

УДК 621.372.09

ВОЗБУЖДЕНИЕ БЫСТРЫХ ВОЛН В ОТКРЫТОМ ВОЛНОВОДЕ С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СТЕНКОЙ

А. Б. Маненков

Методом факторизации решена двумерная задача о возбуждении металлическим волноводом быстрых волн в открытом волноводе с тонкой диэлектрической стенкой. Точное решение задачи сравнивается с решением, полученным в приближении заданных источников.

В ранее опубликованных работах [1, 2] были рассмотрены свойства быстрых (вытекающих) волн в трубах со стенками из нескольких слоев диэлектрика. В отличие от поверхностных волн, которые в таких волноводах локализованы в основном внутри стенок, поля вытекающих волн формируются при неполном отражении от стенок и локализованы внутри трубы. Такие волноводы обладают целым рядом интересных особенностей, которые делают их практическое применение весьма перспективным. Проведенные измерения в лабораторных условиях [2, 3] показали, что с помощью быстрых волн в миллиметровом диапазоне можно осуществить передачу сигналов с весьма малыми потерями.

При практической реализации длинных линий важное значение имеет возможность возбуждения рабочей волны с небольшими потерями на трансформацию. Во всех случаях возбуждения быстрых волн вопрос о величине этих потерь приобретает особенно важное значение, так как быстрые волны не являются собственными волнами открытых волноводов [4, 5] и, следовательно, они индивидуально возбуждаться не могут (в частности, при возбуждении этих волн всегда возбуждается также пространственная волна). В то время как возбуждение волноводов с поверхностными волнами довольно хорошо изучено (см., например, [6, 7]), исследованию конкретных случаев возбуждения линий передачи с вытекающими волнами посвящено сравнительно мало работ [5, 8], причем во всех работах расчет проводится в приближении заданных источников (в приближении Гюйгенса). Представляет интерес провести точный расчет возбуждения быстрых волн и, в частности, точно рассчитать возбуждение паразитных медленных волн; это особенно важно для передачи больших мощностей, когда возможны пробои или перегрев диэлектрика.

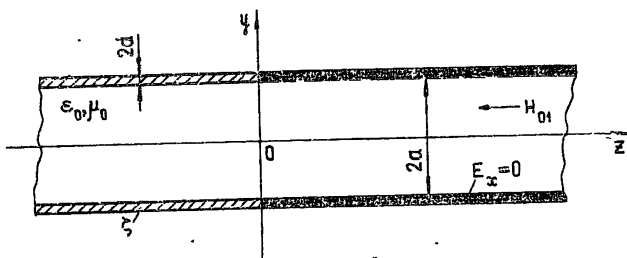


Рис 1.

В настоящей работе методом факторизации [7] рассмотрена двумерная задача о возбуждении волновода с диэлектрической стенкой металлическим волноводом. Расположение этих волноводов показано на рис. 1. В металлическом волноводе (справа) по направлению к стыку распространяется одна из собственных волн. Будем предполагать, что электрическое поле имеет только одну составляющую E_x ; зависимость от времени полагаем в виде $\exp(-i\omega t)$, $\text{Im } \omega \geq 0$. Ниже мы ограничимся изучением волн, у которых E_x является четной функцией y , поэтому в дальнейшем будем рассматривать поля только при $y \geq 0$. Собственные волны в металлическом волноводе обозначим через $H_{0,2n-1}$, быстрые волны в волноводе с диэлектрической стенкой будем обозначать через $H'_{0,2n-1}$ ($n=1, 2, \dots$).

Для упрощения предположим, что толщина диэлектрической стенки $2d$ мала: $kd\sqrt{\epsilon/\epsilon_0} \ll 1$ (ϵ — диэлектрическая проницаемость). В этом случае при $y=a$ можно ввести двухсторонние граничные условия импедансного вида [7]:

$$E_x(a+0) = E_x(a-0), \quad H_z(a+0) - H_z(a-0) = \frac{2}{\zeta} E_x(a), \quad (1)$$

где параметр $\zeta = i[\omega d(\epsilon - \epsilon_0)]^{-1}$ будем условно называть импедансом стенки. В дальнейшем будем предполагать, что поперечный размер волновода велик и, кроме того, радиационные потери быстрых мод низшего типа малы:

$$q = \frac{ka}{\pi} \gg 1, \quad \alpha = \frac{|\zeta|}{\eta_0 ka} \ll 1 \quad \left(\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \right). \quad (2)$$

Параметр α по порядку величины равен коэффициенту прохождения лучей, падающих на стенку под углом скольжения q^{-1} , так что второе неравенство (2) означает, что отражение от диэлектрической стенки скользких лучей велико. Выполнение неравенства (2), в частности, возможно, если диэлектрическая проницаемость стенки велика. Отметим, что в волноводе с тонкой диэлектрической стенкой, кроме быстрых волн, может распространяться одна четная медленная (поверхностная) волна, которую будем обозначать через H_{00} .

