

УДК 551.510.535

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РАСПАД В ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

Г. А. Гусев, В. В. Пустовалов, В. П. Силин

Изучен параметрический распад распространяющейся вдоль постоянного внешнего магнитного поля циркулярно поляризованной электромагнитной волны накачки на два одинаковых потенциальных колебания с частотой нижнего гибридного резонанса в плазме с замагниченными электронами. Найдены спектр и инкремент параметрической раскачки. В условиях столкновительной диссипации определены пороговое поле накачки, экстремальные для раскачки неустойчивости волновые числа и направление распространения колебаний. Показано, что одно и то же пороговое поле достигается при нескольких (двух или трех) различных значениях волновых чисел. Аналитически и графически проанализирована зависимость экстремальных волновых чисел от направления распространения. Показана применимость полученных результатов к плазме внешней ионосферы Земли.

Параметрическая неустойчивость плазмы — одно из нашедших экспериментальное подтверждение проявлений взаимодействия мощных потоков излучения с плазмой [1]. Изотропная плазма неустойчива, в частности, при плотности, равной четверти критической, когда электромагнитная волна накачки распадается на два электронных ленгмюровских колебания (см. § 26 в книге [1]).

В конкретных условиях лабораторных [2, 3] и ионосферных [4, 5] экспериментов плазма часто оказывается замагниченной. Это, в частности, имеет место в экспериментах по верхнему зондированию ионосферы, исследующих ее полярные области, где электронная ленгмюровская частота ω_{L_e} может быть ниже электронной гироколической Ω_e . Систематические экспериментальные исследования [6] во время минимума солнечной активности 1962—1964 гг. обнаружили в северном полушарии (над североамериканским континентом) в окрестности 60° геомагнитной широты обширную область пониженной электронной концентрации, названную «главной впадиной». Впоследствии аналогичное резкое понижение электронной концентрации было обнаружено и в наблюдениях над Японией [7]. Эта область имеет протяженность по широте порядка 2000 км , а по высоте от максимума F -слоя — до 2000 км и выше. Наиболее резко эффект выражен в ночное время зимнего сезона, когда электронная концентрация на высоте 1000 км может понижаться до величины порядка 10^3 см^{-3} . Вообще для полярной ионосферы севернее 60° геомагнитной широты характерны пониженные электронные плотности. Так, в работе [8] для северных широт $60—80^\circ$ в полночь по местному времени для высоты 1000 км в зимний сезон приводится усредненное значение электронной плотности менее $0,5 \cdot 10^3 \text{ см}^{-3}$, что соответствует $\Omega_e^2 \omega_{L_e}^{-2} \approx 20$ ($B_0 \approx 0,4 \text{ Гс}$). Наконец, исследования 1965—1968 годов показали, что на высотах $1500—3000 \text{ км}$ севернее впадины в зимнее время наблюдались практически во все времена суток пониженные концентрации электронов $8—100 \text{ см}^{-3}$ [9]. Реже это наблюдалось и в южном полушарии (время колебания здесь было гораздо меньше). Границы областей аномаль-

низкой концентрации электронов могут доходить в полночь до 55° в северном полушарии и до 45° — в южном [10].

Внешнее постоянное магнитное поле не только расширяет круг наблюдаемых в параметрически неустойчивой плазме явлений, но и, в ряде случаев, качественно меняет картину параметрического взаимодействия излучения с плазмой*. Рассматриваемый ниже частный случай теории параметрического резонанса замагниченной $\omega_{L_e}^2 \ll \Omega_e^2$ плазмы имеет вполне самостоятельное значение для понимания физической картины, возникающей в результате экспериментов по верхнему зондированию ионосферы.

В настоящей работе излагается линейная теория параметрической неустойчивости однородной замагниченной плазмы типа распада поляризованной по кругу волны накачки на два высокочастотных электронных колебания с частотой нижнего гибридного резонанса (параметрического распада). Две особенности такого параметрического распада качественно отличают его от ранее изученных параметрических неустойчивостей магнитоактивной плазмы (см., например, [12, 13] и гл. 3 в [1]). Во-первых, на интересующей нас линейной стадии параметрический распад является чисто электронной неустойчивостью, инкремент которой не зависит от массы ионов. Во-вторых, инкремент возбуждения обсуждаемой здесь параметрической неустойчивости существенно определяется длиной волны накачки.

Анализ полученного в работе дисперсионного уравнения показывает, что излучение накачки существенно изменяет зависимость частоты возбуждаемых колебаний от их длины волны. Найдены экстремальные для параметрической раскачки волновые числа и направления распространения нижнего гибридного резонанса. Определено минимальное пороговое поле, необходимое для развития неустойчивости. При достаточно больших значениях расстройки частоты волны накачки относительно удвоенной частоты нижнего гибридного резонанса существует не одно, а три экстремальных для раскачки волновых числа при одном и том же минимальном пороговом поле накачки. Это свойство параметрической неустойчивости обнаружено и обсуждается, по-видимому, впервые.

1. Одним из хорошо известных высокочастотных потенциальных колебаний однородной плазмы, находящейся в постоянном магнитном поле $B_0 = \text{const}$, является затухающее колебание с частотой ω нижнего гибридного резонанса**

$$\omega = \omega(\mathbf{k}) \equiv 2^{-1/2} \{ \omega_{L_e}^2 + \Omega_e^2 - [(\omega_{L_e}^2 + \Omega_e^2)^2 - 4\omega_{L_e}^2 \Omega_e^2 \cos^2 \theta]^{1/2} \}^{1/2}, \quad (1)$$

определенной гирокопической частотой $\Omega_e = eB_0/mc$ и ленгмюровской частотой электронов $\omega_{L_e} = (4\pi e^2 n_e/m)^{1/2}$ с зарядом $e < 0$, массой m и плотностью n_e (c — скорость света в вакууме). Спектр (1) записан для холодной магнитоактивной плазмы ($\omega \gg k v_{T_e}$), в которой дисперсия частот волн $\left(\frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}} \neq 0 \right)$ существует, в отличие от изотропной плазмы, и в нулевом приближении по отношению тепловой скорости электронов

* Например, в случае сильной связи волны накачки с высокочастотными потенциальными колебаниями в холодной магнитоактивной плазме возбуждается новый спектр возмущений, отсутствующий в параметрически неустойчивой изотропной плазме [11].

