

УДК 538.574.6

## ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ДВУХ СФЕРАХ

И. П. Козлов

Рассматривается задача дифракции на двух сферах, решение которой основывается на использовании скалярных потенциалов полей и теоремы сложения сферических волновых функций. Приводятся результаты расчетов для различных источников возбуждения.

### ВВЕДЕНИЕ

В литературе известен ряд работ, например [1, 2], где приводятся решения задач дифракции электромагнитных волн на нескольких телах методом собственных сферических функций. В этих работах используется аппарат векторных шаровых волновых функций и векторная теорема сложения для них [3].

В то же время в работах [4, 5] принцип суперпозиции полей ошибочно переносится на суперпозицию скалярных потенциалов полей в локальных сферических системах координат с различными центрами. Вследствие этого неправильно используется теорема сложения сферических волновых функций, а электрические и магнитные волны в локальных системах координат оказываются невязанными\*.

В настоящей статье введением скалярных потенциалов полей рассматривается решение задачи дифракции электромагнитных волн на двух сферах. Приводятся результаты расчетов и исследования для различных источников возбуждения.

Методика решения задачи состоит в следующем. С каждым телом связывается локальная система координат, электромагнитное поле в которой представляется амплитудами волн сторонних токов и неизвестными амплитудами волн, определяемыми присутствием другого тела. Из граничных условий на поверхности каждого тела в локальной системе координат образуется неполная система бесконечных линейных уравнений относительно неизвестных амплитуд волн. Преобразования амплитуд волн при переходе от одной локальной системы координат к другой дополняют эту систему уравнений до полной. Ее решение методом усечения является решением задачи.

### ПРЕОБРАЗОВАНИЕ АМПЛИТУД ВОЛН

Представим решение уравнений Максвелла в однородной среде через скалярные потенциалы электрических  $U$  и магнитных  $V$  волн [6], которые определяются по формулам

$$U = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} A_{nm} \cos m\varphi + \\ C_{nm} \end{array} \right. \frac{B_{nm}}{D_{nm}} \sin m\varphi \left. \right\} \times \quad (1)$$

$$\times P_n^m(\cos\theta) \begin{cases} \zeta_n^{(1)}(kr) \\ \psi_n(kr) \end{cases} \quad \text{для } r \geq r';$$

\* На взаимосвязь электрических и магнитных волн в локальных сферических системах координат в личной беседе любезно обратил внимание Н. А. Яблочкин.

$$V = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\bar{A}_{nm}}{\bar{C}_{nm}} \cos m \varphi + \frac{\bar{B}_{nm}}{\bar{D}_{nm}} \sin m \varphi \right\} \times$$

$$\times P_n^m(\cos \theta) \frac{\zeta_n^{(1)}(kr)}{\psi_n(kr)} \quad \text{для } r \geq r', \quad (2)$$

где используется система единиц CGS, временная зависимость электромагнитного поля  $e^{-i\omega t}$ ,  $k$  — волновое число,

$$\psi_n(kr) = \sqrt{\frac{\pi kr}{2}} J_{n+\frac{1}{2}}(kr), \quad \zeta_n^{(1)}(kr) = \sqrt{\frac{\pi kr}{2}} H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(kr),$$

через  $r'$  обозначена область, занятая источниками.

Рассмотрим две локальные системы координат с центрами  $+1$  и  $-1$ , такие, что их полярные оси совпадают и для любой точки пространства  $\varphi_{+1} = \varphi_{-1} = \varphi$ . Соответствующим координатам, амплитудам волн, потенциалам полей добавим индексы  $+1$  или  $-1$ . Пусть координаты центра  $-1$  в системе координат с центром  $+1$  будут  $r_{+1} = a$ ,  $\theta_{+1} = 0$ .

Известны теоремы сложения сферических функций [4]:

$$\psi_q(kr_s) P_q^m(\cos \theta_s) = \frac{r_s}{r_{-s}} \sum_{n=m}^{\infty} Q_{mnmq}^{(0)}(ka, s) \psi_n(kr_{-s}) P_n^m(\cos \theta_{-s}); \quad (3)$$

$$\zeta_q^{(1)}(kr_s) P_q^m(\cos \theta_s) = \frac{r_s}{r_{-s}} \sum_{n=m}^{\infty} P_n^m(\cos \theta_{-s}) \frac{Q_{mnmq}^{(2)}(ka, s) \zeta_n^{(1)}(kr_{-s})}{Q_{mnmq}^{(1)}(ka, s) \psi_n(kr_{-s})}, \quad r_s \geq a, \quad (4)$$

где  $s = \pm 1$ ,

$$Q_{mnmq}^{(l)}(ka, s) = \frac{2i^{n-q}}{ka N_{mn}} \sum_{j=|n-q|}^{n+q} i^j b_j^{(qnm)} Z_j^{(l)}(ka) s^j,$$

$$l = 0, 1, \quad Z_j^{(0)}(ka) = \psi_j(ka), \quad Z_j^{(1)}(ka) = \zeta_j^{(1)}(ka),$$

$$Q_{mnmq}^{(2)}(ka, s) = \frac{2i^{n-q}}{ka} \sum_{j=|n-q|}^{n+q} i^j \frac{b_n^{(qmj0)}}{N_{0j}} \psi_j(ka) s^j,$$

$$N_{mn} = \frac{2(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!},$$

$$b_n^{(n_1 m_1 n_2 m_2)} = (-1)^{m_2} \left[ \frac{(n_1+m_1)! (n_2+m_2)! (n-m_1+m_2)!}{(n_1-m_1)! (n_2-m_2)! (n+m_1-m_2)!} \right]^{1/2} \times$$

$$\times (n_1 n_2 00 | n0) \times (n_1 n_2 m_1, -m_2 | n, m_1 - m_2)$$

$(n_1 n_2 m_1 m_2 | n, m_1 + m_2)$  — коэффициенты Клебша—Гордана.

