

УДК 621.371.13 : 621.371.167

ТЕНЗОР ВХОДНОГО ИМПЕДАНСА ПРОИЗВОЛЬНО НАМАГНИЧЕННОГО ФЕРРИТОВОГО СЛОЯ НА ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕЙ ПЛОСКОСТИ

А. Г. Глущенко, Е. П. Курушин, Е. И. Нефёдов

Анализируются зависимости компонент Z_{ij} двумерного тензора входного импеданса тонкого ферритового слоя, лежащего на идеальной плоскости и подмагниченного произвольным по величине и направлению полем. Даны результаты численного расчета Z_{ij} от величины поля при различных углах η и τ , характеризующих направление магнитного поля внутри слоя.

Решение многих задач технической электродинамики существенно упрощается заданием на некоторой поверхности тензорного импедансного граничного условия вида [1]

$$\bar{n}^0 \times \bar{E} = \rho_0 \hat{Z} [\bar{H} - \bar{n}^0 (\bar{n}^0 \bar{H})] \quad \left(\rho_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \right), \quad (1)$$

где \bar{n}^0 — единичный вектор внутренней нормали к поверхности, \bar{E} и \bar{H} — напряженности электрического и магнитного полей, μ_0 и ϵ_0 — магнитная и электрическая постоянные вакуума. Двумерный тензор импеданса \hat{Z} в общем случае обладает пространственной дисперсией. Речь прежде всего идет о расчете устройств, содержащих анизотропные ферритовые и плазменные слои, когда решение точными методами затруднительно. Известно, что даже расчет регулярного прямоугольного волновода с произвольно намагниченной (по величине поля и по направлению) ферритовой пластиной не может быть произведен строгими методами [2, 3], в то время как при некоторых дополнительных предположениях тензор входного импеданса \hat{Z} пластины из феррита толщиной d , лежащей на идеально проводящей плоскости, легко вычисляется, после чего решается и сама задача [4].

В работе [5] сформулировано эквивалентное граничное условие для тонкого анизотропного слоя, лежащего на идеально проводящей плоскости, но развитый здесь импедансный подход обладает большей физической наглядностью и само условие (1) имеет более простой вид, что позволяет легко провести численное исследование. Это связано с некоторыми дополнительными ограничениями, накладываемыми на компоненты тензора магнитной проницаемости $\hat{\mu}$; менее жесткими оказываются, однако, в нашем случае по сравнению с [5], требования к толщине слоя (см. ниже формулы (5)).

Принятый импедансный подход широко использовался ранее в работах [6, 7], однако эквивалентное импедансное условие в этих работах было менее общим, так как в них рассматривался лишь случай намагничивания, параллельного идеально проводящей плоскости.

Многочисленные примеры использования условия (1) даны в работе [8].

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОМПОНЕНТ ТЕНЗОРА \hat{Z}

Исследование компонент тензора Z_{ik} представляет и определенный самостоятельный интерес. Они, вообще говоря, не могут принимать произвольные значения из чисто термодинамических соображений [9, 10]. Для получения конкретного вида Z_{ik} можно воспользоваться известными рекомендациями [9]: с помощью уравнений Максвелла необходимо проделать довольно громоздкие, но элементарные вычисления, рассматривая плоские волны, распространяющиеся в слое. Мы не будем проделывать эти вычисления, а выпишем лишь окончательный результат.

Анизотропные граничные условия (1) могут быть переписаны в виде [8, 10]

$$\begin{aligned} E_x &= \rho_0 (-Z_{11} H_x - Z_{12} H_z), \\ E_x &= \rho_0 (Z_{21} H_x + Z_{22} H_z). \end{aligned} \quad (2)$$

Пусть ферритовый слой характеризуется абсолютной диэлектрической проницаемостью ϵ и абсолютным тензором магнитной проницаемости

$$\hat{\mu} = \begin{vmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \mu_{23} \\ \mu_{31} & \mu_{32} & \mu_{33} \end{vmatrix}. \quad (3)$$

