

УДК 533.951

## О ВЗРЫВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В НЕРАВНОВЕСНОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

А. Н. Караштин, В. П. Реутов

Изучается взрывная неустойчивость, возникающая при взаимодействии двух электромагнитных волн и волны пространственного заряда отрицательной энергии в магнитоактивной плазме с пучком. Оценивается вклад релятивизма в нелинейное взаимодействие, приведены оценки инкрементов взрывной неустойчивости и времени взрыва; обсуждаются возможные реализации.

В настоящей работе исследуется трехволновое взрывное взаимодействие [1] электромагнитных и продольных волн в магнитоактивной плазме, пронизываемой электронным пучком. Анализ такого процесса представляет интерес с точки зрения выявления причин электромагнитного излучения из неравновесной лабораторной и космической плазмы. В отличие от взрывной неустойчивости продольных волн [1, 2] в данном случае генерируется электромагнитное излучение, которое может покидать неравновесную плазму\*.

Рассмотрим взаимодействие продольных и поперечных волн, распространяющихся в направлении дрейфа «холодного» электронного пучка, движущегося вдоль постоянного магнитного поля  $B_0$ . В такой системе, как известно [4], возможно взаимодействие продольной волны с двумя циркулярно поляризованными поперечными электромагнитными волнами, имеющими различные винты вращения электрического вектора. При выполнении условий синхронизма, изображенных на рис. 1, имеет место взрывное взаимодействие пучковой волны с отрицательной энергией ( $\omega_3$ ) и двух электромагнитных волн положительной энергии с частотами меньше  $\omega_3$  — волны с левым вращением ( $\omega_2$ ) и циклотронное ( $\omega_1$ ). Рис. 1 относится к случаю идеальной системы, т. е. к модели, не учитывающей температуру плазмы и столкновения. Формализм волн отрицательной энергии остается в силе для системы, достаточно близкой к идеальной, когда факторы затухания волн являются малыми возмущениями в уравнениях идеализированной модели и, как следствие этого, входят в укороченные уравнения для амплитуд волн аддитивно с нелинейностями про-

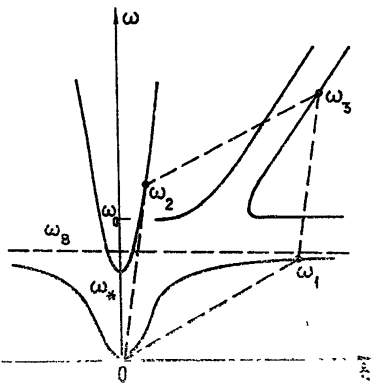


Рис. 1.

\* Взрывная неустойчивость с участием электромагнитных волн обсуждалась также в [8, 11].

зрачной среды. В дальнейшем мы ограничимся случаем слабых пучков —  $N_{01}/N_0 \ll 1$  ( $N_{01}$ ,  $N_0$  — плотность пучка и плазмы соответственно).

Условие «квазипрозрачности» плазмы для циклотронной волны накладывает наиболее жесткие ограничения на параметры плазмы при реализации рассматриваемого взаимодействия.

В столкновительном случае оно определяется неравенством  $\nu \ll \omega_B - \omega_1$  ( $\nu$  — частота эффективных столкновений), а для бесстолкновительной диссипации [5] —

$$(\omega_B - \omega_1)/k_1 v_T \gg 1, \quad (1)$$

где  $\omega_B = eB_0/m_0c$  — гирочастота электронов,  $v_T = \sqrt{\frac{2 \times T_e}{m_0}}$  — тепловая скорость.

Пусть скорость электронов пучка  $v_0 \ll c$ . Отношение  $(\omega_B - \omega_1)/k_1 v_T$  будет наибольшим, если выбрать тройку волн так, что  $\omega_2 = \omega_* \equiv \frac{\omega_B}{2} \left[ \left( 4 \frac{\omega_0^2}{\omega_B^2} + 1 \right)^{1/2} - 1 \right]$  (при этом  $\omega_B - \omega_1 \approx \omega_B \omega_0^2/k_1^2 c^2$  [5],  $k_1 \approx k_3 \approx \frac{\omega_3}{v_0}$ ,  $\omega_3 \approx \omega_B + \omega_*$ ), и, кроме того, принять  $\omega_0/\omega_B = \sqrt{2}$ . Тогда получим соотношение вида

$$\frac{v_0^3}{4c^2 v_T} \gg \frac{\omega_B - \omega_1}{k_1 v_T} \gg 1,$$

из которого определяется наименьшая скорость  $v_0$ , допустимая в наиболее благоприятных условиях. Например, при  $T_e = 10^4 \text{K}$ , если слева в (1) стоит величина порядка трех,  $v_{0 \text{ min}} = 5,84 \cdot 10^9 \text{ см/с}$ .