Составляющие полей в локальных системах координат с центрами  $+1$  и  $-1$  связаны соотношениями

$$r_s E_{r_s} = (r_{-s} + sa \cos \theta_{-s}) E_{r_{-s}} - sa \sin \theta_{-s} E_{\theta_{-s}}, \quad (5)$$

$$r_s H_{r_s} = (r_{-s} + sa \cos \theta_{-s}) H_{r_{-s}} - sa \sin \theta_{-s} H_{\theta_{-s}}.$$

Представляем их через скалярные потенциалы (1), (2) в виде разложений по собственным функциям. Затем применяем к правым частям

теоремы сложения (3), (4) и, используя ортогональность собственных функций, после ряда преобразований имеем

$$\begin{aligned} \begin{matrix} A_{nm}^s \\ B_{nm}^s \end{matrix} &= \sum_{j=m}^{\infty} \left\{ \beta_{nmj}^{-s} \begin{matrix} A_{jm}^{-s} \\ B_{jm}^{-s} \end{matrix} + \bar{\beta}_{nmj}^{-s} \begin{matrix} \bar{B}_{jm}^{-s} \\ -\bar{A}_{jm}^{-s} \end{matrix} \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \begin{matrix} \bar{A}_{nm}^s \\ \bar{B}_{nm}^s \end{matrix} &= \sum_{j=m}^{\infty} \left\{ \beta_{nmj}^{-s} \begin{matrix} \bar{A}_{jm}^{-s} \\ \bar{B}_{jm}^{-s} \end{matrix} + \bar{\beta}_{nmj}^{-s} \begin{matrix} B_{jm}^{-s} \\ -A_{jm}^{-s} \end{matrix} \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \begin{matrix} C_{nm}^s \\ D_{nm}^s \end{matrix} &= \sum_{j=m}^{\infty} \left\{ \gamma_{nmj}^{-s} \begin{matrix} C_{jm}^{-s} \\ D_{jm}^{-s} \end{matrix} + \bar{\gamma}_{nmj}^{-s} \begin{matrix} \bar{D}_{jm}^{-s} \\ -\bar{C}_{jm}^{-s} \end{matrix} \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \begin{matrix} \bar{C}_{nm}^s \\ \bar{D}_{nm}^s \end{matrix} &= \sum_{j=m}^{\infty} \left\{ \gamma_{nmj}^{-s} \begin{matrix} \bar{C}_{jm}^{-s} \\ \bar{D}_{jm}^{-s} \end{matrix} + \bar{\gamma}_{nmj}^{-s} \begin{matrix} D_{jm}^{-s} \\ -C_{jm}^{-s} \end{matrix} \right\} \end{aligned}$$

при  $s = \pm 1$ ,  $r_{-s} > a$  и

$$\begin{aligned} \begin{matrix} C_{nm}^s \\ D_{nm}^s \end{matrix} &= \sum_{j=m}^{\infty} \left\{ \alpha_{nmj}^{-s} \begin{matrix} A_{jm}^{-s} \\ B_{jm}^{-s} \end{matrix} + \bar{\alpha}_{nmj}^{-s} \begin{matrix} \bar{B}_{jm}^{-s} \\ -\bar{A}_{jm}^{-s} \end{matrix} \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \begin{matrix} \bar{C}_{nm}^s \\ \bar{D}_{nm}^s \end{matrix} &= \sum_{j=m}^{\infty} \left\{ \alpha_{nmj}^{-s} \begin{matrix} \bar{A}_{jm}^{-s} \\ \bar{B}_{jm}^{-s} \end{matrix} + \bar{\alpha}_{nmj}^{-s} \begin{matrix} B_{jm}^{-s} \\ -A_{jm}^{-s} \end{matrix} \right\}, \end{aligned}$$

при  $s = \pm 1$ ,  $r_{-s} < a$ , где

$$\begin{aligned} \beta_{nmj}^{-s} &= R_{mnmj}^{(2)}(ka, -s), & \gamma_{nmj}^{-s} &= R_{mnmj}^{(0)}(ka, -s), \\ \alpha_{nmj}^{-s} &= R_{mnmj}^{(1)}(ka, -s), \\ \bar{\beta}_{nmj}^{-s} &= \bar{R}_{mnmj}^{(2)}(ka, -s), & \bar{\gamma}_{nmj}^{-s} &= \bar{R}_{mnmj}^{(0)}(ka, -s), \\ \bar{\alpha}_{nmj}^{-s} &= \bar{R}_{mnmj}^{(1)}(ka, -s), \\ R_{mnmj}^{(l)}(ka, -s) &= Q_{mnmj}^{(l)}(ka, -s) + \\ &+ s ka \left[ Q_{m, n+1, m, j}^{(l)}(ka, -s) \frac{n+m+1}{(n+1)(2n+3)} + \right. \\ &\left. + Q_{m, n-1, m, j}^{(l)}(ka, -s) \frac{n-m}{n(2n-1)} \right], \\ \bar{R}_{mnmj}^{(l)}(ka, -s) &= -\frac{imska}{n(n+1)} Q_{mnmj}^{(l)}(ka, -s). \end{aligned}$$

Мы получили преобразования амплитуд волн при переходе между двумя локальными сферическими системами координат (6)–(8). Эти преобразования можно вывести другим способом, используя векторную теорему сложения, приведенную в [3]. В отличие от [4, 5] электрические и магнитные волны в двух локальных системах координат связаны.