При достаточно тонком слое феррита и дополнительных условиях (они приведены ниже) тензор входного импеданса становится сторонним [10] и имеет вид

$$\hat{Z} = \frac{i\omega}{\rho_0(n_2 - n_1)} \|T\| \times \|\beta\|, \quad (4)$$

где ω — круговая частота,

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} T_{11} \\ T_{22} \end{Bmatrix} &= \pm \left[\begin{Bmatrix} n_2 \\ n_1 \end{Bmatrix} \frac{\operatorname{tg} \gamma_1 d}{\gamma_1} - \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{Bmatrix} \frac{\operatorname{tg} \gamma_2 d}{\gamma_2} \right], \\ \begin{Bmatrix} T_{12} \\ T_{21} \end{Bmatrix} &= \mp \begin{Bmatrix} \lambda_2 \\ \lambda_1 \end{Bmatrix} \left(\frac{\operatorname{tg} \gamma_1 d}{\gamma_1} - \frac{\operatorname{tg} \gamma_2 d}{\gamma_2} \right). \end{aligned}$$

В этих формулах необходимо брать одновременно верхние или нижние величины в фигурных скобках,

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -\epsilon\beta_{22} \quad \text{и} \quad \lambda_2 = \epsilon\beta_{11}, \\ \beta_{11} &= \mu_{31} - \frac{\mu_{32}\mu_{21}}{\mu_{22}}, \quad \beta_{12} = \mu_{33} - \frac{\mu_{32}\mu_{23}}{\mu_{22}}, \\ \beta_{21} &= \mu_{11} - \frac{\mu_{12}\mu_{21}}{\mu_{22}}, \quad \beta_{23} = \mu_{13} - \frac{\mu_{12}\mu_{23}}{\mu_{22}} \end{aligned}$$

и n_1, n_2 — корни уравнения

$$n^2 - \epsilon(\beta_{12} + \beta_{21})n - \lambda_1\lambda_2 = 0.$$

Постоянные распространения обыкновенной и необыкновенной волн в ферритовой пластине в направлении оси y определяются из уравнения

$$\gamma_{1,2} = \omega (n_{1,2} - \varepsilon\beta_{12})^{1/2}.$$

Выражение (4) справедливо при следующих достаточных условиях:

$$|\gamma_{1,2} d| < 1, \quad |\varepsilon\mu_{22}| \gg 1, \quad |\mu_{kk}| \gg |\mu_{ki}| \quad (k \neq i). \quad (5)$$

Условие малой анизотропии не является необходимым условием, в ряде важных для практики случаев от него легко избавиться, однако компоненты Z_{ij} обладают при этом пространственной дисперсией.

Предположим, что ферритовый слой намагничен произвольным по направлению полем, внутри пластины оно однородно, а по направлению совпадает с осью z' декартовой системы координат $x'y'z'$, образующей углы Эйлера η и τ относительно исходной системы xyz (рис. 1). В этом случае все девять компонент тензора $\mu_{ij} \neq 0$. Переход от системы координат xyz к $x'y'z'$ характеризуется матрицей $\| \alpha \|$ (он получается поворотом на угол η вокруг оси y и затем на угол τ вокруг оси x'). Тензор $\hat{\mu}$ запишется при этом через тензор $\hat{\mu}'$ в системе $x'y'z'$ по обычной формуле преобразования тензоров [11]:

$$\hat{\mu} = \| \alpha \| \hat{\mu}' \| \alpha \|^{-1}. \quad (6)$$

Для указанных поворотов получаем из (6)

$$\begin{aligned} \mu_{11} &= \mu \cos^2 \eta + \mu_0 \sin^2 \eta, & \mu_{22} &= \mu \cos^2 \tau + (\mu \sin^2 \eta + \mu_0 \cos^2 \eta) \sin^2 \tau, \\ \mu_{33} &= \mu \sin^2 \tau + (\mu \sin^2 \eta + \mu_0 \cos^2 \eta) \cos^2 \tau, \\ \mu_{12} &= \mu_{21}^* = i \mu_a \cos \eta \cos \tau + \frac{1}{2} (\mu - \mu_0) \sin 2\eta \sin \tau, \\ \mu_{13} &= \mu_{31}^* = -i \mu_a \cos \eta \sin \tau + \frac{1}{2} (\mu - \mu_0) \sin 2\eta \cos \tau, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\mu_{23} = \mu_{32}^* = -\mu \sin \tau \cos \tau + (\mu \sin^2 \eta + \mu_0 \cos^2 \eta) \cos \tau \sin \tau - i \mu_a \sin \eta.$$