** Здесь рассматривается случай углов θ , не слишком близких к $\pi/2$, когда вкладом ионов в спектр $\omega(\mathbf{k})$ нижнего гибридного резонанса можно полностью пре-небречь.

$v_{T_e} = \left(\frac{\pi T_e}{m} \right)^{1/2}$ к фазовой скорости колебаний $\frac{\omega}{k}$ (π — постоянная Больцмана, T_e — температура электронов).

Вместе с тем, необходимо подчеркнуть, что частота (1) не зависит явно от длины волны $\frac{2\pi}{k}$ нижнего гибридного резонанса $\left(\frac{\partial \omega}{\partial k} = 0 \right)$ и конечность значения групповой скорости обусловлена лишь анизотропией направления распространения этого колебания относительно магнитного поля B_0 , т. е. зависимостью частоты ω от угла θ между волновым вектором k и полем $B_0 \equiv \hbar B_0$. Поэтому производная $\frac{\partial \omega}{\partial k}$ исчезает вместе с тепловой скоростью v_{T_e} , как и в пределе изотропной плазмы. В этом можно убедиться на примере подробно обсуждаемого ниже конкретного частного случая сильно замагниченных электронов плазмы $\omega_{L_e}^2 \ll \Omega_e^2$, когда спектр (1) с учетом теплового движения выглядит особенно просто:

$$\omega = \omega_{L_e} |\cos \theta| \left\{ 1 + \frac{3}{2} k^2 r_{D_e}^2 - \frac{1}{2} \frac{\omega_{L_e}^2}{\Omega_e^2} \sin^2 \theta \right\} \quad (\omega_{L_e}^2 \ll \Omega_e^2). \quad (2)$$

Затухает нижний гибридный резонанс с декрементом $\tilde{\gamma} < \omega$ благодаря кулоновским столкновениям электронов с ионами (с частотой ν_{ei} в полностью ионизованной плазме) и обратному эффекту Черенкова на электронах ($k_z \equiv kh$):

$$\tilde{\gamma}(k) = \frac{\nu_{ei}}{2} + \sqrt{\frac{\pi}{8}} (kr_{D_e})^{-2} \frac{\omega^2}{|k_z| v_{T_e}} \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{\omega^2}{k_z^2 v_{T_e}^2} \right) \quad (\omega_{L_e}^2 \ll \Omega_e^2). \quad (3)$$

Совершенно иная (по сравнению с описываемой формулами (2), (3)) картина дисперсии и поглощения обсуждаемого потенциального колебания возникает в магнитоактивной плазме, подвергающейся воздействию мощного потока электромагнитного излучения с частотой, близкой к удвоенной частоте нижнего гибридного резонанса (2):

$$\omega_0 = 2\omega_{L_e} |\cos \theta| (1 + \Delta) \quad (|\Delta| \ll 1). \quad (4)$$

Именно, в случае параметрического резонанса (4) при достаточно большой напряженности электрического поля E_0 волны накачки конечной длины $2\pi/k_0$ нижний гибридный резонанс, во-первых, уже не затухает, а усиливается благодаря осцилляции электронов в поле накачки (параметрическая неустойчивость) и, во-вторых, существенно меняет свою дисперсию — его частота начинает зависеть от длины волны даже в холодной $v_T^2 = 0$ магнитоактивной плазме.

Для выяснения всей картины рассмотрим случай волны накачки, распространяющейся вдоль магнитного поля $[k_0 h] = 0$ и обладающей законом дисперсии и поляризацией высокочастотного собственного непотенциального колебания магнитоактивной плазмы с замагниченными электронами:

$$E_0(r, t) = E_0 \cos(\omega_0 t - k_0 r + \delta_0) + E_1 \cos(\omega_0 t - k_0 r + \delta_1). \quad (5)$$

С этой целью отметим, что в указанных условиях такими колебаниями являются две волны — необыкновенная 1 (верхний знак) и обыкновен-

ная 2 (нижний знак), спектральные функции поля которых $(E_j E_i)_{\omega, k}^{1, 2}$ связаны с их плотностью энергии $W_{1, 2}$ хорошо известным соотношением (см., например, [14], стр. 182):

$$(E_j E_i)_{\omega, k}^{1, 2} = (2\pi)^{-2} W_{1, 2}(k) |\omega| \delta \left[\omega^2 - \zeta^2 k^2 \times \right. \\ \left. \times \left(1 \pm \frac{\omega_{L_e}^2}{\omega \Omega_e} \right)^{-1} \right] (\delta_{ij} - h_i h_j \mp e_{jsi} h_s). \quad (6)$$

Сопоставление формул (5) и (6) показывает, что волне накачки (5) в комплексной амплитудой осцилляций электрона

$$\mathbf{r}_E = \left(\frac{eE_0}{m\omega_0^2} \right) (e_0 e^{i\delta_0} + e_1 e^{i\delta_1}), \quad E_0 = e_0 E_0, \quad E_1 = e_1 E_1, \\ e_0^2 = e_1^2 = 1, \quad e_0 e_1 = 0$$

соответствует закон дисперсии

$$\omega_0 = ck_0 \left(1 \pm \frac{\omega_{L_e}^2}{\Omega_e \omega_0} \right)^{-1/2} \quad (7)$$