#### ДИФРАКЦИЯ НА ДВУХ СФЕРАХ

Рассмотрим задачу возбуждения произвольными сторонними токами идеально проводящих сфер, расположенных в неограниченном однородном пространстве ( $\epsilon = \mu = 1$ ). Сферы радиусов  $a_s$  находятся на

расстоянии  $l$  друг от друга, расположены в локальных системах координат  $r_s \theta_s \varphi_s$  ( $s = \pm 1$ ), не касаются и не пересекаются (рис. 1).

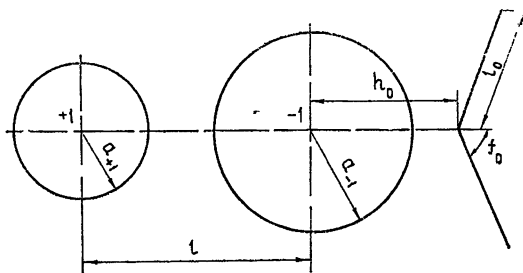


Рис. 1.

Представим электромагнитное поле у поверхности  $s$ -й сферы в локальной системе координат  $r_s \theta_s \varphi_s$  потенциалами  $U_s$  и  $V_s$  в виде

$$U_s = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{ (A_{nm}^s \cos m \varphi_s + B_{nm}^s \sin m \varphi_s) \zeta_n^{(1)}(kr_s) +$$

$$+ [ (C_{nm}^{0s} + C_{nm}^s) \cos m \varphi_s + (D_{nm}^{0s} + D_{nm}^s) \sin m \varphi_s ] \psi_n(kr_s) \} P_n^m(\cos \theta_s),$$

$$V_s = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{ ( \bar{A}_{nm}^s \cos m \varphi_s + \bar{B}_{nm}^s \sin m \varphi_s ) \zeta_n^{(1)}(kr_s) +$$

$$+ [ ( \bar{C}_{nm}^{0s} + \bar{C}_{nm}^s ) \cos m \varphi_s + ( \bar{D}_{nm}^{0s} + \bar{D}_{nm}^s ) \sin m \varphi_s ] \psi_n(kr_s) \} P_n^m(\cos \theta_s),$$

где  $C_{nm}^{0s}$ ,  $\bar{C}_{nm}^{0s}$  — амплитуды волн сторонних токов,  $\dot{C}_{nm}^s$ ,  $\bar{C}_{nm}^s$  — пока не известные амплитуды волн «падающего» поля, обусловленного влиянием  $s$ -й сферы, а  $A_{nm}^s$ ,  $\bar{A}_{nm}^s$  — пока не известные амплитуды волн поля, «отраженного» от  $s$ -й сферы,  $D_{nm}^{0s}$ ,  $\bar{D}_{nm}^{0s}$  — амплитуды волн сторонних токов,  $\dot{D}_{nm}^s$ ,  $\bar{D}_{nm}^s$  — пока не известные амплитуды волн «падающего» поля, обусловленного влиянием  $s$ -й сферы, а  $B_{nm}^s$ ,  $\bar{B}_{nm}^s$  — пока не известные амплитуды волн поля, «отраженного» от  $s$ -й сферы.

В силу осевой симметрии системы тел амплитуды волн для различных азимутальных гармоник независимы, поэтому рассматриваем решение для произвольного  $m$ .

Из непрерывности тангенциальных составляющих полей на поверхности каждой из сфер ( $E_\theta = E_\varphi = 0$ ) граничные условия для амплитуд волн имеем в виде

$$\begin{aligned} A_{nm}^s &= - \frac{\psi_n'(ka_s)}{\zeta_n^{(1)'}(ka_s)} (C_{nm}^s + C_{nm}^{0s}), \\ B_{nm}^s &= \frac{\psi_n'(ka_s)}{\zeta_n^{(1)'}(ka_s)} (D_{nm}^s + D_{nm}^{0s}), \\ \bar{A}_{nm}^s &= - \frac{\psi_n(ka_s)}{\zeta_n^{(1)}(ka_s)} (\bar{C}_{nm}^s + \bar{C}_{nm}^{0s}), \\ \bar{B}_{nm}^s &= \frac{\psi_n(ka_s)}{\zeta_n^{(1)}(ka_s)} (\bar{D}_{nm}^s + \bar{D}_{nm}^{0s}). \end{aligned} \quad (9)$$

Подставляя (8) в (9), получаем для неизвестных амплитуд волн  $A_{nm}^s$ ,  $\bar{A}_{nm}^s$ ,  $B_{nm}^s$ ,  $\bar{B}_{nm}^s$  бесконечную систему линейных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{A_{nm}^s}{B_{nm}^s} &= -\frac{\psi'_n(ka_s)}{\zeta_n^{(1)'}(ka_s)} \left[ \sum_{j=m}^{\infty} \left( \alpha_{nmj}^{-s} \frac{A_{jm}^{-s}}{B_{jm}^{-s}} + \bar{\alpha}_{nmj}^{-s} \frac{\bar{B}_{jm}^{-s}}{-\bar{A}_{jm}^{-s}} \right) + \frac{C_{nm}^{0s}}{D_{nm}^{0s}} \right], \\ \frac{\bar{A}_{nm}^s}{\bar{B}_{nm}^s} &= -\frac{\psi_n(ka_s)}{\zeta_n^{(1)}(ka_s)} \left[ \sum_{j=m}^{\infty} \left( \alpha_{nmj}^{-s} \frac{\bar{A}_{jm}^{-s}}{\bar{B}_{jm}^{-s}} + \bar{\alpha}_{nmj}^{-s} \frac{B_{jm}^{-s}}{-A_{jm}^{-s}} \right) + \frac{\bar{C}_{nm}^{0s}}{\bar{D}_{nm}^{0s}} \right], \end{aligned} \quad (10)$$

( $n = 1, 2, 3, \dots, s = \pm 1$ ).

