

СОДЕРЖАНИЕ

Эпштейн Э. М. Воздействие сильной электромагнитной волны на электронные свойства полупроводников (Обзор)	785
Апушкинский Г. П., Барышев Ю. В., Цыганов А. Н. Радиоастрономические наблюдения волновых движений в атмосфере Солнца с периодами, короче одной минуты	812
Павельев А. Г., Яковлев О. И., Матюгов С. С., Кучерявенков А. И., Каевицер В. И. О возможности радиовидения поверхности Венеры с помощью бистатического радиолокатора	816
Абрамов В. И., Белов И. Ф., Мельников А. А. Коаксиальный облучатель десциметрового диапазона с переключением поляризации излучения	824
Литвак А. Г., Миронов В. А. Вынужденное температурное рассеяние электромагнитных волн в плазме	828
Липеровский В. А., Хакимова М. Аномальная диссипация магнитогидродинамических волн в магнитосфере при развитой ионно-звуковой турбулентности	833
Богомолов Ю. В. К кинетической теории отражения электромагнитной волны от движущейся магнитоактивной плазмы	840
Черногор Л. Ф. О возмущении плазмы сильными электромагнитными волнами	847
Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Толмачева А. В. Некоторые особенности суточного хода поглощения радиоволн в ионосфере по измерениям методом А2	858
Фаткуллин М. Н., Козлов В. К. К влиянию термосферных ветров и электрических полей на распределение электронной концентрации во внешней части области F2 на средних широтах	861
Вотяков С. Л., Зверев В. В., Новиков Л. Н. Форма линий ЯМР оптически ориентированных атомов в неоднородных постоянном и радиочастотном полях	869
Миндлин И. М. К теории систем ЧМ радиоприема с обратным управлением	874
Горбачев А. А., Колданов А. П. Метод распознавания помеховых ситуаций при приеме гауссовых сигналов	882
Богатырев Ю. К., Файнштейн С. М. О нелинейных волнах в линии передачи со случайными неоднородностями	888
Красильников В. Н. Области «бегущей» полутени	894
Еру И. И., Мышенко В. В., Песковацкий С. А. Оптимальная концентрация ионов Fe ³⁺ в андалузите для «теплого» парамагнитного усилителя	901
Краткие сообщения и письма в редакцию	
Филиппов Ю. Ф. О влиянии неаксиальности магнитного поля на распространение волн в плазменном волноводе	906
Бекетова З. П., Гапонов С. В., Каверин Б. С., Нестеров Б. А., Салащенко Н. Н. О возможности получения сверхтонких, сплошных монокристаллических пленок с помощью лазера	908
Гурбатов С. Н., Малахов А. Н. О вероятностном распределении интенсивности волны в среде с нелинейным поглощением	910
Васильев В. М. О сплошном спектре циклического перемагничивания массивных ферромагнитных образцов	911

УДК 539.293.4

ВОЗДЕЙСТВИЕ СИЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ЭЛЕКТРОННЫЕ СВОЙСТВА ПОЛУПРОВОДНИКОВ

(Обзор)

Э. М. Эпштейн

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение
2. Кинетические эффекты в поле сильной электромагнитной волны
3. Акустоэлектронные эффекты в поле сильной электромагнитной волны
4. Влияние сильной электромагнитной волны на плазменные и релаксационные явления в полупроводниках
5. Заключение

1. ВВЕДЕНИЕ

Создание мощных источников светового, инфракрасного и СВЧ излучения стимулировало появление большого числа работ, в которых исследуется взаимодействие сильной электромагнитной волны с веществом. Проявления этого взаимодействия по своему характеру весьма различны — от малых поправок к известным эффектам (примером могут служить отклонения от закона Бугера при распространении интенсивного светового пучка) до разрушения объекта воздействия излучения. В настоящем обзоре мы не будем касаться этих крайних случаев, а рассмотрим такие ситуации, когда сильная электромагнитная волна, с одной стороны, не вызывает разрушения вещества, а с другой, — приводит к возникновению новых явлений. Поскольку и в такой постановке проблема слишком обширна, мы рассмотрим здесь лишь одну ее сторону — взаимодействие сильной электромагнитной волны с электронами проводимости в полупроводниках, — ограничиваясь объемными эффектами, обусловленными внутризонными переходами. Такие эффекты невозможны в диэлектриках (где нет свободных носителей тока) и в металлах (где большая концентрация свободных носителей препятствует проникновению электромагнитной волны в глубь образца), т. е. рассматриваемые явления специфичны для полупроводников (и, возможно, полуметаллов). Некоторые из рассматриваемых здесь эффектов возможны и в газовой плазме; специфическими особенностями полупроводников являются а) сложный характер энергетического спектра, проявляющийся, в частности, в многообразии элементарных возбуждений, взаимодействующих с носителями тока и между собой, б) относительно большая величина де-бройлевской длины волны носителей, приводящая к необходимости учета квантовых эффектов.

Указанный выше отбор материала обусловлен причинами как субъективными (собственные интересы автора), так и объективными — имеется ряд монографий и сборников, в которых достаточно подробно рассмотрены эффекты взаимодействия сильной электромагнитной волны с плазмой [1—8], диэлектриками [4—9], металлами [7, 8, 10], а также

межзонные и смешанные межзонно-внутризонные процессы в полупроводниках [7-9].

Интерес к изучению внутризонных процессов в полупроводниках возрос с появлением мощных источников инфракрасного и СВЧ излучения, в частности лазера на CO_2 [11]. Частота излучения, генерируемого этими источниками, с одной стороны, гораздо меньше ширины запрещенной зоны*, так что можно пренебречь межзонными переходами, с другой стороны, может быть сравнимой с характерной кинетической энергией электрона в зоне проводимости или превышать ее, что делает необходимым привлечение квантовой теории.

Воздействие сильной электромагнитной волны на полупроводник не сводится к изменению оптических характеристик последнего и преобразованию падающего излучения (генерации гармоник и комбинационных частот, самофокусировке и т. д.). Действие интенсивного излучения приводит к изменению самых различных электронных свойств полупроводника — кинетических, акустических, диэлектрических и др.

Возможность появления новых эффектов под действием сильной электромагнитной волны можно предвидеть из следующих общих соображений. Присутствие электромагнитной волны, взаимодействующей с электронами проводимости**, означает появление в системе новой характерной длины — амплитуды колебаний электронов в поле волны. Если эта длина становится сравнимой с одной из длин, характеризующих полупроводник (с де-бройлевской длиной волны электрона, дебаевским радиусом экранирования, длиной волны фона, диффузионной длиной и т. д.), можно ожидать возникновения новых эффектов. Аналогично, новые эффекты могут появиться, когда частота поля волны Ω станет сравнимой с одной из характерных частот полупроводника (или гораздо больше нее). «Амплитудные» и «частотные» эффекты могут как появляться порознь, так и существовать.

Наиболее распространены два подхода к описанию взаимодействия электронов проводимости с излучением. В одном из них [12, 13] используется классическое кинетическое уравнение Больцмана. При выводе этого уравнения предполагается, что внешнее поле не влияет на вероятность рассеяния электрона, а лишь изменяет его траекторию между столкновениями, когда он движется под действием поля, как классическая частица с законом дисперсии, определяемым зонной структурой полупроводника. Это допущение перестает быть справедливым в условиях, когда энергия кванта излучения сравнима со средней кинетической энергией электронов проводимости или превосходит ее. Такая ситуация реализуется в случае видимого, инфракрасного, а при низких температурах — и микроволнового излучения.

Другой подход [14-18] учитывает квантовомеханические эффекты, но рассматривает электромагнитное поле как малое возмущение. Это исключает из рассмотрения случай интенсивного излучения.

Можно сказать, что первый подход игнорирует «частотные» эффекты, а второй — «амплитудные». Для одновременного учета тех и других, т. е. при рассмотрении эффектов взаимодействия электронного газа с интенсивным излучением, у которого энергия кванта соизмерима с характерной кинетической энергией электрона в зоне проводимости, необходим, с одной стороны, квантовомеханический подход, с другой, — учет электромагнитного поля уже при определении основного состояния

* Мы всюду будем пользоваться системой единиц, в которой $\hbar = 1$.

** Здесь и в дальнейшем мы для определенности часто будем говорить об электронах проводимости; сказанное, разумеется, будет в равной мере относиться и к дыркам.

электрона в зоне проводимости. Именно такая ситуация и рассматривается в настоящем обзоре.

При рассмотрении внутризонных процессов, обусловленных взаимодействием электронов проводимости с электромагнитной волной, обычно можно пользоваться дипольным приближением, состоящим в замене поля электромагнитной волны однородным переменным электрическим полем той же частоты. Такое приближение возможно, когда расстояние, на котором заметно изменяется поле электромагнитной волны (таким расстоянием будет длина волны в случае прозрачного электронного газа и глубина проникновения волны в случае непрозрачного электронного газа), велико по сравнению с другими характерными размерами, фигурирующими в задаче,—длиной свободного пробега электронов, де-бройлевской длиной волны, дебаевским радиусом экранирования, длиной волны фона, амплитудой колебаний электрона в поле волны* и т. д. Выполнение этого условия одновременно обеспечивает возможность рассмотрения объемных эффектов (глубина проникновения поля велика по сравнению с другими характерными длинами).

Другим обычно используемым приближением является приближение эффективной массы. Помимо обычных условий применимости этого приближения [12], для возможности его использования при наличии электромагнитной волны должны еще выполняться условия $\frac{e^2 E_0^2}{m_e \Omega^2 \Delta} \ll 1$, $\frac{e E_0 a_0}{\Omega} \ll 1$, где Δ — ширина запрещенной зоны, a_0 — постоянная решетки, m_e — масса свободного электрона, E_0 — амплитуда электрического поля волны. Эти неравенства налагаются на амплитуду поля ограничение $E_0 \leq 10^7 \div 10^8 \text{ В/см}$ (в оптическом диапазоне).

При использовании приближения изотропной эффективной массы и дипольного приближения движение электрона в зоне проводимости под действием электромагнитной волны описывается уравнением Шредингера

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{1}{2m} \left[\hat{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A}(t) \right]^2 \psi, \quad (1.1)$$

где $\mathbf{A}(t)$ — векторный потенциал электромагнитного поля (используется калибровка, в которой скалярный потенциал равен нулю), $\hat{p} = -i\hat{\nabla}$ — оператор канонического импульса**. Решение этого уравнения, соответствующее определенному значению канонического импульса p , имеет вид [19, 20]

$$\psi_p(r, t) = C \exp \left\{ ipr - \frac{i}{2m} \int_{t_0}^t \left[p - \frac{e}{c} \mathbf{A}(t') \right]^2 dt' \right\}, \quad (1.2)$$

где C — нормировочная постоянная, t_0 — момент включения поля.

Для синусоидального электрического поля $\mathbf{E}(t) = E_0 \sin \Omega t = -\frac{1}{c} \frac{d\mathbf{A}}{dt}$, адиабитически включаемого при $t = -\infty$,

* Условие малости амплитуды колебаний электрона по сравнению с длиной неоднородности поля налагает ограничение сверху на величину поля. Это условие сводится к требованию, чтобы движение электрона в поле волны было нерелятивистским, и, как показывают оценки, не является обременительным: оно ограничивает напряженность электрического поля величинами $\sim 10^8 \div 10^{10} \text{ В/см}$ (в видимом и инфракрасном диапазонах). Большие поля и не имеют смысла рассматривать, так как они вызывают разрушение вещества.

** Мы предполагаем все квазимпульсы малыми по сравнению с вектором обратной решетки и не делаем различия между импульсом и квазимпульсом.

$$\begin{aligned} \psi_p(r, t) = C \exp & \left\{ ipr - i \left(\frac{p^2}{2m} + \frac{e^2 E_0^2}{4m\Omega^2} \right) t + \right. \\ & \left. + i \frac{eE_0 p}{m\Omega^2} \sin \Omega t - i \frac{e^2 E_0^2}{8m\Omega^2} \sin 2\Omega t \right\}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Величина $\varepsilon_p = \frac{p^2}{2m} + \frac{e^2 E_0^2}{4m\Omega^2}$ представляет собой главное значение квазиэнергии [21] (или приведенную квазиэнергию [22]), которая является интегралом движения для системы, подверженной периодическому воздействию.

В отсутствие электромагнитного поля решение принимает обычный вид плоской волны:

$$\psi_p(r, t) = C \exp \left(ipr - i \frac{p^2}{2m} t \right). \quad (1.4)$$

Модификация волновой функции электрона проводимости под действием электромагнитной волны (сказывающаяся в отличии (1.3), от (1.4)) и лежит в основе воздействия интенсивного излучения на электронные свойства полупроводников.

2. КИНЕТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В ПОЛЕ СИЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Изменение основного состояния электронов проводимости в присутствии интенсивного излучения должно привести к изменению вероятности рассеяния электронов фононами, примесями и пр. [23, 24]. Это, в свою очередь, приведет к изменению всех кинетических коэффициентов, в частности электропроводности полупроводников. Возникает, таким образом, возможность нового механизма фотопроводимости, не связанного с изменением числа носителей в зоне проводимости [25, 26] и с разогревом электронов проводимости (т. е. изменением симметричной части функции распределения) [27, 28]. Такая возможность обсуждалась в работах [29, 30].

Для последовательного рассмотрения кинетических эффектов в поле сильной электромагнитной волны необходимо иметь квантовое кинетическое уравнение для электронов, взаимодействующих с этой волной. Такое уравнение было выведено в работах [31, 32]. В случае, когда электроны в основном рассеиваются на фононах, это уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{n}_p}{\partial t} + eE_1 \frac{\partial \bar{n}_p}{\partial p} = 2\pi \sum_k |C_k|^2 \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_l^2 \left(\frac{eE_0 k}{m\Omega^2} \right) \times \\ \times \{ [\bar{n}_{p+k}(1 - \bar{n}_p)(\bar{N}_k + 1) - \bar{n}_p(1 - \bar{n}_{p+k})\bar{N}_k] \times \\ \times \delta(\varepsilon_{p+k} - \varepsilon_p - \omega_k - l\Omega) + [\bar{n}_{p-k}(1 - \bar{n}_p)\bar{N}_k - \\ - \bar{n}_p(1 - \bar{n}_{p-k})(\bar{N}_k + 1)] \delta(\varepsilon_{p-k} - \varepsilon_p + \omega_k + l\Omega) \}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь C_k — матричный элемент электрон-фононного взаимодействия, $J_l(z)$ — бесселева функция вещественного аргумента, E_1 — постоянное или медленно меняющееся (по сравнению с полем волны) электрическое поле, ω_k — частота фонона с волновым вектором k , \bar{n}_p и \bar{N}_k — функции распределения электронов и фононов, усредненные по периоду

высокочастотного поля. При выводе уравнения предполагалось $\Omega t \gg 1$ (t — время релаксации электронов); электрон-фононное взаимодействие, как обычно, рассматривалось как возмущение.

Обратим внимание на следующую особенность, отличающую уравнение (2.1) от классического уравнения Больцмана. В качестве независимой переменной p фигурирует не кинематический, а канонический импульс. Такой выбор независимой переменной обусловлен тем, что в отсутствие столкновений канонический импульс электрона, в отличие от кинематического, сохраняется. Благодаря этому высокочастотное поле не входит, как обычно, в левую часть кинетического уравнения, а учитывается в интегrale столкновений. Присутствие высокочастотного поля, с одной стороны, приводит к изменению эффективного матричного элемента электрон-фононного взаимодействия, а с другой,—к модификации законов сохранения (аргументов δ -функций), поскольку поглощение и испускание фононов электронами может сопровождаться поглощением и испусканием произвольного числа фотонов частоты Ω .

Уравнение (2.1) можно получить, подставляя в обычное кинетическое уравнение [33] матричный элемент электрон-фононного взаимодействия, вычисленный с использованием волновой функции (1.3) (а не (1.4), как обычно [33]). Именно так это уравнение получено в работе [31]. Такой же результат получается [32], если выводить кинетическое уравнение «из первых принципов», составляя уравнение движения для величины $n_p = \langle a_p^+ a_p \rangle \equiv \text{Sp} \{ \rho a_p^+ a_p \}$, где ρ —матрица плотности, определяемая зависящим от времени гамильтонианом системы, в который включено сильное высокочастотное электрическое поле.

Уравнение (2.1) переходит в обычное уравнение Больцмана при $E_0 \rightarrow 0$. Предельный переход $\Omega/\varepsilon_p \rightarrow 0$ дает уравнение, совпадающее с тем, которое получается после перехода в классическом кинетическом уравнении к каноническому импульсу с последующим усреднением по времени в условиях $\Omega t \gg 1$ [31].

Аналогичное уравнение можно получить для фононов:

$$\frac{\partial \bar{N}_k}{\partial t} = 2\pi |C_k|^2 \sum_{l=-\infty}^{\infty} j_l^2 \left(\frac{eE_0 k}{m\Omega^2} \right) \sum_p [\bar{n}_{p+k}(1 - \bar{n}_p)(\bar{N}_k + 1) - \bar{n}_p(1 - \bar{n}_{p+k})\bar{N}_k] \delta(\varepsilon_{p+k} - \varepsilon_p - \omega_k - l\Omega). \quad (2.2)$$

Интегралы столкновений в уравнениях (2.1), (2.2) не зависят явно от времени. Поэтому должно существовать стационарное решение этих уравнений, описывающее распределение электронов и фононов в постоянном и сильном высокочастотном полях, усредненное по высокочастотным осцилляциям электронов. Постоянная составляющая плотности тока в полупроводнике при наличии постоянного и высокочастотного полей связаны со стационарной составляющей решения уравнения

(2.1) обычным соотношением $j = \frac{e}{m} \sum_p p \bar{n}_p$. Однако найти это решение

весма непросто (даже если принять, как это обычно делается, фононное распределение равновесным). Наличие выделенного направления (вектора высокочастотного электрического поля) приводит к анизотропии рассеяния, а поглощение и испускание фотонов — к «дополнительной» неупругости (помимо той, которая связана с поглощением и испу-

сканием фононов). До настоящего времени удалось решить уравнение (2.1) и вычислить плотность тока лишь для небольшого числа случаев.

1) Рассмотрим случай, когда интенсивность электромагнитной волны не очень велика, так что можно искать решение в виде ряда по амплитуде волны, ограничиваясь квадратичными членами. Пусть электроны рассеиваются в основном на акустических фонах и выполнены условия $\Delta \gg \Omega \gg T \gg \tau^{-1}$ (T — температура кристалла в энергетических единицах); эти условия выполняются для инфракрасного, а при низких температурах — и для СВЧ излучения. Постоянное электрическое поле E_1 предполагается слабым (не вызывающим разогрева электронов) и параллельным высокочастотному полю E_0 , так что в системе имеется лишь одно выделенное направление.

Применяя обычную процедуру решения кинетического уравнения для слабо неупругого рассеяния [1, 12, 34], можно найти изменение антисимметричной части функции распределения электронов под действием электромагнитной волны [35]:

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{p}) = & -\frac{e}{m} (\mathbf{E}_1 \mathbf{p}) \tau(\varepsilon_p) \varphi(\varepsilon_p) - \\ & - \pi \tau(\varepsilon_p) \sum_{\mathbf{k}} |C_{\mathbf{k}}|^2 \left(\frac{e E_0 \mathbf{k}}{m \Omega^2} \right)^2 (2N_{\mathbf{k}} + 1) \delta(\varepsilon_{p+\mathbf{k}} - \\ & - \varepsilon_p) [f_1(\mathbf{p} + \mathbf{k}) - f_1(\mathbf{p})] + \\ & + \frac{1}{2} \pi \tau(\varepsilon_p) \sum_{\mathbf{k}} |C_{\mathbf{k}}|^2 \left(\frac{e E_0 \mathbf{k}}{m \Omega^2} \right)^2 (2N_{\mathbf{k}} + 1) \times \\ & \times [\delta(\varepsilon_{p+\mathbf{k}} - \varepsilon_p - \Omega) + \delta(\varepsilon_{p+\mathbf{k}} - \varepsilon_p + \\ & + \Omega)] [f_1(\mathbf{p} + \mathbf{k}) - f_1(\mathbf{p})]. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Здесь $\tau(\varepsilon_p)$ — время релаксации электронов на акустических фонах (в отсутствие волны) [33], $f_1(\mathbf{p})$ — антисимметричная часть функции распределения электронов в отсутствие волны [33], $\varphi(\varepsilon_p)$ — изменение симметричной части функции распределения под действием электромагнитной волны [35]:

$$\begin{aligned} \varphi(\varepsilon_p) = & f_0(\xi) \frac{1}{6\sqrt{2}} \beta \eta \cdot \text{erf} \left(\sqrt{\frac{1}{2}} \lambda \eta \right) \times \\ & \times \left\{ \int_0^{\xi} \left[\gamma \left(\frac{3}{2}, y \right) - \theta(y - \eta) \gamma \left(\frac{3}{2}, y - \eta \right) \right] \frac{e^y}{y^2} dy - \right. \\ & \left. - \frac{2}{\sqrt{\pi}} (2G + 1) \right\}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\xi = \frac{\varepsilon_p}{T}, \quad \eta = \frac{\Omega}{T}, \quad \lambda = \frac{ms^2}{T}, \quad \beta = \frac{e^2 E_0^2}{m \Omega^3},$$

s — скорость звука, $\theta(y)$ — ступенчатая функция, $f_0(\xi) = n_0 (2\pi m T)^{-3/2} \times \times \exp(-\xi^2)$ — равновесная функция распределения электронов, n_0 — концентрация электронов, $\gamma(p, x)$ — неполная гамма-функция [36], $G = 0,91597 \dots$ — постоянная Каталана [36]. Постоянная составляющая плотности тока при наличии электромагнитной волны выражается через $\psi(\mathbf{p})$:

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_0 + \frac{2}{(2\pi)^3} \frac{e}{m} \int p \psi(p) dp. \quad (2.5)$$

где \mathbf{j}_0 — плотность тока в отсутствие волны.

Первый член в (2.3) описывает изменение постоянного тока, обусловленное изменением симметричной части функции распределения (разогревом электронов), второй член определяется влиянием излучения на вероятность упругого рассеяния (это влияние можно интерпретировать как результат поглощения и испускания виртуальных фотонов [29]), третий — влиянием излучения на вероятность рассеяния, сопровождаемого испусканием и поглощением (реального) фотона [30] (в используемом приближении учитываются лишь однофотонные процессы). Соответствующие члены в токе фотопроводимости $\mathbf{j} — \mathbf{j}_0$, отнесенные к \mathbf{j}_0 , имеют вид (мы выписываем здесь лишь главные члены по большим параметрам η и λ^{-1}) [35]

$$\frac{\mathbf{j}_1}{\mathbf{j}_0} = -\frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(G - \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right) \beta \eta \lambda^{-1/2} \operatorname{cth} \left(\sqrt{\frac{1}{2} \lambda \eta} \right); \quad (2.6)$$

$$\frac{\mathbf{j}_2}{\mathbf{j}_0} = \frac{32}{15} \beta \eta^{-1}; \quad (2.7)$$

$$\frac{\mathbf{j}_3}{\mathbf{j}_0} = -\frac{1}{6} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \beta \eta \lambda^{1/2} \operatorname{cth} \left(\sqrt{\frac{1}{2} \lambda \eta} \right). \quad (2.8)$$

Сравнение выражений (2.6) — (2.8) показывает, что $|j_1| \gg |j_3| \gg j_2$. Таким образом, в рассматриваемой области температур ($\lambda \ll 1$), частот и амплитуд электромагнитного поля ($\eta \gg 1$, $\beta \ll 1$) основную роль во внутризонной фотопроводимости играет не влияние поля на вероятность электрон-фононного рассеяния, а разогрев электронов.

Аналогичное соотношение между j_1 , j_2 и j_3 получается и в случае рассеяния на оптических фонах, частота которых мала по сравнению с энергией электрона [37] (отличается лишь знак у j_3 ; это связано с тем обстоятельством, что время релаксации при рассеянии на оптических фонах с ростом энергии электронов не убывает, как при рассеянии на акустических фонах, а растет).

Указанное соотношение между вкладами различных механизмов во внутризонную фотопроводимость отнюдь не является универсальным, что видно из примера, рассматриваемого ниже [32].

2) Рассмотрим полупроводник, у которого зона проводимости имеет малую ширину Δ_1 , так что $\Delta_1 < \Omega$ (но по-прежнему $\Omega < \Delta$, где Δ — ширина нижележащей запрещенной зоны). Примем также $\Delta_1 \gg T$. Электрон, находящийся в такой зоне, не может ни испускать, ни поглощать фотоны, т. е. от интеграла столкновений в (2.1) остается лишь член с $l = 0$. Этот член обращается в нуль при подстановке в него равновесных функций распределения электронов и фонаров, т. е. электромагнитная волна в рассматриваемом случае не вызывает разогрева электронов. Таким образом, внутризонная фотопроводимость здесь целиком обусловлена механизмом, предложенным в [29], — влиянием поля волны на вероятность упругого рассеяния.

Чтобы избавиться от трудностей, связанных с анизотропным рассеянием электронов, прибегают к усреднению матричного элемента по углам, т. е. к замене

$$J_0^2 \left(\frac{eE_0 k}{m\Omega^2} \right) \rightarrow \int_0^1 J_0^2 \left(\frac{eE_0 k}{m\Omega^2} y \right) dy. \quad (2.9)$$

Если не интересоваться эффектами анизотропии фотопроводимости, аналогичными рассмотренным в [38, 39], можно ожидать, что такое «приближение изотропного излучения» даст результаты, правильные с точностью до численного множителя порядка единицы.

При сделанных предположениях уравнение (2.1) принимает вид обычного кинетического уравнения [33] (с перенормированным матричным элементом электрон-фононного взаимодействия), для которого можно ввести время релаксации. При рассеянии на акустических фонах время релаксации имеет вид [32]

$$\tau(p) = \frac{\tau_0(p)}{\Psi\left(\frac{eE_0 p}{m\Omega^2}\right)}, \quad (2.10)$$

где $\tau_0(p)$ — время релаксации в отсутствие излучения,

$$\Psi(z) = \frac{4}{3} \int_0^1 (1 - x^3) J_0^2(xz) dx. \quad (2.11)$$

Для плотности тока имеем [32]

$$j = j_0 F(z_0); \quad (2.12)$$

$$z_0 = \frac{eE_0}{\Omega^2} \left(\frac{8T}{m} \right)^{1/2}; \quad (2.13)$$

$$F(z) = \begin{cases} 1 + \frac{1}{9} z^2, & z \ll 1 \\ \frac{9\pi^{3/2}}{16} \frac{z}{\ln z}, & z \gg 1 \end{cases}. \quad (2.14)$$

Из (2.12) — (2.14) следует, что фотопроводимость положительна (в отличие от случая, когда она вызвана разогревом электронов) и может быть довольно велика в сильном поле излучения.

Аналогичным образом можно рассмотреть и случай, когда электроны рассеиваются на примесях.

3) В работах Стрекалова [40, 41] для решения уравнения (2.1) использован метод Галеркина. В простейшем случае выбиралась однопараметрическая пробная функция в виде распределения Максвелла с электронной температурой. В этом случае задача сводится к определению электронной температуры из трансцендентного уравнения баланса энергии.

В работах [42, 43] уравнение вида (2.1) и получаемое из него уравнение баланса энергии используются для вычисления скорости лавинной ионизации в прозрачном диэлектрике, обусловленной сильным переменным электрическим полем. Влияние такого поля на порог ударной ионизации рассмотрено также в работах Стрекалова [40, 44].

В работе [45] предложен новый механизм фотопроводимости, связанный с ударной ионизацией, происходящей одновременно с поглощением фотона. Показано, что изменение проводимости под действием света частотой $\Omega < \Delta$ пропорционально $\beta \exp\left(-\frac{\Delta - \Omega}{T}\right)$. При высоких температурах и небольшой величине разности $\Delta - \Omega$ механизм, предложенный в [45], может оказаться доминирующим.

Рядом авторов были предложены различные обобщения уравнения (2.1).

В работе Пучкова [46] получено уравнение, аналогичное (2.1), для размерно квантованной пленки. Уравнение Шредингера для электронов в такой пленке при наличии высокочастотного поля удается решить точно только в случае, когда поле параллельно плоскости пленки.

В работе Зильбермана [47] (которая представляет дальнейшее развитие более ранней работы Левинсона [48]) получены уравнения более общего вида, чем (2.1), (2.2), описывающие электроны и фононы в однородном переменном электрическом поле произвольной частоты ($\Omega\tau \geq 1$) и постоянном квантующем магнитном поле. Уравнения, разумеется, имеют гораздо более сложный вид, чем (2.1), (2.2).

Влияние высокочастотного ($\Omega\tau \gg 1$) электрического поля на статическую проводимость в квантующем магнитном поле исследовано в серии работ Рыжия [49–54]. В отличие от случая размерно квантованной пленки, уравнение Шредингера для электронов проводимости в скрещенных постоянных электрическом и магнитном полях и однородном сильном высокочастотном электрическом поле допускает точносрешение [51]. Соответствующие выражения для вероятностей рассеяния электронов на фонах и примесях были использованы в работах [49–52] для вычисления компонент тензора электропроводности в конфигурациях $E_0 \parallel H \perp E_1$ [49] и $E_0 \perp H \perp E_1$ (угол между E_1 и E_0 произволен) [50]. Как и следовало ожидать, проводимость зависит от ориентации статического электрического поля E_1 относительно высокочастотного («поляризационная селективность фотопроводимости» [51]). В работе [51] рассмотрен случай $E_1 \perp H$, $E_0 \perp H$, $E_0 \perp E_1$ и показана возможность осцилляций фотопроводимости. Максимумам фотопроводимости отвечает выполнение условий циклотрон-фононного резонанса [55] $n\Omega = n'\omega_H \pm \omega_q$, где n и n' — целые числа, ω_q — частота фона. В случае рассеяния на оптических фонах вблизи этих максимумов должны находиться глубокие минимумы, соответствующие отрицательной проводимости (ток проводимости направлен против электрического поля) [52].

В работах [49–52] при вычислении проводимости распределение электронов предполагалось равновесным, т. е. учитывалось только влияние полей на вероятность рассеяния. В [53] в приближении электронной температуры учтено влияние электромагнитного излучения на электронную функцию распределения и показана возможность осцилляций электронной температуры как функции частоты излучения и напряженности магнитного поля. При рассеянии на оптических фонах с частотой $\omega_0 > \Omega$ возможен не нагрев, а охлаждение электронов излучением (температура электронов при этом становится меньше температуры решетки). Физическую причину охлаждения можно интерпретировать следующим образом. Если энергия электрона в зоне проводимости удовлетворяет условиям $\epsilon < \omega_0 < \epsilon + \Omega$, то в отсутствие излучения электрон не может испускать оптические фононы; в присутствии же излучения такое испускание возможно вследствие поглощения фотонов. При $\omega_0 > \Omega$ в результате поглощения фотона и спонтанного испускания оптического фона энергия электрона уменьшается. Охлаждение электронов является следствием передачи энергии от электронов к решетке (при каждом описанном акте взаимодействия электрон передает решетке энергию $\omega_0 - \Omega$); при этом энергия излучения также частично передается фононам.

Изменение вероятности рассеяния электронов в присутствии сильной электромагнитной волны, разумеется, должно оказаться не только на статических, но и на высокочастотных кинетических эффектах. Известны два основных механизма «внутризонной» нелинейности: 1) непарabolичность зоны проводимости [56–63] и (или) несферичность

изоэнергетических поверхностей [58], 2) зависимость времени релаксации носителей от энергии [62–65]. Изменение вероятности рассеяния под действием волны можно интерпретировать как квантовый аналог второго механизма (не вполне точный, так как, мы видели, в квантовой области частот, вообще говоря, нельзя пользоваться приближением времени релаксации даже в случае упругого рассеяния из-за появления дополнительной неупругости, связанной с испусканием и поглощением фотонов).

К настоящему времени выполнен ряд расчетов нелинейных высокочастотных эффектов, обусловленных изменением вероятности рассеяния электронов. В работах [66–71] вычислен коэффициент нелинейного (многофотонного) поглощения света электронами проводимости, генерация высших гармоник рассмотрена в [72, 73], влияние одной волны на поглощение другой — в работе [74]. Перечисленные (а также другие) нелинейные высокочастотные явления удобно рассматривать единым образом, пользуясь квантовым кинетическим уравнением, которое можно вывести, как и (2.1), составляя уравнение движения для величины $\langle a_p^+ a_p \rangle$, но выделяя на этот раз высокочастотные ($\omega \sim \Omega$) составляющие функции распределения [32, 72]. Это уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{n}_p}{\partial t} = i \sum_{\mathbf{k}} \sum_{s, l=-\infty}^{\infty} |C_{\mathbf{k}}|^2 J_s \left(\frac{eE_0 \mathbf{k}}{m\Omega^2} \right) J_{s+l} \left(\frac{eE_0 \mathbf{k}}{m\Omega^2} \right) e^{-il\Omega t} \times \\ \times \left[\frac{\bar{n}_{p+\mathbf{k}} (1 - \bar{n}_p) (\bar{N}_{\mathbf{k}} + 1) - \bar{n}_p (1 - \bar{n}_{p+\mathbf{k}}) \bar{N}_{\mathbf{k}}}{\varepsilon_{p+\mathbf{k}} - \varepsilon_p - \omega_{\mathbf{k}} - s\Omega + i\delta} - \right. \\ \left. - \frac{\bar{n}_{p-\mathbf{k}} (1 - \bar{n}_p) \bar{N}_{\mathbf{k}} - \bar{n}_p (1 - \bar{n}_{p-\mathbf{k}}) (\bar{N}_{\mathbf{k}} + 1)}{\varepsilon_{p-\mathbf{k}} - \varepsilon_p + \omega_{\mathbf{k}} + s\Omega + i\delta} \right] + \text{к. с.}, \end{aligned} \quad (2.15)$$

где \tilde{n}_p — искомая высокочастотная составляющая функции распределения электронов, $\delta \rightarrow 0$. Функция \tilde{n}_p определяет плотность высокочастотного тока

$$\tilde{j}(t) = - \frac{e^2 n_0 E_0}{m\Omega} \cos \Omega t + \frac{e}{m} \sum_p \tilde{n}_p \quad (2.16)$$

(n_0 — концентрация свободных носителей), по которой, в свою очередь, можно найти коэффициент поглощения электромагнитной волны, интенсивность генерации гармоник и т. д. Вообще говоря, для вычисления $\tilde{j}(t)$ нужно знать стационарную функцию распределения \bar{n}_p . Однако при $\Omega \gg \varepsilon_p$ в ряде случаев \bar{n}_p входит в $\tilde{j}(t)$ в виде $\sum_p \bar{n}_p = n_0$, так что результат не зависит от вида функции распределения (см., например, [74]).

Оценки показывают, что для излучения с длиной волны $\sim 10 \text{ мк}$ (лазер на CO_2) нелинейная восприимчивость третьего порядка, обусловленная влиянием излучения на вероятности рассеяния, на несколько порядков меньше, по сравнению с экспериментальными значениями и теоретическими, полученными в предположении, что нелинейность связана с непарabolичностью зоны проводимости [56, 75, 76]. Однако эта нелинейная восприимчивость сильно зависит от частоты (например, изменяется пропорционально $\Omega^{5.5}$ при рассеянии на акустических фонах), поэтому можно ожидать, что при нескольких меньших частотах

($\sim 10^{12} \div 10^{13}$ с⁻¹) рассмотренный здесь механизм нелинейности будет преобладающим.

3. АКУСТОЭЛЕКТРОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В ПОЛЕ СИЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

К акустоэлектронным эффектам относятся явления, обусловленные взаимодействием электронов проводимости со звуковыми волнами (фононами): электронное поглощение звука [77–80], усиление звука электронами, дрейфующими в постоянном электрическом поле [81–84], акустоэлектрический эффект [85–88], акустомагнетоэлектрический эффект [89–93], акустотермические эффекты [94] и др.

В отличие от других кинетических явлений, обусловленных электрон-фононным взаимодействием (электро- и теплопроводности, гальванических и термомагнитных эффектов и т. д.), в которых это взаимодействие усредняется по широкой области фононных волновых чисел (а в ряде случаев — по всему фононному спектру), акустоэлектронные эффекты определяются взаимодействием электронов с фононами в узкой полосе волновых чисел (которая определяется шириной полосы задающего звукового генератора). Благодаря этому обстоятельству, изучение акустоэлектронных эффектов во многих случаях дает более богатую информацию об электронном спектре и механизме рассеяния электронов по сравнению с другими кинетическими явлениями (это обстоятельство послужило также причиной выделения акустоэлектронных эффектов в отдельный раздел данного обзора).

Для учета влияния электромагнитной волны на акустоэлектронные эффекты необходимо включить поле волны в исходные уравнения движения электронов, а затем, как обычно, рассматривать взаимодействие электронов со звуковой волной в качестве возмущения.

Рассмотрим основные формы проявления влияния сильной электромагнитной волны на взаимодействие электронов со звуковыми волнами (фононами).

1. Вследствие изменения электрон-фононного взаимодействия в присутствии электромагнитной волны меняется электронное поглощение звука. Коэффициент поглощения принимает вид [95]

$$\alpha(q) = -\frac{4\pi}{s} |C_q|^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k^2 \left(\frac{eE_0 q}{m\Omega^2} \right) \sum_p (\bar{n}_{p+q} - \bar{n}_p) \delta(\varepsilon_{p+q} - \varepsilon_p - \omega_q - k\Omega), \quad (3.1)$$

где s — скорость звука.

Формулу (3.1) можно получить как из кинетического уравнения для фононов (2.2) (ср. [96]), так и составляя уравнения движения для средних значений операторов рождения и уничтожения фононов [95]. При выводе этой формулы предполагалось $\Omega \gg 1$, $ql \gg 1$ (l — длина свободного пробега электрона).

В случае, когда $\Omega \gg \omega_q$, $\Omega \gg q\bar{v}$ (\bar{v} — характерная скорость электрона) в (3.1), остается лишь член с $k = 0$, так что [97, 95]

$$\alpha(q) = \alpha_0(q) J_0^2 \left(\frac{eE_0 q}{m\Omega^2} \right), \quad (3.2)$$

где

$$\alpha_0(q) = -\frac{4\pi}{s} |C_q|^2 \sum_n (\bar{n}_{p+q} - \bar{n}_p) \delta(\varepsilon_{p+q} - \varepsilon_p - \omega_q) \quad (3.3)$$

— коэффициент поглощения звука электронами в отсутствие электромагнитной волны.

Таким образом, электронный коэффициент поглощения звука зависит от волнового числа q и амплитуды высокочастотного поля E_0 не монотонным, а осциллирующим образом, причем амплитуда осцилляций порядка самой осциллирующей величины (рис. 1). Для наблюдения этих осцилляций амплитуда колебаний электрона в поле электромагнитной волны $a = \frac{eE_0}{m\Omega^2}$ должна быть порядка длины волны фонона $\lambda_\Phi = 2\pi/q$. При $\Omega \sim 10^{14} \text{ c}^{-1}$, $m \sim 10^{-2} \text{ g}$, $q \sim 10^6 \text{ см}^{-1}$ необходима напряженность поля волны $E_0 \sim 10^5 \text{ В/см}$, что является достижимой величиной. Аналогичные осцилляции претерпевает сдвиг частоты фононов, обусловленный их взаимодействием с электронами [95], а также акустоэлектрический ток [98].