и тензор поляризации

$$(r_E)_j (r_E^*)_i = \left(\frac{eE_0}{m\omega_0^2} \right)^2 [\delta_{ij} - h_i h_j + i \sin(\delta_1 - \delta_0) \operatorname{sign}(k_0 h) e_{jsi} h_s], \quad (8)$$

описывающий при разности фаз $\delta_1 - \delta_0 = \frac{\pi}{2}$ обыкновенную волну, если накачка распространяется по магнитному полю ($k_0 h > 0$), и необыкновенную волну в противном случае ($k_0 h < 0$). Ограничивааясь для определенности распространением потока накачки по магнитному полю, \mathbf{B}_0 , получим окончательно

$$r_E^{1, 2} = \left(\frac{eE_0}{m\omega_0^2} \right) (e_0 \mp ie_1) e^{i\delta_0}, \quad \{(r_E)_j (r_E^*)_i\}^{1, 2} = \\ = \left(\frac{eE_0}{m\omega_0^2} \right)^2 (\delta_{ij} - h_i h_j \mp ie_{jsi} h_s), \quad \delta_1 - \delta_0 = \mp \frac{\pi}{2}. \quad (9)$$

Волновое число накачки определяется законом дисперсии (7) и распадным условием (4) с учетом замагниченности электронов $\omega_{L_e}^2 \ll \Omega_e^2$:

$$k_0 \approx \frac{2\omega_{L_e} |\cos \theta|}{c}. \quad (10)$$

Подчеркнем, что благодаря замагниченности электронов дисперсия волны накачки близка к закону дисперсии электромагнитной волны в вакууме $\omega_0 \approx ck_0$, реализующемуся одним из возможных решений уравнения (7). Другое решение (7) соответствует обыкновенной волне $\omega_0 = c^2 k_0^2 |\Omega_e| \omega_{L_e}^{-2}$ (геликону), распад которой на два нижних гибридных резонанса запрещен при $\omega_{L_e}^2 \ll \Omega_e^2$.

2. Согласно работе [15], продольная диэлектрическая проницаемость $\tilde{\epsilon}(\omega, \mathbf{k})$ магнитоактивной плазмы, подвергающейся воздействию мощного излучения (5), связана с проницаемостью плазмы $\epsilon(\omega, \mathbf{k})$ в отсутствие накачки соотношением

$$\begin{aligned}\tilde{\epsilon}(\omega, \mathbf{k}) = \epsilon(\omega, \mathbf{k}) - \frac{1}{4} A_+(\omega, \mathbf{k}) \epsilon^{-1}(\omega + \omega_0, \mathbf{k} + \mathbf{k}_0) - \\ - \frac{1}{4} A_-(\omega, \mathbf{k}) \epsilon^{-1}(\omega - \omega_0, \mathbf{k} - \mathbf{k}_0),\end{aligned}\quad (11)$$

в котором величины $A_{\pm} > 0$ даются свертками электрических полей накачки и волновых векторов параметрически взаимодействующих волн с трехиндексными тензорами S (см. [14]), характеризующими первую нелинейную поправку к плотности тока, индуцированного в магнитоактивной плазме:

$$\begin{aligned}A_{\pm}(\omega, \mathbf{k}) \equiv k_i k_j (\mathbf{k} \pm \mathbf{k}_0)_s (\mathbf{k} \pm \mathbf{k}_0)_c \mathbf{k}^{-2} (\mathbf{k} \pm \mathbf{k}_0)^{-2} \times \\ \times (E_0 e^{-i\delta_0} + E_1 e^{-i\delta_1})_a (E_0 e^{i\delta_0} + E_1 e^{i\delta_1})_b S_{ias}(\omega, \mathbf{k}; \omega \pm \\ \pm \omega_0, \mathbf{k} \pm \mathbf{k}_0) S_{cbj}(\omega \pm \omega_0, \mathbf{k} \pm \mathbf{k}_0; \omega, \mathbf{k}).\end{aligned}\quad (12)$$

Используя в (12) явные выражения для тензоров S через электронные диэлектрические проницаемости магнитоактивной плазмы (см. [14], стр. 197) и учитывая равенства (4), (10), для продольной проницаемости (11) плазмы получим следующее простое выражение ($k_0 \ll k$):

$$\tilde{\epsilon}(\omega, \mathbf{k}) = \epsilon(\omega, \mathbf{k}) - \left(\frac{E_0}{B_0} \right)^2 \epsilon^{-1}(\omega - \omega_0, \mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \operatorname{tg}^2 \theta [\operatorname{sign}(\mathbf{k}_0 \mathbf{h}) - \sin^2 \theta]^2. \quad (13)$$

Оно полностью описывает интересующие нас дисперсионные свойства магнитоактивной плазмы в условиях параметрического резонанса (4), когда поляризованные по кругу волны накачки распадаются на два коротковолновых ($k \gg k_0$) колебания с волновыми векторами $\mathbf{k}, \mathbf{k}_0 - \mathbf{k}$ и частотами $\omega, \omega - \omega_0$, близкими частоте $\omega_{L_e} |\cos \theta|$ нижнего гибридного резонанса.

Вещественная часть решения дисперсионного уравнения $\tilde{\epsilon}(\omega, \mathbf{k}) = 0$ в соответствии с равенством (13) дает частоту одного из параметрически возбуждаемых потенциальных колебаний,

$$\begin{aligned}\omega(\mathbf{k}) = \omega_{L_e} |\cos \theta| \left\{ 1 + \Delta + \frac{1}{2} \frac{\mathbf{k}_0 \mathbf{h}}{k} \sin \theta \operatorname{tg} \theta + \frac{3}{2} k (\mathbf{k}_0 \mathbf{h}) \times \right. \\ \left. \times r_{D_e}^2 \cos \theta \right\} \quad ([\mathbf{k}_0 \mathbf{h}] = 0, \omega_{L_e}^2 \ll \Omega_e^2, k_0 \ll k),\end{aligned}\quad (14)$$