Порядок системы можно понизить вдвое, если исключить, например,  $\frac{A_{nm}^{+1}}{B_{nm}^{+1}}, \frac{\bar{A}_{nm}^{+1}}{\bar{B}_{nm}^{+1}}$  подстановкой (10) при  $s = 1$  в (10) при  $s = -1$ .

Выражения для амплитуд волн сторонних токов можно найти аналогично [7].

После обычной замены неизвестных в (10) и по той же самой схеме, как это сделано в [4], можно показать разрешимость системы относительно новых неизвестных методом усечения.

Отысканием амплитуд волн  $\frac{A_{nm}^s}{B_{nm}^s}, \frac{\bar{A}_{nm}^s}{\bar{B}_{nm}^s}$  полностью решается задача.

Амплитуды «уходящих» волн полного поля в области  $r_{-1} > R$  ( $R = l + a_{+1}$ ) находятся по формулам

$$\begin{aligned} \frac{A_{nm}^{c-1}}{B_{nm}^{c-1}} &= \frac{A_{nm}^{0-1}}{B_{nm}^{0-1}} + \frac{A_{nm}^{-1}}{B_{nm}^{-1}} + \sum_{k=m}^{\infty} \left( \beta_{nmk}^{+1} \frac{A_{km}^{+1}}{B_{km}^{+1}} + \bar{\beta}_{nmk}^{+1} \frac{\bar{B}_{km}^{+1}}{-\bar{A}_{km}^{+1}} \right), \\ \frac{\bar{A}_{nm}^{c-1}}{\bar{B}_{nm}^{c-1}} &= \frac{\bar{A}_{nm}^{0-1}}{\bar{B}_{nm}^{0-1}} + \frac{\bar{A}_{nm}^{-1}}{\bar{B}_{nm}^{-1}} + \sum_{k=m}^{\infty} \left( \beta_{nmk}^{+1} \frac{\bar{A}_{km}^{+1}}{\bar{B}_{km}^{+1}} + \bar{\beta}_{nmk}^{+1} \frac{B_{km}^{+1}}{-A_{km}^{+1}} \right), \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\frac{A_{nm}^{0-1}}{B_{nm}^{0-1}}, \frac{\bar{A}_{nm}^{0-1}}{\bar{B}_{nm}^{0-1}}$  — амплитуды волн сторонних токов, заданных в области  $r_{-1} < R$ . Составляющие полей, в свою очередь, определяются через (11), (1), (2) простым суммированием.

### РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Составлена программа расчета для ЭВМ на алгоритмическом языке «Алгол» дифракции на двух сферах при различных сторонних источниках.

Произведен расчет на ЭВМ возбуждения идеально проводящей сферы ( $ka_{-1} = 4$ ) турникетной антенной (см. рис. 1 ( $kl_0 = 1; f_0 = 30^\circ, kh_0 = 4,8$ )) в присутствии второй идеально проводящей сферы различных размеров.

На рис. 2 приведены расчетные диаграммы направленности (ДН) при возбуждении одной сферы (сплошная кривая 1) и двух сфер (сплошная кривая 2 —  $ka_{+1} = 4, kl = 10$ ; пунктирная кривая 2 —  $ka_{+1} = 2, kl = 10$ ; сплошная кривая 3 —  $ka_{+1} = 8, kl = 14$ ; пунктирная кривая 3 —  $ka_{+1} = 4, kl = 14$ ). На рис. 3 изображены границы изменения коэффициента заполнения по линейной поляризации рассмотренной антенны (коэффициент заполнения показывает вероятность того, что в произвольном равновероятном направлении коэффициент направленного действия больше заданного).

Из проведенных расчетов следует, что при возбуждении турникетной антенной проводящего гладкого тела характеристического размера порядка длины волны форма его в зоне тени практически не влияет на коэффициент заполнения.

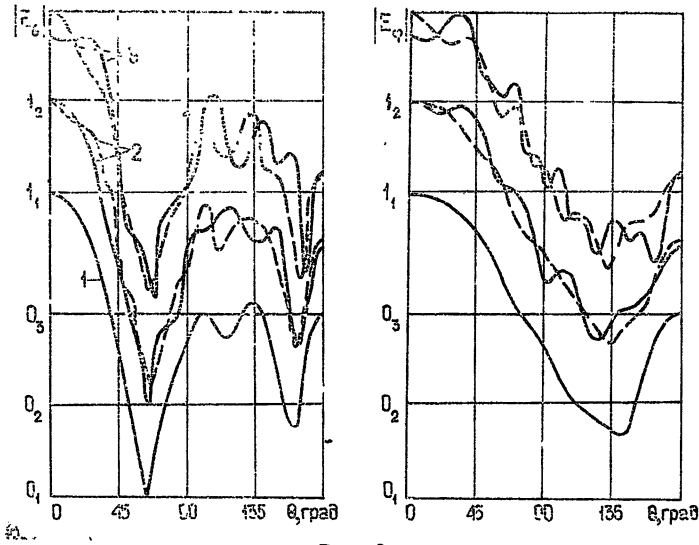


Рис. 2.