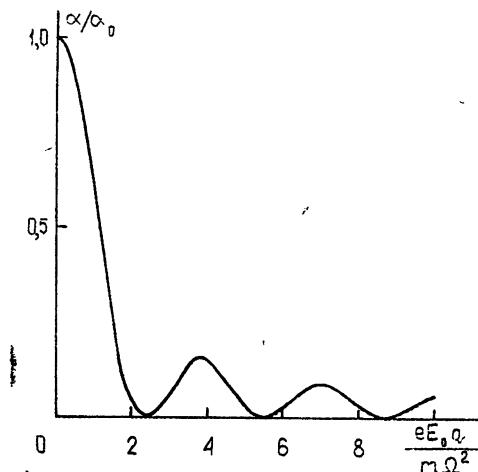


Рис. 1. Зависимость нормированного коэффициента поглощения звука электронами от амплитуды электромагнитной волны (отнесенной к $\frac{m\Omega^2}{eq}$).

Осцилляции затухания и сдвига частоты фононов в переменном электрическом поле имеют ту же природу, что и геометрический резонанс, наблюдаемый при распространении звука в магнитном поле и состоящий в осцилляционной зависимости затухания и скорости звука от магнитного поля, когда длина звуковой волны сравнима с ларморовским радиусом [99–105]. В нашем случае роль вращения электронов по ларморовским орбитам играют их колебания под действием высокочастотного электрического поля, и можно говорить об «электрическом» геометрическом резонансе в отличие от «магнитного» геометрического резонанса, рассмотренного в [99–105].

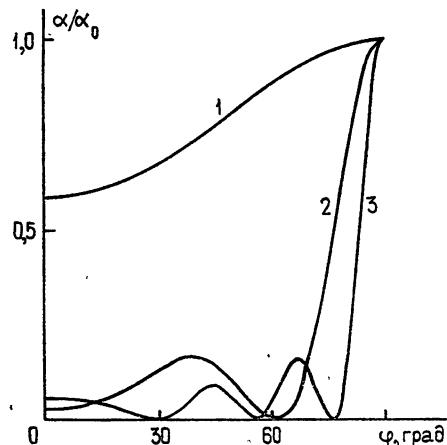
Можно дать следующее качественное объяснение «электрическому» геометрическому резонансу, аналогичное тому, которое проводилось для «магнитного» геометрического резонанса [106, 107]. Поскольку частота электрического поля велика по сравнению с частотой звука, а скорость электрона — по сравнению со скоростью звука, звуковую волну можно рассматривать как статическое пространственно-неоднородное поле, действующее на электрон. Электрон, совершающий колебания под действием высокочастотного электрического поля, проводит наибольшее время вблизи точек поворота, где его скорость близка к нулю. При движении электрона вдали от точек поворота действующее на него поле звуковой волны быстро меняется по величине и направлению, и, находясь вблизи этих точек, электрон длительное время пребывает в более или менее постоянном поле. Поэтому поглощение звука будет в основном определяться разностью фаз звукового поля между плоскостями, проходящими через точки поворота. Если расстояние между этими точками (т. е. удвоенная амплитуда колебаний) изменится на целое число длин волн звука, то разность фаз останется прежней.

Отсюда следует приблизительно периодическая зависимость затухания звука от величины $\frac{2eE_0q}{m\Omega^2}$.

В отличие от «магнитного» геометрического резонанса, «электрический» резонанс возможен как в вырожденном, так и в невырожденном электронном газе. Причина такого различия состоит в следующем. В заданном магнитном поле величина ларморовского радиуса зависит от скорости электрона. Поэтому в случае невырожденного электронного газа тепловой разброс скоростей приводит к «размыванию» «магнитного» резонанса. В то же время амплитуда колебаний электрона в высокочастотном электрическом поле не зависит от его скорости, поэтому «электрический» геометрический резонанс оказывается возможным и в случае невырожденных электронов.

Параметр $\frac{eE_0q}{m\Omega^2}$ можно варьировать, изменяя амплитуду или частоту электрического поля, либо длину волны звука, либо угол между векторами E_0 и q (см. рис. 1 и 2). Измерение периода осцилляций затухания звука в зависимости от этого параметра может быть использовано для определения эффективной массы электрона (в анизотропном случае — компонент тензора обратной эффективной массы [108]), а измерение амплитуды этих осцилляций — для разделения решеточного и электронного вкладов в поглощение звука.

Рис. 2. Зависимость нормированного коэффициента поглощения звука электронами от угла между волновым вектором звука и электрическим полем электромагнитной волны $(1 - \frac{eE_0q}{m\Omega^2} = 1; 2 - \frac{eE_0q}{m\Omega^2} = 5;$
 $3 - \frac{eE_0q}{m\Omega^2} = 10)$.



Электрический геометрический резонанс может проявиться во взаимодействии электронов не только с фононами, но и с другими возбуждениями — магнонами [109, 110], геликонами [111], рекомбинационными волнами [112]. Заметим, что «электрический» геометрический резонанс, в отличие от «магнитного», возможен и в электронном газе с частыми столкновениями, когда длина свободного пробега электрона меньше длины звуковой волны, а время свободного пробега меньше периода высокочастотного электрического поля [111—115].

2. Присутствие электромагнитного излучения может не только существенно модифицировать электрон-фононное взаимодействие, но и быть необходимым условием этого взаимодействия. Действительно, взаимодействие электронов со звуковой волной, длина которой мала по сравнению с длиной свободного пробега электрона, можно рассматривать как поглощение и испускание электронами акустических фононов. В каждом акте такого поглощения или испускания должны выполняться законы сохранения энергии и импульса. Из-за этого спектр поглощения звука электронами проводимости будет оставаться непрерывным лишь до тех пор, пока энергия и (или) квазимпульс фонона

малы по сравнению с соответствующими величинами для электрона. Когда же указанные величины станут сравнимыми, законы сохранения налагают существенные ограничения на электрон-фононное взаимодействие, в результате чего появляются области частот, где звуковая волна не поглощается электронами. В качестве примера можно указать на выключение электрон-фононного взаимодействия при $q > 2\bar{p}$ (\bar{p} — характерный импульс электрона) [116—118], гигантские квантовые осцилляции поглощения звука в магнитном поле [119, 120], акустический циклотронный резонанс [121—124] и др.

Можно ожидать, что отмеченная особенность электрон-фононного взаимодействия претерпит существенные изменения, если это взаимодействие происходит в присутствии электромагнитной волны, частота Ω которой соизмерима с характерными электронными частотами или пре-восходит их. В самом деле, при $\Omega \tau \gg 1$ в аргумент δ -функции, описывающей законы сохранения, наряду с электронными и фононными энергиями входит величина $\pm k\Omega$ (см. формулу (3.1)), которая компенсирует дефицит (или избыток) энергии, в результате чего область, где электроны могут взаимодействовать с фононами, должна существенно измениться. В частности, в спектре поглощения звука электронами появляются новые полосы поглощения, которые в отсутствие электромагнитной волны были запрещены законами сохранения. Такое поглощение можно назвать фотостимулированным.

3. Особенностью фотостимулированного поглощения является то, что оно может менять знак в некоторой области частот, т. е. затухание звука может сменяться усилением. Усиление звука можно интерпретировать, так же как вынужденную генерацию фононов (лавинное нарастание их числа) [125—127, 96]. Генерация фононов полем электромагнитной волны в некоторой области частот связана с тем, что поглощение этой волны электронами проводимости сопровождается поглощением и испусканием фононов, причем области поглощения и испускания оказываются разнесенными по частоте. Вероятность испускания фонона, как обычно, пропорциональна числу имеющихся фононов (если пре-небречь спонтанным испусканием), так что число фононов со временем будет экспоненциально нарастать, пока в игру не вступят нелинейные эффекты.

Коэффициент фотостимулированного поглощения (усиления) звука можно найти, пользуясь формулой (3.1). Для вырожденного электронного газа, полагая $q \gg p_F$, $\Omega \gg \epsilon_F$ (p_F , ϵ_F — импульс и энергия Ферми), в приближении, линейном по интенсивности электромагнитного излучения (в этом приближении можно заменить функцию \bar{n}_p фермиевской ступенькой), будем иметь [128]

$$\alpha(q) = \frac{\Lambda^2 m^2}{4\pi\rho s} \left(\frac{eE_0 q}{m\Omega^2} \right)^2 \left(\frac{q}{2} - \frac{m\Omega}{q} \right) \theta \left(p_F - \left| \frac{q}{2} - \frac{m\Omega}{q} \right| \right), \quad (3.4)$$

где Λ — константа деформационного потенциала, ρ — плотность кристалла.

Из формулы (3.4) следует, что при $q \gg \bar{p}$ электроны взаимодействуют со звуком в области волновых чисел:

$$\sqrt{2m\Omega + p_F^2} - p_F \ll q \ll \sqrt{2m\Omega + p_F^2} + p_F. \quad (3.5)$$

При $q = \sqrt{2m\Omega}$ коэффициент поглощения меняет знак, и в области $\sqrt{2m\Omega + p_F^2} - p_F \ll q < \sqrt{2m\Omega}$ происходит усиление звука (генерация фононов). На границах области фотостимулированного электрон-

фононного взаимодействия ($q = \sqrt{2m\Omega + p_F^2} \pm p_F$) коэффициент поглощения (усиления) звука достигает наибольшего значения

$$\alpha^{(\max)} = \pm \frac{\Lambda^2 m^2 p_F}{2\pi\rho s} \beta, \quad (3.6)$$

после чего скачком обращается в нуль*. Зависимость коэффициента поглощения звука от волнового числа в условиях фотостимулированного поглощения (усиления) схематически показана на рис. 3.

Если учесть более высокие степени E_0 , то полосы фотостимулированного поглощения и усиления появляются также вблизи точек $q = \sqrt{2mk\Omega}$, где $k = 2, 3, \dots$. Угловое распределение генерируемых фононов в изотропном образце симметрично относительно плоскости, перпендикулярной к вектору E_0 , но анизотропно из-за наличия в (3.4) множителя $\left(\frac{eE_0 q}{m\Omega^2}\right)^2$. Последнее

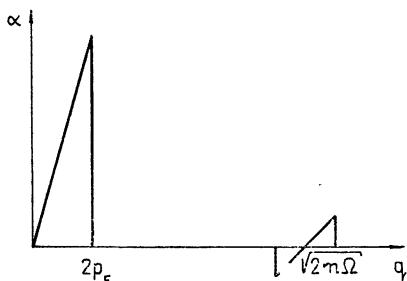


Рис. 3.

обстоятельство должно повлечь за собой анизотропию кинетических коэффициентов.

Сделаем численные оценки для коэффициента усиления звука полем электромагнитной волны. При $m \sim m_e$, $\Omega \sim 10^{14} \text{ c}^{-1}$ положение максимума усиления соответствует волновому числу $q \sim 10^7 \text{ см}^{-1}$, а высота этого максимума при $\Lambda \sim 10 \text{ эВ}$, $\epsilon_F \sim 10^{-2} \text{ эВ}$, $E_0 \sim 10^5 \text{ В/см}$ составляет $\alpha \sim 10^3 \text{ см}^{-1}$, так что при температурах, необходимых для вырождения, электронное усиление может преобладать над решеточным поглощением звука.

Рассмотренный здесь эффект открывает возможность усиления и генерации звука очень высоких частот ($\sim 10^{11} - 10^{12} \text{ Гц}$). Усиление (генерация) таких частот дрейфом носителей тока (в отсутствие электромагнитной волны) невозможно из-за упомянутого выше выключения электрон-фононного взаимодействия при $q > 2p$ [117, 118].

В условиях, когда имеет место фотостимулированное усиление звука, возможен отрицательный акустоэлектрический эффект (поток электронов антипараллелен создающему его звуковому потоку) [129, 130].

4. «Стимуляция» некоторых акустоэлектронных эффектов интенсивным излучением возможна еще в одном отношении. Известно, что стационарный монохроматический поток фононов возмущает функцию распределения электронов существенно иным образом, чем постоянное электрическое поле, действуя с разной силой на электроны разных энергий [131, 132]. Такая дисперсия электрон-фононного взаимодействия приводит к заметным количественным поправкам (например, к отклонению [129–133] от известного соотношения Вайнрайха [134] для акустоэлектрического эффекта), а также к качественно новым эффектам — акустотермическому [94] и акустомагнетоэлектрическому эффектам в монополярных полупроводниках [91–93]. Для проявления этой дисперсии необходим разброс электронов по энергиям.

В невырожденном электронном газе характерная энергия, опреде-

* При конечной температуре скачок, разумеется, размывается.

ляющая разброс, порядка средней энергии электрона, так что «дисперсионные» эффекты имеют заметную величину. В случае вырожденного электронного газа с изотропной поверхностью Ферми характерный параметр теплового разброса $T/\epsilon_F \ll 1$. При переходе к полностью вырожденному газу ($T/\epsilon_F \rightarrow 0$) остается лишь разброс, связанный с малой неупругостью взаимодействия электронов со звуковыми фононами. Соответствующая характерная энергия $\sim \max\{ms^2, \omega_q\}$ мала по сравнению с энергией электронов, испускающих и поглощающих фононы, поэтому указанные выше «дисперсионные» эффекты будут весьма малы*. Положение меняется при наличии излучения с частотой $\Omega \gg \epsilon_F$. В этом случае участие фотонов в актах электрон-фононного взаимодействия делает столкновения электронов со звуковыми фононами сильно неупругими (изменение энергии электрона при столкновении велико по сравнению с его начальной энергией). Появляется эффективный разброс электронов по энергиям, значительно превышающий даже тепловой разброс в невырожденном электронном газе (поскольку $\Omega/\epsilon_F \gg 1$). Поэтому можно ожидать, что в присутствии достаточно интенсивного излучения «дисперсионные» эффекты возможны в вырожденном электронном газе и величина этих эффектов может быть достаточно велика, несмотря на наличие малого параметра, связанного с электрон-фотонным взаимодействием.

Количественная теория таких «дважды фотостимулированных» (излучение снимает запреты, обусловленные как законами сохранения, так и вырождением) эффектов построена в работах [136]. В основе ее лежит квантовое кинетическое уравнение вида (2.1), в которое включены также члены, описывающие влияние магнитного поля и взаимодействие электронов со звуковыми фононами в присутствии высокочастотного электрического поля [98]. Если принять время релаксации электронов не зависящим от их энергий, то, как и должно быть, акустомагнетоэлектрическое поле $E_{\text{амэ}}$ равно нулю, а акустоэлектрическое поле $E_{\text{аэ}}$ удовлетворяет соотношению Вайнрайха [134]:

$$E_{\text{аэ}} = - \frac{\alpha W}{en_0 s} \quad (3.7)$$

(W — плотность звукового потока), т. е. частотная зависимость $E_{\text{аэ}}$ повторяет частотную зависимость коэффициента поглощения α (см. рис. 3). Если же время релаксации зависит от энергии, соотношение Вайнрайха в некоторых случаях (например, при рассеянии на ионизованных примесях) может не выполняться даже по порядку величины. Акустомагнетоэлектрический эффект в этих случаях оказывается значительно больше, чем при тепловом характере разброса. Так, в случае примесного рассеяния максимальное (по абсолютной величине) значение акустомагнетоэлектрического поля, достигаемое в магнитном поле

$H = \frac{c}{\mu} \left(\frac{p_F}{V2m\Omega} \right)^3$ (μ — подвижность электронов), составляет

$$E_{\text{амэ}}^{(\text{max})} = \frac{1}{2} \frac{\alpha^{(\text{max})} W}{en_0 s} \left(\frac{p_F}{V2m\Omega} \right)^3, \quad (3.8)$$

где $\alpha^{(\text{max})}$ определяется формулой (3.6). При $m \sim m_e$, $n_0 \sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$,

* Напомним, что длина волны фонона предполагается малой по сравнению с длиной свободного пробега электрона ($ql \gg 1$). В обратном предельном случае, $ql \ll 1$, «дисперсионные» эффекты имеют несколько иную природу [135] и наиболее заметны именно в вырожденном электронном газе (см. [91, 94]).

$\Lambda \sim 10 \text{ эВ}$, $\epsilon_F \sim 10^{-2} \text{ В}$, $\Omega \sim 10^{14} \text{ с}^{-1}$, $E_0 \sim 10^5 \text{ В/см}$ получаем $|E_{\text{АМЭ}}|/W \sim 0,1 \frac{B \cdot \text{см}}{B_m}$, что заметно превышает экспериментальные значения [92, 93] для «обычного» (в отсутствие излучения) акустомагнетоэлектрического эффекта.

Большая величина фотостимулированных акустоэлектронных эффектов в случае примесного рассеяния связана с убыванием вероятности рассеяния с ростом энергии электрона, из-за чего электроны, приобретающие при рассеянии большую энергию (порядка Ω) дают больший вклад в ток. В случае рассеяния на акустических фонах приобретение электроном большой энергии, наоборот, приводит к уменьшению его вклада в ток. Знак фотостимулированного акустомагнетоэлектрического эффекта также зависит от механизма рассеяния. Таким образом, изучение фотостимулированных акустоэлектронных эффектов представляет интерес с точки зрения получения информации о механизме рассеяния электронов в твердых телах.

5. Усиление звука электромагнитной волной может вызывать неустойчивость поглощения волны свободными носителями. Действительно, поглощение света свободными носителями сопровождается рассеянием последних на фонах или примесях [137]. Рассмотрим ситуацию, когда преобладает рассеяние на акустических фонах. Коэффициент поглощения электромагнитной волны выражается через функцию распределения фонаов и растет при увеличении их числа. В условиях лавинной генерации фонаов коэффициент поглощения будет нарастать, пока в игру не вступят нелинейные эффекты. Поскольку лавинная генерация вызывается той же самой электромагнитной волной, можно прийти к выводу о возможности нового механизма оптической нелинейности, связанного с влиянием электромагнитной волны на функцию распределения фонаов. Характерной особенностью этого механизма является не только зависимость высокочастотной проводимости от поля, но и ее явная зависимость от времени, что ведет к неустойчивости поглощения электромагнитной волны.

Приближенный расчет коэффициента поглощения в условиях неустойчивости проведен в работе [138]. Характерное время нарастания поглощения по порядку величины равно $(sz)^{-1} \sim 10^{-8} \div 10^{-9} \text{ с}$ ($\alpha^{(\max)}$ определяется формулой (3.6)).

6. Если частота электромагнитной волны удовлетворяет условию параметрического резонанса $n\Omega = 2\omega_q$, появляется возможность параметрического усиления звука полем волны. Этот эффект исследован в работах [139, 140]. На квантовом языке этот эффект означает вынужденный распад фотонов на два фона, распространяющихся в противоположных направлениях. Параметрическое усиление звука электромагнитной волной возможно также при распаде фотонов на пары фонон—геликон (при наличии внешнего магнитного поля) [111], фонон—плазмон [141–143] и др.

Рассмотренные выше эффекты претерпевают некоторое изменение в присутствии сильного магнитного поля, что связано с большим разнообразием особенностей электронного поглощения звука в магнитном поле [144, 145]. Прежде всего, аргумент бесселевой функции, определяющей осцилляции типа электрического геометрического резонанса, принимает вид [146]

$$\left[\left(\frac{eE_{0x}q_y\omega_H}{m\Omega(\omega_H^2 - \Omega^2)^2} \right)^2 + \left(\frac{eE_{0z}q_z}{m\Omega^2} \right)^2 \right]^{1/2},$$

где ω_H — циклотронная частота (магнитное поле направлено вдоль оси z , вектор E_0 лежит в плоскости xz , а волновой вектор звука q — в плоскости yz). Наличие резонансного знаменателя означает возможность наблюдения осцилляций в гораздо более слабом высокочастотном электрическом поле.

Присутствие квантующего магнитного поля, параллельного направлению распространения звука, изменяет условия усиления звука полем электромагнитной волны [147, 148]. Полосы фотостимулированного поглощения и усиления звука, расположенные в области $q \approx \sqrt{2m\Omega}$, в этом случае сужаются, примерно в $(p_F^2/mT)^{1/2}$ раз; максимальный коэффициент усиления возрастает в $\sim \frac{\omega_H}{2sp_{0n}}$ раз при $sp_{0n} \gg T$ и в $\sim \frac{\omega_H}{4T}$ раз

при $sp_{0n} \ll T$ (здесь p_F — фермиевский импульс в отсутствие магнитного поля, p_{0n} — фермиевский импульс в n -й подзоне Ландау). Другим следствием наличия квантующего магнитного поля является возникновение в области усиления (поглощения) звука тонкой структуры, обусловленной заполнением нескольких подзон Ландау.

В присутствии продольного квантующего магнитного поля становится возможным поглощение и усиление звука с волновым числом $q \approx \frac{km\Omega}{p_{0n}}$ ($k = 1, 2, \dots$) [147]. Ширина области усиления при этом гораздо меньше, чем в предыдущем случае, а высота пиков поглощения и усиления имеет тот же порядок величины.

Физическую причину этих эффектов можно пояснить следующим образом. Во взаимодействии со звуком, бегущим вдоль квантующего магнитного поля, участвуют электроны, совершающие одномерное свободное движение в том же направлении. В такой ситуации поглощение (испускание) фононов практически отсутствует при низких температурах, так как вблизи поверхности Ферми в общем случае невозможно одновременно удовлетворить законам сохранения энергии и импульса в указанных процессах (законы сохранения могут выполняться лишь при определенных значениях магнитного поля, соответствующих всплескам гигантских квантовых осцилляций [119]). В присутствии поля электромагнитной волны энергия отдачи, возникающая при рассеянии электрона на фононе с волновым числом q , может быть скомпенсирована энергией фотона Ω . Если $\Omega \leq q p_{0n}/m$, то возможно поглощение фонона с частотой ω_q и фотона, так чтобы $\Omega + \omega_q = q p_{0n}/m$. В случае $\Omega \geq q p_{0n}/m$ открывается возможность испускания фонона при поглощении фотона, так, чтобы $\Omega - \omega_q = q p_{0n}/m$. Сказанное относится и к многофotonному случаю, когда $n\Omega \sim q p_{0n}/m$.

В отсутствие магнитного поля электроны при взаимодействии с фононами могут рассеиваться на разные углы, а энергия отдачи принимает произвольные значения $(qp_F/m)\cos\theta$ (θ — угол между волновыми векторами фонона и электрона до рассеяния). Поэтому резкий фонон-фотонный резонанс отсутствует. Исключение составляет рассмотренный выше случай $q \gg p_F$, когда основной член в энергии отдачи равен $q^2/2m$ и не зависит от углов (от них зависит лишь малая ($\sim p_F/q$) часть энергии). В этом случае, как мы видели, резонансное поглощение и усиление звука электронами возможно и в отсутствие магнитного поля. Резонансные линии, однако, сильно размыты (на величину $\Delta q \sim p_F$), поскольку зависящая от углов часть энергии отдачи, будучи малой по сравнению со всей энергией отдачи, велика по сравнению с энергией фонона и сравнима с энергией электрона. Включение магнитного поля приводит к значительному сужению этих резонансных линий.

Если квантующее магнитное поле перпендикулярно к высокочастотному электрическому полю, фотостимулированное усиление и поглощение звука возможно при выполнении условия циклотрон-фононного резонанса [55] $\omega_q = |k\omega_H - l\Omega|$ (k и l — целые числа). Теория этого эффекта была построена в работе [146]. Поглощение звука получается при $l\Omega < \omega_H$, усиление — при $l\Omega > \omega_H$.

Усиление звука при $l\Omega > \omega_H$ можно интерпретировать следующим образом. Электрон, поглотив l фотонов, приобретает энергию, несколько большую, чем требуется для перехода из нижней зоны Ландау в вышележащую; избыток энергии излучается в виде фона. В случае $l\Omega < \omega_H$ электрону не хватает энергии для перехода в верхнюю подзону и дефицит энергии компенсируется путем поглощения фона.

При $\omega_H \sim 10^{13} \text{ с}^{-1}$, $q \sim 10^6 \text{ см}^{-1}$, $n_0 \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $m \sim 0,01 m_e$, $E_0 \sim 100 \text{ В/см}$ оценки дают для максимального коэффициента поглощения (усиления) звука при низкой температуре [146] $|\alpha^{(\max)}| \sim 10^3 \div 10^4 \text{ см}^{-1}$. Таким образом, усиление звука большой частоты с помощью поля электромагнитной волны в описанных условиях может быть весьма эффективным.

В работе Чайковского [149] обращено внимание на то, что при $q \parallel H \perp E_0$ пики фотостимулированного поглощения и усиления звука существуют в отсутствие электрического геометрического резонанса (поскольку аргумент соответствующей бесселевой функции равен нулю), так что эти два осцилляционных эффекта можно изучать по отдельности, измеряя поглощение (усиление) звука в конфигурациях $q \parallel H \parallel E_0$ и $q \parallel H \perp E_0$.

Можно сделать вывод, что включение квантующего магнитного поля делает более резкими особенности, появляющиеся при взаимодействии звука с электронами в присутствии сильной электромагнитной волны, — электрический геометрический резонанс и пики фотостимулированного поглощения и усиления звука. Присутствие квантующего магнитного поля может привести к появлению этих особенностей при значительно меньшей амплитуде и (или) частоте электромагнитной волны, что облегчает их наблюдение. С другой стороны, включение сильной электромагнитной волны существенно расширяет ассортимент особенностей взаимодействия звука с электронами в квантующем магнитном поле. Описанные выше пики поглощения и усиления в поперечном и продольном (относительно направления распространения звука) магнитном поле можно рассматривать как результат модификации соответственно акустического циклотронного резонанса и гигантских квантовых осцилляций из-за присутствия сильного высокочастотного поля.

Осцилляционные особенности поглощения (усиления) звука в высокочастотном электрическом и квантующем магнитном полях можно наблюдать, варьируя различные величины — амплитуду электромагнитной волны, частоту этой волны, частоту звука, напряженность магнитного поля, угол между волновым вектором звука и полем электромагнитной волны и т. д. Заметим, что в отличие от магнетоакустических особенностей (магнитный геометрический резонанс, гигантские квантовые осцилляции), для проявления которых необходимо существование хорошо определенной поверхности Ферми, большинство рассмотренных в этой главе эффектов может проявляться и в невырожденном электронном газе. Это, связано, во-первых, с независимостью амплитуды колебаний электронов в высокочастотном электрическом поле от их энергии, а во-вторых, с тем, что характерными энергиями для этих эффектов являются энергия фотона Ω и расстояние между уровнями

Ландау ω_H ; эти величины в рассматриваемых условиях велики по сравнению с тепловой энергией T .

Другие варианты усиления звука электромагнитной волной рассматривались в работах [150–154].

Влияние сильной электромагнитной волны на генерацию звуковых гармоник изучалось в работе [155].

4. ВЛИЯНИЕ СИЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ПЛАЗМЕННЫЕ И РЕЛАКСАЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

В предыдущих разделах мы рассматривали влияние интенсивного излучения на процессы, которые по своей сути являются одночастичными. Теперь мы перейдем к обсуждению явлений, так или иначе связанных с взаимодействием квазичастич.

Теория воздействия сильного электромагнитного поля на колективные электромагнитные свойства электронной плазмы является одним из наиболее быстро развивающихся разделов теории взаимодействия мощного излучения с веществом [2, 156]. Основное внимание уделяется газовой плазме, что связано, в первую очередь, с проблемами радиационного ускорения и лазерного нагрева плазмы. Однако многие из полученных результатов применимы (хотя бы качественно) к твердотельной плазме. Сюда относится, например, теория плазменных колебаний в сильном высокочастотном поле (в частности, наиболее интересный вывод о возможности появления новых ветвей в спектре колебаний) [157, 158], теория параметрического возбуждения плазменных колебаний высокочастотным полем [159, 160], теория потерь быстрой частицы в плазме, находящейся в сильном высокочастотном поле [161, 162] и др. Аналогичные расчеты для твердотельной плазмы были выполнены в работах [141, 163–167]. Особенностью полупроводниковой плазмы является возможность отклонения закона дисперсии носителей от параболического, благодаря чему возможно параметрическое возбуждение плазменных колебаний при наличии лишь одного типа носителей (ср. [159]).

Другим следствием влияния сильной электромагнитной волны на плазменно-диэлектрические свойства полупроводников является самофокусировка СВЧ и инфракрасного излучения, обусловленная изменением вклада свободных носителей в диэлектрическую проницаемость под действием поля волны. Теоретически изучены два механизма самофокусировки: непараболичность зоны проводимости [168–172] и зависимость времени релаксации носителей от их энергии [173]. Воздействие сильной электромагнитной волны приводит также к сдвигу плазменной частоты, что должно проявиться в эффекте самоиндцированной прозрачности [174]: сильная волна может проникать в плазму при частоте ниже плазменной, тогда как слабая волна при такой частоте отражается.

Влияние сильной электромагнитной волны на кулоновское экранирование исследовано в работах [175–177] (результаты этих работ применимы как к полупроводниковой, так и к газовой плазме). Наличие поля такой волны приводит к тому, что потенциал, создаваемый статическим зарядом, наряду с постоянной составляющей содержит и составляющие на частоте поля и ее гармониках, что означает генерацию плазменных колебаний полем электромагнитной волны. Пространственная фурье-компоненты потенциала имеют вид [175]

$$\varphi(q, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \varphi_k(q) e^{ik\omega t}; \quad (4.1)$$

$$\varphi_k(q) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} J_s \left(\frac{eE_0 q}{m\Omega^2} \right) J_{s+k} \left(\frac{eE_0 q}{m\Omega^2} \right) \frac{4\pi \rho(q)}{q^2 \epsilon(q, s\Omega)}, \quad (4.2)$$

где $\rho(q)$ — фурье-компоненты плотности заряда, $\epsilon(q, \omega)$ — диэлектрическая проницаемость (в отсутствие электромагнитной волны). Нелинейный характер генерации проявляется как в существовании высших гармоник, так и в сложной зависимости потенциала от амплитуды поля волны.

В случае точечного заряда ($\rho(q) = Ze$) и не очень интенсивного излучения $(F \equiv \frac{eE_0 x}{m\Omega^2} \ll 1$, где x^{-1} — радиус экранирования) постоянная составляющая потенциала принимает вид [175]

$$\begin{aligned} \varphi_0(r) = & \frac{Zex}{\epsilon_0} \left\{ \frac{e^{-R}}{R} \left[1 + \frac{F^2}{2} \left(\cos^2 \alpha + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R^2} \right) (3 \cos^2 \alpha - 1) \right) \right] - \frac{F^2}{2R^3} (3 \cos^2 \alpha - 1) \right\}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

где $R = xr$, ϵ_0 — решеточная диэлектрическая проницаемость, α — угол между векторами r и E_0 ; предполагается $\Omega \gg \min(\omega_p, \omega_M)$ (ω_p — плазменная частота, ω_M — максвелловская частота).

Из формулы (4.3) следует, что при наличии поля электромагнитной волны распределение потенциала, во-первых, становится анизотропным, во-вторых, содержит члены, убывающие не экспоненциально, а по степенному закону, которые на больших расстояниях дают основной вклад. Таким образом, электромагнитная волна вызывает своеобразный «пробой экранирования». При $R \rightarrow \infty$ $\varphi_0(r)$ имеет вид потенциала квадруполя. Расчет, проведенный Матевосяном [177], показывает, что так же ведет себя на больших расстояниях амплитуда второй гармоники $\varphi_2(r)$; амплитуда первой гармоники $\varphi_1(r)$ имеет вид потенциала диполя.

Заметим, что «пробой экранирования» может сопровождаться изменением знака потенциала: так, из (4.3) следует, что в интервале углов $0 < |\alpha| < \arccos \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 55^\circ$ при удалении от точечного заряда

потенциал $\varphi_0(r)$ меняет знак. Численные оценки показывают [175], что для «пробоя экранирования» необходимо поле $E_0 \sim 10^4 \div 10^5 \text{ В/см}$ в инфракрасном диапазоне ($\Omega \sim 10^{14} \text{ с}^{-1}$) и $E_0 \sim 10^2 \div 10^3 \text{ В/см}$ в СВЧ диапазоне ($\Omega \sim 10^{10} \text{ с}^{-1}$).

Модификация потенциала, создаваемого примесным центром, под действием электромагнитной волны, может быть зарегистрирована, например, методами ЯМР. Изменение величины и знака потенциала должно также проявиться в диффузии примесных атомов, между которыми имеется кулоновское взаимодействие.

В одномерном случае (экранирование поля плоской заряженной дислокации) потенциал на больших расстояниях остается экспоненциальным и в присутствии волны [178]. «Пробой экранирования» в этом случае проявляется в появлении «лишнего» множителя $I_0^2(F \cos \alpha)$ ($I_0(z)$ — функция Бесселя мнимого аргумента). Это означает, во-первых, зависимость потенциала от угла α , во-вторых, (в условиях $F \geq 1$), заметное усиление потенциала на расстояниях $x \geq \max\left\{\frac{2eE_0}{m\Omega^2}, x^{-1}\right\}$, там, где без электромагнитной волны поле практически должно отсутствовать.

Интересный результат получается в резонансном случае, когда $\Omega \approx \omega_p$ [178]. Рассмотрим влияние сильной электромагнитной волны на взаимодействие электронов проводимости с продольным полем объемного заряда. Это поле предполагается низкочастотным (частота мала по сравнению с ω_p) и длинноволновым (длина волны велика по сравнению с x^{-1}). В отсутствие электромагнитной волны такое поле, как известно, эффективно экранируется электронами проводимости. В присутствии электромагнитной волны у объемного заряда появляются высокочастотные составляющие на частоте волны и ее гармониках, которые в силу нестационарности рассматриваемой системы вносят вклад в низкочастотную составляющую потенциала. Поскольку длинноволновая диэлектрическая проницаемость вблизи плазменной частоты близка к нулю, этот вклад может быть весьма значительным, т. е. имеет место «антиэкранирование» [179].

В работе [178] рассмотрено два возможных проявления этого эффекта (названного резонансным динамическим пробоем экранирования): усиление взаимодействия электронов с акустическими фононами и усиление «встроенного» поля, создаваемого в полупроводнике плавной неоднородностью. Первая из этих задач представляется актуальной для акустоэлектроники, поскольку экранирование является фактором, существенно снижающим усиление звука дрейфом электронов, и его влияние стараются уменьшить тем или иным способом (см., например, [180]). Оценки показывают [178], что резонансный динамический пробой экранирования может привести к весьма значительному (в 10^2 — 10^3 раз) увеличению электрон-фононного взаимодействия.

Другой резонансный эффект, связанный с воздействием сильной электромагнитной волны на плазменные свойства твердых тел, был рассмотрен в работе [181]. Была показана возможность резонансного усиления сил изображения между поверхностью проводника и находящимся вблизи нее зарядом при воздействии на последний полем достаточно сильной электромагнитной волны, частота которой близка к частоте поверхностных плазмонов проводящей среды. Этот эффект имеет следующее происхождение. Возникновение потенциала изображения можно трактовать как результат взаимодействия заряда с поверхностными плазмонами проводящей среды [182—185]. Согласно этой трактовке, сила изображения представляет собой реакцию плазмонной системы на возмущающее действие заряда, поэтому потенциал изображения должен быть равен взятой с обратным знаком работе, совершаемой зарядом над плазмонной системой. Вполне естественно, что эта работа значительно возрастает, когда заряд совершает периодическое движение с частотой, близкой к собственной частоте системы поверхностных плазмонов.

Сильная электромагнитная волна может, влиять также на релаксацию неравновесных носителей тока в полупроводнике (это следует уже из аналогии между уравнениями, описывающими проникновение в полупроводник внешнего электрического поля и неравновесных носителей). Диффузия неравновесных неосновных носителей, возбуждаемых стационарным источником света, была рассмотрена в работе [186] (для одномерного случая). В отсутствие электромагнитной волны концентрация неравновесных носителей, как известно, спадает по экспоненциальному закону $\exp(-x/L)$, где L — диффузационная длина. При наличии сильной (математически выраженной как $\left(\frac{eE_0}{m\Omega^2 L} \geq 1\right)$) электромагнитной волны концентрация носителей в области $0 < x < \frac{2eE_0}{m\Omega^2}$ меняется довольно медленно (логарифмически). На

«хвосте» распределения $\left(x > \frac{2eE_0}{m\Omega^2}\right)$ координатная зависимость концентрации становится экспоненциальной, но зато появляется «лишний» большой множитель $I_0^2 \left(\frac{eE_0}{m\Omega^2 L} \right)$.

Аналогично ведет себя в присутствии сильной волны концентрация инжектируемых в полупроводник основных носителей, только роль диффузионной длины в этом случае играет дебаевская длина экранирования [187].

Равновесная концентрация носителей тока в полупроводнике, будучи нарушенной, может восстанавливаться не только апериодически, но и осциллирующим образом. При наличии достаточно сильного постоянного электрического поля эти колебания могут оказаться неустойчивыми. Такого рода неустойчивость в полупроводниках с глубокими примесными центрами, приводящая к возбуждению волн концентрации электронов и дырок (рекомбинационных волн), была предсказана Константиновым и Перелем [188] и экспериментально обнаружена Карповой и Калашниковым [189]. В работе [112] рассмотрено влияние поля сильной электромагнитной волны на спектр и затухание рекомбинационных волн. В частности, показано, что при наличии сильной электромагнитной волны область неустойчивости рекомбинационных волн расширяется в сторону высоких частот.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из всего изложенного можно сделать вывод, что воздействие сильной электромагнитной волны приводит к существенному изменению основных электронных свойств полупроводника (именно многообразие возникающих при этом явлений, наряду с недостатком места, обусловило беглый характер нашего обзора). Изучение описанных эффектов может оказаться полезным в нескольких отношениях. Во-первых, часть из этих эффектов представляет интерес с точки зрения возможности непосредственного использования (сюда относятся усиление и генерация звука электромагнитной волной, усиление электрон-фононного взаимодействия и др.). Во-вторых, исследование этих эффектов позволит получить ценную информацию об электронных характеристиках полупроводника—спектре носителей, механизме их рассеяния и т. д. Наконец, некоторые из рассмотренных эффектов могут оказаться полезными для получения информации о вызывающем их излучении, что представляется немаловажным для бурно развивающейся лазерной техники.

В то же время следует подчеркнуть, что эксперимент в рассматриваемой области пока отстает от теории, и большинство описанных выше эффектов в настоящее время существует лишь в расчетах теоретиков. Автор счел бы свою задачу полностью выполненной, если бы настоящий обзор в какой-то мере привлек внимание экспериментаторов к этому несомненно интересному разделу физики твердого тела и радиофизики.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, изд. Наука, М., 1967.
2. В. П. Силин, Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму, изд. Наука, М., 1973.
3. Лазеры и термоядерная проблема, Атомиздат, М., 1973.
4. С. А. Ахманов, Р. В. Хохлов, Проблемы нелинейной оптики, ВИНТИ, М., 1964.
5. Н. Бломберген, Нелинейная оптика, изд. Мир, М., 1966.