совпадающую по порядку величины с выражением (2), но, как упоминалось выше, с качественно иной зависимостью от длины волны. Отметим также, что тепловая добавка в спектре (14) (четвертое слагаемое в фигурных скобках) мала ($k^2 r_{D_e}^2 \ll 1$) по сравнению со вкладом $\frac{\mathbf{k}_0 \mathbf{h}}{2k} \sin \theta \operatorname{tg} \theta$, возникшим благодаря анизотропии плазмы и конечности длины волны накачки $k_0 \neq 0$, отсутствующим в изотропной плазме и определяющим (при $\theta \sim 1$) функцию $\omega(\mathbf{k})$. Малость поправок в спектре (14) ограничивает область применимости формулы (14) угла-

ми, не слишком близкими к $\pi/2$. Кроме того, следует учитывать, что при $|\cos \theta| < 1/2$ параметрический резонанс (4) может перекрываться с резонансом $\omega_0 = \omega_{L_e} |\cos \theta|$ (см. [12, 16, 17]), имеющим меньший порог по полю накачки E_0 той же частоты ω_0 . Исключая возможность такого перекрытия, получаем условие $|\cos \theta| > 1/2$, выполнимость которого имеется в виду ниже.

Инкремент параметрической неустойчивости

$$\begin{aligned} \gamma(\mathbf{k}) = -\tilde{\gamma}(\mathbf{k}) + \omega_{L_e} |\cos \theta| \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{E_0}{B_0} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \theta [\operatorname{sign}(\mathbf{k}_0 \mathbf{h}) - \sin^2 \theta]^2 - \right. \\ \left. - \left(\Delta + \frac{1}{2} \frac{\mathbf{k}_0 \mathbf{h}}{k} \sin \theta \operatorname{tg} \theta + \frac{1}{2} \frac{\omega_{L_e}^2}{\Omega_e^2} \sin^2 \theta - \frac{3}{2} k^2 r_{D_e}^2 \right)^2 \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (15)$$

близок при этом по своей структуре к инкременту неустойчивости типа распада волны накачки на два плазмона в изотропной плазме, но существенно зависит от напряженности B_0 внешнего постоянного магнитного поля. Из равенства (15) видно, что пороговое поле $E_{\text{пор}}(\mathbf{k})$, определяемое нулем инкремента $\gamma(\mathbf{k}) = 0$, является функцией волнового числа k нарастающих колебаний и направления их распространения θ относительно магнитного поля B_0 . Учет затухания Ландау (см. (3)) и уменьшение отрицательной расстройки $\Delta < 0$ повышают поле $E_{\text{пор}}(\mathbf{k})$ по сравнению с порогом параметрической раскачки в условиях кулоновской диссипации v_{ei} при положительной расстройке. Подчеркнем, что угловая зависимость инкремента (15) резко различается для двух разных направлений распространения волны накачки (по полю B_0 , $\mathbf{k}_0 \mathbf{h} > 0$ и против поля $\mathbf{k}_0 \mathbf{h} < 0$).

3. Экстремальное для параметрической раскачки волновое число k_m определяется нулем эффективной расстройки в фигурных скобках правой части равенства (15),

$$\begin{aligned} z^3 - \frac{2}{3} \operatorname{sign} \Delta_0 z - \frac{1}{3} k_0 r_{D_e} |\Delta_0|^{-3/2} \sin \theta \operatorname{tg} \theta \operatorname{sign}(\mathbf{k}_0 \mathbf{h}) = 0, \\ z = (k r_{D_e}) |\Delta_0|^{-1/2}, \quad \Delta_0 \equiv \Delta + \frac{\omega_{L_e}^2}{2 \Omega_e^2} \sin^2 \theta, \end{aligned} \quad (16)$$

и анизотропно, т. е. зависит от направления распространения θ нижнего гибридного резонанса: $k_m = k_m(\theta)$. Кубическое уравнение (16) имеет единственный вещественный и положительный корень при $(\mathbf{k}_0 \mathbf{h})(\mathbf{h} \mathbf{h}) > 0$ и достаточно малых расстройках

$$\Delta \ll (9 \beta_e \sin^2 \theta)^{2/3} - \frac{1}{2} \frac{\omega_{L_e}^2}{\Omega_e^2} \sin^2 \theta, \quad \beta_e \equiv \frac{v_{T_e}}{c}, \quad (17)$$

принимающих, вообще говоря, и отрицательное значение. Явное выражение для $k_m(\theta) \equiv k_1(\theta)$ в этом случае (17) дается формулой

$$\begin{aligned} k_1(\theta) = \left(\frac{1}{3} \right)^{1/3} r_{D_e}^{-1} \left\{ \left[\beta_e \sin^2 \theta + \left(\beta_e^2 \sin^4 \theta - \frac{8}{81} \Delta_0^3 \right)^{1/2} \right]^{1/3} + \right. \\ \left. + \left[\beta_e \sin^2 \theta - \left(\beta_e^2 \sin^4 \theta - \frac{8}{81} \Delta_0^3 \right)^{1/2} \right]^{1/3} \right\}. \end{aligned} \quad (18)$$

В пределе очень малой расстройки Δ_0 , когда неравенство (17) усиливается,

$$|\Delta_0| \ll \beta_e^{2/3} \sin^{4/3} \theta, \quad (19)$$

выражение (18) для экстремального волнового числа значительно упрощается,

$$k_1(\theta) \approx r_{D_e}^{-1} \left(\frac{2}{3} \beta_e \sin^2 \theta \right)^{1/3} \quad ((\mathbf{k}_0 \mathbf{h})(\mathbf{k} \mathbf{h}) > 0), \quad (20)$$

и может быть получено приравниванием первого и третьего слагаемых в левой части уравнения (16).

