p_{1m}$  достигается на границе применимости (36 а)  $x_m^4 = 4\gamma_1(p_{1m})$ , получим

$$x_m^2 = (4\gamma\beta)^{1/3}, \quad p_{1m} = \left(\frac{\beta^2}{4\gamma}\right)^{2/3}. \quad (37)$$

Аналогичная оценка в случае (36 б) приводит к выражениям  $x_m^2 = \left(\frac{2^4}{3}\varepsilon^2\gamma\beta\right)^{1/3}$ ,  $p_{1m} = \left(\frac{4}{9}\varepsilon\frac{\beta^2}{\gamma}\right)^{2/3}$ , которые в условиях верхней ионосферы (при  $\varepsilon \approx 0,2 \div 0,5$ ) совпадают с функциями (37) с точностью до близких к единице множителей\*. Отсюда следует, что выражение (37) с точностью до численного множителя определяет положение и величину максимума  $p_m = p_{1m}D_a/D_T\tau_T$  инкремента как функции безразмерного волнового числа  $x = k/k_m$ , определенного в (20). Оценим характерную величину наиболее интенсивно нарастающих неоднородностей электронной концентрации. В направлении оси  $x$ , ортогональном плоскости распространения волны (см. рис. 1), размер этих неоднородностей минимален:  $\lambda_{\perp} \sim 2\pi/k_m x_m$ . Согласно (37) он порядка максимальной длины падающей волны вблизи точки ее отражения:  $\lambda_{\perp} \sim 2\pi/k_m = 2\pi\frac{c}{\omega} \left(\frac{\omega}{c\mu \sin \alpha}\right)^{1/3}$ .

Продольный размер неоднородностей  $\lambda_{\parallel} \sim \sqrt{D_a/p_m}$  определяется диффузией плазмы вдоль магнитного поля за характерное время развития неустойчивости  $1/p_m$ .

Подставляя в (37) значения параметров  $\gamma$ ,  $\beta$  из (23), (35), можно привести выражение для максимального инкремента к виду

$$p_m = \frac{D_a}{D_T\tau_T} \left[ \frac{k_T}{2(1+\sqrt{D_a/D_T})} \frac{\omega}{c\sqrt{\mu}L_T \cos \alpha} \int_0^{z_H} L dz \right]^{4/3}, \quad (38)$$

где величина  $L$ , зависящая от интенсивности волны накачки  $|E_0|^2$ , определена в (17). Отсюда следует, что инкремент неустойчивости плазмы резко увеличивается с ростом интенсивности волны накачки:

$$p_m \sim \begin{cases} |E_0|^{8/3} \sin \alpha^{-8/3} & (|E|^2 < E_n^2, f z_n = \text{const}) \\ |E_0|^{16/3} \sin \alpha^{-4} & (|E|^2 > E_n^2) \end{cases}. \quad (39)$$

Здесь  $|E|^2 = 2P|E_0|^2$  — интенсивность поля в главном максимуме невозмущенной стоячей волны,  $E_n$  — порог развития параметрической неустойчивости, определенный в (10), и учтена зависимость инкремента от угла  $\alpha$  между магнитным полем и направлением распространения обыкновенной волны.

С помощью (28) нетрудно убедиться, что возмущения падающей волны (27), как и возмущения электронной концентрации (26), экспоненциально убывают с расстоянием  $\xi$ . Возмущения отраженной волны  $a_{3,4}$  связаны с возмущениями падающей соотношениями (22). В рассматриваемом случае  $\gamma_2 \xi_0 \gg 1$  входящий в определение  $a_{3,4}$  коэффициент  $A$  равен (см. (29))

\* Заметим, что в пределе быстрой теплопроводности ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ) максимальные значения  $p_{1m} = (\beta^2/\gamma)^{2/3}$ ,  $x_m^2 = (8\gamma\beta)^{1/3}$  достигаются на границе  $x_m^2 = 2\sqrt{\gamma_1(p_{1m})}$  со стороны малых значений  $x$  и также близки к (37).

$$A = a_{01} \exp(-ix^2 \sqrt{\xi_0}) - a_{02} \exp(ix^2 \sqrt{\xi_0}) + \\ + Di \sqrt{\pi} \left[ \gamma_1^{-1/2} \exp\left(-\frac{x^4}{4\gamma_1}\right) - \epsilon \gamma_2^{-1/2} \exp\left(-\frac{x^4}{4\gamma_2}\right) \right].$$

Следовательно, возмущения отраженной волны близки к возмущениям падающей при  $x^2 \gg 2\sqrt{\gamma_1}$  и нарастают с уменьшением параметра  $x$ .

Заметим, что условия применимости полученных здесь выражений  $\gamma \sqrt{\rho_{1m}} \xi_n < 1$ ,  $x_m^2 < 2$  (обеспечивающие узость слоя эффективного нагрева плазмы и справедливость параболических уравнений (22)) при водят к ограничению на интенсивность нагрева:  $\gamma\beta < 2\xi_n^{-3/2} < 2$ .