6. Действие лазерного излучения, изд. Мир, М., 1968.
7. В. М. Файн, Фотоны и нелинейные среды, изд. Сов. радио, М., 1972.
8. Нелинейные свойства твердых тел, изд. Мир, М., 1972.
9. Оптические и кинетические эффекты в сильном электромагнитном поле, изд. Штицица, Кишинев, 1974.
10. С. И. Анисимов, Я. А. Имас, Г. С. Романов, Ю. В. Ходыко, Действие излучения большой мощности на металлы, изд. Наука, М., 1970.
11. К. Пател, УФН, 97, 697 (1969).
12. В. Л. Гинзбург, А. В. Гуревич, УФН, 70, 201, 393 (1960).
13. Ф. Г. Басс, ЖЭТФ, 47, 1322 (1964); 48, 275 (1965).
14. Р. Н. Гуржи, ЖЭТФ, 33, 451, 660 (1957); 35, 965 (1958).
15. Л. П. Питаевский, ЖЭТФ, 34, 942 (1958).
16. В. П. Силин, ФММ, 13, 180 (1962).
17. К. Умада, Progr. Theor. Phys., 28, 299 (1962).
18. А. Роп, Phys. Rev., 131, 2041 (1963); Nuovo Cim., 34, 1494, 1511 (1964).
19. Л. В. Келдыш, ЖЭТФ, 47, 1945 (1964).
20. Е. Г. Наггис, Amer. J. Phys., 39, 683 (1971).
21. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ, 51, 1492 (1966); УФН, 110, 139 (1973).
22. Н. Самве, Phys. Rev., A7, 2203 (1973).
23. Ф. В. Бункин, М. В. Федоров, ЖЭТФ, 49, 1215 (1965).
24. Е. Джаксимов, Р. Маматкулов, Изв. АН Уз. ССР, серия физ.-мат наук, № 3, 63 (1967), № 1, 31 (1968).
25. Р. Бьюб, Фотопроводимость твердых тел, ИЛ, М., 1962.
26. С. М. Рыжкин, Фотоэлектрические явления в полупроводниках, Физматгиз, М., 1963.
27. В. В. Роллин, Proc. Phys. Soc., 77, 1102 (1961).
28. Ш. М. Коган, ФТТ, 4, 1891 (1962).
29. В. М. Буймистров, Письма в ЖЭТФ, 8, 274 (1968).
30. В. Д. Блажин, А. С Селиваненко, ФТП, 4, 283 (1970).
31. В. И. Мельников, Письма в ЖЭТФ, 9, 204 (1969).
32. Э. М. Эпштейн, ФТТ, 11, 2732 (1969).
33. А. И. Аксельм, Введение в теорию полупроводников, Физматгиз, М.—Л., 1962.
34. Б. И. Давыдов, ЖЭТФ, 7, 1069 (1937).
35. Э. М. Эпштейн, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 13, № 9, 1398 (1970).
36. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Физматгиз, М., 1962.
37. В. И. Пучков, Э. М. Эпштейн, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 16, № 2, 305 (1973).
38. Ю. В. Гуляев, Письма в ЖЭТФ, 7, 171 (1968).
39. Ю. С. Гальперин, Ш. М. Коган, ФТП, 2, 1697 (1968).
40. В. Н. Стрекалов, ФТТ, 15, 1373 (1973).
41. В. Н. Стрекалов, ФТТ, 16, 741 (1974).
42. П. М. Меднис, В. М. Файн, ЖЭТФ, 62, 812 (1972).
43. А. И. Рубинштейн, В. М. Файн, ФТТ, 15, 470 (1973).
44. В. Н. Стрекалов, ФТТ, 14, 1563 (1972).
45. В. Н. Стрекалов ФТТ, 15, 2403 (1973).
46. В. И. Пучков, ФТТ, 15, 2356 (1973).
47. П. Е. Зильберман, ФТТ, 12, 1697 (1970).
48. И. Б. Левинсон, ЖЭТФ, 57, 660 (1969).
49. В. И. Рыжий, А. Д. Малов, ФТТ, 13, 2795 (1971).
50. В. И. Рыжий, ФТТ, 14, 35 (1972).
51. А. Д. Малов, В. И. Рыжий, ФТТ, 14, 2048 (1972).
52. В. И. Рыжий, ФТТ, 15, 82 (1973).
53. В. И. Рыжий, ФТТ, 15, 486 (1973).
54. В. И. Рыжий, ФТТ, 15, 810 (1973).
55. Ф. Г. Басс, И. Б. Левинсон, ЖЭТФ, 49, 914 (1965).
56. Р. А. Wolff, G. A. Pearson, Phys. Rev. Lett., 17, 1015 (1966).
57. B. Lax, W. Zawadzki, M. H. Weiler, Phys. Rev. Lett., 18, 462 (1967).
58. А. А. Гринберг, ФТТ, 9, 2544 (1967).
59. V. V. Paranjape, H. C. Law, Phys. Lett., 25A, 146 (1967).
60. В. Н. Алямовский, ФТТ, 10, 301 (1968).
61. В. И. Мельников, ЖЭТФ, 56, 2039 (1969).
62. J. Kolodziejczak, Phys. Stat. Sol., 23, K57 (1967); Acta Phys. Polon., 33, 183, 585 (1968).
63. R. K. Каппа, V. K. Tripathi, J. Phys., D4, 552 (1971).
64. R. K. Kaw, Phys. Rev. Lett., 21, 539 (1968), J. Appl. Phys., 40, 793 (1969).
65. B. S. Krishnamurthy, V. V. Paranjape, Phys. Rev., 181, 1153 (1969); B3, 2083 (1971).
66. В. М. Буймистров, В. П. Олейник, ФТП, 1, 85 (1967).
67. Е. Джаксимов, ФТТ, 11, 203 (1969); 15, 644 (1973).
68. В. А. Паздзерский, ФТП, 6, 758 (1972).

69. С. Е. Бренер, В. А. Паздзерский, Научн. тр., ТГУ, Ташкент, вып 447, 117 (1973).
70. В. Л. Малевич, Э. М. Эпштейн, Оптика и спектроскопия, 35, 591 (1973).
71. В. В. Павлович, Э. М. Эпштейн, ФТП, 8, 159 (1974).
72. Э. М. Эпштейн, ФТТ, 12, 3461 (1970).
73. В. Л. Малевич, Э. М. Эпштейн, ФТТ, 15, 3211 (1973).
74. В. Л. Малевич, Э. М. Эпштейн, Квантовая электроника, 1, 1475 (1974).
75. С. С. Wang, N. W. Ressler, Phys. Rev., 188, 1291 (1969).
76. С. К. Н. Patel, R. E. Slusher, P. A. Fleury, Phys. Rev. Lett., 17, 1011 (1966).
77. А. И. Ахиезер, М. И. Каганов, Г. Я. Любарский, ЖЭТФ, 32, 837 (1957).
78. А. В. Pippard, Phil. Mag., 46, 1104 (1955).
79. A. R. Hutton, D. L. White, J. Appl. Phys., 33, 40 (1962).
80. В. Л. Гуревич, В. Д. Каган, ФТТ, 4, 244 (1962).
81. A. R. Hutton, J. H. McFee, D. L. White, Phys. Rev. Lett., 7, 287 (1961).
82. D. L. White, J. Appl. Phys., 33, 2547 (1962).
83. М. Е. Герценштейн, В. И. Пустовойт, Радиотехника и электроника, 7, 1009 (1962).
84. Р. Ф. Казаринов, В. Г. Скобов, ЖЭТФ, 42, 910 (1962); 43, 1496 (1962).
85. R. H. Ragsdale, Phys. Rev., 89, 990 (1953).
86. G. Weinreich, H. G. White, Phys. Rev., 106, 1104 (1957).
87. В. Л. Гуревич, А. Л. Эфрос, ЖЭТФ, 44, 2131 (1963).
88. В. Д. Каган, ФТТ, 9, 3293 (1967).
89. А. А. Гринберг, Н. И. Крамер, Докл. АН СССР, 157, 79 (1964).
90. T. Yamada, J. Phys. Soc. Japan, 20, 1424 (1965).
91. Э. М. Эпштейн, Ю. В. Гуляев, ФТТ, 9, 376 (1967).
92. M. Kogami, S. Tanaka, J. Phys. Soc. Japan, 30, 775 (1971).
93. А. П. Королюк, В. Ф. Рой, ФТП, 6, 556 (1972).
94. Ю. В. Гуляев, Э. М. Эпштейн, Письма в ЖЭТФ, 3, 410 (1966); ФТТ, 9, 864 (1967).
95. Э. М. Эпштейн, ФТТ, 11, 2874 (1969).
96. Э. М. Эпштейн, ФТТ, 7, 862 (1965).
97. Э. М. Эпштейн, Письма в ЖЭТФ, 7, 433 (1968).
98. О. А. Крылов, Э. М. Эпштейн, ФТП, 5, 185 (1971).
99. H. Bömmel, Phys. Rev., 100, 758 (1955).
100. A. B. Pippard, Phil. Mag., 2, 1147 (1957); Proc. Roy. Soc., A257, 165 (1960).
101. M. J. Harrison, Phys. Rev. Lett., 1, 442 (1958).
102. В. Л. Гуревич, ЖЭТФ, 37, 71 (1959).
103. Г. Л. Коткин, ЖЭТФ, 36, 941 (1959).
104. T. Kjeldgaard, T. Holstein, Phys. Rev. Lett., 2, 340 (1959).
105. M. H. Cohen, M. J. Harrison, W. A. Harrison, Phys. Rev., 117, 937 (1960).
106. N. G. Einspruch, IEEE Spectrum, 3, 116 (1966).
107. А. А. Абрикосов, Введение в теорию нормальных металлов, изд. Наука, М., 1972.
108. О. А. Крылов, Э. М. Эпштейн, Акуст. ж., 16, 409 (1970).
109. Ю. И. Балкарэй, Э. М. Эпштейн, ФТТ, 14, 81 (1972).
110. L. C. M. Miranda, Phys. Stat. Sol. (b), 60, 617 (1973).
111. В. В. Павлович, Э. М. Эпштейн, ФТП, 7, 346 (1973).
112. В. В. Павлович, Э. М. Эпштейн, ФТП, 6, 2245 (1972).
113. Э. М. Эпштейн, ФТТ, 10, 2945 (1968).
114. Э. М. Эпштейн, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 12, № 12, 1869 (1969).
115. Э. М. Эпштейн, ФТП, 3, 1065 (1969).
116. А. Б. Мигдал, ЖЭТФ, 34, 1438 (1958).
117. J. P. Maneval, A. Zylbersztein, D. Huet, Phys. Rev. Lett., 27, 1375 (1971).
118. D. G. Carlson, A. Segmüller, Phys. Rev. Lett., 27, 195 (1971); J. Phys. (France), 33, № 10, Suppl., 81 (1972).
119. В. Л. Гуревич, В. Г. Скобов, Ю. А. Фирсов, ЖЭТФ, 40, 786 (1961).
120. А. П. Королюк, ФТТ, 5, 3323 (1963).
121. N. Mikoshiba, J. Phys. Soc. Japan, 13, 759 (1958).
122. Э. А. Канер, ЖЭТФ, 43, 216 (1962).
123. B. W. Roberts, Phys. Rev. Lett., 6, 453 (1961).
124. А. П. Королюк, Л. Я. Мацаков, Письма в ЖЭТФ, 2, 291 (1966).
125. А. В. Pippard, Phil. Mag., 8, 161 (1963).
126. П. С. Зырянов, Г. Г. Талуд, ФММ, 14, 287 (1962).
127. K. Nakamiga, Progr. Theor. Phys., 30, 919 (1963).
128. Э. М. Эпштейн, Письма в ЖЭТФ, 13, 511 (1971).
129. В. А. Гринберг, Н. И. Крамер, ФТП, 7, 2346 (1973).

130. Г. Н. Шкердин, Диссертация, МФТИ, 1974
 131. В. Д. Каган, ФТТ, 9, 3293 (1967)
 132. П. Е. Зильберман, ФТТ, 10, 2088 (1968).
 133. Э. М. Эпштейн, Докл. АН СССР, 173, 320 (1967).
 134. G. Weingreis, Phys. Rev., 107, 317 (1957).
 135. Ю. В. Гуляев, ФТТ, 8, 3366 (1966).
 136. Э. М. Эпштейн, Письма в ЖЭТФ, 19, 641 (1974); ФТТ, 16, 2995 (1974)
 137. Г. Фэн, Фотон-электронное взаимодействие в кристаллах, изд. Мир, М., 1969.
 138. В. И. Пучков, Э. М. Эпштейн, ФТП, 7, 1878 (1973).
 139. А. А. Чабан, Письма в ЖЭТФ, 6, 967 (1967); ФТТ, 9, 3334 (1967); ФТТ, 11, 1973 (1969).
 140. В. М. Левин, Л. А. Чернозатонский, ФТТ, 11, 3308 (1969); ЖЭТФ, 59, 142 (1970); ФТТ, 15, 1243 (1973).
 141. N. Tzoag, Phys. Rev., 164, 518 (1967).
 142. В. М. Левин, Л. А. Чернозатонский, ФТТ, 15, 1596 (1973).
 143. R. K. Kaw, J. Appl. Phys., 44, 1497 (1973).
 144. Б. Робертс, сб. Физическая акустика, т. IV, ч. В, изд. Мир, М., 1970.
 145. И. Шапира, сб. Физическая акустика, т. V, изд. Мир, М., 1973.
 146. Ю. И. Балкарей, Э. М. Эпштейн, ФТТ, 15, 2066 (1973).
 147. Ю. И. Балкарей, Э. М. Эпштейн, ЖЭТФ, 63, 660 (1972).
 148. В. Л. Малевич, Э. М. Эпштейн, ФТП, 8, 181 (1974).
 149. И. А. Чайковский, сб. Оптические и кинетические эффекты в сильном электромагнитном поле, изд. Штиинца, Кишинев, 1974, стр. 79.
 150. L. C. M. Miranda, Phys. Lett., 46A, 25 (1973).
 151. А. П. Копасов, В. Я. Демиховский, ФТТ, 15, 3589 (1973).
 152. В. В. Павлович, Э. М. Эпштейн, ФММ, 37, 1322 (1974).
 153. М. М. Аракелян, ФТП, 8, 594 (1974).
 154. В. В. Павлович, Э. М. Эпштейн, ФТТ, 16, 2143 (1974).
 155. A. K. Agarwal, Phys. Stat. Sol. (a), 20, 237 (1973).
 156. V. P. Silin, A Survey of Phenomena in Ionized Gases, IAEA, Vienna, 1968, р. 205.
 157. Ю. М. Алиев, В. П. Силин, ЖЭТФ, 48, 901 (1965).
 158. Ю. М. Алиев, Э. Ферленги, ЖЭТФ, 57, 1623 (1969).
 159. В. П. Силин, ЖЭТФ, 48, 1679 (1965).
 160. Ю. М. Алиев, В. П. Силин, Х. Уотсон, ЖЭТФ, 50, 943 (1966).
 161. Ю. М. Алиев, Л. М. Горбунов, Р. Р. Рамазашвили, ЖЭТФ, 61, 1478 (1971).
 162. Г. Г. Матевосян, Краткие сообщения по физике, № 7, 13 (1972).
 163. N. Tzoag, Phys. Rev., 165, 511 (1968); IEEE Trans., ED-17, 245 (1970).
 164. J. I. Gersten, N. Tzoag, Phys. Rev. Lett., 27, 1650 (1971); Phys. Rev., B6, 1375 (1972).
 165. Н. Л. Цинцадзе, В. С. Паверман, ФТТ, 14, 3427 (1972).
 166. С. Сассато, G. Ferrante, A. Villari, Phys. Rev., B5, 425 (1972).
 167. Л. А. Островский, В. Г. Яхно, ФТТ, 15, 427 (1973).
 168. N. Tzoag, J. I. Gersten, Phys. Rev. Lett., 26, 1634 (1971).
 169. M. Sodha, D. P. Tewari, K. Juoti, V. K. Tripathi, J. Appl. Phys., 43, 3736 (1972).
 170. Ф. Г. Басс, В. А. Погребняк, ФТТ, 15, 2126 (1973).
 171. U. P. Phadke, A. K. Chakravarti, J. Appl. Phys., 44, 4783 (1973).
 172. V. K. Tripathi, D. P. Tewari, H. D. Pandey, A. K. Agarwal, J. Phys., D6, 363 (1973).
 173. P. K. Dubey, V. V. Ragapjare, Phys. Rev., B6, 1321 (1972).
 174. N. Tzoag, J. I. Gersten, Phys. Rev. Lett., 28, 1203 (1972).
 175. Ю. И. Балкарей, Э. М. Эпштейн, ФТТ, 14, 741 (1972).
 176. Ю. И. Балкарей, Э. М. Эпштейн, ФТП, 6, 1807 (1972).
 177. Г. Г. Матевосян, Краткие сообщения по физике, № 12, 29 (1973).
 178. Ю. И. Балкарей, В. В. Павлович, Э. М. Эпштейн, ФТТ, 14, 3297 (1972).
 179. Д. Пайнс, Проблема многих тел, ИЛ, М., 1963; Элементарные возбуждения в твердых телах, изд. Мир, М., 1965.
 180. M. Rothergantz, Phys. Rev. Lett., 13, 308 (1964).
 181. Ю. И. Балкарей, Э. М. Эпштейн, ЖТФ, 44, 1337 (1974).

182. R. H. Ritchie, Phys. Lett., **38A**, 189 (1972).
183. A. A. Lucas, M. Sunjic, J. Vac. Sci. Technol., **9**, 725 (1972), Surf. Sci., **32**, 439 (1972).
184. M. Sunjic, G. Toulouse, A. A. Lucas, Solid State Comm., **11**, 1629 (1972).
185. R. Ray, G. D. Mahan, Phys. Lett., **42A**, 301 (1972).
186. Ю. И. Балкарэй, Э. М. Эпштейн, ФТП, **6**, 762 (1972).
187. Э. М. Эпштейн, В. Я. Штейншрайбер, Изв. АН Азерб ССР, серия физ.-техн. и математ. наук, № 2, 68 (1972).
188. О. В. Константинов, В. И. Перель, ФТТ, **6**, 3364 (1964).
189. И. В. Карпова, С. Г. Калашников, Письма в ЖЭТФ, **6**, 954 (1967).

Поступила в редакцию
19 сентября 1974 г.

УДК 523.164.32

РАДИОАСТРОНОМИЧЕСКИЕ НАБЛЮДЕНИЯ ВОЛНОВЫХ ДВИЖЕНИЙ В АТМОСФЕРЕ СОЛНЦА С ПЕРИОДАМИ, КОРОЧЕ ОДНОЙ МИНУТЫ

Г. П. Апушкинский, Ю. В. Барышев, А. Н. Цыганов

При наблюдении флюктуаций потока радиоизлучения Солнца в 8-миллиметровом диапазоне проведено статистическое разделение флюктуаций солнечного и атмосферного происхождения. Использование чувствительного радиометра позволило обнаружить в спектре спокойного Солнца короткопериодические флюктуации с периодом около 11 с.

Эксперимент проводился на волне $\lambda = 8,5 \text{ м} \mu$ на 22-метровом радиотелескопе РТ-22 ФИАН СССР. Радиотелескоп с разрешением $\sim 2'$ «следил» за участком «спокойного» Солнца. Для наблюдения использовался чувствительный радиометр на ЛБВ с полосой 2,5 ГГц [1] с частичной компенсацией сигнала от ГШ. При исследовании Солнца на РТ-22 температура шумов радиотелескопа определяется антенной температурой от Солнца ($\sim 5000 \text{ K}$), и единственным способом увеличения чувствительности является расширение полосы радиометра. При работе по Солнцу широкополосный радиометр обеспечивал чувствительность 0,7 К, диаграммная модуляция не применялась.

Короткопериодические квазипериодические компоненты (КПК) флюктуаций потока радиоизлучения спокойного Солнца могут дать сведения о самых мелкомасштабных образованиях на Солнце, недоступных для наблюдений другими способами. Следует, однако, иметь в виду возможный эффект путаницы с флюктуациями, обусловленными шумами атмосферы. Эти шумы связаны с турбулентными пульсациями метеорологических полей температуры, давления и влажности, причем последние играют в 8-миллиметровом диапазоне основную роль. Учитывая это, мы использовали метод одновременно-последовательной записи флюктуаций атмосферы и флюктуаций Солнца вместе с атмосферой.

Исследование волновых движений в атмосфере Солнца по флюктуациям радиопотока [2–7] сводится к спектральному анализу флюктуаций напряжения на выходе радиометра. Наблюдаемые флюктуации можно рассматривать как случайный процесс, параметры которого оцениваются во время эксперимента [8]. Так как исследуемый случайный процесс нестационарен, то перед спектральным анализом он приводился к стационарному методом скользящего среднего [8]. Вычислялись следующие статистические характеристики: автокорреляционная функция $R(\tau)$, спектральная плотность мощности $S(f)$ и одномерная плотность распределения $p(x)$. Гистограмма функции распределения определялась как частота попадания значений выходного напряжения в определенный интервал по уровню. Для исходного процесса вычислялась также структурная функция $C(\tau)$. Обработка проводилась с помощью ЭВМ М-222. Было обработано 10 записей спокойного Солнца и 19 запи-

сей атмосферы, полученных с 27 июля по 24 августа 1972 г. Условия наблюдений и некоторые результаты даны в табл. 1. На двух записях (№ 1, 2 и 3 по табл. 1) обнаружен квазипериод ~ 11 с (частота $f \approx 0,09$ Гц), по-видимому, солнечного происхождения. Первая из этих записей была разбита на две части и подвергнута раздельной обработке, соответствующие квазипериоды оказались 11 и 10 с (№ 1, 2 в табл. 1).

Интервал достоверности КПК, согласно Тюки [8], для случая $T \approx 11$ с составляет около 80% (согласно критерию Фишера для проверки статгипотез результат несколько выше). Квазипериод КПК определен с точностью $\pm 10\%$, а амплитуда составляет 10—15 К в яркостных температурах.

На рис. 1 а приведены $R(\tau)$, $S(f)$, $C(\tau)$ и $p(x)$, полученные при наблюдениях за спокойным Солнцем 28.07.72 г. (по оси x — условные единицы уровня случайного процесса). Обработка записи флюктуаций радиоизлучения атмосферы примерно в те же часы и на тех же высотах дала квазипериод примерно 20 с (0,05 Гц) (рис. 1 б и № 4 в табл. 1) с достоверностью 60%.

На низких высотах в это время были другие условия облачности в атмосфере и был отмечен квазипериод около 85 с (табл. 1, № 5). В обоих случаях квазипериоды обозначались менее четко, чем для Солнца, и нестабильно.

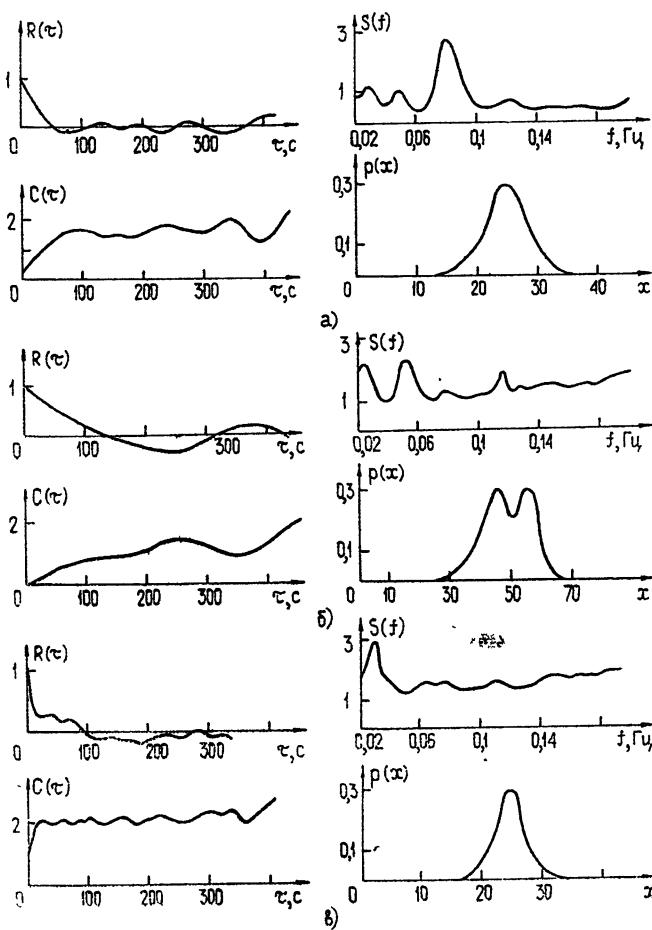


Рис. 1.

Таблица 1

№	Дата	Время москов- ское, час	Длительность, с	Объект	Метеоданные	Облач- ность	Некоторые результаты обработки		
							характерные периоды в спектре	период, с	функция распределения
1	28.07	~15	420—начало записи	Спокойное Солнце	$\rho=41\%$ $p=745 \text{ м.м}$ $t=29^\circ\text{C}$	Ясно	11; 33	1,5	Одногорбая
2	28.07	~15	420—конец записи	"	$\rho=41\%$ $p=745 \text{ м.м}$ $t=29^\circ\text{C}$	"	10; 33	1,5	"
3	27.07	~9	450	"	$\rho=40,5\%$ $p=747 \text{ м.м}$ $t=23,5^\circ\text{C}$	"	11; 40	2,5	"
4	28.07	~12	600	Атмосфера, $h=50^\circ$	$\rho=43\%$ $p=745 \text{ м.м}$ $t=29^\circ\text{C}$	"	20; 37	2,0	Двугорбая
5	28.07	~15	1100	Атмосфера, $h=10^\circ$	$\rho=41\%$ $p=745 \text{ м.м}$ $t=29^\circ\text{C}$	Разрывная	85	6,5	Одногорбая
6	27.07	~15	780	Спокойное Солнце	$\rho=33\%$ $p=745 \text{ м.м}$ $t=31,5^\circ\text{C}$	Ясно	100	6,5	Трехгорбая
7	8.08	~13	1500	"	$\rho=24\%$ $t=33^\circ\text{C}$	"	100	5,4	Двугорбая
8	22.08	~13	1400	"	"	"	100	5,2	Трехгорбая

Вид структурных функций для атмосферы указывает на нестационарный характер флуктуаций. Эта нестационарность менялась день ото дня, интервал стационарности варьировался в пределах от 200 до 2000 с.

Вид функций распределения для атмосферы и Солнца бывает «двугорбый» или «трехгорбый». Функция распределения такого вида может возникнуть при наличии смеси шумового и периодического сигналов, при наличии нестационарности или при нелинейных преобразованиях.

Схема входных цепей радиометра [1] давала возможность работы с диаграммной модуляцией 23'. Флуктуации атмосферы в этом случае подавлялись практически полностью. При полностью закрытом входе также неоднократно записывались собственные шумы радиометра. В них обнаружена компонента с периодом примерно 35 с (рис. 1 в и № 1—4 в табл. 1). В спектре флуктуаций Солнца нами отмечена также КПК с периодом ~ 100 с (№ 6—8 в табл. 1). КПК средней и большой длительности в спектре Солнца были открыты давно и подробно исследовались [2—7]. Короткопериодические КПК с периодами от секунд до минуты многократно наблюдались во время всплесков радиоизлучения Солнца [10]. Для спокойного Солнца они слабее, и данные о них получены впервые. Авторы хотели бы обратить внимание на возможность выявления короткопериодических КПК при использовании широкополосного чувствительного радиометра и соответствующей методики анализа.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Г. П. Апушкинский, Б. Я. Лосовский, А. А. Шеногин, А. Н. Цыганов, Труды АО ЛГУ, 30, 29 (1973).
- 2 О. И. Юдин, Изв. высш. уч. зав — Радиофизика, 11, № 4, 617 (1968).
- 3 О. И. Юдин, Докл. АН СССР, 180, 821 (1968).
- 4 М. С. Дурасова, Г. А. Лавринов, А. К. Чандаев, О. И. Юдин, Изв. высш. уч. зав — Радиофизика, 11, № 2, 1782 (1968).
- 5 М. М. Кобрин, А. И. Коршунов, А. К. Чандаев, Астрон. циркуляр, № 575, 1 (1970).
- 6 М. С. Дурасова, М. М. Кобрин, Б. Я. Лосовский, А. К. Чандаев, О. И. Юдин, Астрон. циркуляр, № 531, 1 (1969).
- 7 В. И. Алешин, М. М. Кобрин, А. И. Коршунов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 16, № 5, 747 (1973).
- 8 Г. Дженикис, Д. Ваттс, Спектральный анализ и его приложения, т. 1, 2, изд. Мир, М., 1971, 1972.
- 9 Э. Леман, Проверка статистических гипотез, изд. Мир, М., 1964.
- 10 М. М. Кобрин, Сб. докладов сессии Научного Совета по комплексной проблеме «Радиоастрономия», 27, ИЗМИРАН СССР, М., 1972.

Ленинградский государственный университет

Поступила в редакцию
2 января 1974 г.,
после доработки
10 ноября 1974 г.

RADIO ASTRONOMICAL OBSERVATIONS OF WAVE MOTIONS IN THE SOLAR ATMOSPHERE WITH PERIODS SHORTER THAN ONE MINUTE

G. P. Apushkinsky, Yu. V. Baryshev, A. N. Tsyanov

A statistical division of the solar radio emission flux fluctuations observed at 8 mm of solar and atmospheric origin is made. The use of a sensitivity radiometer allows short-lived fluctuations with the period of about 11 sec to be discovered in the spectrum of the quiet Sun.

УДК 523.42

О ВОЗМОЖНОСТИ РАДИОВИДЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ВЕНЕРЫ С ПОМОЩЬЮ БИСТАТИЧЕСКОГО РАДИОЛОКАТОРА

*А. Г. Павельев, О. И. Яковлев, С. С. Матюгов,
А. И. Кучерявенков, В. И. Каевицер*

Анализируется возможность радиовидения поверхности Венеры при приеме на Земле отраженных планетой радиоволн, излучаемых спутником Венеры. Рассматривается влияние мешающих факторов и потенциала бистатического локатора на разрешающую способность при построении изображения поверхности планеты.

1. Актуальность задачи радиовидения поверхности Венеры связана с тем, что плотный облачный покров планеты препятствует осуществлению наблюдений в оптическом диапазоне. Исследования поверхности Венеры радиолокационным методом начались в 1961 году в СССР [1] и в США [2]. К настоящему времени удалось получить радиолокационную карту части поверхности планеты с разрешением $100 \times 100 \text{ км}^2$ [3] и карту небольшого участка поверхности с несколько лучшим разрешением [4].

Новые возможности для изучения поверхности Венеры открываются спутниками планеты. Одна из них заключается в использовании бистатической радиолокации. В этом случае радиовидение поверхности планеты осуществляется при приеме на Земле отраженных от Венеры радиоволн, излучаемых ее спутником. Отраженные от поверхности радиоволны несут информацию о рельфе, структуре и плотности верхнего слоя поверхности.

Для обоснования возможности радиовидения поверхности планеты при бистатической радиолокации важно знание закономерностей отражения радиоволн неровной поверхностью, сферы. Теоретические и экспериментальные исследования отражения радиоволн для этого случая были проведены в работах [5–14] на примере лунной поверхности. В этих работах было показано, что измерение коэффициентов отражения радиоволн позволяет находить распределение диэлектрической проницаемости и плотности пород по поверхности, а анализ энергетического спектра отраженных радиоволн дает возможность исследовать степень неровности и распределение наклонов рельефа планеты. Авторы работ [8, 9, 11] пришли к выводу, что более тонкий анализ структуры отраженных радиоволн, аналогичный применяемому в радиоголографии и в радиолокационных станциях с синтезированной апертурой, дает возможность построить изображение поверхности при бистатической локации планеты. Цель данной работы состоит в анализе возможностей метода бистатической радиолокации для радиовидения поверхности Венеры.

2. Геометрия задачи представлена на рис. 1. На этом рисунке точка O — центр планеты, в точке T находится спутник Венеры, а в точке A — Земля. Для того, чтобы получить изображение, необходимо найти однозначное соответствие между координатами точки P на поверхности

планеты и интенсивностью принятой на Земле волны, рассеянной от малого участка поверхности с центром в этой точке. Волны, отраженные от разных участков поверхности, имеют различные допплеровские сдвиги частоты Δf вследствие движения спутника и разные времена запаздывания τ . Величина запаздывания есть $\tau = (R + r)/c$, где R, r — соответственно расстояние от передатчика T и Земли до точки P , c — скорость распространения радиоволн. Допплеровский сдвиг частоты Δf зависит от угла β между прямой TP и направлением вектора скорости спутника v :

$$\Delta f = \frac{v}{c} f \cos \beta, \quad (1)$$

где f — частота радиоволн. Поверхностями постоянных значений допплеровского сдвига частоты являются поверхности конусов с вершиной в точке T и осью, направленной вдоль вектора скорости спутника. Поверхностями постоянных значений τ являются поверхности эллипсоидов вращения, фокусы которых расположены в точках T и A . Элементарный участок поверхности с центром в точке P характеризуется допплеровским сдвигом частоты Δf_p и временем запаздывания τ_p .

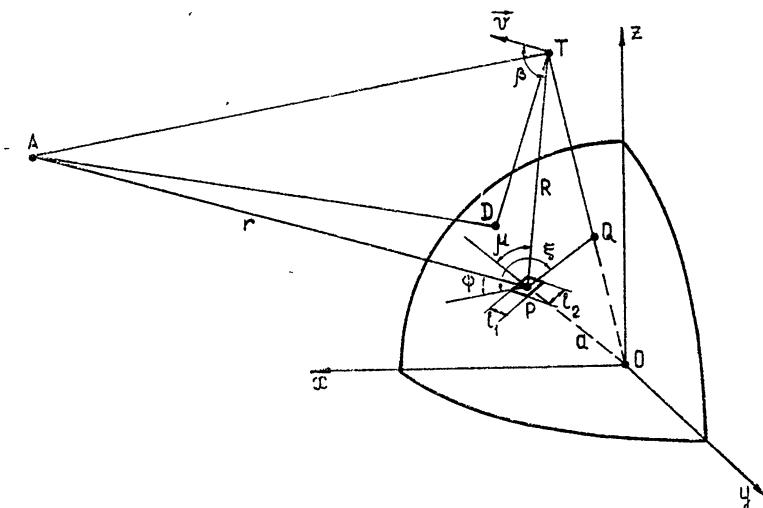


Рис. 1.

Элемент разрешения удобно представить в виде параллелограмма со сторонами l_1 и l_2 , где l_1 — размер элемента разрешения в направлении, перпендикулярном линиям равных допплеровских сдвигов частоты, l_2 — размер элемента разрешения по дальности, т. е. в направлении QP . Размеры участка l_1 и l_2 определяются разрешающей способностью по частоте $\delta f = T^{-1}$ (T — время когерентной обработки [19]), времени задержки $\Delta\tau = (\Delta F)^{-1}$ (ΔF — полоса частот модулированного сигнала) и углом α между нормалью к сферической поверхности планеты и нормалью к поверхности постоянного времени запаздывания в точке P :

$$l_2 = \frac{c}{\Delta F \sin \alpha},$$

$$\sin \alpha = \frac{(\sin^2 \mu + \cos^2 \psi + 2\cos \mu \cos \psi \cos \xi)^{1/2}}{[2(1 + \sin \psi \cos \mu + \sin \mu \cos \psi \cos \xi)]^{1/2}}. \quad (2)$$

Здесь μ — острый угол между нормалью к средней поверхности в точке P и прямой PT , ψ — угол скольжения радиоволн, ξ — угол между проекциями прямых PA и PT на плоскость, касательную к средней поверхности в точке P . Угол α равен нулю в точке правильного зеркального отражения D от гладкой сферической поверхности. Разрешающая способность по дальности в окрестности точки D определяется фокусирующими свойствами синтезированной апертуры [18] и аналогична разрешению по дальности при отсутствии модуляции:

$$l_2 \approx c_1 l_1^2 / \lambda, \quad (3)$$

где c_1 — численный множитель порядка единицы. Разрешающая способность в азимутальном направлении l_1 находится путем дифференцирования (1) по β с учетом равенства $l_1 = R\Delta\beta$:

$$l_1 = \lambda R / T v \sin \beta. \quad (4)$$

Из сравнения (4) и (3) видно, что при отсутствии модуляции разрешение по дальности при $l_1 > \lambda$ всегда хуже разрешения по азимуту.

Вследствие того, что поверхности равных допплеровских сдвигов частоты пересекают поверхность планеты в двух точках P и P' (рис. 2), которым соответствует одинаковое время запаздывания, имеются зоны неоднозначности. В случае бистатической радиолокации существует возможность разделения сигналов от зон неоднозначности. Увеличивая

размер синтезированной апертуры, т. е. уменьшая величину элемента разрешения l_1 , можно, используя фокусирующие свойства синтезированной апертуры (3), сделать величину l_2 много меньшей расстояния PP' (рис. 2). При этом разделение сигналов от зон неоднозначности возможно за счет того, что скорость изменения допплеровской частоты является различной для точек P и P' . С другой стороны, возможно разделение сигналов, отраженных от участков вблизи P и P' , за счет различия в законах изменения дальности $R + r$ и $R' + r'$ до точек P и P' . В этом случае при использовании сигнала с линейной частотной модуляцией время, необходимое для разрешения точек P и P' по дальности,

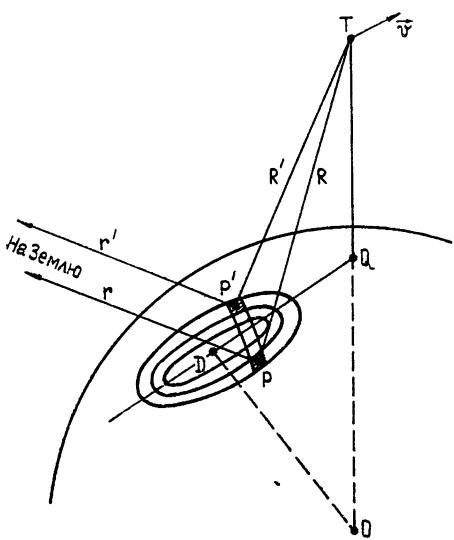


Рис. 2.

нестабильности, приближенно определяется выражением вида

$$\Delta t \approx mv^{-1}(cRR')^{1/2}[\Delta F_1|R - R'|]^{-1/2}, \quad (5)$$

где ΔF_1 — девиация частоты для линейно-частотного модулированного сигнала, m — постоянный коэффициент. Разделение сигналов от зон неоднозначности затруднено в случае, когда плоскость орбиты спутника совпадает с плоскостью, проходящей через спутник, центр планеты и точку зеркального отражения D .

При рассеянии радиоволн на неровной поверхности Венеры можно выделить две компоненты: диффузную, вызванную отражением от неровностей поверхности, радиус кривизны которых меньше длины волны, и квазизеркальную, возникающую при отражении от сравнительно гладких участков поверхности, радиус кривизны которых значительно превышает длину волны. Мощность квазизеркальной компоненты при отражении от поверхности Венеры примерно на 10 dB больше мощности диффузной компоненты, она пропорциональна коэффициенту отражения радиоволн от неровной поверхности сферы η^2 [5]. Коэффициент отражения η^2 можно приближенно определить как отношение плотности потока энергии отраженной волны к плотности потока энергии волны, падающей на область, существенную для отражения.