В этих формулах μ_{ij}^* — величина, комплексно-сопряженная с μ_{ij} . Величины μ и μ_a определяются следующими выражениями [3]:

$$\begin{aligned} \mu &= \mu' - i \mu'', & \mu_a &= \mu'_a - i \mu''_a, \\ \mu' &= 1 - \left[(1 - \zeta^2)^2 \sqrt{1 + \delta^2} - \frac{2\delta}{\sqrt{1 + \delta^2}} \right] \zeta A \Delta_0^{-1}, \\ \mu'' &= (1 + \zeta^2) \delta A \Delta_0^{-1}, & \Delta_0 &= (1 - \zeta^2)^2 + 4\zeta^2 \frac{\delta^2}{1 + \delta^2}, \\ \mu'_a &= (1 - \zeta^2) A \Delta_0^{-1}, & \mu''_a &= -2\zeta \delta \Delta_0^{-1} \frac{A}{\sqrt{1 + \delta^2}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Параметр A связан с намагниченностью феррита $4\pi M_0$: $A = 4\pi\gamma M_0 \omega^{-1}$, где $\gamma = 5,6 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$. Эрст^{-1} — гиромагнитное отношение, параметр δ ха-

рактирует потери в феррите и связан с шириной линии ферромагнитного резонанса $2\Delta H$, $\delta = \frac{\Delta H}{\gamma}$, $H_0 = \gamma^{-1} \omega_0$ — резонансное значение постоянного магнитного поля внутри пластины. Наконец, $\zeta = \frac{\omega_0}{\omega} = \mu_0 \gamma H_0 \times \times \sqrt{1 + \delta^2 \omega^{-1}}$ — параметр, связанный с величиной резонансного поля H_0 и частотой ω .

Рассмотрим некоторые частные случаи направления поля H_0 .

а) Магнитное поле \vec{H}_0 параллельно оси Oz ($\tau = 0$, $\eta = 0$).
 Непосредственно из (8) следует, что

$$\hat{\Lambda} = \begin{vmatrix} \mu & i\mu_a & 0 \\ -i\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{vmatrix},$$

и компоненты тензора Z_{ij} принимают следующие значения:

$$Z_{11} = Z_{22} = 0, \quad \rho_0 Z_{12} = -\frac{i \operatorname{tg} \omega \sqrt{\varepsilon} d \mu_0}{\sqrt{\varepsilon \mu_0}}, \quad \rho_0 Z_{21} = -\frac{i \mu_{\perp} \operatorname{tg} \omega \sqrt{\varepsilon \mu_{\perp}} d}{\sqrt{\varepsilon \mu_{\perp}}}, \quad (9)$$

$$\mu_{\perp} = \mu - \frac{\mu_a^2}{\mu}.$$

Следует отметить, что при данном направлении магнитного поля внутри пластины и при $\frac{\partial}{\partial z} \equiv 0$ (предполагается независимость полей от z)

з) можно избавиться от допущений (5). Для пластины произвольной толщины d непосредственно получаются следующие выражения для Z_{ij} (их вывод не отличается от вывода (4), см. также [6, 7]):

$$Z_{11} = Z_{22} = 0, \quad \rho_0 Z_{12} = -\frac{i \mu_0 \operatorname{tg} \sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu_0 - h^2} d}{\sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu_0 - h^2}}, \quad (10)$$

$$\rho_0 Z_{21} = \left[-\frac{i h \mu_a}{\mu_{\perp} \rho_0} - \frac{i \sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu_{\perp} - h^2}}{\mu_{\perp} \operatorname{tg} \sqrt{\omega^2 \varepsilon \mu_{\perp} - h^2} d} \right]^{-1}.$$

Здесь h — постоянная распространения электромагнитной волны вдоль оси x , $\rho_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$.