Можно показать, что в случае широкой области нагрева плазмы  $\gamma_1 \xi_n \gg 1$  и достаточно коротковолновых возмущений  $x^2 > 2\gamma_1 \sqrt{\xi_n}$  максимальный инкремент неустойчивости  $\rho_{1m}$  в пределе большой теплопроводности ( $\epsilon = \sqrt{D_a} \overline{D_r} \rightarrow 0$ ) достигается на границе указанной области  $x_m^4 = 4\gamma^2 \rho_{1m} \xi_n$  и равен

$$\rho_{1m} = \left(\frac{\beta^2}{\gamma}\right)^{1/3} \frac{1}{\gamma \xi_n}, \quad x_m^2 = (8\gamma\beta)^{1/3} \quad (\xi_n^{-3/2} < \gamma\beta < 1). \quad (40)$$

Приведем интерполяционную формулу [6] для характерного времени развития неустойчивости  $\tau = 1/\rho_m$ , удовлетворяющую выражениям (37) и (40):

$$\tau = 1/\rho_m = \frac{D_T \tau_T}{D_a} \left[ 1 + \left(\frac{\beta\gamma}{4}\right)^{2/3} \xi_n \right] \left(\frac{4\gamma}{\beta^2}\right)^{2/3}.$$

В предыдущих разделах рассматривалось расслоение плазмы в области отражения обыкновенной волны. Полученные выражения, как можно показать (при соответствующем изменении параметров  $f$ ,  $\varphi_p$ ,  $k_m$ ,  $R$ ,  $P$ ), остаются справедливыми и в случае необыкновенной волны.

Оценивая сравнительную интенсивность расслоения плазмы волной с различной поляризацией, следует, прежде всего, подчеркнуть, что в поле необыкновенной волны отсутствуют дополнительные источники нагрева плазмы, связанные с линейной трансформацией на неоднородностях и параметрическим возбуждением плазмы (при этом слагаемое  $\Delta$  в (17а) равно нулю) [11, 15]. Важно также, что фактор усиления  $P$  обыкновенной волны в области квазипоперечного распространения оказывается в  $\sin \sigma^{-4/3}$  раз больше, а величина диэлектрической проницаемости в  $\sin \alpha^{2/3}$  раз меньше, чем у необыкновенной. В результате при переходе к необыкновенной волне в формуле (39), описывающей величину инкремента неустойчивости при  $|E|^2 < E_n^2$ , большой параметр  $\sin \alpha^{-1}$  заменяется на величину порядка единицы. Все это приводит к тому, что расслоение плазмы под действием необыкновенной волны происходит значительно менее интенсивно.

В заключение отметим, что в работе [12], в отличие от нашей, не учитывается влияние магнитного поля на процесс распространения волны и связанное с этим более интенсивное расслоение плазмы под действием обыкновенной волны. Не учтена также локализация области нагрева плазмы в окрестности точки отражения обыкновенной волны, которая происходит вследствие изменения поляризационных свойств волны, ее линейной трансформации в необыкновенную моду, а также в результате возбуждения параметрической неустойчивости. Далее, в [12] не рассматривается направление наиболее эффективного рас-

слоения плазмы — ортогональное к магнитному полю. Это привело к появлению в [12] значительного порогового поля, которое в рассматриваемом нами случае  $\mathbf{k} \perp \mathbf{H}$  обращается нуль\*.

## ЛИТЕРАТУРА

1. У. Ютло, Р. Коэн, УФН, 109, 371 (1973).
2. Г. Г. Гетманцев, Г. П. Комраков и др., Письма в ЖЭТФ, 18, 621 (1973).
3. J. W. Wright, J. Geophys. Res., 78, 5622 (1973).
4. C. L. Rufenach, J. Geophys. Res., 78, 5611 (1973).
5. В. В. Беликович, Е. А. Бенедиктов, Г. Г. Гетманцев и др., УФН, 113, 732 (1974).
6. В. В. Васьков, А. В. Гуревич, УФН, 113, 730 (1974); Письма в ЖЭТФ, 20, вып. 8, 529 (1974).
7. А. В. Гуревич, Геомагнетизм и аэрномия, 5, 70 (1965).
8. А. Г. Литвак, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 11, № 9, 1433 (1968).
9. П. В. Блюх, А. А. Брюховецкий, Геомагнетизм и аэрномия, 9, 545 (1969).
10. А. В. Гуревич, А. Б. Шварцбург, Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере, изд. Наука, М., 1973.
11. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, Физматгиз, М., 1964; А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, Р. В. Половин, А. Г. Ситенко, К. Н. Стеланов, Коллективные колебания в плазме, Атомиздат, М., 1964.
12. F. W. Perkins, E. J. Valeo, Phys. Rev. Lett., 32, 1234 (1974).
13. В. В. Васьков, А. В. Гуревич, Геомагнетизм и аэрномия, 15, № 1, 67 (1975).
14. В. В. Васьков, А. В. Гуревич, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 16, № 2, 188 (1973).
15. В. В. Васьков, А. В. Гуревич, ЖЭТФ, 66, 1673 (1974).
16. В. В. Васьков, А. В. Гуревич, ЖЭТФ, 69, 176 (1975).

Государственный научно-исследовательский  
институт радио

PLASMA LAMINATION IN THE POWERFUL RADIO WAVE REFLECTION  
REGION IN THE IONOSPHERE

V. V. Vas'kov, A. V. Gurevich

The self-action of powerful radio waves in the upper ionosphere caused by the electron heating is considered. The self-focusing type instability is shown to take place which result in a large-scale lamination of the ionospheric plasma in the radio wave reflection region. The instability increments are determined, their power dependence is investigated. An ordinary radio wave is shown to produce more intensive perturbations in plasma than the extra-ordinary wave does.

\* Это утверждение справедливо лишь в пренебрежении релаксационными процессами, которые в [12] также не учитывались. Согласно (7) и (38) учет релаксационных процессов приводит к появлению небольшого порогового поля  $E_{0п}$ .

$$E_{0п}^2/E_p^2 \varphi_T = \frac{\sin^2 \alpha}{2k_T} \frac{c\mu}{\omega} (1 + \sqrt{D_a/D_T}) \sqrt{L_T/z_H \operatorname{tg} \alpha}$$

$$(\tau_N > \tau_T D_T/D_a).$$