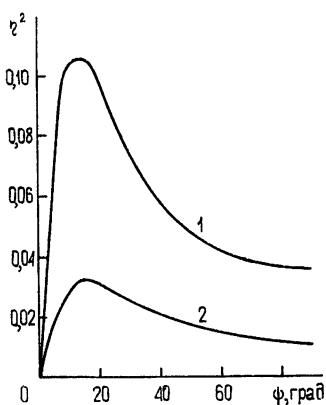


Рис. 3.

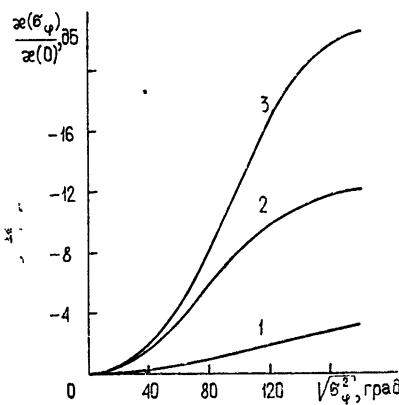


Рис. 4.

На рис. 3 представлена зависимость коэффициента отражения η^2 от угла скольжения ψ для двух значений высоты спутника над поверхностью Венеры. Кривые 1 и 2 даны соответственно для высот спутника 2800 и 11000 км. Расчеты выполнены по методике, изложенной в [20], для диэлектрической проницаемости $\epsilon = 4,7$ и дисперсии наклонов неровностей $V\gamma^2 = 0,072$. Из рис. 3 следует, что при углах скольжения $\psi < 10^\circ$ радиовидение затруднено, так как энергия рассеянных волн мала. В этом диапазоне углов ψ будут сильно сказываться поглощение и рефракция радиоволн в атмосфере Венеры, которые при расчетах кривых, изображенных на рис. 3, не принимались во внимание. Согласно [20] ослабление радиоволн будет малым для длин волн $\lambda > 10$ см, если $\psi > 15^\circ$. Из рис. 3 следует также, что коэффициент отражения увеличивается при уменьшении высоты спутника. Центр области, ответственной за создание квазизеркальной компоненты в рассеянном поле, совпадает с точкой D правильного зеркального отражения радиоволн от сферы (рис. 1). Размер области, существенной для отражения радиоволн, определяется величиной дисперсии наклонов неровностей γ^2 и расстоянием от точки D до передатчика T . Если $R < a$, где a — радиус планеты, то размер эффективно отражающей области можно приблизенно оценить величиной

$$\Delta = 4 \sqrt{2 \ln 2} \gamma a R / [2R + a \sin \psi]. \quad (6)$$

По данным [15] для Венеры $\gamma = 0,05 \div 0,09$ и, следовательно, $\Delta = 0,2 \div 0,3 R$. При $R = 10^3$ км, $\Delta = 200 \div 400$ км. Сравнительно малые размеры области, существенной для отражения радиоволн, позволяют судить при использовании немодулированного сигнала о расположении

грубых форм рельефа: гор, равнин в районах, над которыми пролетал спутник. Это было показано теоретически и подтверждено в экспериментах со спутниками Луны [6–14].

Для радиовидения поверхности важна контрастность изображения. Контрастность увеличивается из-за влияния эффекта затенения одних элементов поверхности другими, а также возрастает вследствие быстрого убывания радиояркости поверхности на краях зоны, существенной для отражения. Внутри этой зоны контрастность меняется вследствие зависимости коэффициента отражения от угла скольжения. В пределах зоны, существенной для отражения, угол скольжения, как следует из оценок параметра Δ в выражении (6), изменяется на величину порядка $12 \div 18^\circ$. Из рис. 3 видно, что коэффициент отражения наиболее сильно меняется вблизи значений $\psi = 20 \div 35^\circ$.

3. Наиболее серьезные ограничения, накладываемые на разрешающую способность метода бистатической радиолокации, связаны с фазовой нестабильностью отраженного сигнала. Флуктуации фазы появляются из-за уходов частоты генератора, влияния турбулентности межпланетной плазмы и атмосферы планеты. Квазизеркальная компонента отраженного сигнала также нестабильна по фазе. Механизм возникновения этой нестабильности можно проиллюстрировать на простом примере отражения радиоволн при нормальном падении на поверхность, представляющую собой ровные горизонтальные участки, протяженность и высота которых являются случайными функциями горизонтальной координаты.

Пусть источник радиоволн движется параллельно средней поверхности со скоростью v . Рассмотрим два предельных случая. Если размер ровных участков поверхности l много больше размера зоны Френеля $\sqrt{\lambda R}$, т. е. $l \gg \sqrt{\lambda R}$, тогда время корреляции фазовых флуктуаций при отражении имеет величину порядка l/v . Если $l \ll \sqrt{\lambda R}$, то изменения фазы становятся существенными за время $\sqrt{\lambda R}/v$.

Случайные изменения фазы отраженного сигнала ограничивают длину синтезированной апертуры, создают дополнительный шумовой фон, так называемый «фазовый шум» [17–19]. На рис. 4 приведены расчетные графики, показывающие величину уменьшения отношения мощности сигнала к шуму из-за изменения фазы сигнала. По горизонтальной оси отложена величина $\sqrt{\sigma_\varphi^2}$, где σ_φ^2 — дисперсия флуктуаций фазы. По вертикальной оси отложена в децибелах величина $\chi(\sigma_\varphi)/\chi(0)$, характеризующая уменьшение мощности сигнала на выходе согласованного фильтра $\chi(\sigma_\varphi)$ по отношению к уровню сигнала на выходе фильтра при отсутствии флуктуаций фазы $\chi(0)$. Кривым 1, 2, 3 на рис. 4 соответствуют различные значения отношения времени когерентной обработки T к времени корреляции флуктуаций фазы τ_φ : $T/\tau_\varphi = 1; 10; 100$.

Из рассмотрения рис. 4 следует, что нецелесообразно выбирать время T большим времени корреляции флуктуаций фазы. Отметим, что часть случайных изменений фазы, связанная с уходом частоты передатчика, с влиянием межпланетной плазмы, ионосферы и атмосферы Земли можно исключить с помощью опорного сигнала. В качестве такого можно использовать сигнал, распространяющийся по пути TA на рис. 1, для которого условия распространения являются приблизительно такими же, как и для отраженного сигнала. Однако часть флуктуаций, возникающих вследствие распространения в атмосфере Венеры и из-за отражения от неровной поверхности, таким способом не исключается. В принципе изменения фазы из-за влияния атмосферы Венеры можно исключить, используя в качестве опорного сигнал от цели на поверхности планеты, обладающей наибольшей фазовой стабильностью.

Таким образом, имеются возможности уменьшения влияния случайных изменений фазы отраженного сигнала, после чего достижение необходимой разрешающей способности будет определяться только потенциалом бистатического радиолокатора.

4. Величина отношения мощности сигнала к мощности шума на входе приемника определяет минимальные размеры элемента разрешения. Величина этого отношения определяется выражением вида

$$s = PGA \sigma (16\pi^2 R^2 r^2 k T_{\text{ш}} \Delta F)^{-1}, \quad (7)$$

где G — коэффициент усиления передающей антенны, P — средняя мощность передатчика, A — эффективная площадь приемной антенны, $T_{\text{ш}}$ — шумовая температура приемника, ΔF — полоса частот зондирующего сигнала, σ — эффективный поперечник рассеяния элемента разрешения, k — постоянная Больцмана.

Применение оптимальных методов приема позволяет увеличить отношение сигнала к шуму на выходе приемника в N раз, где N — коэффициент сжатия сигнала. Для случая равномерного распределения энергии отраженного сигнала по полосе частот выражение (9) запишется в виде

$$s = PGA \sigma T (16\pi^2 R^2 r^2 k T_{\text{ш}})^{-1}, \quad (8)$$

где T — время когерентной обработки [16]. Величина T в (8) зависит от размера элемента разрешения l_1 в соответствии с соотношением (4).

Эффективный поперечник рассеяния σ поверхности, занятой элементом разрешения, зависит от площади элемента разрешения и от коэффициента рассеяния η_1^2 [16]:

$$\sigma = l_1 l_2 \eta_1^2. \quad (9)$$

Величины l_1 , l_2 определяются формулами (2), (4). Подстановка (9) и (4) в (8) дает:

$$s = PGA \lambda R \eta_1^2 l_2 (16\pi^2 R^2 r^2 k T_{\text{ш}} v \sin \beta)^{-1}. \quad (10)$$

Из (9) следует, что отношение сигнала к шуму не зависит от величины элемента разрешения l_1 . Это связано с тем, что величина T обратно пропорциональна l_1 , а эффективный поперечник рассеяния прямо пропорционален размеру элемента разрешения.

Если время видимости элемента разрешения T_0 превышает время когерентной обработки T , то статистическая ошибка оценки отношения сигнала к шуму может быть уменьшена в $\sqrt{T_0/T}$ раз. Для уменьшения величины статистической ошибки оценки s можно также суммировать мощности сигналов от соседних элементов разрешения. При этом разрешающая способность ухудшается в $n_1 n_2$ раз, а среднеквадратичная ошибка оценки s уменьшается в $\sqrt{n_1 n_2}$ раз. Здесь $n_1 n_2$ — число суммируемых элементов, $n_1 = l'_1 l_1$, $n_2 = l'_2 l_2$, где l'_1 и l'_2 — размеры элемента разрешения после суммирования мощностей от отдельных элементов. С учетом этих соотношений для оценки отношения энергии сигнала к среднеквадратичной величине флуктуаций мощности шума на выходе приемника получаем в случае равномерного распределения мощности шума по полосе частот

$$s = PGA \eta_1^2 (16\pi^2 R^2 r^2 k T_{\text{ш}})^{-1} (v \sin \beta)^{-1/2} (\lambda R T_0 l'_1 l'_2 l_2)^{1/2}. \quad (11)$$

Выражение (11), так же как и (10), не зависит от l_1 .

Это важно для исключения неоднозначности по дальности за счет фокусирующих свойств синтезированной апертуры (3). Величину l_1

можно выбрать достаточно малой, чтобы исключить неоднозначность по дальности, а затем, применяя суммирование мощностей от отдельных участков, получить требуемое отношение сигнала к шуму и разрешающую способность I'_1 и I'_2 в соответствии с формулой (11).

На рис. 5 представлена зависимость отношения энергий сигнала и шума от размеров элемента разрешения в километрах. Потенциал бистатического радиолокатора при расчетах характеризовался фактором $B = PGA(16\pi^2 kT_w)^{-1/2}$. При вычислениях принимались следующие значения параметров, входящих в (11): $v \sin \beta = 3 \text{ км/с}$, $\eta_1^2 = 0,1$, $R = 10^3 \text{ км}$, $r = 10^8 \text{ км}$, $T_0 = 100 \text{ с}$. Кривая 1 на рис. 5 соответствует случаю излучения радиоволн со спутника и приему их на Земле. Значение B в этом случае равнялось $3 \cdot 10^{28} \text{ м}^{5/2} \text{ с}^{-1}$. Если в качестве критерия достижения заданной разрешающей способности использовать

отношение энергии сигнала к шуму по уровням $s=3$ и 10 , то, как видно из рис. 5, разрешение по поверхности в этом случае составляет $1,5$ и 4 км . Для радиовидения поверхности Венеры можно осуществлять излучение радиоволн с Земли, принимать на спутнике планеты отраженные от ее поверхности радиоволны и ретранслировать принятые сигналы на Землю. Использование этого метода увеличивает потенциал бистатического радиолокатора, хотя усложняет канал передачи информации. Этому случаю соответствует кривая 2 на рис. 5. При расчете значение B принималось равным $B = 3 \cdot 10^{29} \text{ м}^{5/2} \text{ с}^{-1}$. В этом случае при $s=3$ и 10 может быть достигнуто разрешение по поверхности соответственно $0,3$ и $0,7 \text{ км}$.

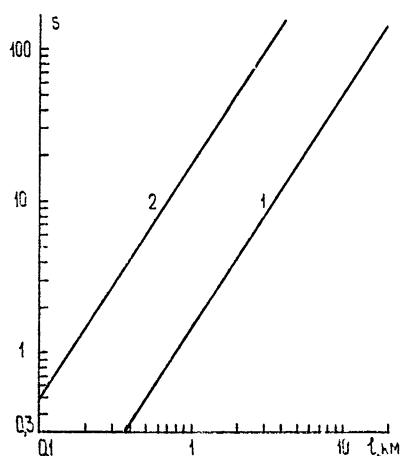


Рис. 5.

Из изложенного следует, что разрешающая способность при радиовидении поверхности Венеры с помощью бистатического радиолокатора определяется его потенциалом. При использовании высоконаправленной излучающей антенны спутника можно достичь разрешения по поверхности порядка 5 км . Если осуществлять облучение Венеры с Земли, а прием радиоволн на спутнике с последующей ретрансляцией сигнала на Землю, то на поверхности планеты будут разрешаться участки размером около 1 км .

Таким образом, в работе рассмотрена возможность радиовидения поверхности Венеры на основе локационных представлений, по существу же описанный метод является радиоголографическим.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Котельников и др., Докл. АН СССР, 145, № 5, 1035 (1962).
2. W. K. Victor, R. Stivens, Science, 134, № 3471, 46 (1961).
3. R. M. Goldstein, M. S. Rumsey, Icarus, 17, № 3, 699 (1972).
4. E. Driscoll, Science News, 104, № 5, 72 (1973).
5. G. L. Tyler, J. Geophys. Res., 71, № 6, 1559 (1966).
6. О. И. Яковлев, А. И. Ефимов, Докл. АН СССР, 174, № 3, 583 (1967).
7. О. И. Яковлев, А. И. Ефимов, С. С. Матюгов, Космические исследования, 6, № 3, 432 (1968).
8. О. И. Яковлев, С. С. Матюгов, К. М. Швачкин, Радиотехника и электроника, 15, № 7, 1339 (1970).
9. С. С. Матюгов, О. И. Яковлев, Б. Г. Грицайчук, Радиотехника и электроника, 16, № 9, 1545 (1971).

10. А Г Павельев, Радиотехника и электроника, **14**, № 11, 1923 (1969)
11. В И. Каевицер, С С. Матюгов, А Г Павельев, Г. М Петров, Б. И. Рогальский, О. И. Яковлев, Радиотехника и электроника, **19**, № 5, 936 (1974).
12. G. L. Tyler, V. R. Eshleman, G. Fjeldbo, H. T. Howard, A. M. Peterson, Science, **157**, № 3785, 193 (1967).
13. G. L. Tyler, R. A. Simpson, Radio Sci., **5**, № 2, 263 (1970).
14. G. L. Tyler, D. H. Ingalls, J. Geophys. Res., **76**, № 20, 4775 (1971).
15. T. Hagfors, Radio Sci., **5**, № 2, 189 (1970).
16. L. I. Cutrona, AIAA Paper, **70** (1970).
17. А П Рейтв, Б. А. Михайлов, Г С Кондратенков, Б В. Бойко, Радиолокационные станции бокового обзора, изд. Сов. радио, М, 1970.
18. Г С Сафронов, А П. Сафронова, Введение в радиогеодезию, изд. Сов. радио, М, 1973.
19. Н И. Буренин, Радиолокационные станции с синтезированной апертурой, изд. Сов. радио, М, 1972.
20. О И. Яковлев, Распространение радиоволн в Солнечной системе, изд. Сов. радио, М, 1974.

Институт радиотехники и электроники
АН СССР

Поступила в редакцию
15 февраля 1974 г.

ON THE POSSIBILITY OF RADIO VIEWING OF THE VENUS SURFACE BY BISTATIC RADAR

*A. G. Pavel'ev, O. I. Yakovlev, S. S. Matyugov, A. I. Kucheryavenkov,
V. I. Kaevitser*

The possibility of radio viewing of the Venus surface by receiving on the ground radio waves radiated by the Venus satellite and reflected by the planet is analysed. The influence of interference factors and bistatic radar potential on the resolving power when constructing the image of the planetary surface is considered.

УДК 621.396 67

КОАКСИАЛЬНЫЙ ОБЛУЧАТЕЛЬ ДЕЦИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА С ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕМ ПОЛЯРИЗАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ

В. И. Абрамов, И. Ф. Белов, А. А. Мельников

Описана конструкция облучателя параболической антенны для измерения линейно-поляризованной компоненты космического радиоизлучения. Облучатель вращается вокруг своей оси, и одновременно осуществляется переключение его поляризации с частотой модуляции, равной частоте опорного напряжения синхронного детектора приемника. Предлагаемая конструкция облучателя позволяет существенно уменьшить ошибки измерений, вызываемые различными побочными эффектами. Приводятся результаты измерений характеристик радиотелескопа с описываемым облучателем.

Измерение линейно-поляризованного космического радиоизлучения часто осуществляется путем вращения облучателя вокруг оси параболической антенны [1]. При этом температура антенны определяется выражением*

$$T_a = T_{\text{л}} \cos^2(\Omega t - \chi_0) + T_{\text{неп}} = \frac{1}{2} T_{\text{л}} \cos 2(\Omega t - \chi_0) + \frac{1}{2} T_{\text{л}} + T_{\text{неп}}, \quad (1)$$

где $T_{\text{л}}$ — температура поляризованного сигнала, $T_{\text{неп}}$ — температура неполяризованного фонового излучения, Ω — угловая скорость вращения облучателя, χ_0 — позиционный угол направления колебаний электрического вектора поляризованного сигнала.

Как правило, $T_{\text{неп}} \gg T_{\text{л}}$, поэтому для повышения точности измерений полезного сигнала (первого слагаемого в (1)) неполяризованное излучение $T_{\text{неп}}$ стремится скомпенсировать некоторым сигналом $T_{\text{экв}}$ эквивалента антенны. Обычно это осуществляется модуляционным методом путем переключения входа приемника с антенны на эквивалент с частотой f ($2\pi f \gg \Omega$), равной частоте опорного напряжения синхронного детектора.

Однако $T_{\text{неп}}$ непостоянна во времени, во-первых, из-за изменения положения диаграммы направленности (ДН) и неоднородности пространственного распределения источников радиоизлучения, во-вторых, из-за флуктуаций радиоизлучения атмосферы Земли, параметров СВЧ тракта и др. Разложение $T_{\text{неп}}(\Omega t)$ в ряд Фурье дает серию гармоник, причем вторая гармоника (побочные эффекты [1]) при единичном измерении неотличима от полезного сигнала. Поэтому компенсация неполяризованного фона $T_{\text{неп}}$ не всегда получается эффективной, и приходится дополнительно определять величину побочных эффектов [1].

Для существенного уменьшения влияния побочных эффектов от неполяризованного радиоизлучения при единичном измерении будем вращать облучатель антенны, поляризация которого периодически пере-

* Здесь не учитываются побочные эффекты, вносимые поляризованной помехой, например, частично поляризованным излучением Земли и пр. Для исключения этих эффектов можно использовать методы, описанные в [1].

ключается с частотой f на 90° [2, 3]. При этом выходной сигнал пропорционален величине

$$\Delta T = T_a^{(1)} - T_a^{(2)} = [T_a^{(1)} \cos^2(\Omega t - \chi_0) + T_{\text{неп}}^{(1)}] - \\ - [T_a^{(2)} \sin^2(\Omega t - \chi_0) + T_{\text{неп}}^{(2)}] \approx T_a \cos 2(\Omega t - \chi_0) + T_{\text{неп}}^{(1)} - T_{\text{неп}}^{(2)}. \quad (2)$$

Здесь $T_a^{(1)}, T_a^{(2)}$ — температура антенны при двух состояниях поляризации облучателя, $T_a = T_a^{(1)} \approx T_a^{(2)}$ — температура линейно-поляризованного сигнала. Если облучатель имеет симметричную ДН, одинаковые потери в обоих состояниях (в обоих плечах), а период модуляции много меньше времени изменения параметров неполяризованного фона, то $T_{\text{неп}}^{(1)} = T_{\text{неп}}^{(2)}$ и осуществляется точная компенсация фона. Кроме того, из сравнения (1) и (2) видно, что амплитуда полезного сигнала в последнем случае в 2 раза больше.

При учете связи между плечами вместо выражения (2) получаем

$$\Delta T \approx T_a \frac{1-\alpha^2}{1+\alpha^2} \sqrt{1+\tan^2 \psi} \cos \Theta \cos 2\left(\Omega t - \chi_0 + \frac{\psi \mp \Theta}{2}\right) + T_{\text{неп}}^{(1)} - T_{\text{неп}}^{(2)}, \quad (2a)$$

где α^2 — коэффициент связи по мощности, ψ — угол, определяемый разностью потерь запирания плеч, $90^\circ \pm \Theta$ — угол между поляризациями плеч. Из сравнения (2) и (2a) видно, что эти факторы приводят к смещению начала отсчета позиционного угла и незначительному уменьшению амплитуды полезного сигнала, которые легко учесть по измерению характеристик облучателя. Так, при $\alpha = 0,15$ ($16,5 \text{ dB}$) уменьшение амплитуды полезного сигнала составляет всего лишь 5%.

Для измерения поляризации космического радиоизлучения на $\lambda = 17 \text{ см}$ был изготовлен облучатель с электрически переключаемой поляризацией. Общий вид облучателя показан на рис. 1.

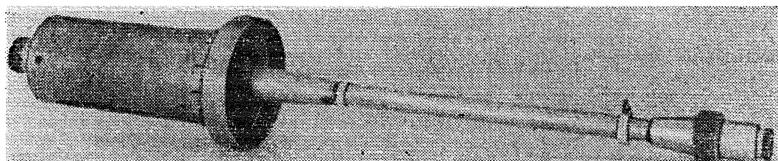


Рис. 1.

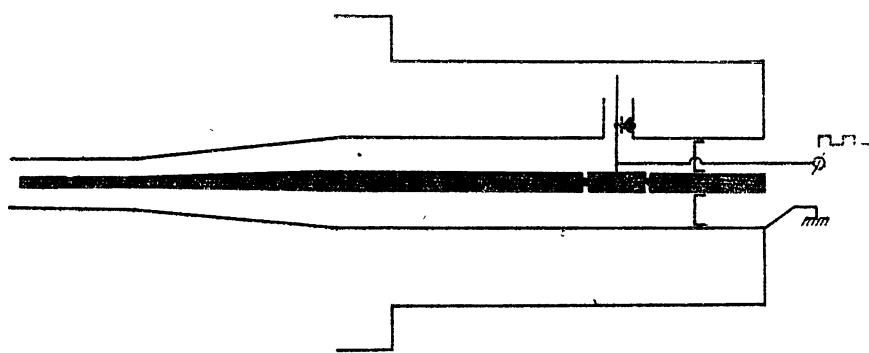


Рис. 2.

Облучатель представляет собой открытый конец коаксиального волновода, запитываемого со стороны раскрыва СВЧ кабелем. Такая

конструкция позволила использовать СВЧ кабель для крепления облучателя и не нарушала симметрии всей антенной системы. В коаксиальном волноводе (рис. 2, 3) с помощью двух взаимно перпендикулярных трубчатых излучателей возбуждались волны H_{11} . Для подавления паразитной симметричной волны ТЕМ и одновременного эффективного возбуждения волны H_{11} размеры внутренней и внешней труб коаксиального волновода выбирались из условия $\Delta H_{11}/4 = \lambda/2$ (где ΔH_{11} — длина волны типа H_{11} в коаксиальном волноводе, λ — длина волны в свободном пространстве), а задняя стенка устанавливалась на расстоянии $\lambda/2$ от излучателей. Для симметрирования ДН и уменьшения кроссполяризованного излучения облучателя в его раскрыве с помощью уступа возбуждались высшие моды H_{1n} , E_{1n} ; размеры уступа подбирались экспериментально.

В трубчатых излучателях (рис. 3) находились $p-i-n$ -диоды (2A5ОЗА), которые при подаче на них переменного напряжения поочередно запирали излучатели и, следовательно, переключали поляризацию. Оценка развязки между плечами облучателя проводилась при рассмотрении трубчатых излучателей с $p-i-n$ -диодами как коаксиальных выключателей с параллельным подключением диодов в линию передачи. При этом потери запирания, определяющие развязку, можно записать в виде [4]

$$L_3 = 10 \lg [1/\alpha^2] = 20 \lg (1 + \rho/2r), \quad (3)$$

где r — сопротивление открытого диода, ρ — волновое сопротивление линии. Для описываемого облучателя $L_3 = 15,2 \text{ dB}$. Экспериментальное значение $L_3^{\text{эксп}}$ оказалось близким к расчетному — $16,5 \text{ dB}$.

Облучатель был установлен в фокусе семиметровой параболической антенны. На рис. 4 приведены ДН этой антенны в E - и H -плоскостях, снятые по Солнцу. Как видно из рисунка, ДН отличаются незначительно. Более наглядно симметрию ДН характеризует разностная диаграмма, снятая по Солнцу при переключении поляризации антенны. Поскольку с высокой степенью точности можно считать, что в радиоизлучении Солнца отсутствует линейно-поляризованная составляющая, то переключение поляризации антенны (без вращения облучателя) эквивалентно переключению сечений ДН в E - и H -плоскостях. При этом разностная диаграмма описывается выражением

$$\Delta T(\theta) = T_{s/E}(\theta) - T_{s/H}(\theta), \quad (4)$$

где $T_{sE}(\theta)$, $T_{sH}(\theta)$ — температура антенны при прохождении Солнца через ДН в E - и H -плоскостях.

На рис. 5 приведена зависимость $\Delta f(\theta) = \frac{\Delta T(\theta)}{T_{sI}(0)}$. Из рисунка видно, что максимум $\Delta f(\theta)$ составляет $6 \cdot 10^{-3}$ и несколько смещен от центра. Таким образом, с точностью до 0,6% ДН антенны можно считать симметричной.

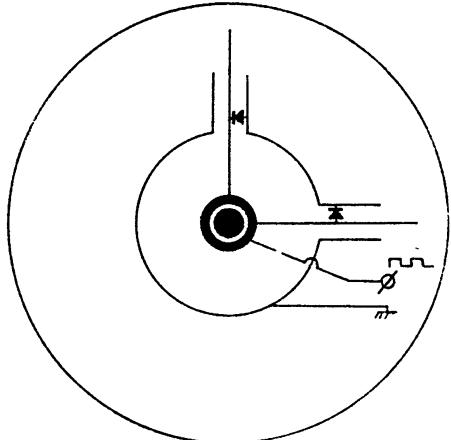


Рис. 3.

Коэффициент использования поверхности антенны, измеренный по радиоизлучению Кассиопеи-А, оказался равным 0,69.

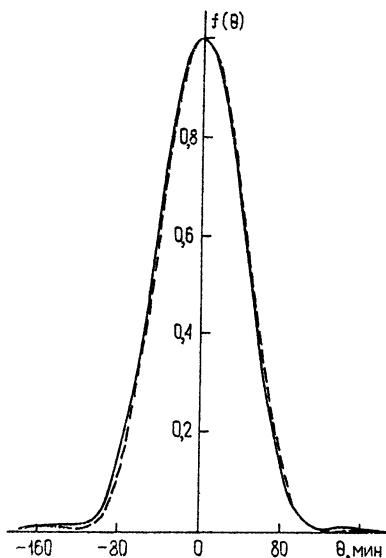


Рис. 4.

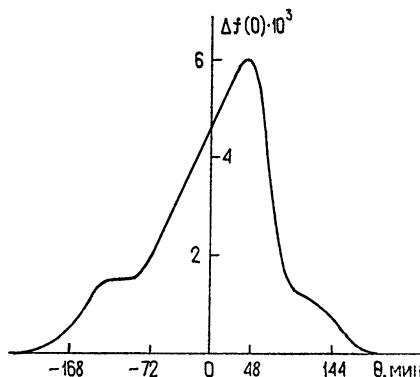


Рис. 5.

Авторы выражают признательность В. А. Разину за обсуждение результатов работы и полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Разин, В. В. Хрулев, В. Т. Федоров, С. А. Волохов, А. А. Мельников, А. М. Пасека, Л. В. Пупышева, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, **11**, № 10, 1461 (1968).
2. В. А. Разин, Астрон. ж., **35**, 241 (1958).
3. R. G. Bingham, Mon. Not. R. Astr. Soc., **134**, 327 (1966).
4. Б. В. Сестрорецкий, Л. С. Либерман, сб. Теория СВЧ выключателей на полупроводниковых диодах, под ред. Я. А. Федотова, изд. Сов. радио, М., 1964, стр. 32.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
23 июля 1974 г.

A dm COAXIAL RADIATOR WITH SWITCHING POLARIZATION OF RADIATION

V. I. Abramov, I. F. Belov, A. A. Mel'nikov

A design of a parabolic antenna feed for measuring the linearly polarized component of cosmic radio emission is described. The feed rotates about its axis and the switching of its polarization with modulation frequency being equal to the frequency of the reference voltage of synchronous detector of the receiver is simultaneously realized. The design suggested reduces essentially the measurement errors caused by different spurious effects. The results of measuring the characteristics of the radio telescope with the feed described are presented.

УДК 533.951

ВЫНУЖДЕННОЕ ТЕМПЕРАТУРНОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ПЛАЗМЕ

A. Г. Литвак, В. А. Миронов

Рассматривается линейная стадия температурного рассеяния электромагнитной волны в изотропной плазме со слабым поглощением. Вычислены инкременты неустойчивостей и определены значения пороговых полей. Выяснены условия, при которых рассматриваемые эффекты сильнее аналогичных бесстолкновительных эффектов.

Эффекты вынужденного рассеяния электромагнитных волн в нелинейных диэлектриках исследованы достаточно подробно. В последнее время усилился интерес к подобным явлениям в плазме, в частности, в связи с широко дискутируемой в литературе ролью процессов нелинейного обратного рассеяния излучения в плазме лазерного УТС [1]. Обычно обсуждаются лишь процессы вынужденного рамановского и бриллюэновского рассеяния бесстолкновительного типа. Физический механизм этих процессов заключается в том, что в поле двух волн (рассеянной и накачки) возникает модуляция электромагнитного давления, приводящая к возбуждению продольных ионно-звуковых или ленгмюровских колебаний плазмы и экспоненциальному росту рассеянного излучения. Хорошо известно, что при наличии соударений важную роль могут также играть тепловые нелинейные эффекты, связанные с изменением газокинетического давления плазмы вследствие ее омического нагрева в электромагнитном поле, причем, как следует из теории само-воздействия волн в плазме, тепловые нелинейные эффекты сильнее бесстолкновительных (обычно называемых стрикционными), если длина свободного пробега электронов l мала по сравнению с характерным размером неоднородности поля L_E ,

$$l \ll L_E. \quad (1)$$

Приведенные в данной работе результаты исследования линейной стадии процессов вынужденного температурного рассеяния (ВТР) электромагнитных волн в изотропной плазме со слабым поглощением* показывают, что и эффекты ВТР сильнее обычных бесстолкновительных процессов, если выполнено соотношение (1), в котором $L \approx 1/\chi$ (χ — волновое число пространственных биений, создаваемых накачкой и рассеянной волной)**. Поэтому процессы ВТР необходимо учитывать при анализе условий распространения интенсивного излучения в лабораторной и космической плазме.

Рассмотрим рассеяние поперечной электромагнитной волны в поперечную волну того же типа, происходящее в прозрачной плазме

* Нелинейные эффекты, обусловленные изменением минимой части диэлектрической проницаемости, рассмотрены в [2, 3].

** В конденсированных средах процессы ВТР играют доминирующую роль, лишь при достаточно большом коэффициенте поглощения [1].

($\omega > \omega_p$, ω_p — плазменная частота). В этом случае исходную линеаризованную систему уравнений для возмущений электрического поля, плотности и температуры плазмы можно представить в виде

$$\Delta E - 2i \frac{\omega_0^2}{c^2} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\omega_0^2}{c^2} \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \left(1 + n + i \frac{\gamma}{\omega} \right) \right] E = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 n}{\partial t^2} - v_s^2 \Delta n - v_s^2 \Delta \theta + \gamma_s \frac{\partial n}{\partial t} = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\delta \gamma \theta + \frac{\sigma}{n_0 T_0} |E|^2 + \frac{v_T^2}{v} \Delta \theta. \quad (4)$$

Здесь $E(t, r)$ — медленно (в масштабе $2\pi/\omega_0$) меняющаяся амплитуда электрического поля $E = E(t, r) \exp(i\omega_0 t)$, n_0 , T_0 , n , θ — соответственно невозмущенные значения концентрации и температуры электронов и их относительные возмущения, $v_s = \sqrt{\frac{T_0}{M}}$ — скорость ионного звука, M — масса иона, γ_s — декремент затухания ионного звука, определяемый как столкновениями частиц, так и их бесстолкновительным взаимодействием с волной, $\sigma = \frac{\omega_p^2}{8\pi\omega_0^2}$ — проводимость плазмы, δ — относительная доля энергии, передаваемая электроном тяжелой частице при одном столкновении.

В пренебрежении затуханием волны накачки, полагая

$$E = E_0 \exp(-ik_0 r) + E_1 \exp(-ik_1 r + i\Omega t) \quad (E_1 \ll E_0),$$

$$n, \theta \sim \exp(i\Omega t - ixr), \quad x = k_1 - k_0, \quad k_0 = \frac{\omega_0}{c} \sqrt{\epsilon_0},$$

$$\epsilon_0 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2},$$

из системы (2) — (4) получаем следующее дисперсионное уравнение:

$$\begin{aligned} & \left[-x(x + 2k_0) + 2 \frac{\omega_0}{c^2} (\Omega - i\gamma_t) \right] [x^2 v_s^2 - \Omega^2 + i\Omega\gamma_s] = \\ & = \frac{\omega_p^4}{\omega_0^2 c^2} \frac{E_0^2 \cos^2 \chi}{8\pi n_0 M} \frac{x^2}{(i\Omega/v + x^2 l^2)}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\gamma_t = \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \frac{v}{2}$ — линейный декремент затухания поперечной волны, $x = L(E_0 E_1)$. Очевидно, что в отсутствие накачки ($E_0 = 0$) уравнение (5) распадается на независимые дисперсионные уравнения для поперечной волны и ионного звука.

Рассмотрим далее обратное рассеяние ($x = x_0 + \Delta$, где $x_0 = -2k_0$, $\Delta \ll x_0$), когда инкремент неустойчивости максимальен. При этом из (5) находим

$$\left[2 \frac{\omega_0(\Omega - i\gamma_t)}{c^2} - x_0 \Delta \right] (x_0^2 v_s^2 - \Omega^2 + 2x_0 \Delta v_s^2 + i\Omega\gamma_s) = \quad (6)$$

$$= \frac{\omega_p^4}{\omega_0^2 c^2} \frac{E_0^2 \cos^2 \chi}{8\pi n_0 M} \frac{x_0^2}{(i\Omega/v + x_0^2 l^2)}.$$

Заметим, что в условиях преобладания тепловых эффектов над стрикционными (1) ионный звук является сильнозатухающим ($\Omega_s = x_0 v_s \ll \gamma_s$). Поэтому в безграничной плазме при небольшом превышении напряженности поля накачки над пороговым значением $E_{\text{пор}}$, полагая в (6) $\Omega = \Omega_1 + i\Gamma$, $\Omega_1 = (x_0 + \Delta)v_s$, $\Delta = 2k_0 \frac{v_s}{c}$, находим

$$\Gamma = -\gamma_t \left(\frac{E_0^2}{E_{\text{пор}}^2} - 1 \right), \quad (7)$$

где

$$\frac{E_{\text{пор}}^2}{8\pi n_0 T_0} = 2 \frac{\gamma_t \gamma_s \omega_0^3 \Omega_s M}{\omega_p^4 v^2 m \cos^2 \chi} \geq \frac{\Omega_s}{\omega_t} \frac{\omega_0}{\omega_p \cos^2 \chi}. \quad (8)$$

Для амплитуды осцилляций электрона в пороговом поле имеем выражение

$$\frac{v_T^2}{v_T^2} = 4 \frac{\gamma_t \gamma_s \omega_0 \Omega_s M}{\omega_p^2 v^2 m \cos^2 \chi} \geq 2 \frac{\Omega_s}{\omega_t} \frac{\omega_p}{\omega_0 \cos^2 \chi}. \quad (9)$$

Здесь v_T — тепловая скорость электронов

При достаточно большом превышении поля накачки над пороговым неустойчивость низкочастотных движений является апериодической и временной инкремент ее, определяемый уравнением (6), в различных предельных случаях приведен в табл. 1.

Таблица 1

Инкремент неустойчивости	Условие
$\left(\frac{\gamma \omega_p^4}{\omega_0^3} \frac{x_0^2 E_0^2}{16\pi n_0 M} \right)^{1/4}$	$\Gamma > \max(\gamma_t, \gamma_s, x_0 v_s, \sqrt{x_0^2 l^2})$
$\left(\frac{\gamma \omega_p^4}{\omega_0^3 \gamma_t} \frac{x_0^2 E_0^2}{16\pi n_0 M} \right)^{1/3}$	$\gamma_t > \Gamma > \max(\gamma_s, x_0 v_s, \sqrt{x_0^2 l^2})$
$\left(\frac{\gamma \omega_p^4}{\omega_0^3 \gamma_s} \frac{x_0^2 E_0^2}{16\pi n_0 M} \right)^{1/3}$	$\gamma_s > \Gamma > \max(\gamma_t, x_0 v_s, \sqrt{x_0^2 l^2})$
$\left(\frac{\omega_p^4}{\omega_0^3 l^2} \frac{E_0^2}{16\pi n_0 M} \right)^{1/3}$	$\min(\sqrt{x_0^2 l^2}, x_0 v_s) > \Gamma > \max(\gamma_t, \frac{x_0^2 v_s^2}{\gamma_s})$
$\left(\frac{\omega_p^4}{\omega_0^3 \gamma_s l^2} \frac{E_0^2}{16\pi n_0 M} \right)^{1/2}$	$\min(\gamma_s, \sqrt{x_0^2 l^2}) > \Gamma > \max(x_0 v_s, \gamma_t)$
$\left(\frac{\omega_p^4}{\omega_0^3 \gamma_t l^2} \frac{E_0^2}{16\pi n_0 M} \right)^{1/2}$	$\min(\gamma_t, \sqrt{x_0^2 l^2}) > \Gamma > \max(x_0 v_s, \gamma_s)$
$\left(\frac{\gamma \omega_p^4}{\omega_0^3 \gamma_t \gamma_s} \frac{E_0^2}{16\pi n_0 M} \right)^{1/2}$	$\min(\gamma_t, \gamma_s) > \Gamma > \max(x_0 v_s, \sqrt{x_0^2 l^2})$

Совершенно аналогично из (6) можно определить и стационарный пространственный инкремент ВТР, реализующийся при распространении излучения в ограниченной плазме. Максимального своего значения инкремент достигает при $\Omega \approx x_0 v_s$ и равен

$$K = \frac{\gamma_t}{cV\epsilon_0} \left(\frac{E_0^2}{E_{\text{пор}}^2} - 1 \right). \quad (10)$$

Сравнивая полученные выше инкременты температурного рассеяния с аналогичными выражениями в бесстолкновительной плазме, нетрудно установить, что в соответствии с качественными соображениями ВТР является доминирующим при выполнении условия $x_0 l < 1$, которое в случае обратного рассеяния можно представить в виде $\frac{v}{\omega_0} > 2 \frac{v_T}{c}$.