Будем искать поля в следующем виде:

$$E_x = e^{-ihz} \cos gy + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos vy}{\cos va} F(w) e^{i\omega z} dw \quad (|y| < a); \quad (3)$$

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} e^{iv(y-a) + i\omega z} F(w) dw \quad (y > a), \quad (4)$$

$$v = \sqrt{k^2 - w^2}.$$

Первое слагаемое в формуле (3) соответствует полю волны H_{01} , распространяющейся в металлическом волноводе по направлению к стыку волноводов; g и h — волновые числа этой волны.

Учитывая граничные условия на стенках волноводов, из (3) и (4) получаем уравнения для неизвестной функции $F(w)$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} F(w) e^{i\omega z} dw = 0 \quad (z > 0); \quad (5)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(w)}{M(w)} e^{i w z} dw = \frac{i g}{2} e^{-i h z} \quad (z < 0), \quad (6)$$

где обозначили

$$M(w) = \frac{L(w)}{1 + \frac{k \eta_0}{\zeta} L(w)}, \quad L(w) = \frac{1 + e^{2i v a}}{v}. \quad (7)$$

Используя дифракционную функцию

$$V(s, q) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \ln \left[1 + \exp \left(2\pi i q - \frac{t^2}{2} \right) \right] \frac{dt}{t - s e^{i \frac{\pi}{4}}}, \quad (8)$$

введенную Вайнштейном [7], можно показать, что при выполнении условий (2) функция $F(w)$ имеет следующий вид:

$$F(w) = \frac{g h}{2\pi} M_+(h) M_+(w), \quad M_+(w) = \frac{i \exp(\gamma_+(w) - \beta_+(w))}{(h + w) \sqrt{h_0 + w}}, \quad (9)$$

где

$$\gamma_+(w) = V(s, q) - V(s, q'), \quad s = \sqrt{2\pi q} \frac{w}{k},$$

$$q' = q - \frac{1}{2\pi i} \ln \left(1 + \frac{\zeta}{\eta_0} \right), \quad h_0 = k \sqrt{1 + \frac{\eta_0^2}{\zeta^2}}, \quad (10)$$

$$\beta_+(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\xi + i \frac{v}{k}}^{\xi + i \frac{v}{k}} \frac{tdt}{\text{sh } t}, \quad \xi = \text{Arsh} \left(\frac{i \eta_0}{\zeta} \right).$$

С помощью полученных выражений исследуем теперь поле внутри волновода с диэлектрической стенкой. Нетрудно показать, что функция $M_+(w)$ при $\text{Im } w < 0$ имеет полюсы в точках $-w_n$ ($n = 1, 2, \dots$) и в точке $-h_0$, которые равны соответственно продольным волновым числам быстрых волн $H'_{0,2n-1}$ и медленной волны H_{00} открытого волновода. Поэтому, смещая контур интегрирования в формуле (3) вниз (см. рис. 2), поле при $|y| < a$ можно преобразовать к сумме быстрых, медленной и пространственной волн:

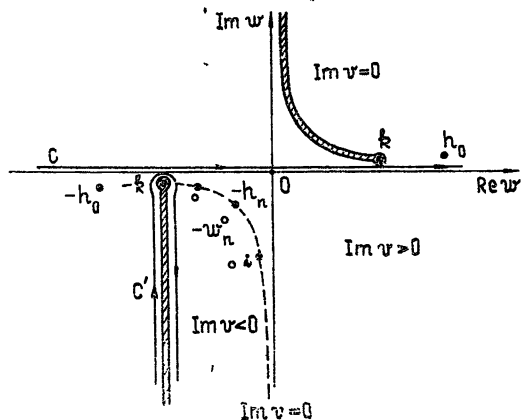


Рис. 2. Комплексная плоскость параметра w (C и C' — контуры интегрирования).