Расчеты дифракции на двух сферах на основе строгого решения представляют существенные сложности. Для инженерной практики представляет интерес применение приближенных методов расчета. Если в (10) положить  $\frac{C_{nm}^s}{D_{nm}^s} = \frac{\bar{C}_{nm}^s}{\bar{D}_{nm}^s} = 0$  при  $s \pm 1$  (тем самым не учитывается взаимная дифракция на сферах), то решение задачи сводится к простому суммированию рядов. В этом случае можно обойтись

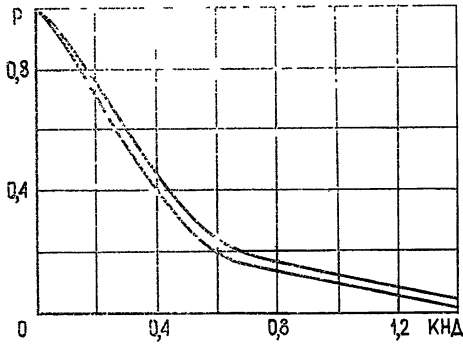


Рис. 3.

и вообще без использования теоремы сложения сферических функций. Такое приближение состоит в том, что строго решается задача дифракции поля заданного стороннего источника на каждом препятствии в отдельности и затем результирующие поля складываются геометрически. Ниже приведены результаты расчетов дифракции на двух сферах, сплошными кривыми изображены результаты расчетов на основе строгого решения, пунктирными — результаты приближенного расчета.

Расчитано поле кольцевой щели электрического радиуса  $kr_0$ , равного единице на идеально проводящей сфере в присутствии второй идеально проводящей сферы. Щель, расположенная симметрично относительно оси  $z$ , задается координатной линией  $r_{-1} = a_{-1}$ ,  $\theta_{-1} = \theta_0$  ( $\theta_0 \geq 90^\circ$ ), распределение напряжения вдоль щели — в виде  $e^{-im\varphi}$ .

На рис. 4, 5 приведены расчетные ДН при синфазном возбуждении щели ( $m = 0$ ),  $ka_{-1} = 1$  и различных значениях  $ka_{+1}$  и  $kl$  (на рис. 4 кривые 1 соответствуют значениям  $ka_{+1} = 1$ ,  $kl = 3$ , 2 —  $ka_{+1} = 3$ ,  $kl = 5$ , 3 —  $ka_{+1} = 5$ ,  $kl = 7$ ; на рис. 5 все кривые построены при  $ka_{+1} = 3$ , причем для кривой 1 —  $kl = 7$ , 2 —  $kl = 9$ , 3 —  $kl = 11$ ), а на рис. 6 и 7 — при возбуждении вдоль щели бегущей волны первой азимутальной гар-

моники ( $m = 1$ ). Зависимости  $|E_\theta|$ ,  $|E_\varphi|$ , указанные на рис. 6, приведены для случая  $ka_{-1} = 1$  (кривые 1 соответствуют  $ka_{+1} = 5$ ,  $kl = 7$ ,  $2 - ka_{+1} = 3$ ,  $kl = 5$ ,  $3 - ka_{+1} = 1$ ,  $kl = 3$ ), а аналогичные зависимости на рис. 7 — для  $ka_{-1} = 2$ ,  $ka_{+1} = 1$  (кривые 1 —  $kl = 4$ ,  $2 - kl = 6$ ,  $3 - kl = 10$ ). Расчеты проведены для различных размеров сфер и расстояний между ними, соответствующие графики на рисунках сдвинуты по оси ординат, штрих-пунктирными кривыми показаны результаты расчета при возбуждении одной сферы ( $a_{+1} = 0$ ).

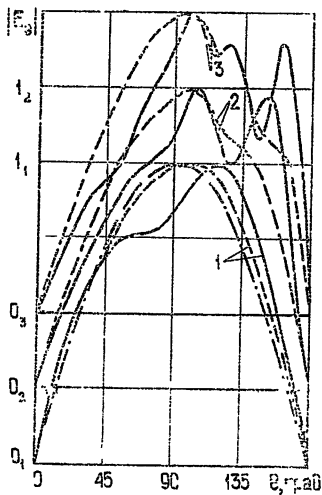


Рис. 4.

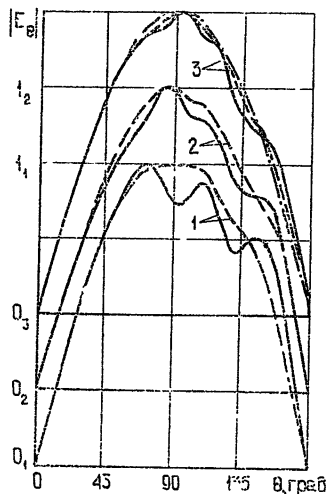


Рис. 5.

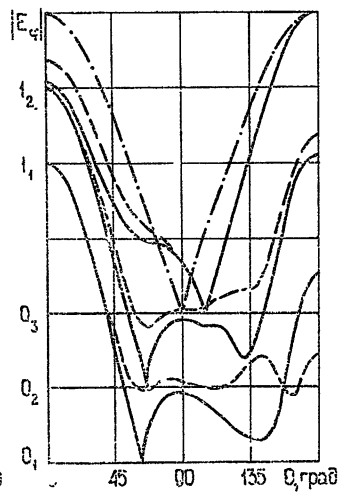
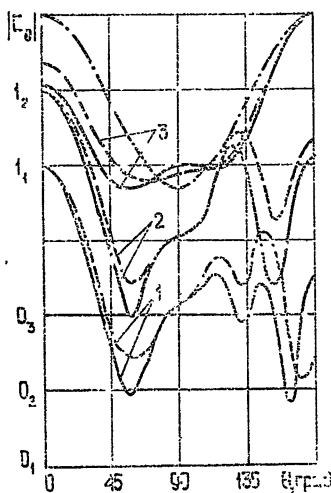


Рис. 6.