Отметим еще, что приведенными соотношениями можно пользоваться и для определения инкремента неустойчивости волны, рассеянной под углом φ , если заменить E_0^2 на $\frac{1 - \cos^2 \varphi}{2} E_0^2$.

Выше мы рассматривали рассеяние поперечной волны в поперечную, реализующееся в прозрачной плазме. В области плазменного резонанса ($\epsilon_0 \approx 0$) становится возможным вынужденное температурное рассеяние электромагнитных волн в плазменные. Поскольку в этом случае поле накачки имеет квазистатическую структуру ($|\mathbf{k}_t| \ll k_l$), его можно считать однородным. Очевидно, что при этом максимальным инкрементом обладают колебания, распространяющиеся в направлении электрического поля накачки E_0 . Выражения для инкрементов неустойчивости при этом совпадают с найденными выше — в них только следует положить $\omega_0 = \omega_p$ и $x_0 = k_l$. Поэтому условие преобладания тепловых эффектов в этом случае параметрической неустойчивости плазменных колебаний имеет вид $k_l l < 1$. Ясно, что это условие может реализоваться лишь для достаточно длинноволновых плазменных колебаний.

В заключение заметим, что одним из существенных факторов стабилизации неустойчивости ВТР может являться обычный однородный в пространстве омический нагрев плазмы в поле волны накачки, который должен приводить к увеличению порогового поля. Например, как известно [2], если характерный размер неоднородности поля удовлетворяет условию $L_e \gg l/V\delta$, температура электронов за время $\tau_T = (\delta v_e)^{-1}$ достигает стационарного значения $T_e = T_0 \left(1 + \frac{E_0^2}{E_p^2} \right)$. Нетрудно убедиться, что при небольшом превышении над порогом омический нагрев приводит к стабилизации неустойчивости, если выполнено условие $\delta < \frac{\omega_p}{\omega_l} \frac{\Omega_s}{\omega_0}$. При выполнении обратного неравенства нелинейная стадия ВТР протекает подобно обычным бесстолкновительным процессам.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Галеев, Р. З. Сагдеев, М. Розенблют, Г. Ловаль, Т. О. Нейл, ЖЭТФ, 65, 973 (1973).
2. А. В. Гуревич, А. Б. Шварцбург, Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере, изд. Наука, М., 1973.
3. Н. А. Митяков, М. И. Рабинович, В. О. Рапопорт, Л. Е. Штильман, ЖЭТФ, 65, 1893 (1973).
4. R. M. Hertman, M. A. Gray, Phys. Rev. Lett., 19, 824 (1967).

**STIMULATED THERMAL SCATTERING OF ELECTROMAGNETIC WAVES
IN PLASMA***A. G. Litvak, V. A. Mironov*

A linear stage of thermal scattering of an electromagnetic wave in the isotropic plasma with weak absorption is considered. The increments of instabilities are calculated and threshold fields are defined. The conditions when the considered effects are stronger than the similar collisionless effects are clarified.

УДК 550.383 : 523.165

АНОМАЛЬНАЯ ДИССИПАЦИЯ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ВОЛН В МАГНИТОСФЕРЕ ПРИ РАЗВИТОЙ ИОННО-ЗВУКОВОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

B. A. Липеровский, M. Хакимова

Рассмотрено затухание магнитогидродинамических волн в плазме с развитой ионно-звуковой турбулентностью в условиях, когда частота волн намного меньше частоты коллективных соударений и уровень турбулентности не настолько высок, чтобы учитывать индуцированное рассеяние волн на ионах. Показано, что в противоположность случаю затухания волн при парных соударениях, когда вклады электронов и ионов в выражении для декремента сильно компенсируют друг друга, для коллективных соударений такой компенсации не наблюдается, и сильно затухают колебания с частотой ниже $\omega_{\min} = 0,25 (W^S/nT) (m_e/m_i) \omega_{pe}$, что в условиях магнитосферы Земли составляет 10^{-2} c^{-1} .

1. Известно, что во время магнитосферных суббурь магнитогидродинамические колебания в магнитосфере, проявляющиеся на Земле как пульсации $P_{1/2}$ и имеющие период 40—100 с, затухают более сильно, чем в «магнитоспокойное» время [1-3]. При этом усиление затухания связывается с возбуждением в магнитосфере ионно-звуковой турбулентности при протекании достаточно сильных продольных токов. Задача настоящей заметки — обратить внимание на специфические особенности такого поглощения, следующие из существующей теории слабой турбулентности, в условиях, когда амплитуда магнитогидродинамических волн достаточно мала и допустима линейная аппроксимация, а частота волн много меньше частоты коллективных соударений.

2. Диссипация магнитогидродинамических волн из-за обычных кулоновских столкновений специфически мала из-за больших эффектов компенсации, которые в конечном счете обязаны сохранению полного импульса при электронно-ионных соударениях. Действительно, при малых частотах электронно-ионных соударений соударения могут учитываться по теории возмущений:

$$\delta f_{\alpha}^{(1)} = \frac{i e_{\alpha} f_{0\alpha}}{2 T_z} E_x v_{\perp} \left(\frac{e^{i\varphi}}{\omega + \omega_{H\alpha}} + \frac{e^{-i\varphi}}{\omega - \omega_{H\alpha}} \right) \\ \left(\omega_{H\alpha} = \frac{e_{\alpha} H}{m_{\alpha} c} \right), \quad (1)$$

где $\delta f_{\alpha}^{(1)}$ есть точное решение уравнения без правой части, в котором мы не учитываем поправок, связанных с пространственной дисперсией при нахождении малого эффекта кулоновских соударений:

$$-i\omega \delta f_{\alpha} - \omega_{H\alpha} \frac{\partial \delta f_{\alpha}}{\partial \varphi} + e_{\alpha} (E v) \frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial \varepsilon} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{st}, \\ \delta f_{\alpha} = \delta f_{\alpha}^{(1)} + \delta f_{\alpha}^{(2)}. \quad (1a)$$

Здесь $E = E_x i$ принимается направленным по оси x , H_0 направлено по оси z , $f_{0\alpha}$ — максвелловские функции распределения, так что $\frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial \varepsilon} = -(1/T_\alpha) f_{0\alpha}$.

Поправки к функции распределения, связанные с электронно-ионными соударениями, могут быть записаны в следующем виде:

$$\delta f_\alpha^{(2)} = \sum e^{in\varphi} \delta f_{\alpha n}^{(2)},$$

$$\delta f_{\alpha n}^{(2)} = \frac{i}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{st} \frac{e^{-in\varphi} d\varphi}{\omega + n \omega_{n\alpha}}.$$
(2)

В случае электронно-ионных столкновений столкновительный член содержит скорость электронов относительно ионов. Учитывая, что средняя тепловая скорость ионов меньше средней тепловой скорости электронов, столкновительный член может быть разбит на две части:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{st} = \left[\frac{\partial f}{\partial t} \right]_{st_1} + \left[\frac{\partial f}{\partial t} \right]_{st_2},$$
(3)

где в выражении

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial f}{\partial t} \right]_{st_1} &= \frac{\partial}{\partial p_i} \int d\mathbf{p}' \sum_\beta I_{ij}^{\alpha\beta} \left(\frac{p}{m_\alpha} \right) \left[f'_{0\beta} \frac{\partial f_\alpha^{(1)}}{\partial p_j} + \delta f'_\beta \frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial p_j} - \right. \\ &\quad \left. - f_{0\alpha} \frac{\partial f'_\beta}{\partial p'_j} - \delta f_\alpha \frac{\partial f'_{0\beta}}{\partial p'_j} \right], \\ I_{ij}^{\alpha\beta}(p) &= 2\pi e_\alpha^2 e_\beta^2 L \frac{m}{p} \left(\delta_{ij} - \frac{p_i p_j}{p^2} \right) \end{aligned}$$
(4)

пренебрежено скоростью ионов по сравнению со скоростью электронов, а в

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial f}{\partial t} \right]_{st_2} &= \frac{\partial}{\partial p_i} \int d\mathbf{p}' \sum_\beta \left(-\frac{m_\alpha}{m_\beta} \right) p'_s \frac{\partial}{\partial p_s} I_{ij}^{\alpha\beta} \left(\frac{p}{m_\alpha} \right) \times \\ &\quad \times \left[f'_{0\beta} \frac{\partial \delta f_\alpha^{(1)}}{\partial p_j} + \delta f'_\beta \frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial p_j} - f_{0\alpha} \frac{\partial \delta f'_\beta}{\partial p'_j} - \delta f_\alpha \frac{\partial f'_{0\beta}}{\partial p'_j} \right] \end{aligned}$$
(5)

учитывается малая поправка.

Подставляя в (2) выражения (4), (5), (1), легко находим ток

$$j_{x\alpha}^{(2)} = e_\alpha \int \mathbf{v}_x \delta f_\alpha^{(2)} d\mathbf{v}$$

и далее мнимую часть диэлектрической проницаемости.

За счет (4) имеем

$$\text{Im } \varepsilon_{||e}^{(1)} = \frac{\gamma_{\text{ФФ}}}{\omega} \frac{\omega_{pi}^2}{(\omega^2 - \omega_{He}^2)} \frac{m_i}{m_e},$$
(6)

а за счет (5) —

$$\text{Im } \varepsilon_{||e}^{(2)} = \frac{\gamma_{\text{ФФ}}}{\omega} \frac{\omega_{pi}^2 (\omega^2 + \omega_{He} \omega_{Hi})}{(\omega^2 - \omega_{He}^2)(\omega^2 - \omega_{Hi}^2)}.$$
(7)

В низкочастотном пределе $\omega \ll \omega_{Hi}$ величины (6) и (7) компенсируют друг друга.

С учётом малых поправок порядка $(\omega/\omega_{Hi})^2$ получаем

$$\operatorname{Im} (\varepsilon_{||e}^{(1)} + \varepsilon_{||e}^{(2)}) = -\frac{\gamma_{\text{эфф}}}{\omega} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}^2} \frac{\omega^2}{\omega_{Hi}^2}. \quad (8)$$

Аналогичным образом рассчитываем вклад ионов

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} (\varepsilon_{||i}^{(1)} + \varepsilon_{||i}^{(2)}) &= \frac{\gamma_{\text{эфф}}}{\omega} \omega_{pi}^2 \left[\frac{2(\omega^2 + \omega_{He} \omega_{Hi})}{(\omega^2 - \omega_{He}^2)(\omega^2 - \omega_{Hi}^2)} + \dots \right. \\ &\quad \left. + \frac{m_e}{m_i} \frac{2(\omega^2 + \omega_{Hi}^2)}{(\omega^2 - \omega_{Hi}^2)} \right] \approx \frac{\gamma_{\text{эфф}}}{\omega} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}^2} \left(4 \frac{\omega^2}{\omega_{Hi}^2} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Полное затухание альфвеновских волн определяется формулой

$$\gamma = -\frac{\omega^2 \operatorname{Im} \varepsilon_{||}}{\frac{\partial}{\partial \omega} \omega^2 \operatorname{Re} \varepsilon^A} = -\frac{3}{2} \frac{m_e}{m_i} \left(\frac{\omega}{\omega_{Hi}} \right)^2 \gamma_{\text{эфф}}, \quad (10)$$

где

$$\operatorname{Im} \varepsilon_{||} = \operatorname{Im} (\varepsilon_{||e}^{(1)} + \varepsilon_{||e}^{(2)} + \varepsilon_{||i}^{(1)} + \varepsilon_{||i}^{(2)}) = 3 \frac{\gamma_{\text{эфф}}}{\omega} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}^2} \frac{\omega^2}{\omega_{Hi}^2},$$

$$\gamma_{\text{эфф}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{L}{\sqrt{\pi}} \frac{\omega_{pe}}{4\pi n \lambda_e^3} \left(\lambda_e = \frac{v_e}{\omega_{pe}}, \quad v_e = \sqrt{\frac{T_e}{m_e}} \right), \quad (11)$$

или

$$\gamma_{\text{эфф}} = \frac{4\sqrt{2\pi}}{3} \frac{e^4 L n_0}{m^{1/2} T_e^{3/2}},$$

$$\varepsilon^A = 1 + \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{Hi}^2},$$

и считается, что альфвеновская волна строго поперечна и поляризована по оси x . Коэффициент $(\omega/\omega_{Hi})^2$ очень сильно понижает поглощение магнитогидродинамических волн.

3. Следует обратить внимание, что при наличии ионно-звуковой турбулентности ситуация меняется коренным образом. Передача импульса от электронов к ионам при развитой ионно-звуковой турбулентности осуществляется не непосредственно, а через возбужденные ионно-звуковые колебания. При этом уход ионно-звуковых колебаний из области, в которой им передан импульс от магнитогидродинамической волны с $\omega \ll \omega_s$, приводит к тому, что передача импульса происходит нелокально. Кроме того, имеется целый ряд возможностей поглощения ионно-звуковых волн на неоднородностях и т. д.

Непосредственно интеграл столкновений электронов с ионно-звуковыми колебаниями зависит не от относительной скорости электронов, а от абсолютной. Член столкновений электронов с ионно-звуковыми колебаниями при

$$kv_{Te} \leq \omega_{pe} \gg \omega_{He}, \quad T_e \gg T_i, \quad \text{но } (T_e/T_i) < m_i/m_e,$$

что естественно при возбуждении ионно-звуковых волн продольным током, может быть найден аналогично [4] в виде

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{st}^e = \frac{\partial}{\partial v_i} D_{ij,0} \frac{\partial f^{(1)e}}{\partial v_j} + \frac{\partial}{\partial v_i} \frac{e_e}{m_e} F_k^e \hat{D}_{ijl} \frac{\partial f_0^e}{\partial v_l} + \\ + \frac{\partial}{\partial v_i} (D_{ij,1} + D_{ij,1}^* + D_{ij,2} + D_{ij,2}^*) \frac{\partial f_0^e}{\partial v_j}, \quad (12)$$

где

$$D_{ij,0} = -i \left(\frac{e}{m_e} \right)^2 \int [U_{k_1} dk_1 k_{1i} k_{1j} (\omega - k \cdot v)] [k_1^2 (\omega_1 - \omega - (k_1 - k) \cdot v - i\delta) (\omega_1 + \omega - (k_1 + k) \cdot v - i\delta)]^{-1}; \quad (13)$$

$$\hat{D}_{ijl} = \frac{e_e^2}{m_e^2} \int \frac{U_{k_1} dk_1 k_{1l} k_{1i}}{k_1^2 (\omega_1 - \omega - (k_1 - k) \cdot v - i\delta)} \frac{\partial}{\partial v_j} \frac{1}{\omega_1 - k_1 \cdot v - i\delta}; \quad (14)$$

$$D_{ij,1} = i \frac{\omega_{pe}^2}{n_0} \frac{e_e^2}{m_e^2} \int \frac{U_{k_1} dk_1}{\varepsilon(k - k_1)} \left[\frac{k_{1i} (k_{1j} - k_j)}{k_1^2 (k_1 - k)^2} \times \right. \\ \times \left. \frac{1}{\omega_1 - \omega - (k_1 - k) \cdot v - i\delta} + \frac{k_{1j} (k_l - k_{1i})}{k_1^2 (k_1 - k)^2} \frac{1}{(\omega_1 - k_1 \cdot v + i\delta)} \right] \times \quad (15)$$

$$\times \int \frac{dv'}{\omega_1 - \omega - (k_1 - k) \cdot v' - i\delta} \left(k_1 \frac{\partial f^{(1)e}(v')}{\partial v'} \right);$$

$$D_{ij,2} = - \frac{\omega_{pe}^2}{n_0} \frac{e_e^2}{m_e^2} \int \frac{U_{k_1} dk_1}{\varepsilon^l(k - k_1)} \left[\frac{k_{1i} (k_{1j} - k_j)}{\omega_1 - \omega - (k_1 - k) \cdot v - i\delta} - \right. \\ - \left. \frac{k_{1j} (k_{1i} - k_l)}{\omega_1 - k_1 \cdot v + i\delta} \right] \frac{1}{k_1^2 (k_1 - k)^2} \int \frac{dv'}{\omega_1 - \omega - (k_1 - k) \cdot v' - i\delta} \left(\frac{e_e}{m_e} \right) \times \quad (16)$$

$$\times F_k^e \frac{\partial}{\partial v'} \frac{1}{\omega_1 - k_1 \cdot v' - i\delta} k_1 \frac{\partial f_0(v')}{\partial v'};$$

$$D_{ij,1}^* = i \frac{\omega_{pi}^2}{n_0} \frac{e^2}{m_e^2} \int \frac{U_{k_1} dk_1}{\varepsilon^l(k_1 - k)} \frac{1}{k_1^2 (k_1 - k)^2} \left[\frac{k_{1i} (k_{1j} - k_j)}{\omega_1 - \omega - (k_1 - k) \cdot v - i\delta} - \right. \\ - \left. \frac{(k_{1i} - k_l) k_{1j}}{\omega_1 - k_1 \cdot v + i\delta} \right] \int \frac{\partial v'}{\omega_1 - \omega - (k_1 - k) \cdot v' - i\delta} k_1 \frac{\partial f^{(1)i}(v')}{\partial v'}; \quad (17)$$

$$D_{ij,2}^* = - \left(\frac{e}{m_e} \right)^2 \frac{\omega_{pi}^2}{n_0} \int \frac{U_{k_1} dk_1}{\varepsilon^l(k_1 - k) k_1^2 (k_1 - k)^2} \times \\ \times \left[\frac{k_{1i} (k_{1j} - k_j)}{\omega_1 - \omega - (k_1 - k) \cdot v - i\delta} - \frac{(k_{1i} - k_l) k_{1j}}{\omega_1 - k_1 \cdot v + i\delta} \right] \int \frac{d v}{\omega_1 - \omega - (k_1 - k) \cdot v'} \times \quad (18)$$

$$\times \left(\frac{e_e}{m_e} \right) F_k^{ii}(v') \frac{\partial}{\partial v'} \frac{1}{\omega_1 - k_1 \cdot v'} k_1 \frac{\partial f_0(v')}{\partial v'};$$

$$F_k^e = E_k \left(1 - \frac{k \cdot v}{\omega} \right) + \frac{k}{\omega} (v E_k); \quad (19)$$

$$F_k^i = E_k \left(1 - \frac{k v^{(i)}}{\omega} \right) + \frac{k}{\omega} (v^{(i)} E_k); \quad (20)$$

$$\langle e_{k_1}^{(0)} e_{k_2}^{(0)} \rangle = - U_k \delta(k_1 + k_2); \quad (21)$$

$$U_k = \frac{2 \pi \omega_{k_1}^2}{\omega_{pe}^2} [W_{k_1} \delta(\omega - \omega_{k_1}) + W_{-k_1} \delta(\omega + \omega_{k_1})].$$

Сравнение членов (13) — (18) между собой приводит к выводу, что наиболее существенен член D_{ij} , а все остальные члены в рассматриваемом случае $\omega_{He} \ll \omega_{pe}$ малы. При преобразованиях учитывается, что $\omega \ll \omega_1$, $k \ll k_1$, т. е. частоты и волновые числа магнитогидродинамических волн малы по сравнению с частотами и волновыми числами ионно-звуковых волн.

Подставляя вместо интеграла столкновений формулу (12) в (2) и (1), получим

$$\begin{aligned} \text{Im } \varepsilon_{\parallel e} &= \frac{\sqrt{2\pi}}{4\omega} \frac{m_i}{m_e} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}} (nT)^{-1} \int W(k_1, x) \times \\ &\times 2\pi k_1^2 dk_1 dx (1 - x^2) \frac{\omega_{k_1}^2}{k_1 v_e}, \end{aligned} \quad (22)$$

где $x = \cos \theta$, спектр ионно-звуковой турбулентности предполагается осесимметричным. Вклад ионов в $\text{Im } \varepsilon_{\parallel}$ мал и имеет совсем иную природу. Это связано с тем, что ионы нерезонансны с ионно-звуковыми волнами и существенны лишь процессы взаимодействия ионов с волнами более высокого порядка по энергии колебаний, чем первый.

Из выражения (22) находим затухание

$$\gamma = -\frac{1}{2} \frac{m_e}{m_i} \nu_{\text{эфф}}, \quad (23)$$

где

$$\nu_{\text{эфф}} = \frac{\sqrt{2\pi}}{4} \frac{m_i}{m_e} \frac{v_e}{nT_e} \int 2\pi k_1^2 W(k_1, x) dk_1 dx (1 - x^2) \frac{\omega_{k_1}^2}{k_1 v_e}, \quad (24)$$

(энергия в 1 cm^3 , $W^s = \int W(k_1, x) dk_1 = \int W(k_1, x) 2\pi k_1^2 dk_1 dx$). В частном случае сферически-симметричного спектра

$$\gamma = -\frac{\sqrt{2\pi}}{12} \int \frac{W(k_1) 4\pi k_1^2 dk_1}{nT_e} \frac{\omega_{k_1}^2}{k_1 v_e}. \quad (25)$$

Подставляя спектр, найденный в [6], $W_{k_1} = W^s \delta(k - k_0)$, $k_0 \sim 1/\lambda_e$, $\omega_{k_0} = \omega_{pe}$, получим

$$\gamma = -\frac{\sqrt{2\pi}}{12} \frac{W^s}{nT_e} \frac{m_e}{m_i} \omega_{pe}. \quad (26)$$

Как видим, компенсация в данном случае отсутствует.

4. Остановимся кратко на роли ионов. Основной процесс с участием ионов — это индуцированное рассеяние ионно-звуковых волн на ионах. Этот процесс зависит от энергии турбулентности $\sim (W^s)^2$. В данной заметке мы ограничились только эффектами, пропорциональными W^s . Расчеты с учетом индуцированного рассеяния ионно-звуковых

волн на ионах могут быть проведены аналогично. При этом оценка добавки к члену столкновений электронов —

$$\Delta \left[\frac{\partial f}{\partial t} \right]_{st, e} \sim \left[\frac{\partial f}{\partial t} \right]_{st, e} \frac{W}{nT} \frac{T_e}{T_i} \frac{m_i}{m_e}. \quad (27)$$

Отсюда видим, что полученный результат (22) справедлив при уровне турбулентности

$$\frac{W}{nT} < \frac{T_i}{T_e} \frac{m_e}{m_i}, \quad (28)$$

в противоположном случае учет членов, пропорциональных $(W^S)^2$, необходим.

5. Обсудим применимость результатов, касающихся затухания, описываемого формулой (23). Очевидно, полученные результаты пригодны, когда $\gamma \ll \omega$. Отсюда находим условие, накладываемое на ω , при котором затухание будет еще слабым, т. е. будет происходить за время больше периода:

$$\omega \gg \omega_{min} \sim \frac{1}{4} \frac{W^S}{nT} \frac{m_e}{m_i} \omega_{pe}. \quad (29)$$

Применительно к магнитосфере это дает, например, при $(W/nT) \sim \sim 1,3 \cdot 10^{-4}$, $\omega_{pe} \sim 7 \cdot 10^5 \text{ c}^{-1}$ $\omega_{min} = 10^{-2} \text{ c}^{-1}$. Все частоты, меньшие ω_{min} , сильно затухают, поэтому колебаний с $\omega \ll \omega_{min}$ при развитой ионно-звуковой турбулентности не должно наблюдаться.

6. При частотах, существенно меньших ω_{min} , интеграл столкновений не является малой поправкой к левой части в кинетическом уравнении, и в этой области свойства плазмы изменяются очень сильно, так что здесь можно ожидать появления новых мод и неустойчивостей [7].

Кроме того, при уровне турбулентности $\frac{W}{nT} > \frac{T_e}{T_i} \frac{m_e}{m_i}$ не исключена

возможность не усиления затухания, а ослабления за счет членов, квадратичных по энергии турбулентности.

Авторы выражают глубокую благодарность В. Н. Цытовичу за плодотворные дискуссии и советы.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 В. М. Барсуков, М. И. Пудовкин, Геомагнетизм и аэрономия, 12, 767 (1970).
- 2 В. А. Гудкова, Л. М. Зеленый, В. А. Липеровский, Геомагнетизм и аэрономия, 13, 318 (1973).
- 3 В. А. Гудкова, Л. М. Зеленый, А. В. Волосевич, В. М. Барсуков, Г. А. Логинов, В. А. Липеровский, Геомагнетизм и аэрономия, 14, № 4, 764 (1974).
- 4 В. Н. Цытович, Теория турбулентной плазмы, Атомиздат, М., 1971, стр 368.
- 5 V. N. Tsytovich, Plasma Phys., 13, 741 (1971).
- 6 А. С. Кингисеп, ЖЭТФ, 56, 1307 (1969).
7. В. Г. Маханьков, В. Н. Цытович, Э. В. Криворуцкий, Препринт, ОИЯИ, Р9-3981, Дубна, 1968

ANOMALOUS DISSIPATION OF MAGNETO-HYDRODYNAMIC WAVES IN THE MAGNETOSPHERE FOR DEVELOPED ION-SOUND TURBULENCE*V. A. Liperovskii, M. Khakimova*

The authors consider the damping of magneto-hydrodynamic waves in plasma with developed ion-sound turbulence in the case when the wave frequency is much less than the collective collisional frequency and the turbulence level is not so high for the induced wave scattering by ions to be taken into account. It is shown that in contrast to the case of wave damping in pair collisions when the ion and electron contribution into the expression for the decrement compensate strongly each other. For collective collisions such a compensation is not observed and the oscillations with the frequency below $\omega_{\min} = 0.25 (W^S/nT) (m_e/m_i)^{1/2}$ attenuate strongly. For the conditions of the Earth magnetosphere, this $\omega_{\min} \sim 10^{-2} \text{ sec}^{-1}$.

УДК 533.951

К КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ОТРАЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ ОТ ДВИЖУЩЕЙСЯ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЫ

Ю. В. Богомолов

Рассмотрена задача об отражении плоской электромагнитной волны от движущегося плазменного полупространства. Предполагается, что волна, замедленная диэлектриком, падает наклонно на границу плазмы. Постоянное магнитное поле параллельно границе, а электрическое поле волны параллельно постоянному магнитному полю. Для различных моделей границы (зеркальная, диффузная) в приближении слабой пространственной дисперсии вычислен полный поверхностный импеданс.

Проблема взаимодействия электромагнитного излучения с движущейся плазмой представляет интерес в различного рода задачах: ускорение и диагностика движущихся сгустков плазмы, усиление радиоволн, удержание плазмы давлением электромагнитной волны. В реальных условиях это взаимодействие осуществляется, в частности, в волноводе медленных волн. Для выяснения основных физических особенностей такого взаимодействия мы отвлечемся от конкретного вида волновода медленных волн и будем предполагать, что электромагнитное поле имеет вид плоской волны, а понижение фазовой скорости этой волны достигается с помощью диэлектрика. Такая модель использовалась как для изотропной [1], так и для магнитоактивной плазмы [2-7]. В последнем случае магнитное поле было перпендикулярно границе.

В настоящей работе задача формулируется следующим образом. Представим себе полупространство $x > 0$, заполненное плазмой. Вдоль оси z , параллельной границе плазмы, наложено постоянное магнитное поле H_0 , однородное внутри плазмы. Постоянное электрическое поле направлено вдоль оси y . Граница плазмы моделируется условием зеркального или диффузного отражения электронов. Движением ионов и столкновениями пренебрегаем. Предполагается, что тепловое движение электронов является слабым, поэтому его можно трактовать как возмущение. В скрещенных магнитном и электрическом полях плазма движется в направлении, перпендикулярном границе, со скоростью $-V$. Система координат x, y, z жестко связана с плазмой. В этой системе постоянное электрическое поле равно нулю. Все пространство заполняет диэлектрик, имеющий в лабораторной системе координат диэлектрическую постоянную ϵ и магнитную проницаемость, равную единице. Предполагается, что дисперсия диэлектрика несущественна. Пусть на движущуюся плазму падает наклонно под углом θ_0 плоская электромагнитная волна поляризации $E \parallel H_0$ (обыкновенная волна). Требуется вычислить полный поверхностный импеданс. Зная импеданс, мы можем найти коэффициенты отражения и поглощения. Ограничимся случаем, когда фазовая скорость волны больше, чем скорость движения плазмы.

Задачу проще всего решать в системе координат, связанной с плазмой. В этой системе диэлектрик движется вдоль оси x со скоростью

$V = \beta c$. Будем описывать плазму системой уравнений, состоящей из уравнений Максвелла и кинетического уравнения с самосогласованным полем для электронов. Представим функцию распределения электронов в виде суммы $f_0 + f$, где f_0 — невозмущенная (максвелловская) функция распределения, а f — связанная с волной поправка к ней. Волна распространяется в плоскости xy , так что зависимость всех величин от координаты y и времени t имеет вид $\exp[i(k_y n y - \omega t)]$, где $k = \omega/c$, $k_y = k \sin \theta$, θ — угол падения, n — показатель преломления. Величина n определяется следующим выражением [8]:

$$n = \frac{[\varepsilon(1 - \beta^2) \sin^2 \theta_0 + (\sqrt{\varepsilon} \cos \theta_0 + \beta)^2]^{1/2}}{1 + \sqrt{\varepsilon} \beta \cos \theta_0}. \quad (1)$$

В работах [5-7] полагается $n = 1$ в показателе экспоненты. Такая схема расчета возможна, но при этом θ нельзя считать углом падения, и необходим дальнейший пересчет, чего не было сделано в этих работах.

Линеаризованное кинетическое уравнение для f имеет вид

$$i(k_y n \sin \delta - \omega) f + v \cos \delta \frac{\partial f}{\partial x} + \omega_H \frac{\partial f}{\partial \delta} = \frac{e}{m} E_z \frac{\partial f_0}{\partial v_z}, \quad (2)$$

где $\omega_H = eH_0/mc$ ($e > 0$), v , δ — полярные координаты в пространстве скоростей, так что, например, $v_x = v \cos \delta$. Для f_0 имеем

$$f_0 = N \left(\frac{m}{2\pi T} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{m}{2T} (v^2 + v_z^2) \right], \quad (3)$$

где N — число электронов в 1 см^3 , T — температура в энергетических единицах.

Рассмотрим ларморовский кружок, касающийся границы. Соответствующее значение x обозначим через x_0 . Из геометрического построения ясно, что $x_0 = (v/\omega_H)(\sin \delta + 1)$. Введем ступенчатую функцию $\eta(x)$, определив ее так: $\eta(x) = 0$ для $x < 0$, $\eta(x) = 1$ для $x > 0$. Электрон в плазме имеет две возможности: либо совершать периодическое движение ($x > x_0$), либо столкнуться с границей ($x < x_0$). Соответственно этому функцию f можно записать следующим образом:

$$f = \eta(x - x_0) f_1 + \eta(x_0 - x) f_2. \quad (4)$$

Для функции f_1 имеем условие периодичности

$$f_1(x, \delta) = f_1(x, \delta + 2\pi), \quad (5)$$

а для функции f_2 — условие отражения

$$f_2(0, \delta_0) = p f_2(0, \pi - \delta_0), \quad (6)$$

где p — доля электронов, отражающихся зеркально. Через δ_0 обозначен угол отлета электрона от границы плазмы:

$$\delta_0 = \arcsin(\sin \delta' - x' \omega_H/v). \quad (7)$$

Величины x' , δ' связаны с x , δ соотношением

$$x' - x = (v/\omega_H)(\sin \delta' - \sin \delta). \quad (8)$$

Решение уравнения (2) с граничными условиями (5), (6) имеет вид [9]

$$f(x, \delta) = \frac{e}{m \omega_H} \frac{\partial f_0}{\partial v_z} \left\{ \frac{\eta(x - x_0)}{e^{-2\pi v} - 1} \int_{\delta}^{\delta + 2\pi} + \eta(x_0 - x) \times \right.$$

$$\times \left[\frac{p}{\exp [\mu(2\delta_0 - \pi) + 2i(k_y n v / \omega_H) \cos \delta_0] - p} \int_{\delta_0}^{\pi - \delta_0} + \int_{\delta_0}^{\delta} \right] \} \times \\ \times \exp [\mu(\delta - \delta') + i(k_y n v / \omega_H) (\cos \delta - \cos \delta')] E_z(x') d\delta', \quad (9)$$

где $\mu = i\omega / \omega_H$. Здесь штрихи в определении δ_0 можно уже снять.

Электромагнитная волна, падающая на плазму, поглощается даже в отсутствие соударений между частицами. Поглощение носит поверхностный характер и связано с тем, что электрическое поле волны производит работу над электронами, сталкивающимися с границей плазмы. Те электроны, которые не сталкиваются с границей, вклада в поглощение не дают. Однако их нельзя отбросить сразу, так как решается самосогласованная задача.

Уравнения Максвелла имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{dH_y}{dx} - ik_y n H_x &= -ikD_z + \frac{4\pi}{c} j_z, \\ k_y n E_z &= kB_x, \\ -\frac{dE_z}{dx} &= ikB_y. \end{aligned} \quad (10)$$

Эти уравнения должны быть дополнены материальными уравнениями, которые в случае движущегося диэлектрика определяются соотношениями Минковского [10]:

$$\begin{aligned} D_z &= \epsilon a E_z + b H_y, \\ B_y &= a H_y + b E_z, \\ B_x &= H_x, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$a = \frac{1 - \beta^2}{1 - \epsilon \beta^2}, \quad b = \frac{\beta(\epsilon - 1)}{1 - \epsilon \beta^2}.$$

Подставляя (11) в (10) и исключая H_x , H_y , находим

$$E_z'' + 2ikb E_z' + k^2(\epsilon a^2 - b^2 - an^2 \sin^2 \theta) E_z = -\frac{4\pi i k a}{c} j_z. \quad (12)$$

Заметим, что слагаемое с первой производной возникает только из-за движения диэлектрика.

Ток j_z связан с функцией f соотношением

$$j_z = -e \int_0^\infty v dv \int_{-\pi/2}^{3\pi/2} d\delta \int_{-\infty}^\infty v_z f dv_z. \quad (13)$$

Указанная область изменения угла δ является очевидной для частицы, сталкивающейся с границей. Для холодной плазмы $j_z = -(\omega_0^2 / 4\pi i \omega) E_z$, где $\omega_0 = \sqrt{4\pi e^2 N / m}$ — плазменная частота.

Введем оператор $I(E_z)$, обращающийся в нуль для холодной плазмы:

$$I(E_z) = -\frac{\omega_0^2}{c^2} E_z - \frac{4\pi i \omega}{c^2} j_z. \quad (14)$$

Тогда уравнение (12) примет вид

$$E_z'' + 2ikbE_z' + k^2 \left(\varepsilon a^2 - b^2 - an^2 \sin^2 \theta - \frac{a\omega_0^2}{\omega^2} \right) E_z = aI(E_z). \quad (15)$$

Для пространства вне плазмы имеем уравнение

$$E_z'' + 2ikbE_z' + k^2 (\varepsilon a^2 - b^2 - an^2 \sin^2 \theta) E_z = 0. \quad (16)$$

Решение уравнений (15), (16) будем искать в виде

$$E_z = E_{z0} + u, \quad (17)$$

где E_{z0} соответствует холодной плазме, а u характеризует тепловое движение. Рассмотрим случай слабой пространственной дисперсии, когда

$$kv/\omega_H \ll 1. \quad (18)$$

Если неравенство (18) выполнено, то u можно рассматривать как возмущение:

$$u \ll E_{z0}. \quad (19)$$

Для E_{z0} в «досветовом» случае ($1 - \varepsilon \beta^2 > 0$) имеем следующие формулы (амплитуда падающей волны равна единице):

$$E_{z0}(x) = \begin{cases} \frac{2M}{M + M_{\text{эфф}}} \exp(i\tilde{h}_1 x) & (x > 0) \\ \exp(i\tilde{h}_1 x) + \frac{M - M_{\text{эфф}}}{M + M_{\text{эфф}}} \exp(i\tilde{h}_2 x) & (x < 0) \end{cases}, \quad (20)$$

где

$$M = \sqrt{\varepsilon - \frac{n^2 \sin^2 \theta}{a}}, \quad M_{\text{эфф}} = \sqrt{\varepsilon_{\text{эфф}} - \frac{n^2 \sin^2 \theta}{a}},$$

$$\varepsilon_{\text{эфф}} = \varepsilon - \omega_0^2/a \omega^2, \quad h_1 = -kb + kaM_{\text{эфф}},$$

$$\tilde{h}_1 = -kb + kaM, \quad \tilde{h}_2 = -kb - kaM.$$

Формулы (20) получены путем решения уравнений (15), (16) для холодной плазмы с учетом непрерывности E_z , E_z' на границе.

Подставляя (17) в (15), (16) и учитывая (19), приходим к уравнениям для функции $u(x)$:

$$u'' + 2ikbu' + k^2 (a^2 M_{\text{эфф}}^2 - b^2) u = aI(E_{z0}) \quad (x > 0); \quad (21)$$

$$u'' + 2ikbu' + k^2 (a^2 M^2 - b^2) u = 0 \quad (x < 0). \quad (22)$$

Уравнение (21) решаем методом вариации постоянной с учетом ограниченностей решения при $x = \infty$, а при решении (22) учитываем условие излучения. На границе $x = 0$ требуем непрерывности u , u' . Для $u(x)$ вне плазмы находим следующее выражение:

$$u(x) = u(0) \exp(i\tilde{h}_2 x), \quad (23)$$

где

$$u(0) = \frac{a}{i(h_1 - \tilde{h}_2)} \int_0^\infty \exp(-ih_2 s) I(E_{z0}(s)) ds, \quad (24)$$

$$h_2 = -kb - kaM_{\text{эфф}}.$$

Запишем $u(0)$ более подробно. Для этого сначала необходимо учесть формулы (9), (13), (14), (20) и проинтегрировать по v_z . Затем вводим новую переменную δ_0 вместо s в той части формулы (24), которая соответствует столкновениям электронов с границей. Связь δ_0 и s имеет вид

$$s = (v/\omega_H)(\sin \delta - \sin \delta_0). \quad (25)$$

В остальной части формулы (24) интегрирование по s производится непосредственно. Имея все это в виду и совершая несложные преобразования, находим

$$u(0) = - \frac{\omega_0^2 M}{a\omega^2 M_{\text{эфф}} (M + M_{\text{эфф}})^2} W, \quad (26)$$

где

$$\begin{aligned} W = & 1 + \frac{\mu m}{2\pi T} (e^{-2\pi\mu} - 1)^{-1} \int_0^\infty v \exp \left[i \frac{v}{\omega_H} (h_1 - h_2) \right] dv \times \\ & \times \int_0^{2\pi} d\delta \int_{\delta}^{\delta+2\pi} \Phi d\delta' - \frac{i \mu m (h_1 - h_2)}{2\pi \omega_H T} \int_0^\infty v^2 dv \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \delta_0 \times \\ & \times \exp \left[- i \frac{v}{\omega_H} (h_1 - h_2) \sin \delta_0 \right] d\delta_0 \int_{\delta_0}^{\pi - \delta_0} d\delta \left\{ p (\exp [\mu (2\delta_0 - \pi) + \right. \\ & \left. + 2i(k_y n v / \omega_H) \cos \delta_0] - p)^{-1} \int_{\delta_0}^{\pi - \delta_0} + \int_{\delta_0}^{\delta} \right\} \Phi d\delta'; \end{aligned} \quad (27)$$

$$\Phi = \exp \left[- \frac{mv^2}{2T} + \mu(\delta - \delta') + i \frac{v}{\omega_H} (h_1 \sin \delta' - h_2 \sin \delta) + \right. \\ \left. + i(k_y n v / \omega_H) (\cos \delta - \cos \delta') \right]. \quad (28)$$

Импеданс Z определим соотношением

$$Z \equiv R + iX = - \frac{E_z(0)}{H_y(0)}. \quad (29)$$

Комплексный коэффициент отражения r , определяемый отношением амплитуды отраженной волны к амплитуде падающей, выражается через импеданс следующим образом:

$$r = \frac{MZ - 1}{MZ + 1}. \quad (30)$$

Коэффициент поглощения $A = 1 - |r|^2$ можно записать в виде

$$A = \frac{4MR}{(MR+1)^2 + (MX)^2}. \quad (31)$$

Выражая H_y через E_z , E'_z и используя формулы (17) и (26), находим следующее выражение для импеданса:

$$Z = \frac{1}{M_{\text{эфф}}} \left(1 - \frac{\omega_0^2}{2a\omega^2 M_{\text{эфф}}^2} W \right). \quad (32)$$

Мы ограничимся рассмотрением наиболее интересного случая, когда волна в плазме сканируется ($M_{\text{эфф}}$ чисто мнимое). В этом случае при определении X тепловое движение можно не учитывать:

$$X = -\frac{1}{|M_{\text{эфф}}|}, \quad (33)$$

а для R получаем

$$R = \frac{\omega_0^2}{2a\omega^2|M_{\text{эфф}}|^3} \operatorname{Im} W. \quad (34)$$

Для коэффициента поглощения в этом случае имеем

$$A = \frac{2M}{|M_{\text{эфф}}|} \operatorname{Im} W. \quad (35)$$

Случай зеркального и диффузного отражения электронов рассмотрим отдельно.