В широком интервале расстроек Δ_0 , положительных и больших правой части неравенства (17)

$$\Delta + \frac{1}{2} \frac{\omega_{L_e}^2}{\Omega_e^2} \sin^2 \theta \geq \frac{1}{2} (9 \beta_e \sin^2 \theta)^{2/3}, \quad (21)$$

второе слагаемое в фигурных скобках инкремента (15) обращается в нуль, согласно (16), при двух различных значениях волнового числа $k_m(\theta)$ (кубическое уравнение (16) имеет три вещественных корня, два из которых могут быть положительными). Выражения для $k_m(\theta)$ выглядят особенно просто в пределе $\Delta_0 \gg \beta_e^{2/3}$, когда свободный член в кубическом уравнении мал. При этом одно из решений (16) положительно только в случае $(\mathbf{k}_0 \mathbf{h})(\mathbf{k} \mathbf{h}) < 0$,

$$k_2(\theta) \approx \frac{\omega_{L_e}}{c} \Delta_0^{-1} \sin^2 \theta, \quad (22)$$

и возникает в пренебрежении кубическим слагаемым z^3 в уравнении (16). Другое же волновое число $z \approx (2/3)^{1/2}$ не зависит от относительного направления распространения возмущения плазмы и волны накачки,

$$k_m(\theta) \approx r_{D_e}^{-1} \left(\frac{2 \Delta_0}{3} \right)^{1/2}, \quad (23)$$

и для сильно замагниченных электронов $\Delta \gg \omega_{L_e}^2 \Omega_e^{-2}$ совпадает с экстремальным волновым числом параметрической неустойчивости типа распада волны накачки на два плазмона в изотропной плазме [18]. В общем случае расстроек (21) волновые числа (22) и (23) являются асимптотиками по параметру $\Delta_0^{-1} \beta_e^{2/3} \ll 1$ полных выражений для корней кубического уравнения (16), причем волновому числу (22) соответствует (при $\psi \rightarrow \pi/2$) один корень (16):

$$k_2(\theta) = \frac{2 \sqrt{2}}{3} r_{D_e}^{-1} \Delta_0^{1/2} \cos \frac{\pi + \psi}{3} \quad ((\mathbf{k}_0 \mathbf{h})(\mathbf{k} \mathbf{h}) < 0). \quad (24)$$

Здесь и ниже вспомогательный угол ψ дается выражением

$$\cos \psi \equiv \frac{9}{2 \sqrt{2}} \beta_e \Delta_0^{-3/2} \sin^2 \theta \quad \left(0 \leq \psi \leq \frac{\pi}{2} \right). \quad (25)$$

Величина (23) возникает в результате слияния двух различных корней k_3 и k_4 уравнения (16), вид которых определяется знаком произведения $(\mathbf{k}_0 \mathbf{h})(\mathbf{k} \mathbf{h})$:

$$k_3(\theta) = \frac{2\sqrt{2}}{3} r_{D_e}^{-1} \Delta_0^{1/2} \cos \frac{\psi}{3} \quad ((k_0 h)(kh) > 0), \quad (26)$$

$$k_4(\theta) = \frac{2\sqrt{2}}{3} r_{D_e}^{-1} \Delta_0^{1/2} \cos \frac{\pi - \psi}{3} \quad ((k_0 h)(kh) < 0).$$

Большие значения расстроек $\Delta_0 \gg \beta_e^{2/3} \sin^{4/3} \theta$, т. е. значения угла, близкие к $\pi/2$, сближают корни (26) (см. (25))

$$k_{3,4}(\theta) = k_m(\theta) \left[1 \pm \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} \right)^{1/2} \beta_e \Delta_0^{-3/2} \sin^2 \theta \right],$$

$$k_m(\theta) \equiv r_{D_e}^{-1} \left(\frac{2\Delta_0}{3} \right)^{1/2}, \quad k_3(\theta) > k_4(\theta)$$

настолько, что с точностью до малых поправок экстремальное волновое число $k_3 \approx k_4 \approx k_m(\theta)$ не зависит при этом от знака $(k_0 h)(kh)$. Для расстройки, разграничитывающей интервалы (17) и (21), угол ψ согласно определению (25), равен нулю и волновые числа k_1 и k_3, k_2 и k_4 совпадают (ср. с (20)):

$$k_2(\theta) = k_4(\theta) = k_m(\theta) = \frac{1}{2} k_1(\theta) = \frac{1}{2} k_3(\theta) = \left(\frac{\beta_e}{3} \sin^2 \theta \right)^{1/3},$$

$$\Delta_0 = \frac{1}{2} (9 \beta_e \sin^2 \theta)^{2/3}.$$

Таким образом, формула (26) для $k_3(\theta)$ продолжает волновое число $k_1(\theta)$ из (17) в область больших расстроек (2) при $(k_0 h)(kh) > 0$. Решения же (24) и (26) имеют физический смысл $k_2(\theta)$ и $k_4(\theta)$ лишь для расстроек (21) при $(k_0 h)(kh) > 0$, становясь комплексными в области (17).

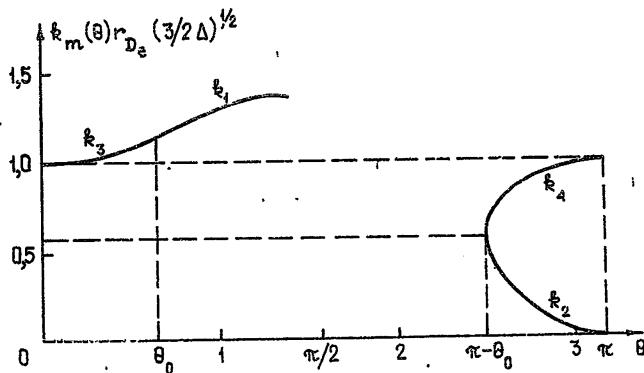


Рис. 1.