Учитывая, что скорость пучка должна быть достаточно велика, проведем анализ взаимодействия волн, предполагая, что  $v_0$  сравнима со скоростью света  $c$ , но не слишком близка к ней (релятивистский фактор  $\gamma_0 = 1/\sqrt{1 - (v_0^2/c^2)}$  порядка единицы). В этом случае необходимо учесть нелинейности, связанные с зависимостью массы от скорости. При  $v_0 \gamma_0^2 v_z/c^2 \ll 1$ ,  $v_{x,y}^2 \ll v_0 v_z$  получим приближенное выражение для массы:

$$m(v) \approx m_0 \gamma_0 \left[ 1 + \frac{v_0 \gamma_0^2}{c^2} v_z + \left( \frac{3}{2} \frac{v_0^2}{c^4} \gamma_0^4 + \frac{1}{2} \frac{\gamma_0^2}{c^2} \right) v_z^2 + \frac{1}{2} \frac{\gamma_0^2}{c^2} (v_x^2 + v_y^2) \right], \quad (2)$$

где ось  $z$  направлена вдоль  $v_0$ ,  $B_0$ ,  $m_0$  — масса покоя электрона,  $v_{x,y,z}$  — компоненты осцилляторной составляющей скорости.

Для анализа взаимодействия волн воспользуемся системой уравнений квазигидродинамического приближения с учетом релятивизма для электронов пучка [6], используя (2) и сохраняя члены второго порядка по амплитуде поля. В случае слабых волн такая система уравнений решается стандартными методами [4, 7]. Отыскивая решения в виде

$$E = \sum_{j=1}^3 E_j(z, t) e_j \exp(i\omega_j t - ik_j z) + \text{к.с.} \quad (\omega_j > 0), \quad (3)$$

$$e_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (1, -i, 0), \quad e_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (1, i, 0), \quad e_3 = (0, 0, 1),$$

получим укороченные уравнения\*

$$\begin{aligned} s_{1,2} \left( \frac{\partial a_{1,2}}{\partial t} + v_{1,2} \frac{\partial a_{1,2}}{\partial z} \right) &= \alpha a_{2,1}^* a_3 - \gamma_{1,2} a_{1,2}, \\ s_3 \left( \frac{\partial a_3}{\partial t} + v_3 \frac{\partial a_3}{\partial z} \right) &= -\alpha a_1 a_2 - \gamma_3 a_3, \end{aligned} \quad (4)$$

где использованы обозначения

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{|\sigma|}{\sqrt{|q_1 q_2 q_3|}}, \quad a_j = E_j \sqrt{|q_j|} \operatorname{sign} \sigma, \quad s_j = \operatorname{sign} q_j, \\ \sigma &= \frac{e \omega_0^2}{4 \pi m_0 \omega_1 \omega_2} \frac{k_3 \omega_1 \omega_2 + \omega_B (k_2 \omega_1 - k_1 \omega_2)}{(\omega_1 - \omega_B)(\omega_2 + \omega_B) \omega_3^2} + \\ &+ \frac{e \omega_{01}^2}{4 \pi \gamma_0^4 m_0 \omega_1 \omega_2} \frac{k_3 \Omega_1 \Omega_2 + \omega_B \gamma_0^{-1} (k_2 \Omega_1 - k_1 \Omega_2)}{(\Omega_1 - \omega_B \gamma_0^{-1})(\omega_2 + \omega_B \gamma_0^{-1}) \Omega_3^2}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$q_{1,2} = \frac{1}{2 \pi \omega_{1,2}} \left\{ 1 \pm \frac{\omega_B}{2 \omega_{1,2}} \left[ \frac{\omega_0^2}{(\omega_{1,2} \mp \omega_B)^2} + \frac{\omega_{01}^2}{\gamma_0^2 (\Omega_1 \mp \omega_B \gamma_0^{-1})^2} \right] \right\},$$

$$q_3 = \frac{1}{2 \pi \omega_3} \left( 1 + \frac{k_3 v_0 \omega_{01}^2}{\gamma_0^3 \Omega_3^3} \right), \quad \left( \Omega_j = \omega_j - k_j v_0, \omega_{01}^2 = \frac{4 \pi e^2 N_{01}}{m_0} \right),$$

$$\gamma_1 \approx \frac{v}{2} + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\omega_0^4 \omega_B^2}{k^5 c^4 v_T} \exp \left[ - \left( \frac{\omega_1 - \omega_B}{k_1 v_T} \right)^2 \right],$$

$$\gamma_2 \approx v \frac{\omega \omega_0^2}{2 \omega (\omega + \omega_B)^2 - \omega_0^2 \omega_B}, \quad \gamma_3 \approx \frac{v/2}{\left| 1 + \frac{k_3 v_0 \omega_{01}^2}{\gamma_0^3 \Omega_3^3} \right|}.$$