Исследования результатов расчета поля сферической антенны радиуса  $\sim 0,2\lambda$ , около которой находится вторая сфера, показывают следующее. Если вторая сфера радиуса  $\sim 0,2\lambda$ , то приближенный расчет (без учета взаимного влияния сфер) дает приемлемый для инженерной практики результат (отличие по полю на 7% от максимального значения не более чем в четвертой части пространства),

когда расстояние между поверхностями сфер больше  $0,5\lambda$ . Сфера практически не оказывает влияния на характеристики излучения сферической антенны, когда расстояние между поверхностями сфер больше  $\lambda$ . В случае, если вторая сфера радиуса  $\sim 0,5\lambda$ , эти минимальные расстояния в полтора раза больше.

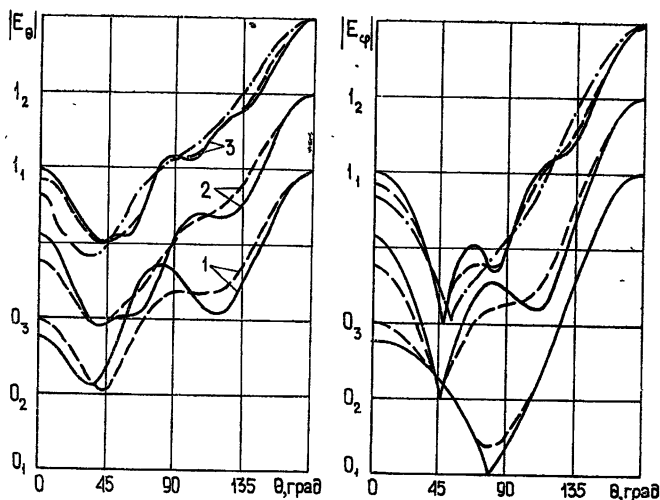


Рис. 7.

Рассмотрено электромагнитное возбуждение сферы, расположенной над идеально проводящей плоскостью. В этом случае применением метода зеркальных изображений задача сводится к дифракции на двух сферах. Пусть  $\frac{A_{nm}^{1s}}{B_{nm}^{1s}}, \frac{\bar{A}_{nm}^{1s}}{\bar{B}_{nm}^{1s}}$  — амплитуды волн зеркального изображения

стороннего тока (плотности стороннего тока и его зеркального изображения полагаем равными). Решением задачи является решение системы линейных уравнений (10), где введена замена  $\frac{A_{nm}^{0s}}{B_{nm}^{0s}} \rightarrow \frac{A_{nm}^{0s}}{B_{nm}^{0s}} - \frac{A_{nm}^{1s}}{B_{nm}^{1s}}$ ,

$\frac{\bar{A}_{nm}^{0s}}{\bar{B}_{nm}^{0s}} \rightarrow \frac{\bar{A}_{nm}^{0s}}{\bar{B}_{nm}^{0s}} - \frac{\bar{A}_{nm}^{1s}}{\bar{B}_{nm}^{1s}}$ , причем знак минус определяется тем, что направление стороннего тока и его зеркального изображения противоположно. Суммарное поле определяется суперпозицией поля стороннего источника, отраженного от сферы поля и их зеркальных изображений.

Произведен расчет на ЭВМ возбуждения турникетной антенной ( $\beta = 18^\circ$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ,  $l_0 = 15$ ) идеально проводящей сферы, расположенной над идеально проводящей плоскостью (рис. 8). Для оценки взаимного влияния сферы и плоскости рассчитаны ДН сферической антенны, где распределение тока по сфере определено из решения задачи дифракции в присутствии плоскости (используя (10), находятся  $\frac{A_{nm}^{-1}}{B_{nm}^{-1}}, \frac{\bar{A}_{nm}^{-1}}{\bar{B}_{nm}^{-1}}$

и затем соответствующие им поля). Эти ДН приведены на рис. 9—11 при различных расстояниях сферы от плоскости. Они являются осциллирующими кривыми около ДН уединенной сферической антенны. На рис. 12, 13 изображены ДН сферической антенны, расположенной над плоскостью. Сплошные кривые соответствуют расчету по строгим формулам, пунктирные — приближенному решению, когда не учитывается взаимное влияние сферы и плоскости.



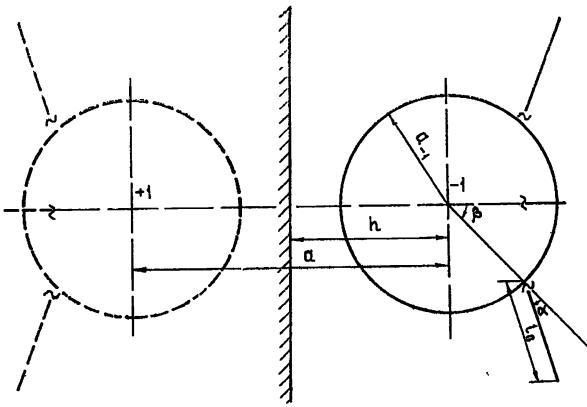


Рис. 8.