Рис. 1 и 2 дают наглядную иллюстрацию аналитически описанной здесь картины зависимости от угла θ . На рис. 1 приведен график зависимости от угла θ экстремальных для параметрической раскачки волновых чисел нижнего гибридного резонанса $k_1(\theta)$ (см. (18)), $k_2(\theta)$ (см. (24)), $k_3(\theta)$ и $k_4(\theta)$ (см. (26)) в случае сильно замагниченной плазмы $\Delta_0 \approx \Delta$. Углы θ_0 и $\pi - \theta_0$, являясь единственным решением

уравнения $\cos \psi = 1$ относительно $\sin^2 \theta$ (см. (25)), разграничивают области (21) и (17) больших ($0 \leq \theta \leq \theta_0$, $\pi - \theta_0 \leq \theta \leq \pi$) и малых ($\theta_0 \leq \theta < \pi/2$, $\pi/2 < \theta < \pi - \theta_0$) расстройек; $\theta_0 = \arcsin \left[(2\Delta)^{3/4} \frac{1}{3} \beta_e^{-1/2} \right]$. График построен при $\Delta \approx 1,3 \beta_e^{2/3}$, когда $\theta_0 \approx 37^\circ > \theta_m$ и накачкой генерируются три волновых пакета.

В достаточно сильном магнитном поле $\Delta_0 \approx \Delta$ из рис. 1 отчетливо видно, что если максимальная параметрическая раскачка происходит под углом $\theta_m > \theta_0$ ($\theta_m < \frac{\pi}{2}$), то возбуждается один волновой пакет $k_1 \approx k(\theta_m)$. При $\theta_m = \theta_0$ с наибольшим инкрементом возбуждаются колебания с двумя волновыми числами $k_1 = k_3$ и $k_2 = k_4$. Три линии с волновыми числами k_2, k_3, k_4 генерируются в случае $0 \leq \theta_m < \theta_0$.

На рис. 2 приведена зависимость $k_{1,2,3,4}(\theta)$ от угла θ при умеренных магнитных полях (21). Два решения θ_1, θ_2 и $\pi - \theta_1, \pi - \theta_2$ уравнения $\cos \psi = 1$ (см. 25) разграничивают области углов, в которых возбуждаются один $k \approx k_1(\theta)$ (при $\theta_1 < \theta \leq \theta_2$) или (вне указанной области) три волновых пакета $k \approx k_2(\theta)$, $k \approx k_3(\theta)$, $k \approx k_4(\theta)$. На границах областей с наибольшим инкрементом раскачиваются две линии $-k_2 = k_4$ и $k_1 = k_3$. График построен для $\Delta \approx 0,4 \beta_e^{2/3}$, $\omega_L^2 \Omega_e^{-2} \approx 3,6 \beta_e^{2/3}$, когда $\theta_1 \approx 29^\circ < \theta_m < \theta_2 \approx 68^\circ 30'$ и накачкой генерируется один волновой пакет $k \approx k_1(\theta)$.

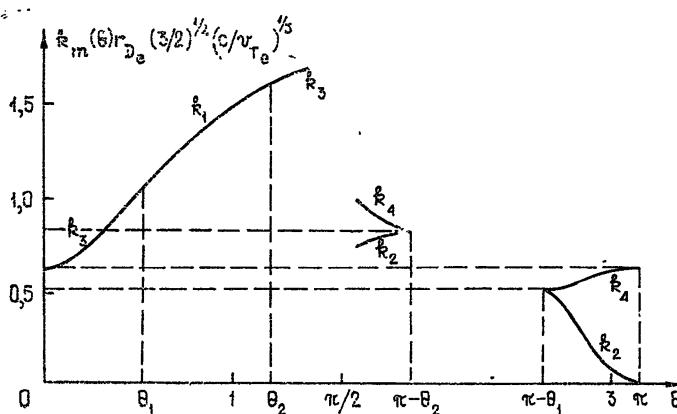


Рис. 2.

Ограничение снизу $k \gg k_0$ длин волн параметрически возбуждаемых колебаний магнитоактивной плазмы сводится, благодаря полученным выше явным выражениям для экстремальных волновых чисел, к неравенству

$$\min \left\{ (\beta_e \sin^2 \theta)^{1/3}, \left(\frac{2\Delta_0}{3} \right)^{1/2}, \beta_e \frac{\sin^2 \theta}{\Delta} \right\} \gg 2\beta_e |\cos \theta|,$$

которое, накладывая ограничение на расстройку Δ_0 и температуру электронов плазмы, очевидно, всегда может быть выполнено при углах $\theta \sim 1$ в широком диапазоне параметров магнитоактивной плазмы. Подчеркнем также, что условие $k \gg k_0$ на длины волн полностью соответствует продольности электрического поля колебаний (14), обладающих именно благодаря их потенциальности большим показателем прелом-

ления, $\frac{ck}{\omega_{L_e} |\cos \theta|} \gg 1$, в то время как показатель преломления волны накачки близок к единице $\frac{ck_0}{\omega_0} \approx 1$ (см. (7)).

Максимизация инкремента $\gamma(k, 0)$ не только по волновым числам, но и по направлениям распространения параметрически нарастающих возмущений плазмы показывает, что для волны накачки (9), т. е. при $(k_0 h) > 0$, экстремальные углы θ_m действительно порядка единицы. Конкретные значения этих углов меняются в зависимости от характера диссипации нижнего гибридного резонанса. Например, в случае, когда поглощение обусловлено кулоновскими столкновениями электронов с ионами $\tilde{\gamma} = \frac{\gamma_{ei}}{2}$, направлениям максимальной параметрической раскачки (15) при $k_0 h > 0$ соответствуют углы θ_m и $\pi - \theta_m$, такие, что

$$\sin^2 \theta_m = \frac{1}{3}, \quad \theta_m \approx 35^\circ 20', \quad \pi - \theta_m \approx 144^\circ 40', \quad k_0 h > 0. \quad (27)$$