1. Зеркальная граница. В этом случае $p = 1$. Разлагая W в ряд по $k\nu/\omega_H$ (при этом разность $1 - \varepsilon^{3/2}$ не должна быть слишком малой) и вычисляя получающиеся интегралы, находим для коэффициента поглощения следующее выражение:

$$A = 3V\pi \left(\frac{2T}{mc^2} \right)^{3/2} \frac{a\Omega M}{(1-\Omega^2)^2} [(a\Omega|M_{\text{эфф}}| - n \sin \theta)^2 + (b\Omega)^2] \sum_{q=1}^{[\Omega]} \sin^3 \frac{q\pi}{\Omega}, \quad (36)$$

где $\Omega = \omega/\omega_H$, а $[\Omega]$ означает целую часть числа Ω . Поглощение, описанное этой формулой, пропорционально $T^{3/2}$ и происходит в диапазоне частот от $\omega = \omega_H$ до $\omega = \omega_0/V\varepsilon a - n^2 \sin^2 \theta$. Наиболее интересной особенностью коэффициента поглощения является его зависимость от знака угла падения волны. Это объясняется тем, что электрон в промежутках между соударениями с границей движется преимущественно в положительном направлении оси y . Из формулы (36) видно, что волна, бегущая в направлении оси y , поглощается меньше, чем волна, бегущая в противоположном направлении. При $\varepsilon = 1$ формула (36) переходит в известное выражение [9].

Рассмотрим некоторые частные случаи формулы (36). Если $\theta = 0$ (нормальное падение), то

$$A = 3V\pi \left(\frac{2T}{mc^2} \right)^{3/2} \frac{aV\varepsilon\Omega^3}{(1-\Omega^2)^2} \left[a^2 \left(\frac{\omega_0^2}{a\omega^2} - \varepsilon \right) + b^2 \right] \sum_{q=1}^{[\Omega]} \sin^3 \frac{q\pi}{\Omega}. \quad (37)$$

Если $H_0 = 0$ (изотропная плазма), то, совершая предельный переход $\Omega \rightarrow \infty$, находим

$$A = 8 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{T}{mc^2} \right)^{3/2} aM (a^2|M_{\text{эфф}}|^2 + b^2). \quad (38)$$

2. Диффузная граница. В этом случае $p = 0$, и для коэффициента поглощения мы получаем следующую формулу:

$$A = 2aM \sqrt{\frac{2T}{\pi mc^2}} \left(1 + \frac{\cos^2 \pi \Omega}{4\Omega^2 - 1} \right). \quad (39)$$

Поглощение пропорционально \sqrt{T} и начинается с нулевой частоты. Таким образом, поглощение для диффузной границы значительно боль-

ше, чем для зеркальной. При $\epsilon = 1$ формула (39) переходит в известное выражение [11, 12].

Приведенные выше формулы записаны в системе координат, где плазма покоятся. В лабораторной системе отсчета, например, для коэффициента отражения имеем

$$r_{\text{лаб}} = \frac{1 + \sqrt{\epsilon} \beta \cos \theta_0}{1 - \sqrt{\epsilon} \beta \cos \theta_1} r, \quad (40)$$

где θ_1 — угол отражения.

В заключение остановимся на зависимости коэффициента поглощения A от относительной скорости β . В общем случае, как видно из вышеприведенных формул, эта зависимость весьма сложна. Для того, чтобы сделать более четкие выводы, мы ограничимся случаем нормального падения волны ($\theta = 0$) и нерелятивистского движения диэлектрика ($\beta^2 \ll 1$). В этом случае $A_s \sim (1 - \epsilon \beta^2)^{-1}$, $A_d \sim (1 - \epsilon \beta^2)^{-2}$. Таким образом, коэффициент поглощения увеличивается с увеличением β , причем это увеличение для зеркальной границы происходит быстрее, чем для диффузной.

Автор признателен М. Л. Левину за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. A. Lampert, Phys. Rev., 102, № 2, 299 (1956).
2. Я. Б. Файнберг, В. С. Ткалич, ЖТФ, 29, № 4, 491 (1959).
3. В. И. Курилко, ЖТФ, 31, № 1, 71 (1961).
4. В. И. Курилко, В. И. Мирошниченко, ЖТФ, 32, № 7, 803 (1962).
5. В. И. Мирошниченко, Изв. высш. уч. зав — Радиофизика, 9, № 4, 666 (1966).
6. В. И. Мирошниченко, УФЖ, 11, № 4, 451 (1966).
7. А. Н. Кондратенко, ЖТФ, 38, № 11, 1835 (1968).
8. В. В. Батыгин, И. Н. Топтыгин, Сборник задач по электродинамике, Физматиз, М, 1962.
9. Ю. В. Богомолов, Изв. высш. уч. зав — Радиофизика, 8, № 10, 1490 (1970).
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, Физматиз, М, 1959.
11. Ю. В. Богомолов, Изв. высш. уч. зав — Радиофизика, 14, № 8, 1168 (1971).
12. Э. А. Канер, Ю. А. Белов, Изв. высш. уч. зав — Радиофизика, 5, № 1, 47 (1962).

Поступила в редакцию
18 февраля 1974 г

ON THE KINETIC THEORY OF REFLECTION OF AN ELECTROMAGNETIC WAVE FROM A MOVING MAGNETOACTIVE PLASMA

Yu. V. Bogomolov

The problem of reflection of a plane electromagnetic wave from a moving plasma semi-space is considered. It is assumed that the wave slowed-down by a dielectric is obliquely incident on the plasma boundary, the constant magnetic field is parallel to the boundary and the electric wave field is parallel to the constant magnetic field. The full surface impedance is calculated for different boundary models (mirror, dif-fusiv) in the weak spatial dispersion approximation.

УДК 551.510.535

О ВОЗМУЩЕНИИ ПЛАЗМЫ СИЛЬНЫМИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ВОЛНАМИ

Л. Ф. Черногор

Рассмотрена задача о возмущении слабонеоднородной плазмы сильной электромагнитной волной. Получены формулы, описывающие малые изменения плотности и температуры электронов при включении и выключении поля в одномерном и трехмерном случаях. Рассмотрено также возмущение плазмы бегущим импульсом. Обсуждается возможность использования приведенных соотношений при исследовании микропроцессов в плазме.

Известно, что плазма, помещенная в электрическое поле достаточно большей напряженности, нагревается [1]. Разогрев плазмы приводит к нарушению ионизационно-рекомбинационного процесса и гидростатического равновесия, а также обуславливает диффузию и термодиффузию частиц из разогретой области.

Система уравнений, описывающая возмущение плазмы сильной электромагнитной волной, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} k T_e N \right) &= \sigma \bar{E}^2 - \delta v N \left(\frac{3}{2} k T_e - \frac{3}{2} k T_{e0} \right) + \nabla \left(- \frac{N k^2 T_e}{m v} \nabla T_e \right), \\ \frac{\partial N}{\partial t} &= q_i(T_e, N) - q_r(T_e, N) + \nabla (D_a \nabla N) + \nabla \left(D_{a.r} \frac{N}{T_e} \nabla T_e \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где N , T_e — плотность и эффективная температура электронов в возмущенной плазме, T_{e0} — температура электронов в невозмущенной среде (равная температуре тяжелых частиц, нагревом которых пренебрегаем), v — эффективная частота соударений, δ — относительная доля энергии, теряемая электроном при соударении с тяжелой частицей, k — постоянная Больцмана, m — масса электрона, q_i , q_r — скорости ионообразования и рекомбинации, $\sigma \bar{E}^2$ — мощность, передаваемая греющей волной электронам, усредненная по периоду высокочастотного поля ($\delta v \ll \omega$, ω — частота волны), D_a , $D_{a.r}$ — амбиполярные коэффициенты диффузии и термодиффузии.

В настоящее время известны решения системы (1) для некоторых частных случаев. Так, была рассмотрена стационарная задача (см., например, [2]), в [3] получено решение (1) в предположении, что электронная плотность остается неизменной. Вместе с тем, представляет интерес рассмотрение нестационарной задачи о возмущении плазмы сильной электромагнитной волной с учетом всех основных процессов.

1. Предположим, что невозмущенная среда квазиоднородна, т. е. $\left| \frac{\nabla N_0}{N_0} L \right| \ll 1$, $\left| \frac{\nabla T_{e0}}{T_{e0}} L \right| \ll 1$, $\left| \frac{\nabla v_0}{v_0} L \right| \ll 1$ и т. д. (L — характерный раз-

мер возмущенной области). Будем также считать, что поглощение волны достаточно слабое, т. е.

$$\left| \frac{\Sigma E_0}{E_0} L' \right| \ll 1,$$

где $L' = \max \{L, L_d, L_D\}$, $L_d = \left(\frac{kT_e}{mv^2 \delta} \right)^{1/2}$, $L_D = D_a^{1/2} \left[\frac{\partial}{\partial N} (q_i - q_r) \right]^{-1/2}$, E_0 — амплитуда волны. В плазме (в том числе и ионосферной) эти условия обычно выполняются.

Линеаризуя (1) и ограничиваясь пока одномерной задачей, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta}{\partial \tau} &= \gamma(\tau, x) - \theta + \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial n}{\partial \tau} &= \alpha n + \beta \theta + D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + D \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$n(0, x) = \theta(0, x) = 0, \quad n(\tau, \pm \infty) = \theta(\tau, \pm \infty) = 0,$$

где $n = \frac{N - N_0}{N_0}$, N_0 — плотность электронов в невозмущенной плазме, $\theta = \frac{T_e - T_{e0}}{T_{e0}}$, $\gamma = \frac{E_p^2}{E_p^2}$, E_p — плазменное поле, $\tau = \delta(T_{e0}) v (T_{e0}) t = \delta_0 v_0 t$,

$D = \frac{2D_a}{3v_0 l^2}$, l — длина свободного пробега, $\alpha = \frac{1}{\delta_0 v_0} \left(\frac{\partial q}{\partial N} \right)_{N_0, T_{e0}}$, $\beta = \frac{1}{\delta_0 v_0} \left(\frac{\partial q}{\partial T_e} \right)_{N_0, T_{e0}} \frac{T_{e0}}{N_0}$, $q = q_i - q_r$, $x = x' \sqrt{\frac{3\delta_0}{2}} l^{-1}$.

Перепишем (2) для компонент Фурье:

$$\begin{aligned} \frac{dn}{d\tau} + \frac{d\theta}{d\tau} &= \gamma(\tau, k) - \theta - k^2 \theta, \\ \frac{dn}{d\tau} &= \alpha n + \beta \theta - D k^2 n - D k^2 \theta, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\gamma(\tau, k) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(\tau, x) e^{-ikx} dx.$$

Решение (3) с учетом нулевых начальных условий имеет вид

$$\begin{aligned} n(\tau, k) &= - \frac{\beta - D k^2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{\lambda_1 \tau} \int_0^{\tau} \gamma(\tau, k) e^{-\lambda_1 \tau} d\tau + \\ &+ \frac{\beta - D k^2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{\lambda_2 \tau} \int_0^{\tau} \gamma(\tau, k) e^{-\lambda_2 \tau} d\tau; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \theta(\tau, k) &= - \frac{\lambda_1 - \alpha + D k^2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{\lambda_1 \tau} \int_0^{\tau} \gamma(\tau, k) e^{-\lambda_1 \tau} d\tau + \\ &+ \frac{\lambda_2 - \alpha + D k^2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{\lambda_2 \tau} \int_0^{\tau} \gamma(\tau, k) e^{-\lambda_2 \tau} d\tau, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\lambda_{1,2} = - \frac{1}{2} (1 - \alpha + \beta + k^2) \pm \sqrt{\frac{1}{4} (1 - \alpha + \beta + k^2)^2 + (1 + k^2)(\alpha - D k^2)}.$$

Прежде чем перейти к анализу (4), (5), рассмотрим возмущение плазмы однородным полем. Для этого в (4), (5) достаточно положить $k = 0$:

$$\begin{aligned} n(\tau, k=0) = & -\frac{\beta}{\lambda_{20}-\lambda_{10}} e^{\lambda_{10}\tau} \int_0^\tau \gamma(\tau) e^{-\lambda_{10}\tau} d\tau + \\ & + \frac{\beta}{\lambda_{20}-\lambda_{10}} e^{\lambda_{20}\tau} \int_0^\tau \gamma(\tau) e^{-\lambda_{20}\tau} d\tau; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \theta(\tau, k=0) = & -\frac{\lambda_{10}-\alpha}{\lambda_{20}-\lambda_{10}} e^{\lambda_{10}\tau} \int_0^\tau \gamma(\tau) e^{-\lambda_{10}\tau} d\tau + \\ & + \frac{\lambda_{20}-\alpha}{\lambda_{20}-\lambda_{10}} e^{\lambda_{20}\tau} \int_0^\tau \gamma(\tau) e^{-\lambda_{20}\tau} d\tau, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\lambda_{10, 20} = \lambda_{1,2} \quad (k = 0).$$

Так как обычно в плазме $\alpha < 0$ (в противном случае возникает ионизационная неустойчивость), то $\lambda_{10, 20} < 0$. Удобно ввести в рас-смотрение безразмерные времена релаксации N и T_e :

$$\tau_N = -\lambda_{10}^{-1}, \quad \tau_T = -\lambda_{20}^{-1}.$$

Оказывается, что можно получить некоторые соотношения, описывающие возмущение плазмы, не конкретизируя $\gamma(\tau)$. Упростим (6), (7) для трех предельных случаев.

а) Пусть характерное безразмерное время изменения $\gamma(\tau)$ (например, длительность импульса) $\tau_m \gg \tau_T, \tau_N$. Тогда при $\tau \gg \tau_T, \tau_N$ имеем

$$n(\tau) \approx -\frac{\beta}{\alpha} \gamma(\tau), \quad \theta(\tau) \approx \gamma(\tau). \quad (8)$$

Видно, что изменение N и T_e во времени происходит по закону изменения интенсивности волны, распространяющейся в плазме. Этот факт физически понятен. Так как условие $\tau_m \gg \tau_T, \tau_N$ предполагает малую инерционность среды, то последняя успевает следовать за изменением интенсивности волны. Отметим, что степень возмущения плазмы пропорциональна интенсивности (а не энергии) волны.

б) Рассмотрим инерционную среду, т. е. $\delta_0 v_0 \omega^{-1} \ll \tau_n \ll \tau_T, \tau_N$. При этом

$$n(\tau) \approx 0, \quad \theta(\tau) \approx \int_0^\tau \gamma(\tau) d\tau. \quad (9)$$

Как следует из (9), N не меняется, что справедливо в первом приближении по τ . Так как (9) получено при условии $\delta_0 v_0 \omega^{-1} \ll \tau \leq \tau_m \ll \tau_T, \tau_N$ и $\tau_T \sim 1$, то

$$n(\tau) \approx n(0) + \tau n'(0) + O(\tau^2).$$

В силу начального условия $n(0) = 0; n'(0) = 0$, что следует из исходных уравнений для однородного поля.

Уравнение (9) показывает, что возмущение T_e пропорционально энергии волны и нарастает при $\delta_0 v_0 \omega^{-1} \ll \tau \ll 1$ по линейному закону.

$$\theta(\tau) \approx \theta(0) + \theta'(0)\tau = \gamma(0)\tau.$$

в) Рассмотрим промежуточный случай $\tau_N \gg \tau \gg \tau_T$. Тогда при

$$n(\tau) \approx \beta \tau_T \left(\int_0^\tau \gamma d\tau - \gamma \tau_T \right), \quad \theta(\tau) \approx \tau_T \gamma(\tau).$$

Так как

$$\int_0^\tau \gamma d\tau = \bar{\gamma} \tau_m \quad \left(\bar{\gamma} = \frac{1}{\tau_m} \int_0^{\tau_m} \gamma d\tau \right) \text{ и } \bar{\gamma} \sim \gamma,$$

то

$$n(\tau) \approx \beta \tau_T \int_0^\tau \gamma d\tau, \quad \theta(\tau) \approx \tau_T \gamma(\tau).$$

Таким образом, в этом случае возмущение T_e пропорционально интенсивности, возмущение N — энергии волны.

Получим ряд подобных результатов для случая неоднородного поля.

а) Пусть $\tau_m \gg \tau_T, \tau_N$ (где $\tau_T = |\lambda_2^{-1}|, \tau_N = |\lambda_1^{-1}|$). Тогда при $\tau \gg \tau_T, \tau_N$ имеем

$$n(\tau, x) \approx \gamma_1(\tau) \Gamma_n(x), \quad \theta(\tau, x) \approx \gamma_1(\tau) \Gamma_\theta(x),$$

$$\Gamma_n = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\beta - Dk^2) e^{ikx}}{(1 + k^2)(\alpha - Dk^2)} \gamma_2(k) dk,$$

$$\Gamma_\theta = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma_2(k) \frac{e^{ikx}}{1 + k^2} dk.$$

Изменение N и T_e во времени по-прежнему повторяет изменения интенсивности волны (предполагается, что $\gamma(\tau, x) = \gamma_1(\tau) \gamma_2(x)$).

б) Если $\delta_0 v_0 \omega^{-1} \ll \tau_m \ll \tau_T, \tau_N$, то

$$n(\tau, x) \approx 0, \quad \theta(\tau, x) \approx \int_0^\tau \gamma d\tau \approx \tau \gamma(0, x). \quad (10)$$

Соотношения (10) справедливы при $\delta_0 v_0 \omega^{-1} \ll \tau \leq \tau_m$. Видно, что T_e нарастает во времени по линейному закону. Пространственное распределение T_e повторяет распределение энергии волны.

Вернемся к общему случаю. Для нахождения окончательного решения (2) необходимо произвести обратное преобразование Фурье. Предположим, что $\gamma(\tau, x) = \gamma(\tau, -x)$ имеет вид функции «включения». Пусть также неоднородность поля слабая, т. е. $k \ll 1$. Представляя n и θ в виде

$$n(\tau, k) = \exp(\ln n(\tau, k)), \quad \theta(\tau, k) = \exp(\ln \theta(\tau, k)) \quad (11)$$

и разлагая выражения (11) в ряд по k , получим

$$n(\tau, k) \approx n(\tau, k=0) \exp\left(\frac{1}{2} k^2 \frac{n''(0)}{n(0)}\right), \quad (12)$$

$$\theta(\tau, k) \approx \theta(\tau, k=0) \exp\left(\frac{1}{2} k^2 \frac{\theta''(0)}{\theta(0)}\right)$$

(штрих означает дифференцирование по k). Интегрируя по k с учетом (12), имеем

$$n(\tau, x) = n(\tau, x=0) \frac{L_x}{\sqrt{L_x^2 + X_n^2}} \exp\left[-\frac{x^2}{2(L_x^2 + X_n^2)}\right].$$

$$\theta(\tau, x) = \theta(\tau, x=0) \frac{L_x}{\sqrt{L_x^2 + X_0^2}} \exp \left[-\frac{x^2}{2(L_x^2 + X_0^2)} \right], \quad (13)$$

$$L_x^2 = - \int_{-\infty}^{\infty} \gamma x^2 dx / \int_{-\infty}^{\infty} \gamma dx,$$

$$X_n^2 = \frac{2D}{\beta} + \frac{\lambda''_{20} - \lambda''_{10}}{\lambda_{20} - \lambda_{10}} + [\lambda_{20}^2 (e^{\lambda_{20}\tau} \lambda''_{10} \lambda_{10} + \Lambda_1 \lambda''_{10}) -$$

$$- \lambda_{10}^2 (e^{\lambda_{20}\tau} \lambda''_{20} \lambda_{20} + \lambda''_{20} \Lambda_2)] [\lambda_{10} \lambda_{20} (\lambda_{20} \Lambda_1 - \lambda_{10} \Lambda_2)]^{-1},$$

$$X_0^2 = \frac{\lambda''_{20} - \lambda''_{10}}{\lambda_{20} - \lambda_{10}} + [\lambda_{20}^2 \{[(\lambda''_{10} + 2D) \lambda_{10} - (\lambda_{10} - x) \lambda''_{10}] \Lambda_1 -$$

$$- \lambda_{10} (\lambda_{10} - x) \lambda''_{10} e^{\lambda_{10}\tau}\} \{x [\lambda_{20} (\lambda_{10} - x) \Lambda_1 - \lambda_{10} (\lambda_{20} - x) \Lambda_2]\}^{-1} -$$

$$- (\lambda_{10}^2 \{[(\lambda''_{20} + 2D) \lambda_{20} - (\lambda_{20} - x) \lambda''_{20}] \Lambda_2 - \lambda_{20} (\lambda_{20} - x) \lambda''_{20} e^{\lambda_{20}\tau}\}) \times$$

$$\times \{x [\lambda_{20} (\lambda_{10} - x) \Lambda_1 - \lambda_{10} (\lambda_{20} - x) \Lambda_2]\}^{-1},$$

$$\lambda''_{10, 20} = -1 \pm \frac{\alpha - D + \frac{1}{2} (1 + \beta - \alpha)}{\sqrt{\frac{1}{4} (1 + \beta - \alpha)^2 + \alpha}}, \quad \Lambda_{1, 2} = 1 - e^{\lambda_{10, 20}\tau}.$$

Из (13) следует, что $n(\tau, x=0)$ и $\theta(\tau, x=0)$ — решения (2), если процессами переноса можно пренебречь:

$$n(\tau, x=0) = \gamma(x=0) \beta [(v + \beta - 1) + 4\alpha]^{-1} (\Lambda_2 \lambda_{20}^{-1} - \Lambda_1 \lambda_{10}^{-1}),$$

$$\theta(\tau, x=0) = \gamma(x=0) \{1 + \alpha^{-1} (\lambda_{20} - \lambda_{10})^{-1} [\lambda_{20} (\lambda_{10} - \alpha) e^{\lambda_{10}\tau} - (\lambda_{20} - \alpha) \lambda_{10} e^{\lambda_{20}\tau}]\}. \quad (14)$$

Решение (13) справедливо при $(L_x^2 + X_n^2)^{1/2} \gg 1$ и $(L_x^2 + X_0^2)^{1/2} \gg 1$, т. е. когда неоднородность поля достаточно слабая. Разложение (12) дополнительно требует, чтобы

$$12(L_x^2 + X_n^2) \left| \frac{\partial^2}{\partial k^2} \ln n(\tau, k) \right|_{k=0} \gg \left| \frac{\partial^4}{\partial k^4} \ln n(\tau, k) \right|_{k=0}, \quad (15)$$

$$12(L_x^2 + X_0^2) \left| \frac{\partial^2}{\partial k^2} \ln \theta(\tau, k) \right|_{k=0} \gg \left| \frac{\partial^4}{\partial k^4} \ln \theta(\tau, k) \right|_{k=0}.$$

Эти условия обычно выполняются при $k \ll 1$.

Отметим, что возмущение плазмы в таком приближении носит достаточно общий характер, т. е. не зависит от конкретного вида функции $\gamma(x)$, а определяется лишь размером неоднородности поля и значением $\gamma(x=0)$.

Анализ (13) показывает, что после включения волны T и N нарастают по величине, причем размер возмущенной области с течением времени увеличивается, пока не достигнет стационарного значения. Последний несколько превышает характерный размер неоднородности поля, что обусловлено процессами переноса.

При расчете $n(\tau, x=0)$ и $\theta(\tau, x=0)$ для определенности предполагалось, что $q_r = \alpha_{r0} (T_{e0}/T_e)^{3/2} N^2$ [2], $q_i = q_r(T_{e0}, N_0)$, где α_{r0} — эффективный коэффициент рекомбинации в невозмущенной плазме (рис. 1).

Отметим, что процессы переноса, рекомбинации, а также передача энергии при соударениях протекают не независимо.

Из (14) следует, что в стационарных условиях $\theta(\infty, x=0) = \gamma(x=0)$, $n(\infty, x=0) = -\gamma(x=0) \beta \alpha^{-1}$.

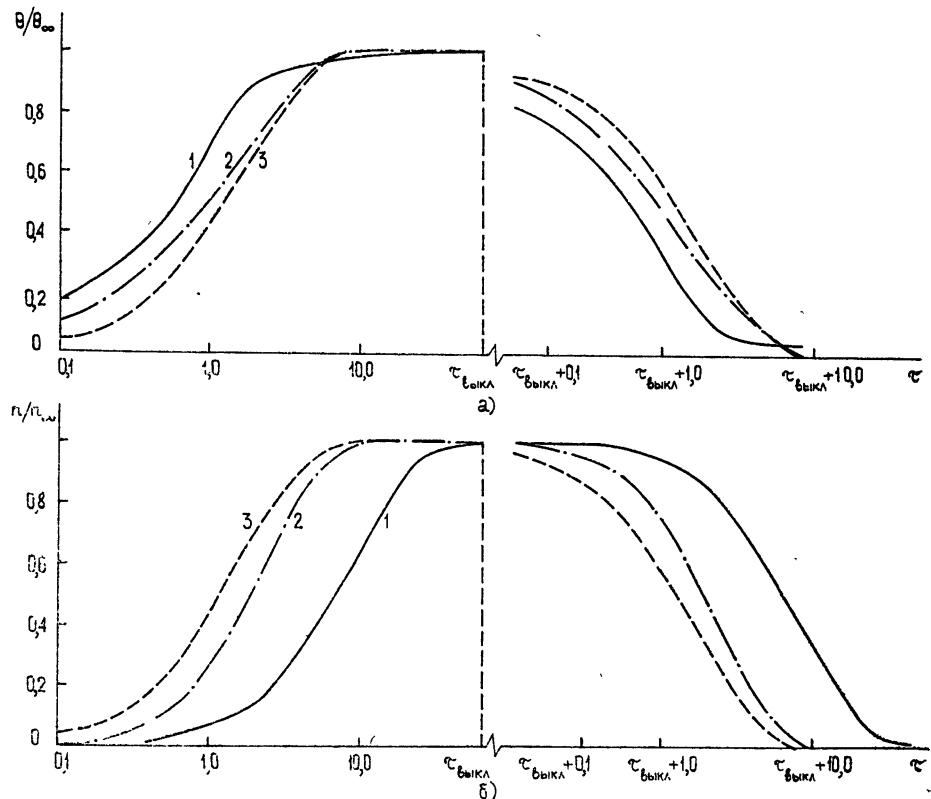


Рис. 1. Изменение температуры (а) и плотности электронов (б) после выключения и выключения поля.

1 — $\beta_s = 0,1$, 2 — $\beta = 1$, 3 — $\beta = 10$.

Рассмотрим релаксационные процессы в среде после выключения поля. При этом в системе (2) следует положить $\gamma \equiv 0$. Естественно, изменяются и начальные условия:

$$\begin{aligned} n(0, x) &= \psi(x) = n_\infty \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{x^2}{[L_x^2 + X_n^2(\infty)]} \right\}, \\ \theta(0, x) &= \varphi(x) = \theta_\infty \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{x^2}{[L_x^2 + X_\theta^2(\infty)]} \right\}, \\ n_\infty &\equiv n(\tau = \infty), \quad \theta_\infty \equiv \theta(\tau = \infty). \end{aligned} \quad (16)$$

Воспользовавшись описанной выше методикой, получим при $k \ll 1$

$$n(\tau, x) = n(\tau, x=0) L_x X_{pn}^{-1}(\tau) \exp \left[-\frac{1}{2} x^2 X_{pn}^{-2}(\tau) \right], \quad (17)$$

$$\theta(\tau, x) = \theta(\tau, x=0) L_x X_{p\theta}^{-1}(\tau) \exp \left[-\frac{1}{2} x^2 X_{p\theta}^{-2}(\tau) \right];$$

$$n(\tau, x=0) = \frac{(\lambda_{20}-\alpha) n_\infty - \beta \theta_\infty}{\lambda_{20} - \lambda_{10}} e^{\lambda_{10}\tau} - \frac{(\lambda_{10}-\alpha) n_\infty - \beta \theta_\infty}{\lambda_{20} - \lambda_{10}} e^{\lambda_{20}\tau}, \quad (18)$$

$$\theta(\tau, x=0) = \frac{(\lambda_{20}-\alpha) n_\infty - \beta \theta_\infty}{\lambda_{20} - \lambda_{10}} \frac{\lambda_{10}-\alpha}{\beta} e^{\lambda_{10}\tau} - \frac{(\lambda_{10}-\alpha) n_\infty - \beta \theta_\infty}{\lambda_{20} - \lambda_{10}} \frac{\lambda_{20}-\alpha}{\beta} e^{\lambda_{20}\tau},$$

$$X_{pn}^2 = -\frac{1}{\lambda_{20} - \lambda_{10}} \frac{A_1 e^{\lambda_{10}\tau} - A_2 e^{\lambda_{20}\tau}}{C_2 e^{\lambda_{10}\tau} - C_1 e^{\lambda_{20}\tau}} - \tau \frac{\lambda''_{10} C_2 e^{\lambda_{10}\tau} - \lambda''_{20} C_1 e^{\lambda_{20}\tau}}{C_2 e^{\lambda_{10}\tau} - C_1 e^{\lambda_{20}\tau}},$$

$$X_{p\theta}^2 = -\frac{1}{\lambda_{20} - \lambda_{10}} \frac{B_1 (\lambda_{20} - \lambda_{10}) C_2 + (\lambda_{10} - \alpha) \beta^{-1} [A_1 + C_2 \tau \lambda''_{10} (\lambda_{20} - \lambda_{10})]}{(\lambda_{10} - \alpha) \beta^{-1} C_2 e^{\lambda_{10}\tau} - (\lambda_{20} - \alpha) \beta^{-1} C_1 e^{\lambda_{20}\tau}} e^{\lambda_{10}\tau} +$$

$$+ \frac{1}{\lambda_{20} - \lambda_{10}} \frac{B_2 (\lambda_{20} - \lambda_{10}) C_1 + (\lambda_{20} - \alpha) \beta^{-1} [A_2 + C_1 \tau \lambda''_{20} (\lambda_{20} - \lambda_{10})]}{(\lambda_{10} - \alpha) \beta^{-1} C_2 e^{\lambda_{10}\tau} - (\lambda_{20} - \alpha) \beta^{-1} C_1 e^{\lambda_{20}\tau}} e^{\lambda_{20}\tau},$$

$$A_{1,2} = [2D\varphi_0 - \beta\varphi''_0 + (\lambda''_{20,10} + 2D)\psi_0 + (\lambda_{20,10} - \alpha)\psi'_0] (\lambda_{20} - \lambda_{10}) - \\ - C_{2,1} (\lambda''_{20} - \lambda''_{10}), \quad C_{1,2} = -\beta\varphi_0 + (\lambda_{10,20} - \alpha)\psi_0,$$

$$B_{1,2} = (\lambda''_{10,20} + 2D)\beta^{-1} + (\lambda_{10,20} - \alpha)2D\beta^{-2},$$

$$\varphi_0 = \sqrt{2\pi} L_x \theta_\infty, \quad \psi_0 = \sqrt{2\pi} L_x n_\infty,$$

$$\varphi''_0 = -\sqrt{2\pi} L_x^3 \theta_\infty, \quad \psi''_0 = -\sqrt{2\pi} L_x^3 n_\infty.$$

Соотношения (17) предполагают (хотя данное предположение и не принципиальное), что $X_n(\infty), X_\theta(\infty) \ll L_x$. Эти неравенства выполняются в рассматриваемом приближении. Считается также, что имеет место неравенство, аналогичное (15). Из (17) следует, что после выключения поля происходит расплывание неоднородностей n и θ . Величина неоднородности уменьшается, а характерный размер ее возрастает.

Полученные результаты нетрудно обобщить на трехмерный случай. Проделывая подобные выкладки, получим

$$n(\tau, x, y, z) = n(\tau, 0, 0, 0) \frac{L_x L_y L_z}{[(L_x^2 + X_n^2)(L_y^2 + Y_n^2)(L_z^2 + Z_n^2)]^{1/2}} \times \\ \times \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{x^2}{L_x^2 + X_n^2} - \frac{1}{2} \frac{y^2}{L_y^2 + Y_n^2} - \frac{1}{2} \frac{z^2}{L_z^2 + Z_n^2} \right),$$

$$\theta(\tau, x, y, z) = \theta(\tau, 0, 0, 0) \frac{L_x L_y L_z}{[(L_x^2 + X_\theta^2)(L_y^2 + Y_\theta^2)(L_z^2 + Z_\theta^2)]^{1/2}} \times \quad (19) \\ \times \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{x^2}{L_x^2 + X_\theta^2} - \frac{1}{2} \frac{y^2}{L_y^2 + Y_\theta^2} - \frac{1}{2} \frac{z^2}{L_z^2 + Z_\theta^2} \right),$$

$$L_y^2 = - \int_{-\infty}^{\infty} \gamma y^2 dy / \int_{-\infty}^{\infty} \gamma dy, \quad L_z^2 = - \int_{-\infty}^{\infty} \gamma z^2 dz / \int_{-\infty}^{\infty} \gamma dz.$$

Выражения для Y_n, Z_n и Y_0, Z_0 аналогичны выражениям для X_n, X_0 , в которых необходимо заменить D на D_y и D_z соответственно.

Подобным образом находятся уравнения, описывающие релаксационные процессы:

$$\begin{aligned} n(\tau, x, y, z) &= n(\tau, 0, 0, 0) \frac{L_x L_y L_z}{X_{pn} Y_{pn} Z_{pn}} \exp \left(-\frac{x^2}{2X_{pn}^2} - \frac{y^2}{2Y_{pn}^2} - \frac{z^2}{2Z_{pn}^2} \right), \\ \theta(\tau, x, y, z) &= \theta(\tau, 0, 0, 0) \frac{L_x L_y L_z}{X_{p\theta} Y_{p\theta} Z_{p\theta}} \exp \left(-\frac{x^2}{2X_{p\theta}^2} - \frac{y^2}{2Y_{p\theta}^2} - \frac{z^2}{2Z_{p\theta}^2} \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Для получения Y_{pn}, Z_{pn} и $Y_{p\theta}, Z_{p\theta}$ необходимо произвести замену в выражениях для X_{pn} и $X_{p\theta}$ величины D на $D_{x, y}$. Условия применимости решения (19), (20) аналогичны указанным выше.

Полученные соотношения свидетельствуют о том, что в приближении слабой неоднородности поля ($L_{x, y, z} \gg 1$) возмущение плазмы, а также процессы ее восстановления происходят независимо в трех измерениях. В случае $\tau_N \gg \tau_T$ процессы, обеспечивающие релаксацию, протекают независимо.

2. До настоящего времени мы считали, что поле одновременно включается (или выключается) во всех точках рассматриваемого объема плазмы. Теперь исследуем возмущение плазмы бегущим импульсом, падающим на полубесконечную среду при $\tau = 0$. Возмущение плазмы описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial \tau} - v \frac{\partial n}{\partial \xi} + \frac{\partial \theta}{\partial \tau} - v \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \theta &= \gamma(\xi) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2}, \\ \frac{\partial n}{\partial \tau} - v \frac{\partial n}{\partial \xi} &= \alpha n + \beta \theta + D \frac{\partial^2 n}{\partial \xi^2} + D \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\theta(0, \xi) = n(0, \xi) = 0, \quad \theta(\tau, \pm \infty) = n(\tau, \pm \infty) = 0.$$

Следуя изложенной выше методике, запишем решение (21) в виде

$$n(\tau, \xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(k) f_n(k) e^{ik\xi} dk, \quad (22)$$

$$\theta(\tau, \xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(k) f_\theta(k) e^{ik\xi} dk,$$

$$f_n(k) = (\beta - Dk^2) A^{-1} \left(-\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{\lambda_1 \tau} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{\lambda_2 \tau} + 1 \right),$$

$$f_\theta(k) = A^{-1} \left[-\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (\lambda_1 + Dk^2 - \alpha - ikv) e^{\lambda_1 \tau} + \right.$$

$$\left. + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (\lambda_2 + Dk^2 - \alpha - ikv) e^{\lambda_2 \tau} + (Dk^2 - \alpha - ikv) \right],$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2} [(1+\beta-\alpha) + k^2 - 2ikv] \pm \sqrt{\frac{1}{4} (1+\beta-\alpha+k^2-2ikv)^2 - A},$$

$$A = (1+k^2-ikv)(-ikv-\alpha+Dk^2) - ikv(\beta-Dk^2),$$

$$\gamma(k) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(\xi) e^{-ik\xi} d\xi.$$

Пусть характерные размеры изменения функций

$$f_n(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f_n(k) e^{ik\xi} dk,$$

$$f_\theta(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f_\theta(k) e^{ik\xi} dk$$

равны ξ_{f_n} и ξ_{f_θ} . Рассмотрим два предельных случая.

а) Длинные импульсы, т. е. $\xi_0 \gg \xi_{f_n}, \xi_{f_\theta}$, где ξ_0 — пространственная длительность импульса. В этом случае

$$n(\tau, \xi) \approx f_n(\tau, k=0) \gamma(\xi) = n(\tau) \frac{\gamma(\xi)}{\gamma(\xi=0)},$$

$$\theta(\tau, \xi) \approx f_\theta(\tau, k=0) \gamma(\xi) = \theta(\tau) \frac{\gamma(\xi)}{\gamma(\xi=0)},$$
(23)

где $n(\tau)$ и $\theta(\tau)$ — возмущения плотности и температуры электронов в однородном поле. Из (23) следует, что пространственное распределение возмущений повторяет форму бегущего импульса. Изменения n и θ во времени аналогичны изменениям в однородном поле.