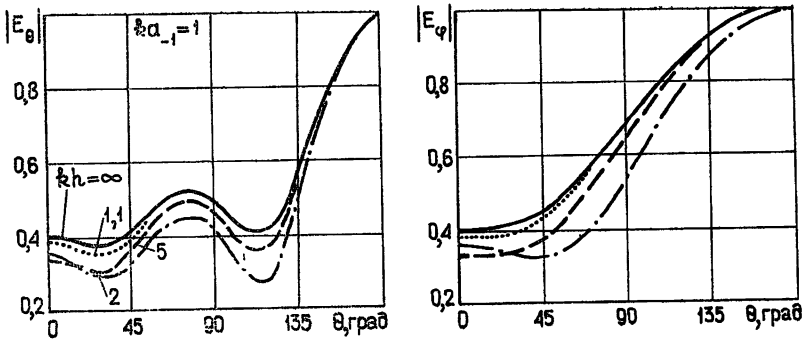


Рис. 9.

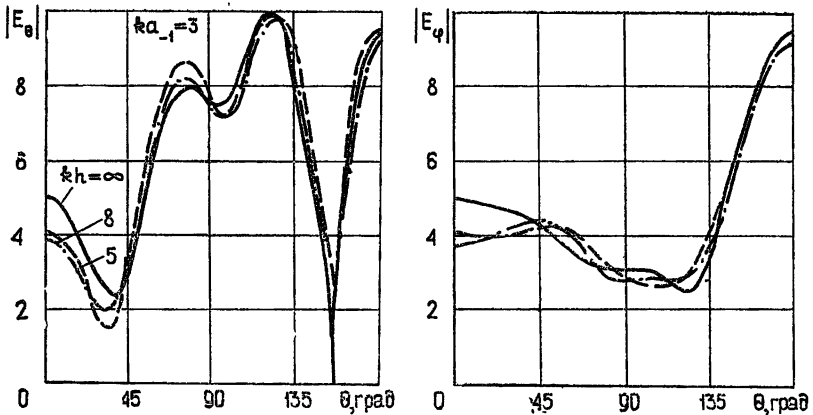


Рис. 10.

Исследования результатов расчетов показывают, что взаимным влиянием сферической антенны и плоскости в инженерной практике можно пренебречь при  $ka = 1$  для  $kh > 8$ , при  $ka = 3$  для  $kh > 14$ , при  $ka = 5$  для  $kh > 26$ . Эти оценки являются верхней границей для случая двух сфер.

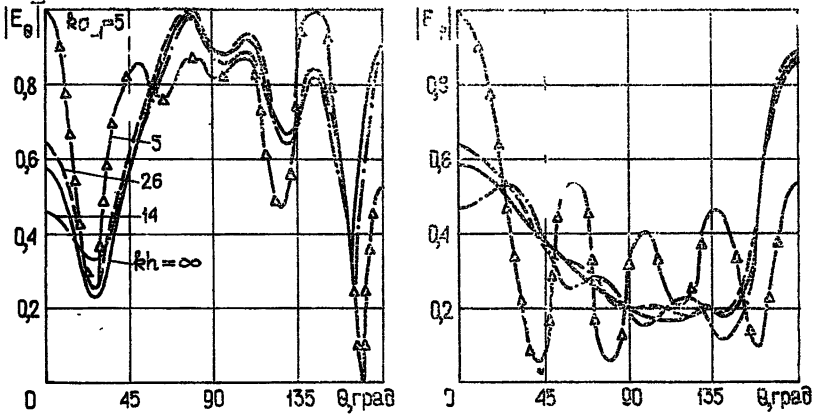


Рис. 11.

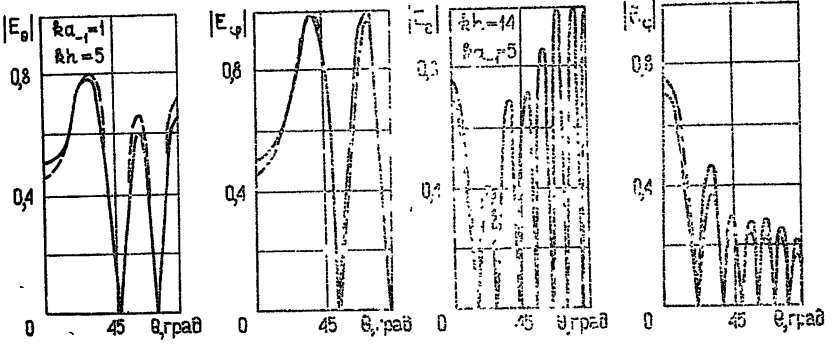


Рис. 12.

Рис. 13.

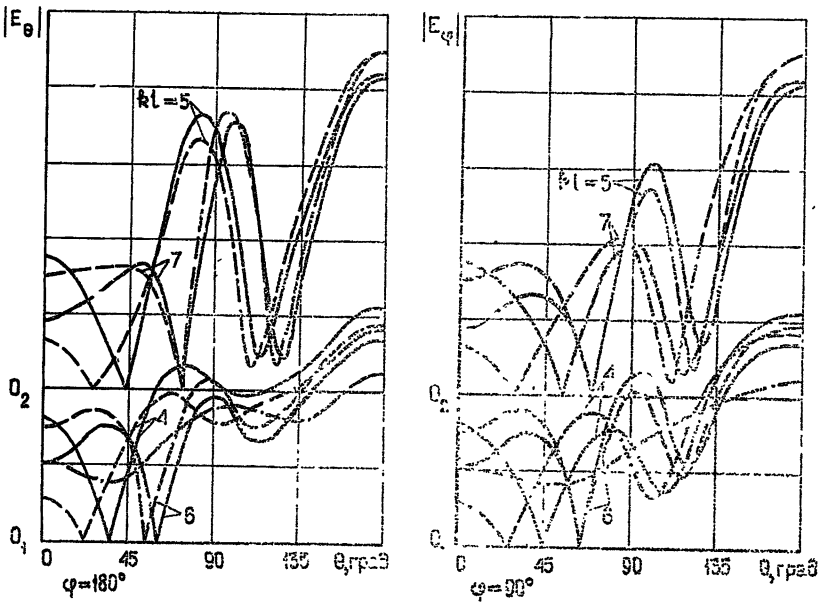


Рис. 14.