Пороговое поле $E_{\text{пор}}(k)$ при этом минимально, дается простым выражением

$$E_{\min} = \frac{3\sqrt{3}}{2} B_0 \frac{\gamma_{ei}}{\omega_{L_e}} \quad (28)$$

и растет линейно с напряженностью B_0 внешнего постоянного магнитного поля. Такая пропорциональность $E_{\min} \sim B_0$ должна иметь место также и в частично ионизованной плазме, когда затухание $\tilde{\gamma}$ обусловлено столкновениями электронов с нейтральными частицами. Пренебрежение вкладом обратного черенковского эффекта в декремент затухания $\tilde{\gamma}$ оправдано для длинноволновых $k < k_{st}$ возмущений параметрически неустойчивой магнитоактивной плазмы (см. 13)):

$$k < k_{st} = r_{D_e}^{-1} \left\{ \ln \left[\frac{\omega_{L_e}^2 \cos^2 \theta}{\gamma_{ei}^2} - \ln^3 \frac{\omega_{L_e}^2 \cos^2 \theta}{\gamma_{el}^2} \right] \right\}^{-1/2}. \quad (29)$$

В общем случае произвольных длин волн возмущений, когда декремент затухания $\tilde{\gamma}$ определяется формулой (3), угол θ_m находится из уравнения

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{\pi}{2}} k_m^{-3}(\theta) r_{D_e}^{-3} \exp \left[-\frac{1}{2} k_m^{-2}(\theta) r_{D_e}^{-2} \right] \operatorname{sign}(\cos \theta) \operatorname{tg} \theta (1 + \operatorname{tg}^2 \theta) + \\ + \frac{1}{4} \frac{E_0}{B_0} (1 - 2 \operatorname{tg}^2 \theta) = 0. \end{aligned} \quad (30)$$

Если $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, то, как и в случае кулоновской диссипации, максимальная параметрическая раскачка в условиях преобладания затухания Ландау $\tilde{\gamma} \gg \frac{\gamma_{ei}}{2}$ происходит, согласно равенству (30), под углом $\theta_m = 35^\circ 20'$. При этом возбуждение той или иной линии $k_m(\theta)$ определяется уже не только параметрами Δ , β_e и $\omega_{L_e}^2 \Omega_e^{-2}$, но и полем накачки (величиной отношения B_0/E_0). Численное решение уравнения (30)

с использованием угловой зависимости волновых чисел $k_m(\theta)$ (см. рис. 1 и 2) полностью соответствует этому выводу. Например, в условиях рис. 1, когда $\Delta = 10^{-2}$ и $\ln(\sqrt{8\pi} B_0 E_0^{-1}) \approx 50$, с наибольшим инкрементом возбуждается нижний гибридный резонанс с волновым числом $k \approx k_3(\theta_m)$. Если $\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi$, то максимум инкремента может достичь

гаться $\left(\text{при } \tilde{\gamma} \gg \frac{v_{el}}{2} \right)$ в направлении, отличном от найденного выше

(27). В частности, при параметрах $\beta_e^{1/3} \approx 0,08$ и $\ln(\sqrt{8\pi} B_0 E_0^{-1}) \approx 180$, соответствующих рис. 2, $\gamma = \gamma_{\max}$ при $\theta_m \approx 1,72$.

Антитаралльное магнитному полю B_0 распространение волны накачки $\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{h} < 0$ приводит в случае кулоновской диссипации (29) к экстремальным углам $\theta_m = \pi - \theta_m = \pi/2$ и, следовательно, требует учета вклада ионов в спектр нижнего гибридного резонанса. Рассмотрение таких углов выводит нас за рамки принятых выше предположений и нарушает условия применимости уже найденных формул (см. равенства (1), (2), (4), (14) и др.). Кроме того, при углах $\theta > \pi/3$ возможен резонанс $\omega_0 \approx \omega_{L_e} |\cos \theta|$, имеющий меньший порог. Поэтому мы ограничиваем себя случаем $(\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{h}) > 0$, т. е. углами (27).

Резюмируя результаты проведенного в рамках линейной теории параметрического резонанса анализа неустойчивости типа распада циркулярно поляризованной волны накачки на два потенциальных колебания с частотой нижнего гибридного резонанса, подчеркнем две характерные особенности турбулентного состояния плазмы, инициируемого этой неустойчивостью. Первая особенность проистекает из своеобразного закона дисперсии (14) параметрически нарастающих возмущений плазмы. Параметрическая дисперсионная поправка $\omega_{L_e} \frac{\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{h}}{2k} \sin^2 \theta \times \times \text{sign}(\cos \theta)$ к частоте нижнего гибридного резонанса $\omega_{L_e} |\cos \theta|$, обязанная своим происхождением исключительно полю накачки, приводит к возможности переброса нелинейно взаимодействующих (в результате индуцированного рассеяния на ионах) колебаний между конусами оптимальной раскачки $\theta \approx \theta_m$ и $\theta \approx \pi - \theta_m$ без спектральной перекачки (ср. [18, 19]). Второе отличительное свойство обсуждаемой неустойчивости на линейной стадии ее развития выражено формулами (18), (24) и (26) для волновых чисел $k_m(\theta)$, экстремальных для параметрической раскачки. Наличие не одного, а нескольких различных волновых чисел $k_m(\theta)$ неустойчивых колебаний, нарастающих с примерно одинаковым инкрементом при одном и том же пороговом поле (28), усложняет форму линий турбулентных шумов и, в частности, расширяет зону турбулентности в пространстве волновых векторов. Последнее обстоятельство особенно важно при решении вопроса о числе и энергии частиц плазмы (более точно: о виде их функции распределения), ускоряемых или нагреваемых параметрически турбулентным шумом, инициированным изученной неустойчивостью.