Как следует из (10), Z_{ij} зависят от h и в Z_{21} величина h входит в первой степени. Этим объясняются имеющие место невязимные эффекты при распространении электромагнитных волн вдоль таких ферритовых слоев. Отметим также, что из выражения для Z_{21} при малых d ($hd \ll 1$) непосредственно следует соответствующее приближенное граничное условие работы [5] (см. формулу (15)).

б) Магнитное поле \vec{H}_0 параллельно оси Ox ($\tau = 0$, $\eta = \frac{\pi}{2}$).

Из (4) получаем $Z_{11} = Z_{22} = 0$,

$$\rho_0 Z_{12} = \frac{i \mu_{\perp} \operatorname{tg} \omega \sqrt{\varepsilon \mu_{\perp}} d}{\sqrt{\varepsilon \mu_{\perp}}}, \quad \rho_0 Z_{21} = \frac{i \mu_0 \operatorname{tg} \omega \sqrt{\varepsilon \mu_0} d}{\sqrt{\varepsilon \mu_0}}. \quad (11)$$

Эти формулы можно записать и сразу из (9), используя соображения

симметрии. В предположении независимости поля от x ($\frac{\partial}{\partial x} \equiv 0$) вместо (11) могут быть записаны формулы, аналогичные (10).

в) Магнитное поле \vec{H}_0 параллельно оси Oy ($\tau = -\pi/2$, $\eta = 0$).

Выражение (4) с учетом (8) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \rho_0 Z_{11} = -\rho_0 Z_{22} &= -\frac{i}{2} \left[\frac{\operatorname{tg} \omega \sqrt{\varepsilon \mu_+} d}{\sqrt{\varepsilon \mu_+}} \mu_+ - \frac{\operatorname{tg} \omega \sqrt{\varepsilon \mu_-} d}{\sqrt{\varepsilon \mu_-}} \mu_- \right], \\ \rho_0 Z_{12} = \rho_0 Z_{21} &= -\frac{i}{2} \left[\frac{\operatorname{tg} \omega \sqrt{\varepsilon \mu_+} d}{\sqrt{\varepsilon \mu_+}} \mu_+ + \frac{\operatorname{tg} \omega \sqrt{\varepsilon \mu_-} d}{\sqrt{\varepsilon \mu_-}} \mu_- \right], \end{aligned} \quad (12)$$

где $\mu_+ = \mu + \mu_a$, $\mu_- = \mu - \mu_a$ — магнитные проницаемости для волн круговой поляризации с правым и левым вращением.

Физический смысл формул (11) особенно очевиден: падающую плоскую волну можно представить в виде суммы двух волн, поляризованных по кругу, — левой и правой. Эти волны проникают в слой и распространяются в нем с разными скоростями (постоянные распространения равны соответственно $\omega \sqrt{\varepsilon \mu_-}$ и $\omega \sqrt{\varepsilon \mu_+}$), причем направление распространения этих волн близко к нормали, они достигают металлической поверхности, отражаются от нее и возвращаются к границе раздела воздух—феррит с определенным сдвигом по фазе, обеспечивая поворот плоскости поляризации отраженной волны. При нормальном падении электромагнитной волны на слой формулы (12) становятся точными.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОМПОНЕНТ Z_{ij}

Нами проведено численное исследование Z_{ij} для ферритового слоя толщиной $d = 0,05 k^{-1}$ при $A = 0,5$. Последний параметр на частоте $9,0 \text{ ГГц}$ соответствует намагниченности феррита $4\pi M_0 = 1760 \text{ Гс}$ (эта величина близка к намагниченности MgMn-ферритов).