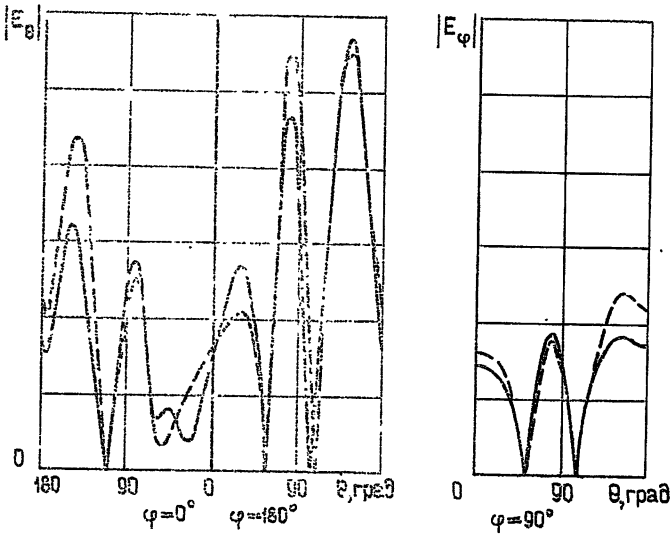


Рис. 15.

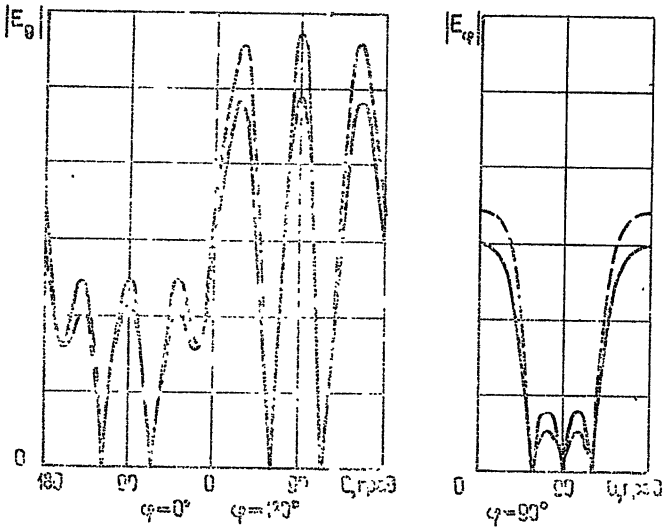


Рис. 16.

На основе строгого решения произведены расчеты на ЭВМ дифракции плоской электромагнитной волны на двух идеально проводящих сферах. Многочисленные результаты расчетов этой задачи приведены в [2]. На рис. 14—16 в плоскостях  $\varphi = 0^\circ$ ,  $\varphi = 90^\circ$ ,  $\varphi = 180^\circ$  приведены нормированные по потоку ДН рассеяния вертикально поляризованной плоской волны, падающей соответственно под углами  $\theta_0 = 0^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $90^\circ$  в плоскости  $\varphi = 0^\circ$  на две сферы. Нижние кривые на рис. 14 (начало координат  $O_1$ ) отнесены к радиусам сфер  $ka_{-1} = 2$ ,  $ka_{+1} = 1$ , остальные графики на рис. 14—16 даны для сфер равного радиуса  $ka_{-1} = ka_{+1} = 2$ . На рис. 14 изображены ДН для различных расстояний между сферами, а на рис. 15 и 16 — для  $kl = 7$ . Как и ранее, сплошными кривыми изображены результаты расчета по строгой теории, пунктирными кривы-

ми — результаты приближенного расчета (без учета взаимного влияния сфер). Штрих-пунктирной кривой представлен результат расчета для одиночной сферы ( $ka_{-1} = 2$ ). Численные исследования показывают, что сформулированный выше критерий применимости приближенного решения при электромагнитном возбуждении двух сфер справедлив и для произвольного падения плоской волны на две сферы.

Автор благодарит Н. А. Яблочкина за консультации по данной работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1
2. V. Twersky, J. Math. Phys., 8, № 3, 589 (1967).
3. J. H. Bruning, Y. T. Lo, IEEE Trans., AP-19, № 5 (1971).
4. S. Stein, Quart. Appl. Math., 19, № 1 (1961).
4. Е. А. Иванов, Дифракция электромагнитных волн на двух телах, изд. Наука и техника, Минск, 1968.
5. В. И. Розенберг, Рассеяние и ослабление электромагнитного излучения атмосферными частицами, изд. Гидрометеоиздат, Л., 1972.
6. Л. А. Вайнштейн, Электромагнитные волны, изд. Сов. радио, М., 1957.
7. Г. Т. Марков, А. Ф. Чаплин, Возбуждение электромагнитных волн, изд. Энергия, М., 1967.

Поступила в редакцию  
10 декабря 1973 г.,  
после доработки  
2 июля 1974 г.

#### DIFFRACTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES BY TWO SPHERES

*I. P. Kozlov*

The problem of diffraction by two spheres which solution is based on using scalar potential fields and the addition theorem of spherical wave functions is considered. The results of calculations are given for different excitation sources.

---