б) Короткие импульсы, т. е. $\xi_0 \ll \xi_{f_n}, \xi_{f_\theta}$. При этом

$$n(\tau, \xi) \approx \gamma(k=0) f_n(\tau, \xi),$$

$$\theta(\tau, \xi) \approx \gamma(k=0) f_\theta(\tau, \xi),$$
(24)

где $\gamma(k=0) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(\xi) d\xi$. Пространственное распределение n и θ фактически не зависит от формы импульса, а определяется лишь свойствами среды.

Рассмотрим еще одно приближение. Пусть $k \ll 1$, тогда

$$n(\tau, \xi) = n(\tau, 0) \frac{\xi_0}{\sqrt{\xi_0^2 + \xi_n^2(\tau)}} \exp \left\{ -\frac{[\xi - v\tau_n(\tau)]^2}{2[\xi_0^2 + \xi_n^2(\tau)]} \right\},$$

$$\theta(\tau, \xi) = \theta(\tau, 0) \frac{\xi_0}{\sqrt{\xi_0^2 + \xi_\theta^2(\tau)}} \exp \left\{ -\frac{[\xi - v\tau_\theta(\tau)]^2}{2[\xi_0^2 + \xi_\theta^2(\tau)]} \right\},$$
(25)

$$\xi_0^2 = - \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(\xi) \xi^2 d\xi / \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(\xi) d\xi,$$

$$\begin{aligned}
 n(\tau, 0) &= -\gamma(\xi=0) \beta \alpha^{-1} (\lambda_{20}\Lambda_1 - \lambda_{10}\Lambda_2) (\lambda_{20} - \lambda_{10})^{-1}, \\
 \theta(\tau, 0) &= \gamma(\xi=0) (\lambda_{20}\Lambda_1 - \lambda_{10}\Lambda_2 + e^{\lambda_{20}\tau} - e^{\lambda_{10}\tau}) (\lambda_{20} - \lambda_{10})^{-1}, \\
 \tau_n &= -\frac{1+\beta-\alpha}{\alpha} + \frac{(1+\lambda_{10}\tau) e^{\lambda_{20}\tau} - (1+\lambda_{20}\tau) e^{\lambda_{10}\tau}}{\lambda_{20}\Lambda_1 - \lambda_{10}\Lambda_2}, \\
 \tau_\theta &= -\frac{1+\beta-\alpha}{\alpha} + \frac{(\lambda_{10}-\alpha)(1+\lambda_{10}\tau) e^{\lambda_{10}\tau} - (\lambda_{20}-\alpha)(1+\lambda_{20}\tau) e^{\lambda_{20}\tau} + \lambda_{20} - \lambda_{10}}{\alpha(\lambda_{20}\Lambda_1 - \lambda_{10}\Lambda_2 + e^{\lambda_{20}\tau} - e^{\lambda_{10}\tau})}, \\
 \xi_n^2 &= -\xi_0^2 + \left[\left(\frac{n'}{n} \right)^2 - \frac{n''}{n} \right] \Big|_{k=0}, \quad \xi_\theta^2 = -\xi_0^2 + \left[\left(\frac{\theta'}{\theta} \right)^2 - \frac{\theta''}{\theta} \right] \Big|_{k=0}.
 \end{aligned} \tag{26}$$

Анализ соотношений (25) показывает, что бегущий импульс вызывает перемещающиеся возмущения N и T_e . Их скорость движения равняется скорости перемещения импульса. Движущиеся возмущения запаздывают по отношению к импульсу на времена $\tau_n(\tau)$ и $\tau_\theta(\tau)$, которые постепенно увеличиваются от нуля и достигают стационарных значений. Стационарные значения $\tau_n(\infty)$ и $\tau_\theta(\infty)$ равняются соответственно временам релаксации N и T_e . Ширина возмущенной области увеличивается от значения, равного протяженности импульса в пространстве ξ_0 , до стационарного значения:

$$\begin{aligned}
 (\xi_0^2 + \xi_n^2(\infty))^{1/2} &= \left[\xi_0^2 + v^2 \left(\frac{1+\beta-\alpha}{\alpha} \right)^2 - 2 \frac{D}{\beta} - 2 \frac{D}{\alpha} + 2 + 2 \frac{v^2}{\alpha} \right]^{1/2}, \\
 (\xi_0^2 + \xi_\theta^2(\infty))^{1/2} &= \left[\xi_0^2 - v^2 \left(\frac{\beta-\alpha}{\alpha} \right)^2 - 2 \frac{D-\alpha-v^2}{\alpha} + \right. \\
 &\quad \left. + 2v^2 \left(\frac{1+\beta-\alpha}{\alpha} \right)^2 + \frac{2D}{\alpha} - 2v^2 \frac{1+\beta-\alpha}{\alpha^2} \right]^{1/2}.
 \end{aligned} \tag{27}$$

Из (27) следует, что при больших скоростях (формально $v \rightarrow \infty$) размер возмущенной области растет пропорционально v , в то время как величина возмущений убывает как $1/v$. Отметим, что возмущения n и θ бегущим импульсом, распространяющимся в неограниченной плазме, также описываются выражениями (25), в которых необходимо положить $\tau = \infty$. Другими словами, возмущение неограниченной плазмы бегущим импульсом представляет собой стационарный процесс.

Выражения (25) справедливы, если выполняются дополнительные условия:

$$\begin{aligned}
 \left| \frac{\partial^2}{\partial k^2} \ln n(\tau, k) \right|_{k=0} &\gg \left| \frac{1}{3} k \frac{\partial^3}{\partial k^3} \ln n(\tau, k) \right|_{k=0}, \\
 \left| \frac{\partial^2}{\partial k^2} \ln \theta(\tau, k) \right|_{k=0} &\gg \left| \frac{1}{3} k \frac{\partial^3}{\partial k^3} \ln \theta(\tau, k) \right|_{k=0}.
 \end{aligned}$$

Обобщим полученные результаты на трехмерный случай:

$$\begin{aligned}
 n(\tau, x, y, \xi) &= n(\tau, 0, 0, 0) \frac{L_x L_y \xi_0}{V(L_x^2 + X_n^2)(L_y^2 + Y_n^2)(\xi_0^2 + \xi_n^2)} \times \\
 &\times \exp \left[-\frac{x^2}{2(L_x^2 + X_n^2)} - \frac{y^2}{2(L_y^2 + Y_n^2)} - \frac{(\xi - v \tau_n)^2}{2(\xi_0^2 + \xi_n^2)} \right],
 \end{aligned}$$

$$\theta(\tau, x, y, \xi) = \theta(\tau, 0, 0, 0) \frac{L_x L_y \xi_0}{V(L_x^2 + X_0^2)(L_y^2 + Y_0^2)(\xi_0^2 + \xi_0^2)} \times \\ \times \exp \left[-\frac{x^2}{2(L_x^2 + X_0^2)} - \frac{y^2}{2(L_y^2 + Y_0^2)} - \frac{(\xi - v \tau_0)^2}{2(\xi_0^2 + \xi_0^2)} \right],$$

где $\theta(\tau, 0, 0, 0)$ и $\theta(\tau, 0, 0, 0)$ по-прежнему даются выражениями (26), в которых под γ понимается $\gamma(x=0, y=0, \xi=0)$.

В заключение отметим, что полученные соотношения могут быть использованы при диагностике плазмы, а именно при определении a_{r0} и δ_0 , коэффициентов переноса. Измеряя N и T_e каким-нибудь методом (например, зондовыми методами в лабораторной плазме или методом некогерентного рассеяния в ионосфере) в различные моменты времени после включения поля, можно построить зависимости $N(t)$ и $T_e(t)$. Из них можно определить τ_N и τ_T , что позволит вычислить a_{r0} и δ_0 . Измеряя характерный масштаб неоднородности поля и размер возмущенной области, можно, в принципе, рассчитать коэффициенты диффузии (термодиффузии) и теплопроводности.

Автор искренне благодарен Ф. Г. Бассу и П. В. Блиоху за постановку задачи и руководство в процессе ее решения.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, А. В. Гуревич, УФН, 70, № 2, 201 (1960); № 3, 393 (1960)
- 2 А. В. Гуревич, А. Б. Шварцбург, Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере, изд. Наука, М., 1973.
- 3 М. В. Квимсадзе, ФТТ, 9, № 3, 875 (1967).

Харьковский государственный университет

Поступила в редакцию
19 февраля 1974 г.

PLASMA PERTURBATION BY STRONG ELECTROMAGNETIC WAVES

L. F. Chernogor

The problem of perturbation of a weakly inhomogeneous plasma by a strong electromagnetic wave is considered. Formulas are obtained which describe small changes in density and temperature of electrons when the field is switched on and off in one- and three-dimensional cases. The plasma perturbation by a traveling pulse is also considered. The possibility of using the given relations in the investigation of micro-processes in plasma is discussed.

УДК 551.510.535

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ СУТОЧНОГО ХОДА ПОГЛОЩЕНИЯ РАДИОВОЛН В ИОНОСФЕРЕ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ МЕТОДОМ А2

B. V. Беликович, E. A. Бенедиктов, A. B. Толмачева

Исследована зависимость величины интегрального поглощения, измеренного методом А2 в Горьком, Лопарской и Архангельске, от зенитного угла Солнца χ . Отмечено появление асимметрии суточного хода относительно полудня в летнее время года. Величина показателя k в соотношении $\Gamma \sim \cos^k \chi$ близка к единице в утренние часы и меняется в зависимости от места и времени наблюдений от 1,4 до 2,2 в вечерние часы.

В г. Горьком ($\phi \approx 56^\circ\text{N}$) с 1959 по 1972 г. велись систематические измерения величины интегрального поглощения радиоволн в ионосфере радиоастрономическим методом. В 1964—1966 гг. аналогичные измерения были проведены в Лопарской ($\phi \approx 68^\circ\text{N}$), а в 1968—1969 гг. в Архангельске ($\phi \approx 64^\circ\text{N}$). Основные результаты измерений поглощения радиоволн в невозмущенной ионосфере приведены в работах [1—3].

В настоящей статье рассмотрены некоторые особенности суточного хода поглощения $\Gamma(t)$ по наблюдениям в Горьком, Лопарской и Архангельске на частотах 9 и 13 МГц. Аппаратура и методика измерений, идентичные для всех пунктов наблюдений, описаны в [4, 5]. Антенные риометров были направлены в зенит, т. е. полученные данные относятся к вертикальному прохождению через ионосферу. Методика обработки записей космического радиоизлучения для умеренных широт изложена в [5, 6], а для высоких широт — в [3, 5]*.

Суточный ход регулярного поглощения $\Gamma(t)$ для всех пунктов наблюдений характеризовался монотонным ростом величины поглощения после восхода Солнца до околоволнового максимума и последующим плавным спадом во второй половине дня. Примеры медианных ежемесячных кривых $\Gamma(t)$ представлены в работах [1, 2] для Горького и в [3] для Лопарской. На рис. 1 а—1 в показан суточный ход поглощения $\Gamma(t)$ на частоте $f = 13$ МГц для разных месяцев 1968—1969 гг. в Архангельске. Медианные полуденные значения поглощения Γ_m были наибольшими в весенне-летние месяцы (порядка 2 дБ на частоте $f = 13$ МГц). Осенью значения уменьшались до 1—1,5 дБ. Изменения Γ от дня ко дню были невелики и сопоставимы с ошибками измерений. Наибольший разброс значений поглощения в течение месяца, как и в умеренных широтах в годы высокой солнечной активности, наблюдался зимой. Этот разброс обусловлен значительными вариациями критических частот F2-слоя. Заметим, однако, что и значения f_0F2 величины поглощения Γ зимой в Архангельске были меньше соответствующих значений в Горьком. В Лопарской в 1964—1965 гг. регулярное поглощение тоже было минимальным зимой (вследствие условий полярной ночи) и максимальным летом, порядка 1—1,5 дБ на частоте $f = 13$ МГц (см. подробнее [3]). Можно полагать, что сезонный ход

* Некоторые особенности обработки записей космического радиоизлучения для высокоширотных пунктов обусловлены частым появлением аврорального поглощени.

в высоких широтах, в отличие от умеренных широт [2], качественно не меняется в течение цикла солнечной активности; зимой поглощение минимально, весной и летом максимальное.

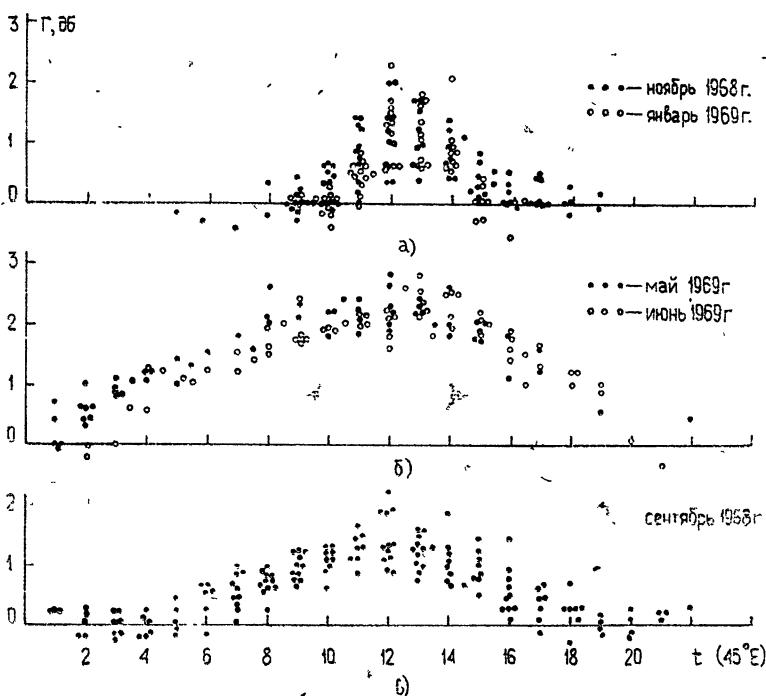


Рис. 1.

Используя месячные медианные кривые $\Gamma(t)$, мы построили зависимости величины поглощения от зенитного угла Солнца χ . В первую очередь были рассмотрены летние и равноденственные месяцы, когда изменения поглощения Γ ото дня ко дню были невелики. Результаты обработки показали, что наблюдается два вида суточной зависимости. В одних случаях имеет место симметричный относительно полудня ход $\Gamma(t)$, в пределах ошибок соответствующий одной и той же зависимости $\Gamma(\chi)$ в утренние и послеполуденные часы. В других случаях зависимость $\Gamma(t)$ до и после полудня отличается друг от друга, и при одних и тех же значениях зенитного угла χ величина поглощения в утренние часы несколько выше, чем в вечерние.

На рис. 2 показана зависимость для нескольких месяцев 1968–1971 гг.* по наблюдениям на частоте $f = 13 \text{ МГц}$ в Горьком. Здесь и на других подобных рисунках точками показаны значения Γ до полудня, а крестиками послеполуденные значения. Из рис. 2 видно, что значения поглощения в утренние и вечерние часы в первом приближении подчиняются одной и той же зависимости $\Gamma(\chi)$. Рис. 3 иллюстрирует неоднозначную зависимость $\Gamma(\chi)$ для летних месяцев 1966–1967 гг. в утренние и вечерние часы, в результате чего при зенитных углах $\chi \sim 50 - 70^\circ$ разница утренней и вечерней величин поглощения достигает $0,3 - 0,4 \text{ дБ}$ на частоте $f = 13 \text{ МГц}$. Такой «гистерезис» в суточной зависимости поглощения имел место и в другие годы, как правило,

* Июнь, июль 1968 г.; май, август 1969 г.; август 1970 г.; апрель, сентябрь 1971 г.

летом, начиная с мая. В годы низкой активности Солнца асимметрия в суточном ходе поглощения наблюдалась наиболее продолжительное время—с мая по август (иногда по сентябрь) включительно, т. е. в течение 4—5 месяцев. В годы высокой солнечной активности, напротив, асимметрия в суточном ходе поглощения имела место лишь в течение 1—2 месяцев: в 1968 г.—только в мае, в 1969 г.—в июне и июле. В 1971 г. эффект снова наблюдался с мая по август. Разница между утренними и вечерними величинами поглощения при одних и тех же зенитных углах ($\chi \sim 50-70^\circ$) составляла, как правило, 0,3—0,4 dB, лишь в отдельные месяцы уменьшаясь до 0,2—0,3 dB (например, в 1968 и в 1971 гг.).

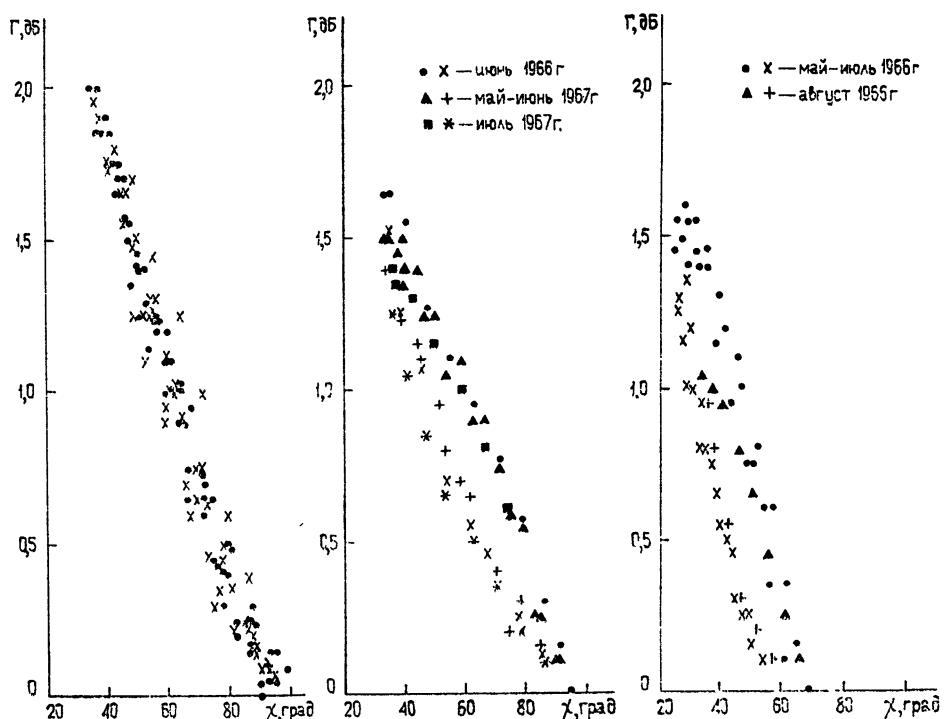


Рис. 2.

Рис. 3.

Рис. 4.

Анализ данных о поглощении космических шумов в высоких широтах также указывает на наличие асимметрии в суточном ходе поглощения в летние периоды. При этом эффект выражен ярче, чем в умеренных широтах. Величина $\Delta\Gamma$ в Лопарской в 1966 г. достигала 0,6 dB на частоте $f = 13 \text{ МГц}$. На рис. 4 приведен пример зависимости $\Gamma(\chi)$ для Лопарской по данным наблюдений с мая по август 1966 г. По наблюдениям в Архангельске в 1968—1969 гг. летом также имела место асимметрия в суточном ходе поглощения. Однако большое количество помех в вечерние часы не позволяло с достаточной точностью определить зависимость $\Gamma(\chi)$ после полудня.

Следует отметить, что зимой и ранней весной иногда наблюдался обратный эффект: величины поглощения в вечерние часы были больше, чем в утренние при равных зенитных углах Солнца. Такая суточная зависимость $\Gamma(t)$ обусловлена особенностями суточного хода критических частот f_0F2 , так как в эти периоды времени велик вклад F -слоя в интегральную величину поглощения.

Таблица 1

Пункт наблюдений	Год	Период появления асимметрии	$f = 13 \text{ MHz}$, $\gamma = 60^\circ$	k		Приимечания
				утром	вечером	
Горький	1965	май—август	0,25—0,3	0,9	1,6	Значения k определены для мая—июля, результаты измерений ненадежны
	1966	май—сентябрь	0,2—0,4	0,8	1,4	
	1967	май—август	0,3—0,4	0,9	1,4	
	1968	май	$\lesssim 0,3$	1—1,15	1,8	
	1969	июнь—июль	0,3—0,4	0,7—0,8	1,4—1,6	
	1970	май—июль	0,35—0,4	$\sim 0,8$	1,4	
	1971	май—август	$\sim 0,2$	$\sim 0,8—0,9$		
	1972	июнь—июль	0,5—0,6	$\sim 0,7$		
	1964	июль—август	0,3—0,8 (9 MHz)	0,75—0,95	2,2	
	1965	май—июль				Начало наблюдений 3 июля 1964 г.
Лопарская	1966	апрель—сентябрь	$0,3—0,6; f = 13 \text{ MHz}$ $0,25; f = 25 \text{ MHz}$	1	2,4	Значения k определены для мая—июля
	1969	апрель—июнь		$\sim 0,5$	1,85	Измерения недостаточно надежны
Архангельск						

Обычно зависимость $\Gamma(\chi)$ аппроксимируется в виде

$$\Gamma \sim \cos^k \chi. \quad (1)$$

В среднем для Горького величина показателя k в утренние часы составляла $0,8 - 1$, а в вечерние часы — $k \approx 1,4 - 1,6$ (в 1968 г. $k \approx \approx 1,8$). В Лопарской в утренние часы величина k равнялась $0,75 - 1$, а в послеполуденные — $k \approx 2,2 - 2,4$ (по данным наблюдений на частотах $f = 9; 13$ и 25 МГц.). Для равноденственных и летних месяцев, когда «гистерезис» отсутствовал, значения k в Горьком находились в интервале $0,8 - 1$. Анализ сезонного хода поглощения в Горьком за 1966 г. показал хорошее совпадение зависимости месячных медианных полуденных значений Γ_m от зенитного угла χ с утренней ветвью зависимости для летних месяцев. Соответствующее значение k равнялось $0,9$. В табл. 1 приведены периоды наблюдения эффекта асимметрии $\Gamma(t)$, значения k в утренние и вечерние часы и $\Delta\Gamma$ при $\chi = 60^\circ$ и $f = 13$ МГц для всех пунктов наблюдений.

Суммируя приведенные экспериментальные данные, можно указать на следующие основные особенности суточного хода интегрального поглощения в невозмущенной ионосфере.

1. В летние периоды в умеренных и высоких широтах отмечается явление асимметрии суточного хода поглощения относительно полудня.

2. Наибольший период времени это явление наблюдается в годы минимума солнечной активности.

3. С переходом к более высоким широтам эффект асимметрии увеличивается.

4. Величина показателя k в соотношении (1) меньше или равна единице в утренние часы и меняется в зависимости от места и времени наблюдения от $1,4$ до $2,2$ в вечерние часы.

5. При симметричном ходе поглощения $\Gamma(t)$ зависимость $\Gamma(\chi)$ близка к утренней ветви «гистерезисных» кривых.

6. Зависимость $\Gamma(\chi)$, полученная по сезонному ходу в Горьком, также близка к утренней зависимости $\Gamma(\chi)$.

Явление асимметрии суточного хода интегрального поглощения отмечалось ранее Лукашкиным по радиометрическим наблюдениям в полярных шапках (о. Хейса, Восток) [7, 8]. Наибольший эффект наблюдался летом и осенью. По наблюдениям в умеренных [9] и низких широтах [10] методом A2 не отмечалось заметной асимметрии в суточном ходе поглощения радиоволн, возможно, благодаря более высоким рабочим частотам. Измерения поглощения радиоволн методом импульсного зондирования под Калькуттой [11] показали некоторую асимметрию в дополуденные и послеполуденные часы; однако, в отличие от измерений в Горьком, величины поглощения в утренние часы были меньше, чем в вечерние при одних и тех же зенитных углах. Подобный же эффект имел место при наклонном зондировании (метод A3) на широте $\phi \approx 54^\circ N$ [12]. Можно предположить, что явление асимметрии в суточном ходе интегрального поглощения обязано своим происхождением нижней ионосфере (D - и E -областям), а отсутствие этого эффекта в зимние и равноденственные месяцы обусловлено маскирующим влиянием поглощения в F -области ионосферы. В свою очередь, «гистерезис» в нижней ионосфере может быть связан с изменениями состава или температуры. Дополнительные измерения профилей электронной концентрации в нижней ионосфере утром и вечером при одних и тех же зенитных углах позволили бы сказать более определенно о причинах описываемого явления.

В заключение авторы выражают благодарность Л. Н. Казаковой, Л. М. Елхиной, В. А. Дубковой за помощь в обработке исходных экспериментальных данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Беликович, Е. А. Бенедиктов, Геомагнетизм и аэрономия, 8, № 3, 462 (1968).
2. В. В. Беликович, Е. А. Бенедиктов, А. В. Толмачева, Геомагнетизм и аэрономия, 15, № 2, 251 (1975).
3. Е. А. Бенедиктов, В. А. Дубкова, А. В. Толмачева, Геомагнетизм и аэрономия, 10, № 4, 620 (1970).
4. В. В. Беликович, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 11, № 8, 1127 (1968).
5. Е. А. Бенедиктов, В. В. Беликович, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 12, № 10, 1139 (1969).
6. В. В. Беликович, Е. А. Бенедиктов, Г. В. Гивишили, Н. А. Коченова, М. Д. Флигель, Геомагнетизм и аэрономия, 11, № 2, 286 (1969).
7. В. М. Лукашкин, Геомагнетизм и аэрономия, 14, № 6, 1003 (1974).
8. В. М. Лукашкин, Геомагнетизм и аэрономия (в печати).
9. H. Schwentek, E. H. Gruschwitz, J. Atm. Terr. Phys., 32, 1385 (1970).
10. S. B. S. S. Sarma, A. P. Mitra, Indian J. Radio Space Phys., 1, № 1, 84 (1972).
11. S. R. Khastgir, S. Ganguly, S. Samanto, J. Geomagn. Geoelectr., 25, № 2, 145 (1973).
12. E. A. Lauter, Ann. de Geophys., 22, № 2, 289 (1966).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
4 июля 1974 г

ON SOME PECULIARITIES OF DIURNAL VARIATION ON RADIO WAVE ABSORPTION IN THE IONOSPHERE FROM MEASUREMENTS BY METHOD A2

V. V. Belikovich, E. A. Benediktov, A. V. Tolmacheva

The authors study the dependence of the integral absorption on the zenith angle of the Sun χ , measured by the method A2 in Gorki, Loparskaya, Arkhangel'sk. The appearance of the asymmetry of diurnal variation at noon in summer is pointed out. The index k in the relation $r \sim \cos^k \chi$ is close to unity in the morning hours and changes as a function of place and time of observations from 1.4 to 2.2 in the evening.

УДК 551.510.535

К ВЛИЯНИЮ ТЕРМОСФЕРНЫХ ВЕТРОВ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ ВО ВНЕШНЕЙ ЧАСТИ ОБЛАСТИ F2 НА СРЕДНИХ ШИРОТАХ

M. H. Фаткуллин, B. K. Козлов

Изучается влияние электрических полей и термосферных ветров на распределение электронной концентрации n_e на высотах внешней части области $F2$ ($h > h_m F2$, где $h_m F2$ — высота максимума слоя $F2$) путем анализа асимптотического решения уравнения непрерывности. Показано, что на высотах $h \geq 500$ км электрические поля и термосферные ветры не влияют на распределение электронной концентрации.

В основе наших исследований лежат следующие исходные условия.

1. Среда состоит из электронов, ионов одного сорта (O^+), причем $N = n_e = n(O^+)$, где $n(O^+)$ — концентрация ионов O^+ . Согласно [1] на средних широтах в период низкой активности Солнца в дневное время это условие выполняется на высотах $h \leq 600$ км. Для тех же геофизических условий в период высокой активности Солнца оно выполняется на высотах $h \leq 1000$ км.

2. Силовые линии магнитного поля Земли являются прямолинейными и наклонены к горизонтальной плоскости под углом I , причем

$$\mathbf{B} = B(-\cos I, 0, -\sin I).$$

3. Поскольку рассматриваются высоты, лежащие существенно (при мерно, на две шкалы высот) выше $h_m F2$, мы не будем учитывать ионизационные и рекомбинационные процессы. В стационарном случае уравнение непрерывности используем в виде

$$\operatorname{div} [N(\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3)] = 0, \quad (1)$$

где \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 и \mathbf{v}_3 — соответственно скорости движения заряженных частиц из-за амбиополярной диффузии, внешних электрических полей и из-за нейтральных термосферных ветров.

4. Примем, что среда неоднородна только в вертикальном направлении, т. е. в (1) $\operatorname{div} f = \frac{\partial f}{\partial z}$, где $z = h - h_0$, h_0 — высота некоторого выбранного уровня.

5. Примем, кроме того, что

$$v_{1z} = -D_a \sin^2 I \left(\frac{1}{N} \frac{dN}{dz} + \frac{1}{H_p} \right), \quad (2)$$

$$v_{2z} = c \left(\frac{E_y}{B} \right) \cos I, \quad v_{3z} = u_{nx} \sin I \cos I;$$

$$D_a = D_{a0} \exp(z/H_D), \quad (3)$$

где D_a — коэффициент амбиополярной диффузии, $H_p = k(T_e + T_i)/mg$,

T_e и T_i — соответственно температуры электронов и ионов, c — скорость света, k — постоянная Больцмана, E_y — зональная компонента электрического поля, u_{nx} — меридиональная компонента нейтрального ветра, H_D — шкала высот для коэффициента диффузии, m — масса ионов O^+ , g — ускорение силы тяжести Земли. Мы полагаем, таким образом, что $T_e \neq T_i = T_n$, но не учитываем вертикальные градиенты T_e , T_i и T_n .

Подставляя выражения (2) и (3) в (1), получим

$$\frac{d^2 N}{dz^2} + (a + b - f e^{-az}) \frac{dN}{dz} + abN = 0, \quad (4)$$

где для простоты не учитывается вертикальная неоднородность электрического поля и меридиональных ветров и

$$\begin{aligned} a &= 1/H_D, \quad b = 1/H_p, \\ f &= \frac{\operatorname{ctg} I}{D_{a_0}} \left(u_{nx} + \frac{c}{\sin I} \frac{E_y}{B} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Теперь, используя замену

$$x = \exp(-az), \quad (6)$$

уравнение (4) запишем в виде

$$x^2 N'' + \left(\frac{f}{a} x - \frac{b}{a} \right) x N' + \frac{b}{a} N = 0, \quad (7)$$

общее решение которого, согласно [2],

$$N = x^{b/a} e^{(-f/a)x} (A_1 + A_2 \int e^{(f/a)x} x^{-b/a} dx). \quad (8)$$

Разлагая в ряд функцию $\exp\left(\frac{f}{a}x\right)$ и интегрируя (8), выражение для электронной концентрации можно представить в виде

$$N = \left\langle A_1 x^{b/a} + A_2 \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{f}{a} \right)^k \frac{x^{1+k}}{(1-b/a+k)k!} \right\rangle \exp\left(-\frac{f}{a}x\right), \quad (9)$$

где A_1 и A_2 — постоянные.

Из (2) и (3) с учетом (6) для потока частиц можно получить выражение

$$-\frac{\Phi}{a D_{a_0} \sin^2 I} = -\frac{dN}{dx} - \frac{N}{a} \left(f - \frac{b}{x} \right). \quad (10)$$

В свою очередь, из (9) и (10) поток можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\Phi}{a D_{a_0} \sin^2 I} &= A'_2 \left\{ \left\langle 1 - \frac{b}{a} \right\rangle \left[1 + \frac{f}{a} \frac{(1-b/a)x}{2-b/a} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(\frac{f}{a} \right)^2 \frac{(1-b/a)x^2}{(3-b/a)2!} + \dots + \frac{f}{a} \frac{(1-b/a)x}{2-b/a} + 2 \left(\frac{f}{a} \right)^2 \frac{(1-b/a)x^2}{(3-b/a)2!} + \dots \right] \right\}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $A'_2 = A_2/(1-ba)$ — постоянная.

Перейдем к анализу общих выражений (9) и (11).

1. Рассмотрим сначала случай $f = 0$, когда не учитывается влияние электрических полей и термосферных ветров, и попытаемся получить известные (см., например, [3, 4]) выражения для электронной концентрации и потока соответственно из (9) и (11). При $f = 0$ из (9) имеем

$$N = A_1 x^{b/a} + A'_2 x \equiv A_1 \exp(-z/H_p) + A'_2 \exp(-z/H_D), \quad (12)$$

а из (11) получим

$$\Phi = A_2 \left(\frac{H_p + H_D}{H_p - H_D} \right) D_{a0} \sin^2 I, \quad (13)$$

что совпадает с приведенными в [3, 4] формулами.

2. Оценим теперь вклады отдельных членов сумм:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{f}{a} \right)^k \frac{x^{k+1}}{(1/2+k)k!}, \quad \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{f}{a} \right)^k \frac{x^k}{(1/2+k)k!}, \quad \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{f}{a} \right)^k \frac{kx^k}{(1/2+k)k!}, \quad (14)$$

в (9) и (11) при конкретных значениях исходных параметров. Из (14) имеем

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{f}{a} \right)^k \frac{x^{k+1}}{(1/2+k)k!} = 2x + \frac{2}{3} \frac{f}{a} x^2 + \frac{1}{5} \left(\frac{f}{a} \right)^2 x^3 + \dots; \quad (15)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{f}{a} \right)^k \frac{x^k}{(1/2+k)k!} = 2 + \frac{2}{3} \frac{f}{a} x + \frac{1}{5} \left(\frac{f}{a} \right)^2 x^2 + \dots; \quad (16)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{f}{a} \right)^k \frac{kx^k}{(1/2+k)k!} = \frac{2}{3} \frac{f}{a} x + \frac{2}{5} \left(\frac{f}{a} \right)^2 x^2 + \frac{2}{21} \left(\frac{f}{a} \right)^3 x^3 + \dots \quad (17)$$

Примем, что $I = 70^\circ N$, $H_D = 50 \text{ км}$, $H_p = 100 \text{ км}$, $B = 0,4 \text{ эрст}$, $D_{a0} = 2,0 \cdot 10^9 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ при $h_0 = 200 \text{ км}$.

Для $|E_y|$ и $|u_{nx}|$ рассмотрим два варианта предельных значений.

а) $|E_y| \approx 3,0 \cdot 10^{-5} \text{ В/см}$ и $|u_{nx}| \approx 60 \text{ м/с}$. Оценки показывают, что на высотах $h > 400 \text{ км}$ члены с номерами $k \geq 3$ весьма малы (для $k = 3$ составляют примерно $2 \cdot 10^{-7}$). В свою очередь, на высоте $h = 400 \text{ км}$ члены с $k = 1$ и $k = 2$ в (15) равны примерно $2,84 \cdot 10^{-3}$ и $1,98 \cdot 10^{-4}$, а на высоте $h = 500 \text{ км}$ члены с $k \geq 1$ малы (для $k = 1$ — порядка $10^{-5} \div 10^{-6}$). Таким образом, вклад члена с $k = 1$ в (15) на высоте 400 км составляет $\sim 8\%$ от члена $k = 0$, а при $h > 500 \text{ км}$ этот вклад меньше 0,4%. Это означает, что при $h \geq 400 \text{ км}$ для электронной концентрации из (9) имеем

$$N = \langle A_1 x^{b/a} + A'_2 x \rangle \exp \left(-\frac{f}{a} x \right). \quad (18)$$

Рассмотрим теперь выражения (16) и (17). При оценке этих выражений вклады членов с $k = 1, 2$ на высотах $h \geq 400 \text{ км}$ составляют соответственно 7,7 и 0,54% по сравнению с членом, соответствующим $k = 0$. При $h > 500$ вклад членов с $k = 1$ составляет 1%, а вклад членов с $k \geq 2$ пренебрежимо мал.

Таким образом, при $h \geq 500 \text{ км}$ выражение (11) переходит в

$$\frac{\Phi}{D_{a0} \alpha \sin^2 I} = A'_2 \left[\left\langle 1 - \frac{b}{a} \right\rangle \left(1 + 2 \frac{f}{a} \frac{1 - b/a}{2 - b/a} x \right) \right], \quad (19)$$

где $A'_2 = A_2 (1 - b/a)$ — постоянная.

б) Примем теперь для оценок завышенные значения $|E_y| \approx 3,0 \cdot 10^{-4} \text{ В/см}$ и $|u_{nx}| = 600 \text{ м/с}$. При этих значениях $|E_y|$ и $|u_{nx}|$ значения членов с $k = 1, 2$ в (15) равны $2,84 \cdot 10^{-2}$ и $1,98 \cdot 10^{-3}$, а членами с $k \geq 3$ можно пренебречь. В свою очередь, член с $k = 1$ при $h > 600 \text{ км}$ порядка 10^{-7} . Поэтому для высот $h > 500 \text{ км}$ распределение

$N(h)$, и при этих значениях $|E_y|$ и $|u_{nx}|$ определяются выражением (18), а на высотах $h \approx 350 \div 400$ км —

$$N = \left\langle A_1 x^{b/a} + A'_2 x \left(1 + \frac{f}{a} \frac{1-b/a}{2-b/a} x \right) + \left(\frac{f}{a} \right)^2 \frac{1-b/a}{(3-b/a) 2!} x^2 \right\rangle \times \exp \left(- \frac{f}{a} x \right). \quad (20)$$

Оценим теперь значения $\exp \left(- \frac{f}{a} x \right)$ на разных высотах. Для дальнейшего обсуждения выражение для f из (5) удобнее разбить на две части: $f = f_1 + f_2$, где

$$f_1 = \operatorname{ctg} I \frac{u_{nx}}{D_{a0}}, \quad f_2 = c \frac{\operatorname{ctg} I}{\sin I} \frac{E_y}{B}, \quad (21)$$

с тем, чтобы изучить эффекты, связанные с u_{nx} и E_y , по отдельности. Такое разделение обусловлено тем, что знаки f_1 и f_2 зависят от направлений u_{nx} и E_y .

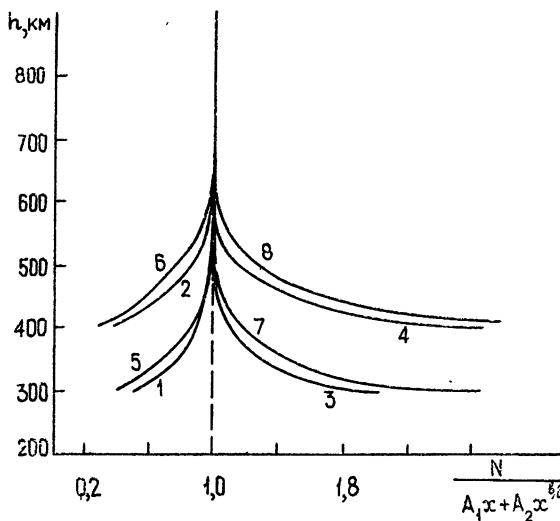


Рис. 1.