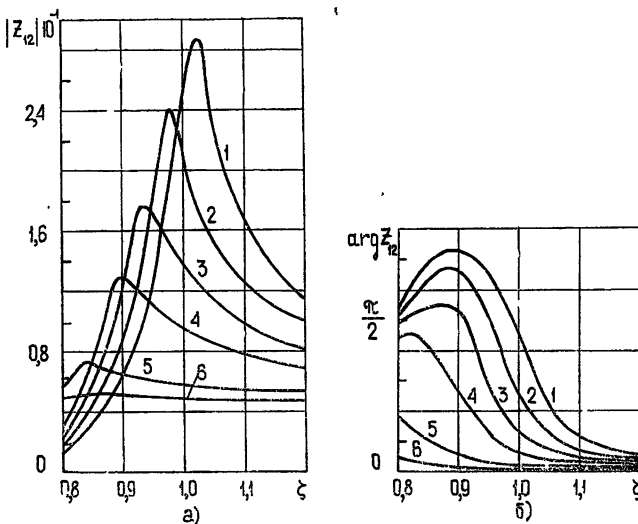


Рис. 2.

На рис 2—4 представлены зависимости компонент Z_{ij} от ζ при некоторых фиксированных углах η и $\tau = \pi/2$ (1— $\eta = 0$, 2— $\eta = \pi/8$,

3 — $\eta = 3\pi/16$, 4 — $\eta = \pi/4$, 5 — $\eta = 3/8\pi$, 6 — $7\pi/16$). Относительная диэлектрическая проницаемость феррита принята $\epsilon = 10$, $\delta = 0,05$ ($2\Delta H = 320$ Эрст).

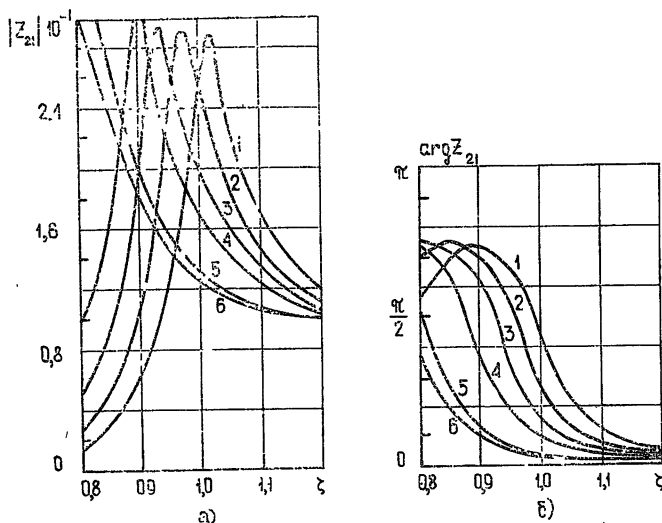


Рис. 3.

Для всех $|Z_{ij}|$ характерно резкое изменение в области полей $\zeta = 0,7 \div 1,1$, близких к продольному ($\eta = 0, \tau = 0, \zeta = 0,8$) и поперечному ($\eta = 0, \tau = \pi/2, \zeta \sim 1,0$) ферромагнитному резонансу [3]. При других значениях η и τ резонанс наступает при $0,8 < \zeta < 1,0$. Всюду $Z_{11} = |Z_{22}|$, а $\arg Z_{11} = \arg Z_{22} + \pi$.