Приведем в заключение численные оценки основных величин, характеризующих рассмотренную неустойчивость в ионосферной плазме. В полярной области верхней ионосферы Земли на высотах 1000– $\div 2000$ км (преимущественно в зимнее время) плотность $n_e \approx 5 \cdot 10^2 \text{ см}^{-3}$, температура электронов $T_e \approx 3000 \text{ K}$ и магнитное поле $B_0 \approx 0,3 \text{ Гс}$. Этим параметрами плазмы соответствует частота столкновений электронов с ионами $v_{ei} \approx 10^{-1} \text{ см}^{-1}$, электронная ленгмюровская частота $\omega_{L_e} \approx 1,3 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1}$, гироскопическая частота вращения электро-

нов в магнитном поле $\Omega_e \approx 6 \approx 10^6 \text{ c}^{-1}$. Минимальное пороговое электрическое поле E_{\min} , необходимое для параметрической раскачки, составляет величину $E_{\min} \approx 1,8 \text{ mB/m}$ (поток $q \approx 10^{-12} \text{ Bt/cm}^2$), так что на пороге неустойчивости отношение плотности энергии волны накачки к тепловой энергии плазмы $\sim 10^{-6}$. Максимальный инкремент раскачки при напряженности электрического поля накачки, превышающей пороговое значение, например, в 20 раз, составляет $\gamma \sim 1 \text{ c}^{-1}$. Такая плазма замагничена в том смысле, что ларморовский радиус электронов $r_e \approx 7 \text{ см}$ меньше их дебаевского радиуса $r_{D_e} \approx 32 \text{ см}$ (отношение квадратов частот $\omega_L^2 \Omega_e^{-2} \approx 0,05$). При малых расстройках (19) возбуждается только одна линия с волновым числом $k_1 \approx r_{D_e}^{-1} 0,06$. При больших расстройках (21) возможна генерация трех волновых пакетов колебаний на частоте нижнего гибридного резонанса с экстремальными волновыми числами $k_2 \approx r_{D_e}^{-1} 0,02$, $k_3 \approx r_{D_e}^{-1} 0,13$, $k_4 \approx r_{D_e}^{-1} 0,11$. Для всех приведенных волновых чисел затухание Ландау мало по сравнению с вкладом столкновений электронов с ионами ($k_{st} \approx r_{D_e}^{-1} 0,15$). Большое значение групповой скорости $\left| \frac{\partial \omega}{\partial k} \right|$ нижнего гибридного резонанса $\left| \frac{\partial \omega}{\partial k} \right| \approx 10 v_{T_e} \approx 5 \cdot 10^8 \text{ см/с}$ (при $k \approx k_1 \approx \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-1}$), и ограниченность размеров области локализации поля электромагнитной волны накачки расстояниями порядка $\sim 10 \text{ км}$ в реальных условиях верхнего зондирования ионосферы указывает на возможность стабилизации изученной неустойчивости не только нелинейным взаимодействием, но и выносом [20] колебаний из области раскачки.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. П. Силин, Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму, изд. Наука, М., 1973.
2. Г. М. Батанов, К. А. Сарксян, ЖЭТФ, 62, 1721 (1972).
3. Р. А. Демирханов, Г. Л. Хоросанов, И. К. Сидорова, ЖЭТФ, 52, 1874 (1970).
4. A. J. Wong, Q. J. Taylor, Phys. Rev. Lett., 27, 644 (1971).
5. H. C. Carlson, W. E. Gordon, R. L. Showen, J. Geophys. Res., 77, 1242 (1972).
6. K. L. Chan, L. Colin, Proc. IEEE, 57, 990 (1967).
7. N. Matuzaga, T. Onodoh, Proc. IEEE, 57, 1150 (1967).
8. D. H. Jeilly, L. E. Petrie, Proc. IEEE, 57, 1005 (1967).
9. E. L. Hagg, Canad. J. Phys., 45, 27 (1967).
10. P. L. Timleck, G. L. Neims, Proc. IEEE, 57, 1164 (1967).
11. В. В. Пустовалов, А. Б. Романов, ЖТФ (в печати).
12. Н. Е. Андреев, Диссертация, ФИАН СССР, М., 1973.
13. Ю. М. Алиев, Д. Зюндер, ЖЭТФ, 57, 1324 (1969).
14. В. В. Пустовалов, В. П. Силин, Тр. ФИАН СССР, 61, 42 (1972).
15. В. В. Пустовалов, А. Б. Романов, Препринт ФИАН СССР, № 16 (1972).
16. В. Ф. Тарабенко, А. Б. Киценко, В. И. Панченко, К. Н. Степанов, ЖТФ, 42, 1996 (1972).
17. А. Б. Киценко, В. И. Панченко, К. Н. Степанов, Укр. физ. ж., 18, 1591 (1973).
18. В. В. Пустовалов, В. П. Силин, Т. В. Тихончук, ЖЭТФ, 65, 1880 (1973).
19. Н. Е. Андреев, В. В. Пустовалов, В. П. Силин, В. Т. Тихончук, Письма в ЖЭТФ, 18, 624 (1973); Препринт ФИАН СССР, № 181 (1973).
20. Л. М. Горбунов, ЖЭТФ, 62, 2141 (1972); Препринт ФИАН СССР, № 58 (1973).

PARAMETRIC DECAY IN THE IONOSPHERIC PLASMA

G. A. Gusev, V. V. Pustovalov, V. P. Silin

We study a parametric decay propagating along a constant external magnetic field of a circularly polarized electromagnetic pump wave into two similar potential oscillations with the low hybrid resonant frequency in plasma with magnetized electrons. The spectrum and increment of parametric instability are found. The threshold pump field, the wave numbers extremal for pumping the instability and the direction of propagation of oscillations are determined under collisional dissipation conditions. It is shown that one and same threshold field is achieved for some (two or three) different wave numbers. The dependence of extremal wave numbers on the direction of propagation is analytically and graphically analysed. The applicability of the results obtained to the plasma of the outer ionosphere of the Earth is shown.