$$E_x = \sum_n B_n e^{-i\omega_n z} \cos v_n y + B_0 U_0(y) e^{-i h_0 z} + U_f(y) e^{-i k z}, \quad (11)$$

где $U_0(y)$ — поле медленной волны, которое при $y \sim a$ имеет вид

$$U_0(y) = \exp\left(-\frac{|y-a|}{\alpha a}\right). \quad (12)$$

В формуле (11) обозначили

$$B_n = \frac{(-1)^{n-1} \alpha}{\frac{v_n^2}{g^2} - 1} \left[\frac{v_n h M_+(h)}{g \omega_n M_+(\omega_n)} \right] \frac{\sqrt{1 + i \alpha v_n a}}{1 - \frac{\alpha}{2} + i \alpha v_n a} \quad (13)$$

и

$$U_f = \int_{C'} \frac{\cos v y}{\cos v a} M_+(w) e^{i(\omega+k)z} dw \quad (14)$$

— интеграл вдоль разреза. Поперечные волновые числа быстрых и медленной волн равны соответственно

$$v_n a = \pi \left(n - \frac{1}{2} \right) \left[1 + \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha^2}{4} - \frac{i \pi \alpha^2}{4} \left(n - \frac{1}{2} \right) \right], \quad g_0 a = \frac{i}{\alpha}. \quad (15)$$

Как следует из (15), коэффициенты затухания быстрых мод $H'_{0,2n-1}$ с увеличением их номера растут, как n^3 , поэтому вдали от плоскости $z=0$ в разложении (11) полями быстрых волн высших типов можно пренебречь.

Разлагая выражение (13) в ряд по степеням малого параметра α , можно показать, что амплитуда быстрой волны H'_{01} приближенно равна $B_1 = 1 + \frac{\alpha}{4}$. Увеличение амплитуды этой волны по сравнению с амплитудой волны H_{01} обусловлено различием в структуре этих волн (рис. 3). Для быстрых волн с номерами $n \ll ka$ имеем

$$B_n = \frac{(-1)^{n-1} (2n-1) \alpha}{4(n^2-1)} \quad (n=2, 3, \dots). \quad (16)$$

Таким образом, поля распространяющихся мод $H'_{0,2n-1}$ ($n > 1$) имеют порядок α/n . Амплитуда медленной волны равна

$$B_0 = \frac{\pi \alpha}{2} \frac{h M_+(h)}{h_0 M_+(h_0)} = |B_0| e^{i\psi_0}, \quad |B_0| = \frac{\pi \alpha}{2} \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\operatorname{ch} \xi} \right)}. \quad (17)$$

Распределение полей волн в волноводе с диэлектрической стенкой и падающей волны H_{01} в металлическом волноводе (при $ka=10$ и $\alpha=0,2$) представлено на рис. 3 (масштаб по оси ординат на нижнем графике увеличен). Для того, чтобы нагляднее показать структуру полей вблизи стенки, параметр α взят сравнительно большим. Как следует из приведенных выражений, потери мощности на преобразование в паразитные моды имеют порядок α^2 . Поле пространственной (цилиндрической) волны при $|z| \gg ka^2$ оказывается равным

$$U_f = \sqrt{\frac{\pi a^2}{2k|z|^3}} \left(\frac{\zeta}{\pi h_0} \right)^2 e^{-\frac{\pi}{4}}. \quad (18)$$

Как показано в [5], поле пространственной волны существенно только при столь больших $|z|$, где полное поле исчезающе мало.

Рассмотрим теперь возбуждение волновода с диэлектрической стенкой в приближении физической оптики. Будем считать, что в плоскости $z=0$ поле равно полю падающей волны H_{01} . Поле в открытом волноводе будем искать в виде разложения по собственным волнам непрерывного и дискретного спектров [4, 7]:

$$E_x = \int_0^{\infty} C(v)U_v(y)e^{-ivz}dv + C_0U_0(y)e^{-ih_0z}. \quad (19)$$

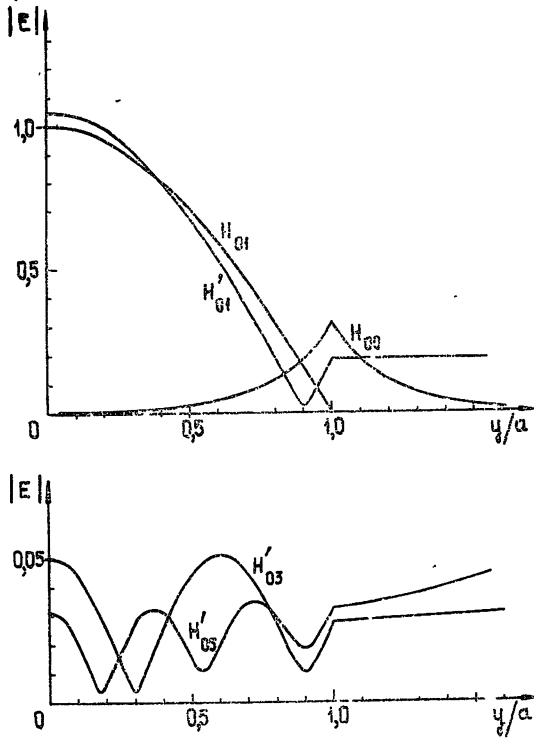


Рис. 3.

Поля собственных волн нетрудно найти с помощью граничных условий (1); амплитуды $C(v)$ и C_0 можно затем определить, учитывая условия ортогональности этих волн [4]. Амплитуда медленной волны в этом приближении оказывается равной $C_0 = \frac{\pi\alpha}{2}$. Как известно, быстрые волны

не являются собственными волнами открытого волновода, так как их поля $U_v(y)$ не ограничены; в силу этого эти волны не вошли явно в разложение (19). Слабозатухающие быстрые волны можно выделить из интеграла по непрерывному спектру, деформируя контур интегрирования в комплексной плоскости параметра v и вычисляя вычеты в полюсах подынтегрального выражения [4]. В результате для поля получим представление, аналогичное (11). Амплитуды волн, рассчитанные в приближении заданных источников, будем обозначать через S_n .

Сравнение приближенного выражения для поля с точным решением (11) показывает, что при выполнении условий (2) амплитуды быстрых

мод с номерами $n \ll ka$ правильно определяются в приближении физической оптики; в то же время амплитуда медленной волны оказывается завышенной. На рис. 4 приведена кривая зависимости отношения мощности волны H_{00} , рассчитанная двумя способами, от модуля импеданса диэлектрической стенки (B_0 — точное, а C_0 — приближенное значение амплитуд). При малых ζ (в частности, при $\varepsilon \gg \varepsilon_0$) поток мощности волны H_{00} , вычисленный в приближении заданных источников, оказывается в два раза больше истинного. Отметим, что с точки зрения уменьшения потерь быстрой волны H'_{01} именно случай малых ζ представляет наибольший интерес. На рис. 5 изображена зависимость фазы ψ_0 от $|\zeta|$. Отметим, что в точном

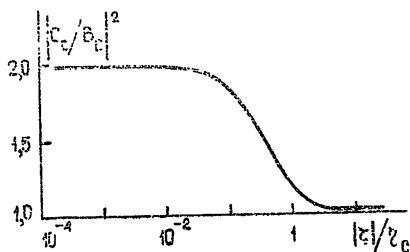


Рис. 4.

решении при $\zeta \rightarrow 0$ фаза $\psi_0 \approx \pi/8$, а в приближении заданных источников фаза получается равной нулю.

Полученное выше решение позволяет вычислить коэффициенты отражения волн в металлическом волноводе. Деформируя контур интегрирования в формуле (3) в полуплоскости $\text{Im } w > 0$, можно определить поле при $z > 0$. Для коэффициентов отражения волн $H_{0,2n-1}$ в металлическом волноводе получим выражения

$$R_{1n} = (-1)^{n-1} \frac{ig g_n h}{ah_n} M_+(h) M_+(h_n), \quad g_n = \frac{\pi}{a} \left(n - \frac{1}{2} \right), \quad (20)$$

g_n и h_n — волновые числа этих волн. В частности, при $|\zeta| \ll \eta_0$ модуль коэффициента отражения падающей волны равен

$$|R_{11}| = \frac{g^2}{a} |M_+(h)|^2 \approx \frac{\pi^2 |\zeta|}{16(ka)^3 \eta_0}. \quad (21)$$