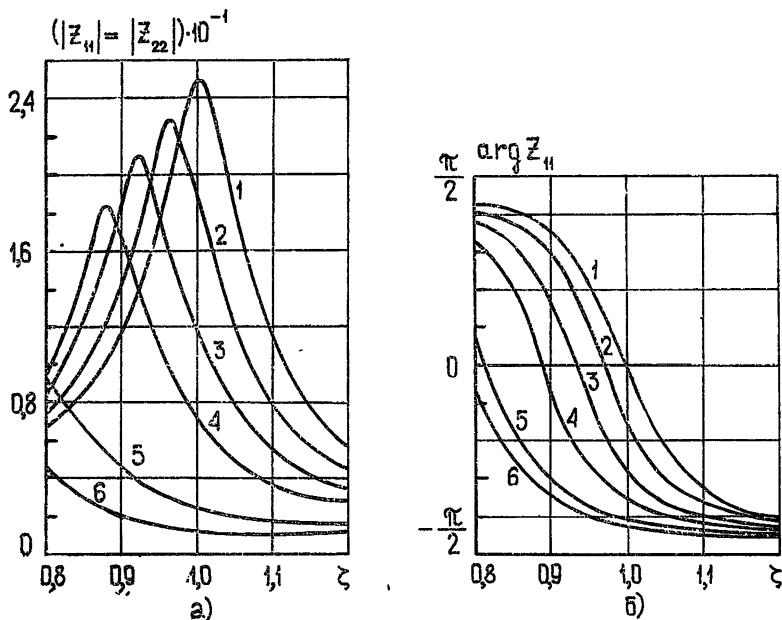


Рис. 4.

При $\zeta < 0,8$ и $\zeta > 1,1$ и достаточно малом δ из (4) для нормально намагниченной пластины ($\eta = 0$, $\tau = \pi/2$) можно получить следующие приближенные выражения:

$$\rho_0 Z_{11} = -\rho_0 Z_{22} = -i\mu'_a d \omega, \quad \rho_0 Z_{12} = \rho_0 Z_{21} = -i\mu' \omega d. \quad (13)$$

Таким образом, компоненты Z_{11} и Z_{22} пропорциональны вещественной части недиагональной компоненты μ'_a тензора $\hat{\mu}$, а компоненты Z_{12} и Z_{21} — вещественной части μ' . Мнимыми частями μ''_a и μ'' в этих областях ζ можно пренебречь. Зависимости μ'_a и μ' от ζ известны, и ими можно качественно объяснить полученные результаты рис. 2—4 (см. [3]).

Фазы Z_{ij} сильно меняются в области $0,8 < \zeta < 1,0$, причем при $\mu' \ll 0$ они у компонент Z_{12} и Z_{21} изменяются наиболее быстро, стремясь к π тем ближе, чем меньше δ .

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. М. Морс, Г. Фешбах, Методы теоретической физики, т. 2, ИЛ, М., 1958—1960, стр. 751.
2. А. Г. Гуревич, Ферриты на СВЧ, Физматгиз, М., 1961.
3. А. Л. Микаэлян, Теория и применение ферритов на сверхвысоких частотах, ГЭИ, Л., 1963.
4. А. Г. Глущенко, Е. П. Курушин, Изв. высш. уч. зав. — Радиоэлектроника, 18, № 3, 28 (1975).
5. N. A. Kusmin, Radio Sci., 4, № 8, 703 (1969).
6. Е. П. Курушин, Диссертация, КГПИ, Куйбышев, 1967.
7. Е. П. Курушин, Электронная техника, серия Ферритовая техника, № 3, 109 (1967).
8. Е. П. Курушин, Е. И. Нефедов, А. Т. Финалковский, Дифракция электромагнитных волн на анизотропных структурах, изд. Наука, М., 1975.
9. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, Гостехиздат, М., 1965, стр. 397.
10. М. А. Миллер, В. И. Галанов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 4, № 5, 795 (1961).
11. Н. Е. Кочин, Векторное исчисление и начала тензорного исчисления, изд. АН СССР, М., 1961.

Куйбышевский электротехнический институт связи

Поступила в редакцию
1 апреля 1974 г.

TENSOR OF INPUT IMPEDANCE OF ARBITRARILY-MAGNETIZED FERRITE LAYER ON A PERFECTLY CONDUCTING PLANE

A. G. Glushchenko, E. P. Kurushin, E. I. Nefedov

The authors analyse the dependences of the components Z_{ij} of the two-dimensional tensor of the input impedance of a thin ferrite layer lying on a perfect plane and magnetized by arbitrary in value and direction field. The results of numerical calculation of Z_{ij} on the field value at different angles η and τ characterizing the direction of the magnetic field inside the layer are presented.