Частоты и волновые числа волн связаны дисперсионными соотношениями [5, 8]

$$\begin{aligned} \omega_1 &\approx \omega_B \left( 1 - \frac{\omega_0^2}{k_1^2 c^2} \right), \quad k_3 \approx \frac{\omega_2}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_2 (\omega_B + \omega_2)}}, \\ k_3 &\approx \frac{\omega_3}{v_0} + \frac{\omega_{01}}{\gamma_0^{3/2} v_0} \left( 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_3^2} \right)^{-1/2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь амплитуды  $a_j = A_j e^{i\varphi_j}$  определены так, что  $|a_j|^2$  — число квантов в волне,  $s_j$  — знак энергии волны [2]. Вклад релятивистской нелинейности в коэффициент  $\sigma$  опущен, так как он является величиной порядка  $\frac{v_0^2}{c^2} \left( \gamma_0 \frac{N_{01}}{N_0} \right)^{1/2} \ll 1$  по отношению ко вкладу в (5) электронов пучка. При  $\gamma_0 = 1$  выражения для коэффициентов взаимодействия переходят в найденные в [4, 9].

\* Затухание взято из [5] и введено в соответствии со сделанным ранее замечанием.

Система (4) при  $\gamma_j = 0$  и  $\frac{\partial}{\partial z} = 0$  решается точно [1]. Однако для оценок достаточно решений простейшего типа. Так, при  $A_{20} = A_{10} \neq A_{30}$ ,  $\Phi_0 = \varphi_3 - \varphi_1 - \varphi_2|_{t=0} = 0$  уравнения (4) с учетом интегралов легко решаются; время взрыва при  $A_{10} = A_{20} \ll A_{30}$  равно

$$t_{\infty} = \frac{1}{\alpha A_{30}} \ln \left( \frac{2A_{30}}{A_{1,20}} \right). \quad (7)$$

Рассмотрим развитие взрывной неустойчивости пространственно-однородных волн, когда первоначально доминирует пучковая волна:  $A_{30} \gg A_{1,20}$  и  $\gamma_3 \ll \gamma_{1,2}$  (считаем также  $\Phi(t) = 0$ ). Взрывная неустойчивость развивается, если удовлетворены требования: 1) выполнено условие (1), 2)  $\gamma_{1,2}$  таковы, что на начальной стадии  $a_{1,2}$  нарастают, т. е. инкремент

$$\Gamma_0 = -\frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} + \left[ \left( \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{2} \right)^2 + \alpha^2 A_{30}^2 \right]^{1/2} > 0, \quad (8)$$

3) амплитуда пучковой волны все же не слишком велика, так что она квазимонохроматична —  $n_{1\sim}/N_{01} \ll 1$  ( $n_{1\sim}$  — колебания электронной плотности пучка). Необходимо также учитывать, что частоты эффективных столкновений в сильно ионизованной плазме существенно зависят от ее плотности и температуры (см., например, [5]).

Приведем оценки для плазмы с параметрами  $N_0 = 10^{11} \text{ см}^{-3}$ ,  $N_{01} = 10^9 \text{ см}^{-3}$ ,  $T_e = 10^5 \text{ К}$ ,  $v_0 = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ см/с}$ ,  $B_0 = 850 \text{ Гс}$ , когда взаимодействуют три волны  $\omega_1 = 1,35 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ ,  $k_1 = 1,9 \text{ см}^{-1}$ ,  $\omega_2 = 2,15 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ ,  $k_2 = 0,55 \text{ см}^{-1}$ ,  $\omega_3 = 3,5 \cdot 10^{10} \text{ с}$ ,  $k_3 = 2,45 \text{ см}^{-1}$ . При этом  $\nu = 1,4 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$ ,  $\gamma_1 = 7 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ ,  $\gamma_2 = 1,83 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ ,  $\gamma_3 = 4,6 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$ . Если вначале возбуждена сильная пучковая волна с амплитудой\*  $E_{3m} = 200 \text{ В/см}$  ( $n_{1\sim}/N_{01} \sim 0,2$ ), то  $\Gamma_0 = 8,1 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$  и взрывная неустойчивость развивается. Если, например, начальные амплитуды электромагнитных волн  $E_{1m} = 3,53 \text{ В/см}$ ,  $E_{2m} = 42,4 \text{ В/см}$  ( $A_{1,20}/A_{30} \sim 0,1$ ), время взрыва, найденное при численном решении (4),  $t_{\infty} \approx 3,08 \cdot 10^{-5} \text{ с}$  (оценка в пренебрежении затуханием по (7) дает  $t_{\infty} \sim 2,46 \cdot 10^{-5} \text{ с}$ ). Подчеркнем, что время взрыва в случае достаточно малых амплитуд электромагнитных волн может превышать характерное время затухания волн  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Последнее объясняется специфическими условиями возбуждения взрывной неустойчивости: имеет место компенсация поглощения электромагнитных волн параметрическим усилением в поле сильной пучковой волны, линейное поглощение которой отсутствует.