Как и следовало ожидать, при $q \rightarrow \infty$ коэффициент отражения оказывается малым и он быстро уменьшается с улучшением отражающих свойств диэлектрических стенок (при $\zeta \rightarrow 0$). Интересно отметить, что при $\zeta \rightarrow 0$ последняя формула для $|R_{11}|$ совпадает с известным выражением для коэффициента отражения волны в закрытом волноводе, на стенке которого происходит скачок импеданса:

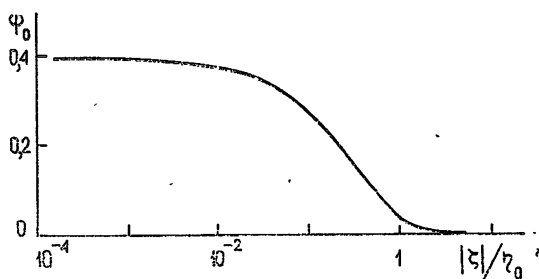


Рис. 5.

$$|R_{11}| = \left| \frac{h - w_1}{h + w_1} \right| \approx \frac{\vartheta_1^2 a}{4}, \quad \vartheta_1 = \frac{g}{h}. \quad (22)$$

Отметим также, что при вычислении коэффициентов отражения высших мод ($n \sim ka$) можно воспользоваться методикой, изложенной в работе [10].

Из полученных результатов следует, что при одинаковых поперечных размерах волноводов, волны низших номеров металлического вол-

новода могут эффективно трансформироваться в однотипные быстрые волны, распространяющиеся в открытом волноводе с диэлектрической стенкой. При уменьшении импеданса диэлектрических стенок ζ (в частности, при $\epsilon \gg \epsilon_0$) потери мощности на трансформацию в паразитные волны быстро уменьшаются; при этом уменьшается также и коэффициент отражения падающей волны в металлическом волноводе. При малом импедансе ζ потери на преобразование имеют тот же порядок, что и при трансформации волн в закрытом волноводе с малым скачком импеданса. Приведенный расчет показал также, что принцип Гюйгенса правильно описывает возбуждение быстрых волн в волноводе с диэлектрической стенкой при условии, что поперечный размер волновода много больше длины волны. Подобный расчет возбуждения поверхностной волны в том же приближении приводит к существенной погрешности, которая объясняется искажением поля падающей волны волнами, возникающими у краев металлических стенок (краевыми волнами) [7]. Указанные искажения существенно влияют на амплитуду возбуждения поверхностной волны, поскольку ее поля, в основном, локализованы вблизи стенки. Очевидно, что с ростом замедления этой волны погрешность вычисления увеличивается. Поля быстрых волн вблизи стенки малы, поэтому краевые волны на их амплитуды практически не влияют.

Автор благодарен П. Л. Капице, Л. А. Вайнштейну и Б. З. Каценеленбауму за ценные замечания, В. И. Таланову, С. Н. Власову и Р. Б. Ваганову за обсуждение вопросов, связанных с этой работой.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Мелехин, А. Б. Маненков, ЖТФ, **38**, 12, 2113 (1968).
2. В. Н. Мелехин, А. Б. Маненков, Электроника больших мощностей, сб. 6, изд. Наука, М., 1969, стр. 161.
3. Ю. Н. Казанцев, В. В. Удалов, Радиотехника и электроника, **16**, 3, 430 (1971).
4. А. Б. Маненков, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **13**, № 5, 739 (1970).
5. Н. Н. Войтович, А. Д. Шатров, Радиотехника и электроника, **18**, 4, 687 (1973).
6. В. И. Таланов, ЖТФ, **28**, 6, 1275 (1958).
7. Л. А. Вайнштейн, Теория дифракции и метод факторизации, изд. Сов. радио, М., 1966.
8. В. А. Зятыцкий, Ю. Н. Казанцев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **14**, № 10, 1570 (1971).
9. В. В. Шевченко, Плавные переходы в открытых волноводах, изд. Наука, М., 1969.
10. Е. П. Курушин, Е. И. Нефедов, Препринт № 31, ИРЭ, АН СССР, М., 1973.

Институт физических проблем
АН СССР

Поступила в редакцию
1 марта 1974 г.

EXCITATION OF FAST WAVES IN AN OPENED WAVEGUIDE WITH A DIELECTRIC WALL

A. B. Manenkov

A two-dimensional problem of excitation by a metal waveguide of fast waves in an opened waveguide with a thin dielectric wall is solved by the factorization method. An exact solution of the problem is compared with the solution obtained in the given source approximation.