Как следует из оценок, инкременты взрывной неустойчивости существенно слабее инкремента пучковой неустойчивости  $\gamma_b = 2,3 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ . Поэтому взрывная неустойчивость может развиваться лишь при условии подавления пучковой. Такая ситуация возможна, например, в достаточно короткой системе [10]. В этом случае пучковая неустойчивость, являясь конвективной неустойчивостью, в своем пространственном развитии не достигает на длине системы нелинейной стадии, характеризующейся качественным изменением дисперсионных свойств пучка. Возможность для развития взрывной неустойчивости имеется также в системе с достаточно малым радиусом\*\* —  $r_0 < 2,4 v_0 / \omega_0$  ( $\omega_p < \omega_B$ ), в которой пучковая неустойчивость

\* Согласно (3) амплитуды компонент полей равны

$$E_{3m} = 2|E_s|, \quad E_{1,2m} = \sqrt{2}|E_{1,2}|.$$

\*\* Авторы благодарны рецензенту, указавшему на данную возможность.

отсутствует, поскольку отсутствуют плазменные волны, резонансные с частицами пучка [12]. Заметим, что в последнем случае возможны низкочастотные неустойчивости [13], которые, однако, слабее пучковой, и, следовательно, условие их линейности накладывает менее жесткие ограничения на длину системы. Кроме того, ограниченность поперечного размера системы отражается на ее дисперсионных свойствах [14] (это касается, главным образом, волн 1 и 3), и при небольших  $kr_0$  вопрос о существовании трехволновой связи рассмотренного типа требует специального анализа.

В заключение отметим, что для реализации взрывной неустойчивости в указанных случаях необходима обратная связь в полосе частот всех взаимодействующих волн.

Авторы благодарны М. И. Рабиновичу за полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. Сорри, М. N. Rosenbluth, R. N. Sudan, *Ann. Phys.*, **55**, 207 (1969).
2. М. И. Рабинович, В. П. Реутов, *Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика*, **16**, № 6, 815 (1973).
3. В. Н. Цытович, *Нелинейные эффекты в плазме*, изд. Наука, М., 1967.
4. Н. Wilhelmsson, *J. Plasma Phys.*, **3**, 215 (1969).
5. В. Л. Гинзбург, А. А. Рухадзе, *Волны в магнитоактивной плазме*, изд. Наука, М., 1970.
6. Е. Е. Ловецкий, А. А. Рухадзе, *ЖЭТФ*, **48**, 514 (1965).
7. А. В. Гапонов, Л. А. Островский, М. И. Рабинович, *Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика*, **13**, № 2, 163 (1970).
8. Дж. Бекефи, *Радиационные процессы в плазме*, изд. Мир, М., 1971.
9. М. И. Рабинович, С. М. Файнштейн, *ЖЭТФ*, **63**, 1672 (1972).
10. К. Юнгвирт, Б. Пиффл, И. Ульшмид, *Аннотации докладов конференции по теории плазмы*, Киев, 1971, стр. 47.
11. Е. Е. Плоткин, С. М. Файнштейн, *Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика*, **17**, № 3, 333 (1974).
12. Р. Дж. Бриггс, *сб. Достижения физики плазмы*, изд. Мир, М., 1974.
13. A. Vermeer, T. Matitti, H. J. Norman, J. Kistemaker, *Plasma Phys.*, **9**, № 3, 241 (1967).
14. R. J. Briggs, *Electron Stream Interaction with Plasma*, MIT Press, Cambridge Mass, 1964.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию  
1 августа 1974 г.

#### ON EXPLOSIVE INSTABILITY OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN A NONEQUILIBRIUM MAGNETOACTIVE PLASMA

A. N. Karashtin, V. P. Reutov

An explosive instability arising from interaction between two electromagnetic waves and a wave of a spatial charge of the negative energy in a magnetoactive plasma with the beam is studied. A contribution of relativism into the nonlinear interaction is estimated. The estimations are presented for the increments of the explosive instability and the time of explosion. Possible realizations are discussed.