На рис. 1 показаны высотные распределения отношения

$$\frac{N}{A'_2 x + A_1 x^{b/a}} = \exp \left(- \frac{f}{a} x \right) \quad (22)$$

для различных значений u_{nx} и E_y . (Кривая 1 — $u_{nx} = +60$ м/с; 2 — $u_{nx} = +600$ м/с; 3 — $u_{nx} = -60$ м/с; 4 — $u_{nx} = -600$ м/с; 5 — $E_y = 3,0 \cdot 10^{-5}$ В/см; 6 — $E_y = +3,0 \cdot 10^{-4}$ В/см; 7 — $E_y = -3,0 \cdot 10^{-5}$ В/см; 8 — $E_y = -3,0 \cdot 10^{-4}$ В/см.) Отметим, что знак минус у u_{nx} означает, что меридиональный ветер направлен к полюсу, а соответствующая вертикальная компонента скорости заряженных частиц со скоростями $v_{3z} \approx 20$ и 200 м/с соответственно для $u_{nx} \approx 60$ и 600 м/с, направлена вниз (и эта картина преимущественно имеет место в дневные часы), а знак плюс означает, что u_{nx} направлена

на экватор, а v_{3z} — вверх, что имеет место в ночные часы. В случае же E_y знак минус означает, что поле направлено на запад, а плюс — на восток (при $E_y \approx 3,0 \cdot 10^{-5}$ и $3,0 \cdot 10^{-4}$ B/cm соответственно $v_{2z} \approx 23$ и $230 m/s$). Из рис. 1 видно, что при $h \geq 450$ км электрические поля с $E_y \approx 3,0 \cdot 10^{-5}$ B/cm и ветры с $u_{nx} \approx 60 m/s$ практически не влияют на распределение $N(h)$. При $E_y \approx 3,0 \cdot 10^{-4}$ B/cm и $u_{nx} \approx 600 m/s$ аналогичная ситуация возникает на высотах $h \geq 550$ км. При указанных условиях высотное распределение электронной концентрации определяется выражением (20). Это связано с тем, что на высотах соответствующие разумные значения v_{2z} и v_{3z} много меньше скорости продольной амбиополярной диффузии. На более низких уровнях, но при $h > h_m F2$ направленная на экватор меридиональная компонента u_{nx} и направленная на восток зональная компонента электрического поля увеличивают электронную концентрацию. Физическая причина этого состоит в том, что направленные при этом вверх движения переносят заряженные частицы из области с большим значением скорости рекомбинации в область меньших ее значений. Если u_{nx} и E_y направлены соответственно к полюсу и к западу, то имеет место обратная картина.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Н. Фаткуллин, Ионный состав области $F2$ и внешней ионосферы, Препринт № 16 ИЗМИРАН, М., 1972.
2. Э. Камке, Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям, ИЛ, М., 1951.
3. В. М. Поляков, Геомагнетизм и аэрономия, 6, 341 (1966).
4. S. A. Bowhill, J. Atm. Terr., Phys., 24, 503 (1962).

Институт земного магнетизма, ионосферы
и распространения радиоволн АН СССР

Поступила в редакцию
24 июля 1973 г.,
после доработки
2 января 1975 г.

ON THE INFLUENCE OF THERMOSPHERIC WINDS AND ELECTRIC FIELDS ON ELECTRON DENSITY DISTRIBUTION IN THE REGION $F2$ ABOVE ITS MAXIMUM AT MIDDLE LATITUDES

M. N. Fatkullin, V. K. Kozlov

The influence of electric fields and thermospheric winds on the electron density distribution n_e at the heights of region $F2$ above its maximum ($h > h_m F2$ where $h_m F2$ is the heights of the maximum layer of $F2$) is studied by analysing the asymptotic solution of the discontinuity equation. At the heights $h \geq 500$ km the electric fields and thermospheric winds are shown not to affect the electron density distribution.

УДК 539.143.43

ФОРМА ЛИНИИ ЯМР ОПТИЧЕСКИ ОРИЕНТИРОВАННЫХ АТОМОВ В НЕОДНОРОДНЫХ ПОСТОЯННОМ И РАДИОЧАСТОТНОМ ПОЛЯХ

С. Л. Вотяков, В. В. Зверев, Л. Н. Новиков

Проведено экспериментальное исследование формы линии ЯМР оптически ориентированных атомов Hg^{201} в неоднородных постоянном и радиочастотном полях. Показано, что в данных условиях линия ЯМР представляет собой суперпозицию узкого резонансного пика (ширины $< 10 \text{ Гц}$) и широкого пьедестала (ширины $\sim 10^3 \text{ Гц}$) лоренцевой формы. Теоретический анализ результатов выполнен на основе уравнений Блоха в предположении, что матрица релаксации T — недиагональна.

В работе [1] исследовано влияние неоднородности радиочастотного (РЧ) поля на форму линии ЯМР оптически ориентированных атомов. Показано, что при этом сигнал резонанса является суперпозицией двух лоренцевых линий: узкого резонансного пика шириной несколько единиц герц и широкого пьедестала шириной порядка килогерца. Ширина последнего определяется размерами ячейки и скоростью диффузии атомов в среде буферного газа.

В данной работе сообщается о наблюдении сигнала ЯМР системы атомов Hg^{201} , ориентируемых оптическим резонансным излучением линии 2537 \AA , в неоднородных статическом и радиочастотном полях. Интерес к данному вопросу вызван тем, что в реальных экспериментах на искусственно создаваемое неоднородное РЧ поле $H_1(r)$ накладывается неконтролируемая неоднородность статического поля H_0 , при этом форма узкого резонансного пика существенно усложняется.

Принципиальная схема эксперимента изображена на рис. 1 и в основном, подобна использованной в работе [1]. Сигнал «резонанса на нулевой частоте», пропорциональный M_z — компоненте намагниченности, регистрируется по интенсивности света флуоресценции, переизлученного перпендикулярно к лучу «накачки». Неоднородные поля $H_1(r)$ и $H'_0(r)$ создаются встречновключенными кольцами Гельмгольца.

На рис. 2 представлена запись сигнала ЯМР, полученная на сферической резонансной ячейке $R = 1,75 \text{ см}$ с сухим паром Hg^{201} ($p \sim 10^{-3} \text{ тор}$) и газом He^4 ($p = 0,21 \text{ тор}$) при $T = 300 \text{ К}$. Сигнал a наблюдался в неоднородном РЧ поле, когда градиент статического поля

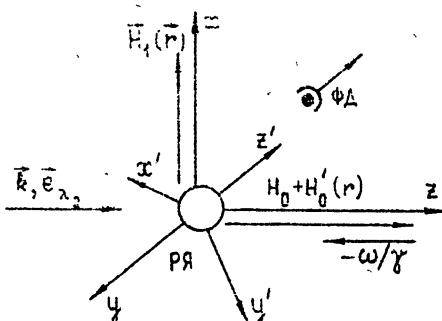


Рис. 1. Схема наблюдения ЯМР оптически ориентированных атомов. РЯ — резонансная ячейка; k, e_{λ_0} — луч накачки; ФД — фотодетектор.

равен нулю. Кривая *b* соответствует случаю, когда среднее по объему значение РЧ поля равно нулю, но дополнительно наложено неоднородное статическое поле. На рис. 2 *a* представлена кривая, полученная в условиях неоднородного РЧ и статического полей. При изменении амплитуд градиентов полей наблюдаются промежуточные случаи, когда центральный пик несимметричен и является суперпозицией линий поглощения и дисперсии, что представлено на рис. 2 *г* и 2 *д*. Авторами работы [2] проведены исследования сигнала магнитного резонанса оптически ориентированных атомов He^3 в неоднородных полях и получены кривые, по форме подобные представленным на рис. 2 *a*, 2 *в*.

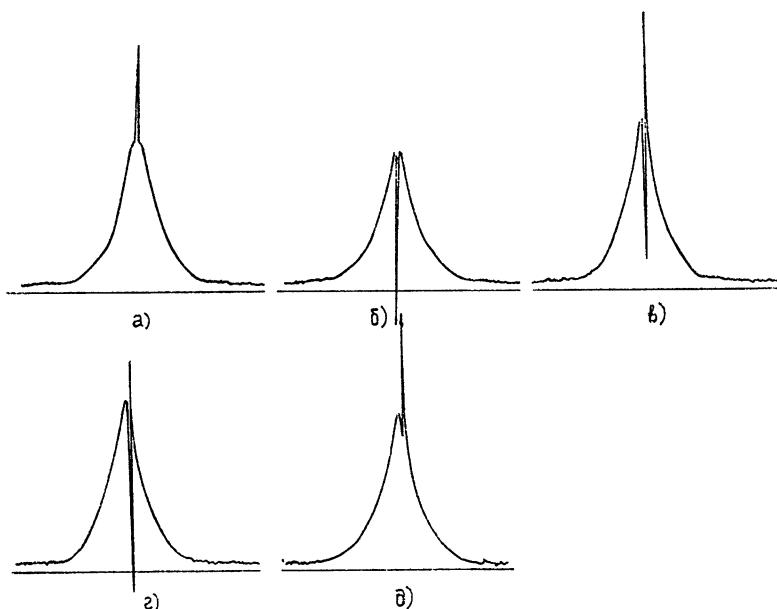


Рис. 2. Запись сигналов ЯМР в системе атомов Hg^{201} . Масштаб — 0,96 кГц/см.

Результаты эксперимента могут быть объяснены на основе теории релаксации в случайном поле [3, 4], которое действует на атом, движущийся в пространственно-неоднородных полях.

Пусть система атомов со спином $I = 1/2$ помещена в неоднородные статическое $\mathbf{H}_0 = (H_0 + H'_0(\mathbf{r}))\mathbf{k}$ и вращающееся РЧ поле $\mathbf{H}_1(\mathbf{r}) = \dot{H}_1(\mathbf{r}) \times (\mathbf{i} \cos \omega t + \mathbf{j} \sin \omega t)$ (рис. 1). Тогда во вращающейся вокруг оси $0z$ с частотой ω системе координат эффективное поле есть

$$\mathbf{H}_{\text{эфф}} = \left[\left(H_0 - \frac{\omega}{\gamma} \right) + H'_0(\mathbf{r}) \right] \mathbf{k} + H_1(\mathbf{r}) \mathbf{i}' . \quad (1)$$

При тепловом движении атом хаотически перемещается в пространстве, сталкиваясь с другими атомами и со стенками ячейки, вследствие чего он подвергается действию случайного поля

$$\mathbf{H}'_{\text{эфф}}(\mathbf{r}(t)) = H'_0(\mathbf{r}(t))\mathbf{k} + H_1(\mathbf{r}(t))\mathbf{i}' , \quad (2)$$

где $\mathbf{r}(t)$ — радиус-вектор точки положения атома в ячейке. Это поле индуцирует переходы между зеемановскими подуровнями и приводит к релаксации макроскопической намагниченности M . Пусть этот дополнительный релаксационный процесс описывается временами

релаксации $T_{\alpha\beta}$, которые могут быть найдены через спектральные плотности $g_{\alpha\beta}(\omega)$ случайного процесса $H'_{\text{эфф}}(r(t))$ [3,4]:

$$\frac{1}{T_{\alpha\beta}} \sim g_{\alpha\beta}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} e^{i\omega\tau} d\tau \langle H'_{\text{эфф}\alpha}(r(t)) H'_{\text{эфф}\beta}(r(t+\tau)) \rangle. \quad (3)$$

Здесь усреднение производится по начальному положению и всевозможным траекториям движения атома в ячейке. Это усреднение с учетом столкновений с буферным газом и со стенками ячейки аналогично выполненному в работе [1], с тем отличием, что в [1] случайное поле имеет одну компоненту и совпадает с $H_1(t)i'$.

В данном случае случайное тепловое движение атомов в пространственно-неоднородном поле $H'_{\text{эфф}}(t)$ приводит к тому, что корреляционные функции ψ_{xz} и $\psi_{zx} = \langle H'_{\text{эфф}x}(t) H'_{\text{эфф}z}(t+\tau) \rangle$ отличны от нуля, а следовательно, матрица релаксации $T_{\alpha\beta}$ недиагональна. Аналитические выражения для времен релаксации $T_{\alpha\beta}$ могут быть найдены при задании конкретного вида распределения полей (2).

Выражение для времени релаксации T_{zz} продольной компоненты намагниченности при произвольном распределении $H'_{\text{эфф}}(r)$ имеет вид

$$\frac{1}{T_{zz}} = \frac{\tau \langle \gamma^2 H'^2_{\text{эфф}} \rangle}{1 + (\omega - \gamma H_0)^2 \tau^2 + \tau T_p \langle \gamma^2 H'^2_{\text{эфф}} \rangle}. \quad (4)$$

Зависимость носит характер резонансной кривой поглощения с шириной $1/\tau$, которая для ячеек с буферным газом (длина свободного пробега много меньше размеров ячейки, $\lambda \ll L$) совпадает с обратным временем диффузии $1/\tau_d$ оптически ориентированных атомов между стенками ячейки: для ячейки кубической формы с ребром L $\tau_d = L^2/\pi^2 D$ [1]; для ячейки сферической формы радиуса R $\tau_d = R^2/8,68 D$ [5] (D — коэффициент диффузии). Наряду с этим наблюдается РЧ уширение кривой. Выражения для T_{xx} и T_{yy} имеют аналогичный вид.

Таким образом, наложение двух неоднородных полей приводит к характерной полевой зависимости времен релаксации $T_{\alpha\alpha}$ и появлению недиагональных членов в матрице релаксации. С другой стороны, в уравнении эволюции намагниченности необходимо учесть влияние усредненных по движению атомов значений неоднородных полей:

$H''_{\text{эфф}} = \left\{ H_0 - \frac{\omega}{\gamma} + \langle H'_0(r) \rangle \right\} \mathbf{k} + \langle H_1(r) \rangle i'$, а также процесс термической стечной и оптической релаксации, описываемой стандартной матрицей $\begin{pmatrix} 1/\tau_2 & 1/\tau_2 & 0 \\ 0 & 1/\tau_2 & 1/\tau_1 \end{pmatrix}$. В итоге уравнение эволюции M принимает вид

$$\dot{M} = \gamma [M, H''_{\text{эфф}}] + \frac{M_0 \mathbf{k}}{T_p} - \\ - \left[\begin{array}{ccc} \frac{1}{T_{xx}} + \frac{1}{\tau_2} & 0 & \frac{1}{T_{zz}} \\ 0 & \frac{1}{T_{yy}} + \frac{1}{\tau_2} & 0 \\ \frac{1}{T_{zz}} & 0 & \frac{1}{T_{zz}} + \frac{1}{\tau_1} \end{array} \right] \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где $\frac{M_0 k}{T_p}$ — член, обусловленный «накачкой».

Стационарное решение для M_z системы (5) имеет вид

$$M_z = \frac{M_0 T'_{zz}}{T_p} \left\{ 1 + [T'_{zz} (T'_{xx} T_{zz} T_{xz})^{-1} - \gamma^2 \langle H_1 \rangle^2 T'_{zz}/T'_{xx} - \right. \\ - \Delta\omega \gamma \langle H_1 \rangle^2 T'_{zz} \left(\frac{1}{T_{zz}} + \frac{1}{T_{xz}} \right)] \left[\left[\Delta\omega + \frac{1}{2} \gamma \langle H_1 \rangle T'_{zz}^2 \times \right. \right. \\ \times \left(\frac{1}{T_{zz}} + \frac{1}{T_{xz}} \right)^2]^2 + \gamma^2 \langle H_1 \rangle^2 \left[\frac{T'_{zz}}{T'_{xx}} - \frac{T'_{zz}^2}{4} \left(\frac{1}{T_{zz}} + \frac{1}{T_{xz}} \right)^2 \right] + \\ \left. \left. + \frac{1}{T'_{yy}} \left(\frac{1}{T'_{xx}} - \frac{T'_{zz}}{T_{xz} T_{zz}} \right) \right]^{-1} \right\}, \quad (6)$$

где.

$$\frac{1}{T_{xx}} \equiv \frac{1}{T_{xx}} + \frac{1}{\tau_2}, \quad \frac{1}{T'_{yy}} \equiv \frac{1}{T_{yy}} + \frac{1}{\tau_2}, \quad \frac{1}{T'_{zz}} \equiv \frac{1}{T_{zz}} + \frac{1}{\tau_1}.$$

Проведем анализ полученного выражения в ряде предельных случаев

а) Статическое поле однородно, среднее значение неоднородного РЧ поля отлично от нуля. Тогда

$$M_z \approx \frac{M_0 T'_{zz}}{T_p} \left[1 - \frac{\gamma^2 \langle H_1 \rangle^2 T'_{zz} T'_{yy}}{1 + \gamma^2 \langle H_1 \rangle^2 T'_{xx} T'_{yy} + \Delta\omega^2 T'_{yy}^2} \right].$$

Учитывая полевую зависимость T_{zz} (4), находим

$$M_z \approx \frac{M_0 \tau_1}{T_p} \left[1 - \frac{\langle \gamma^2 H_{\text{эфф}}'^2 \rangle \tau T_p}{1 + \Delta\omega^2 \tau^2 + \langle \gamma^2 H_{\text{эфф}}'^2 \rangle \tau T_p} - \right. \\ \left. - \frac{\gamma^2 \langle H_1 \rangle^2 \tau_1 \tau_2}{1 + \gamma^2 \langle H_1 \rangle^2 \tau_1 \tau_2 + \Delta\omega^2 \tau_2^2} \right]. \quad (7)$$

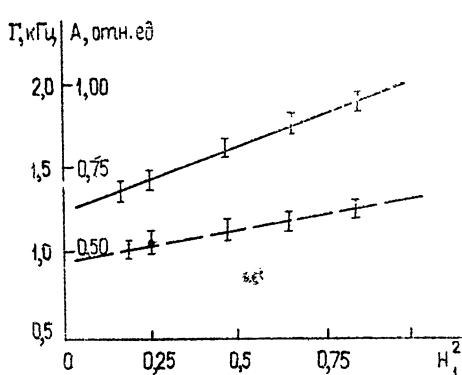


Рис. 3.

б) Среднее значение неоднородного РЧ поля равно нулю; дополнительно наложено неоднородное статическое поле. Тогда

Сигнал резонанса, пропорциональный M_z , является суммой широкой и узкой линии лоренцевой формы ($\frac{2}{\tau_2} \ll \frac{2}{\tau}$). Это соответствует экспериментальному результату на рис. 2 а. На рис. 3 приведена зависимость амплитуды (сплошная прямая) и ширины широкой линии ЯМР от амплитуды неоднородного РЧ поля. Найденное значение τ составляет $0,90 \cdot 10^{-3}$ с.

$$M_z \approx \frac{M_0 \tau_1}{T_p} \left[1 - \frac{\langle \gamma^2 H_{\text{eff}}'^2 \rangle \tau T_p}{1 + \Delta \omega^2 \tau + \langle \gamma^2 H_{\text{eff}}'^2 \rangle \tau T_p} + \right. \\ \left. + \frac{T'_{zz} (T'_{xx} T_{zx} T_{xz})^{-1}}{\Delta \omega^2 + \frac{1}{T'_{yy}} \left(\frac{1}{T'_{xx}} - \frac{T'_{zz}}{T_{zx} T_{xz}} \right)} \right].$$

Следовательно, линия ЯМР представляет собой широкую линию $\Gamma \sim 2/\tau$ с узким провалом в центре, что подтверждается экспериментально (кривая 2б).

в) В общем случае кривая резонанса есть сумма широкого пьедестала, узкого пика лоренцевой формы и кривой дисперсии шириной $\sim 2/\tau_2$. При этом имеется сдвиг между центрами широкой линии и узких пиков, равный $\delta\omega = \frac{\gamma \langle H_1 \rangle^2}{2} T'_{zz} \left(\frac{1}{T_{zx}} + \frac{1}{T_{xz}} \right)$. Кривые 2в, 2г, 2д свидетельствуют о сложной форме центрального сигнала и о существовании сдвига $\delta\omega$.

В заключение авторы выражают благодарность О. А. Бартеневу и В. П. Путырскому за обсуждение настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 С. Л. Вотяков, С. П. Довгополь, В. П. Путырский, Л. Н. Новиков, *Оптика и спектроскопия*, 36, вып. 6, 1041 (1974).
- 2 R. Baribe, M. Leduc, F. Laloë, *Lett. Nuovo Cimento*, 8, № 15, 915 (1973).
- 3 А. Абрагам, *Ядерный магнетизм*, ИЛ, М., 1963.
- 4 Ч. Сликтер, *Основы теории магнитного резонанса*, изд. Мир, М., 1967.
- 5 С. Л. Вотяков, В. П. Путырский, сб. *Труды УПИ* (в печати).

Уральский политехнический институт

Поступила в редакцию
17 мая 1974 г.

NMR LINE FORM OF OPTICALLY ORIENTED ATOMS IN INHOMOGENEOUS CONSTANT AND RF FIELDS

S. L. Votyakov, V. V. Zverev, L. N. Novikov

An experimental study is made of NMR line form of optically oriented Hg^{201} atoms in inhomogeneous constant and RF fields. It is shown that under these conditions the NMR line represents itself a superposition of a narrow resonance peak (of the width < 10 Hz) and a wide pedestal (of the width $\sim 10^3$ Hz) of the Lorenz form. A theoretical analysis of results is made on the basis of Bloch equations on the assumption that the relaxation matrix \overleftrightarrow{T} is nondiagonal.

УДК 621.376.32

К ТЕОРИИ СИСТЕМ ЧМ РАДИОПРИЕМА С ОБРАТНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

И. М. Миндлин

Показано, что следящий фильтр при малом запаздывании в цепи обратной связи неустойчив. Указываются эквивалентные коэффициенты передачи по частотной модуляции и коэффициенты нелинейных искажений сигнала в следящем фильтре и системе с обратной связью по частоте с двухконтурным усилителем промежуточной частоты.

В предлагаемой работе изучается устойчивость следящего фильтра с одноконтурным УПЧ и проводится анализ установившегося режима в системах с двухконтурным УПЧ при детерминированном входном сигнале.

1. Вопросам устойчивости следящего фильтра (СФ) посвящен ряд работ, обзор которых содержится в [1]. В этих работах исходит из того, что СФ устойчив в малом, если полюсы его эквивалентного коэффициента передачи по частотной модуляции имеют отрицательные вещественные части [1]. С этим исходным положением можно согласиться (с некоторыми оговорками, не снижающими принципиальной ценности получаемых при таком подходе результатов). При изучении устойчивости в малом авторы упомянутых работ используют в качестве формулы эквивалентного коэффициента передачи приведенное ниже выражение (3), впервые полученное в [2]. Однако подобное использование формулы (3) некорректно, ибо при выводе ее предполагается, что СФ устойчив.

В предлагаемой работе при анализе устойчивости в малом автор исходит из указанной ниже формулы (2) для эквивалентного коэффициента передачи, которая получена на основе передаточных матриц, введенных в [3]. В работе используются блок-схема СФ, обозначения и предположения о фильтре и входном сигнале, принятые в [3]. Детектор предполагается идеальным.

УПЧ представляет собой резонансный контур с последовательными (как принято в первых двух главах [2]) или параллельными (как принято в [4]) реактивными элементами. И в том, и в другом случае процессы в одноконтурном УПЧ описываются уравнением вида

$$\frac{d}{dt}(ax) + R\dot{x} + \omega^2 ax = u(t) \quad \left(\dot{x} = \frac{dx}{dt} \right).$$

Если $L, C, \omega = 1/\sqrt{LC}$ — соответственно индуктивность, емкость и частота контура, то x — заряд на емкости, $a = L$ — для контура с последовательными элементами; x — напряжение на емкости, $a = C$ — для контура с параллельными элементами; R — сопротивление контура (проводимость — для параллельного контура). Частота ω и коэффициент a являются функциями выходного сигнала u цепи обратной связи, описываемой уравнением

$$\omega_0 \bar{v} = K_y(p) (\bar{\Psi} - \omega_0),$$

где ω_0 — частота контура при $v = 0$, $\bar{v}(p)$ — преобразование Лапласа от $v(t)$, p — комплексная переменная, $\bar{\Psi}$ — частота выходного сигнала УПЧ.

Пусть $\omega = \omega_0(1 + v)$. Если частота ω контура меняется за счет изменения только одного реактивного параметра, то или $a = a_0 = \text{const}$, или $\omega^2 a = \text{const}$; в последнем случае $a = a_0/(1 + v)^2$. Сопротивление R предполагается постоянным. Равенство $2ha_0 = R$ определяет полосу пропускания h/π усилителя промежуточной частоты. Если частота несущей равна ω_0 , то в линейном приближении (которое только и нужно для построения эквивалентного коэффициента передачи по частотной модуляции) можно положить $a = a_0(1 + kv)$, где $k = 0$, если $a = \text{const}$, и $k = -2$, если $\omega^2 a = \text{const}$.

Пусть $u(t) = U \cos \varphi$, $U = \text{const}$ (для простоты), $\dot{\varphi} = \omega_c = \omega_0(1 + \beta v)$. Тогда в линейном приближении $\bar{\Psi} = \omega_0 + \beta \bar{\Psi}_1$, причем, согласно [3],

$$p \bar{\Psi}_1 = H_{11} \omega_0 \bar{\lambda} + H_{13} k \bar{v}_1 + H_{15} \omega_0 \bar{v}_1, \quad \omega_0 \bar{v}_1 = K_y(p) p \bar{\Psi}_1, \quad (1)$$

где H_{11} , H_{13} , H_{15} — элементы расширенной передаточной матрицы управляемого контура. Из (1), в силу указанных в [3] формул для передаточной матрицы, следует $p \bar{\Psi}_1 = K_q(p) \omega_0 \bar{\lambda}$,

$$K_q(p) = \frac{1 + z}{(1 + z)[1 + z(1 - K_y)] + \varepsilon z^2(2 + z)(2 + z + kz K_y)} \quad (2)$$

$$\left(z = \frac{p}{h}, \quad \varepsilon = \frac{h^2}{4\omega_0^2} \right).$$

Постоянная $\varepsilon \ll 1$ (например, при $h/\pi = 40 \text{ кГц}$ и $\omega_0/2\pi = 1 \text{ МГц}$ получим $\varepsilon = 10^{-4}$). При анализе искажений сигнала полагают $\varepsilon = 0$, так что при $|p| \ll \omega_0$ с погрешностью порядка ε

$$K_q = \left[1 + \frac{p}{h} (1 - K_y(p)) \right]^{-1}. \quad (3)$$

Эта формула впервые приводится в [2].

Прежде всего укажем условия, при которых об устойчивости в малом можно судить по полюсам дроби (3). Пусть $K_y = \Phi(z)/F(z)$, $F(z) = a_r z^r + a_{r-1} z^{r-1} + \dots + a_1 z + 1$, $\Phi(z) = b_m z^m + \dots + b_1 z + b_0$, $a_r \neq 0$, $b_m \neq 0$, $m \leq r$. Тогда полосы коэффициента передачи (2) определяются нулями многочлена

$$Q(z) = [(1 + z)^2 + \varepsilon z^2(z + 2)^2] F(z) + [-z(1 + z) + \varepsilon kz^3(z + 2)] \Phi(z).$$

Уравнение $Q(z) = 0$ определяет алгебраическую функцию $z(\varepsilon)$.

Изучив поведение ветвей этой функции в окрестности точки $\varepsilon = 0$ [5], приходим к следующей теореме.

Если

1) все полюсы дроби (3) имеют отрицательные вещественные части,

2) выполнены неравенства

$$(a_r - c_0)(2a_r + a_{r-1} - c_0 - c_1) > 0, \quad (a_r - c_0)(a_r + kc_0) > 0, \quad (4)$$

$$(a_r - c_0)(4a_r + a_{r-1} + kc_1 + 2kc_0) - (a_r + kc_0)(2a_r + a_{r-1} - c_0 - c_1) > 0,$$

где $c_0 = b_m$, $c_1 = b_{m-1}$, если $m = r$; $c_0 = 0$, $c_1 = b_m$, если $m = r - 1$; $c_0 = c_1 = 0$, если $m \leq r - 2$,

3) положительная постоянная ε достаточно мала, то все полюсы дроби (2) имеют отрицательные вещественные части. Если выполнено условие 3), но не выполнено условие 1) или хотя бы одно из неравенств (4) заменить на противоположное, то дробь (2) имеет полюсы с положительной вещественной частью. Из-за условия 3) эта теорема не применима при достаточно малых постоянных времени коэффициента передачи цепи управления, ибо практически постоянная ε мала, но не сколь угодно мала.

Переходим к анализу устойчивости при малых постоянных времени в цепи управления. Прежде всего отметим, что при $K_y = 1$ коэффициент передачи (2) имеет полюсы с положительной вещественной частью (и при $k = 0$, и при $k = -2$). Таким образом, принципиально-постоянные времена не могут выбираться сколь-угодно малыми.

Дальнейший анализ проведем для $K_y = (\tau z + 1)^{-1}$. При $\tau = 1$ СФ устойчив. При непрерывном изменении τ от 1 до 0 по крайней мере одна пара нулей $Q(z)$ переходит из левой полуплоскости в правую, следовательно, при некотором $\tau = \tau_0 < 1$ многочлен $Q(z)$ имеет чисто минимые корни $z = \pm jx_0$. Анализ показывает, что $\tau_0^2 = \frac{\varepsilon}{1 + 4\varepsilon} \approx$

$$\approx \frac{h^2}{4\omega_0^2} \text{ и } hx_0 = \sqrt{2\omega_0 h} \text{ при } k = 0; \text{ если } k = -2, \text{ то } \tau_0 = 0,5 + \varepsilon \text{ и } hx_0 = 2\omega_0.$$

При $k = -2$ частота hx_0 лежит вне полосы пропускания идеального частотного детектора, и потому в этом случае нельзя сделать заключение об устойчивости по полюсам коэффициента (2). При $k = 0$ постоянная времени $T = \frac{\tau_0}{h} = \frac{1}{2\omega_0}$ меньше одной двенадцатой периода несущей, так что в этом случае самовозбуждение СФ практически не наблюдается. Однако, как показано ниже, в следящем фильтре с двухконтурным УПЧ самовозбуждение возникает при $\tau < 0,5$ и практически возможно.

Из сказанного следует несколько неожиданный вывод: для устойчивой работы следящего фильтра принципиально необходимо выбором параметров цепи обратной связи обеспечить определенное отклонение управляемой частоты УПЧ от частоты выходного ЧМ сигнала УПЧ.

2. В этой части работы изучаются искажения сигнала в системе с обратной связью по частоте (ОСЧ) и в СФ с УПЧ на двух индуктивно связанных контурах.

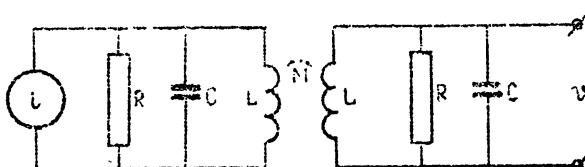


Рис. 1.

1. Искажения сигнала в УПЧ. Эквивалентная схема УПЧ представлена на рис. 1. Левый контур подключен к источнику тока i . Согласно [4] входным сигналом усилителя является напряжение E , такое, что $i = -SE$ (S имеет размерность проводимости), выходным сигналом — напряжение v на емкости правого контура. В соответствии с [4]

$$\begin{aligned} \bar{v} &= K(p) \bar{E}, \quad K(p) = -\frac{SLk\omega_0^4 p}{1-k^2} K_1(p) K_2(p), \\ K_1(p) &= \frac{1}{p^2 + 2hp + \omega_{10}^2}, \quad K_2(p) = \frac{1}{p^2 + 2hp + \omega_{20}^2}, \\ 2h &= \frac{1}{RC}, \quad k = \frac{M}{L}, \quad \omega_{10}^2 = \frac{\omega_0^2}{1+k}, \quad \omega_{20}^2 = \frac{\omega_0^2}{1-k}, \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}. \end{aligned} \quad (5)$$

Обычно выполняется условие $k\omega_0 = 2h\varepsilon$, $\varepsilon \approx 1$ ($\varepsilon = 1$ — «критическая связь» [4]).

Согласно [3] линейные искажения сигнала в УПЧ описываются передаточной матрицей, причем (5) позволяет весьма просто реализовать указанную в [3] процедуру построения этой матрицы. Опуская выкладки, приведем окончательный результат: при $\omega_{c0} = \omega_0$ (т. е. когда частота несущей равна ω_0) и входном сигнале $\frac{di}{dt}$ элементы передаточной матрицы усилителя определяются формулами

$$\begin{aligned} K_{11}(p) &= K_{22}(p) = \frac{1+\varepsilon^2}{(1+z)^2+\varepsilon^2} \left(z = \frac{p}{h} \right), \\ K_{12} &= -p^2 K_{21} = \frac{h^2 z^2}{\omega_0} \left\{ \frac{z+2-4\varepsilon^2}{(1+z)^2+\varepsilon^2} + \varepsilon^2 \frac{(1+z)^2+8\varepsilon^2-1}{[(1+z)^2+\varepsilon^2]^2} \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Элементы матрицы выписаны с относительной погрешностью порядка h^2/ω_0^2 в области $|p| \ll \omega_0$.

Для использования полученных в [3] формул, оценивающих нелинейные искажения в одиночном контуре, обратимся к уравнениям Лагранжа. Применительно к изучаемому УПЧ эти уравнения представляются в виде

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(C \frac{du}{dt} \right) + \frac{1}{R} \frac{du}{dt} + \frac{1}{L} \frac{u}{1-k^2} &= \frac{di}{dt} + \frac{k}{1-k^2} \frac{1}{L} v, \\ \frac{d}{dt} \left(C \frac{dv}{dt} \right) + \frac{1}{R} \frac{dv}{dt} + \frac{1}{L} \frac{v}{1-k^2} &= \frac{k}{1-k^2} \frac{1}{L} u, \end{aligned} \quad (7)$$

где u — напряжение на емкости левого контура.

Положим $\omega_k = [VLC(1-k^2)]^{-1}$. Предполагается, что входной сигнал и оба контура обладают свойствами, оговоренными в [3]. Пусть $E = -a \sin \varphi$ ($a = \text{const}$ — для простоты), $\varphi = \omega_c t = \omega_0 [1 + \beta \lambda(t; \beta)]$ и, следовательно, $\frac{di}{dt} = Sa \omega_c \cos \varphi$. Относительная расстройка $\frac{|\omega_0 - \omega_k|}{\omega_0}$ имеет порядок h^2/ω_0^2 , поэтому для анализа нелинейных искажений могут использоваться приведенные в [3] формулы (14) и (15), которые выписаны для нулевой расстройки, но относительная погрешность которых равна h^2/ω_0^2 . Анализ нелинейных искажений в УПЧ построен на том, что к каждому из уравнений (7) применяется методика, указанная в работе [3]; при этом необходимо учесть связи между правыми частями этих уравнений (см. для нулевого и первого приближений формулы (14), (15), приведенные ниже).

Опуская промежуточные математические преобразования, приведем окончательный результат. Пусть $v = V \cos \Psi$ — выходной сигнал УПЧ, причем $\dot{\Psi} = \omega_0 + \beta \dot{\Psi}_1 + \beta^2 \dot{\Psi}_2 + \beta^3 \dot{\Psi}_3 + \dots$, $V = V_0 [1 + \beta V_1 + \beta^2 V_2 + \dots]$,

частота входного сигнала $\omega_c = \omega_0 [1 + \beta \lambda_1(t) + \beta^2 \lambda_2(t) + \dots]$ и $\dot{\Theta} = \dot{\Psi} - \omega_c = \beta \dot{\Theta}_1 + \beta^2 \dot{\Theta}_2 + \beta^3 \dot{\Theta}_3 + \dots$. Тогда нелинейные искажения частотной модуляции оцениваются членом $\beta^3 \Theta_3 = \beta^3 (\dot{\Psi}_3 - \omega_0 \lambda_3)$, «паразитная» амплитудная модуляция — членом $\beta^2 V_2$, причем

$$\begin{aligned} \beta^3 p \bar{\Psi}_3 &= \beta^3 K_{11} \omega_0 \bar{\lambda}_3 + \frac{\beta^3 \omega_0^3}{h^2(1+\varepsilon^2)} K_{11}(p) \bar{B}, \quad \bar{V}_2 = \frac{\omega_0^2}{h^2(1+\varepsilon^2)} K_{11}(p) \bar{W}, \\ B &= (1+\varepsilon^2) \frac{h \Theta_1}{\omega_0} \frac{h^2 V_2}{\omega_0^2} - \frac{\dot{\Psi}_1}{\omega_0} \frac{h \dot{V}_2}{\omega_0^2} + \frac{1+\varepsilon^2}{6} \left(\frac{h \Theta_1}{\omega_0} \right)^3, \\ W &= \left(\frac{\dot{\Psi}_1}{\omega_0} \right)^2 - \frac{1+\varepsilon^2}{2} \left(\frac{h \Theta_1}{\omega_0} \right)^2. \end{aligned} \quad (8)$$

2. Искажения сигнала в системе ОСЧ. Используем принятые в [3] блок-схему системы и обозначения. В этих обозначениях $\Delta \omega_1 = \beta \omega_0 \lambda$ — частотная модуляция входного сигнала, $\Delta \omega_2 = \beta \sigma_1 + \beta^2 \sigma_2 + \beta^3 \sigma_3 + \dots$ — выходной сигнал системы. Применяя изложенную в [3] методику и используя формулы (6) и (8), для выходного сигнала получим приближение $\Delta \omega_2 = \beta \sigma_1 + \beta^3 \sigma_3$, причем

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_1 &= K_q(p) \omega_0 \bar{\lambda}, \quad K_q(p) = \frac{m K_\Phi K_{11}}{1 + m K_\Phi K_{11}}, \\ \beta^3 \bar{\sigma}_3 &= \frac{\beta \omega_0}{1+\varepsilon^2} \left(\frac{\beta \omega_0}{h} \right)^2 \frac{p}{h} K_q(p) \bar{B}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $K_\Phi(p)$ — коэффициент передачи фильтра в цепи обратной связи; множитель B определяется формулой (8), в которой следует считать

$$\frac{p \bar{\Psi}_1}{\omega_0} = \frac{K_q}{m K_\Phi} \bar{\lambda}, \quad (1+\varepsilon^2) \frac{h \bar{\Theta}_1}{\omega_0} = - \left(2 + \frac{p}{h} \right) \frac{K_q}{m K_\Phi} \bar{\lambda}.$$

При $\lambda = \sin \Omega t$ член $\beta^3 \sigma_3$ содержит колебания с частотами Ω и 3Ω . После некоторых преобразований находим коэффициент нелинейных искажений третьей гармоники:

$$k_3 = \left(\frac{\beta \omega_0}{2h} \right)^2 \frac{1}{m^3 (1+\varepsilon^2)^5} \frac{\Omega}{h} G \left(\frac{\Omega}{h} \right) \left| \frac{K_q (3j\Omega) K_q^2 (j\Omega) K_{11}^2 (2j\Omega)}{K_\Phi^3 (j\Omega)} \right|, \quad (10)$$

$$G(x) = \sqrt{G_1^2(x) + x^2 G_2^2(x)},$$

$$\begin{aligned} G_1 &= 2(1+\varepsilon^2) [-39x^4 + (33\varepsilon^2 - 43)x^2 + 3\varepsilon^4 + 2\varepsilon^2 - 1] + \\ &\quad + 16x^2(4 + x^2 - 3x^4), \\ G_2 &= (1+\varepsilon^2) [26x^4 + (65 + 53\varepsilon^2)x^2 + 30\varepsilon^2 - 15\varepsilon^4 - 3] + \\ &\quad + 8x^2(x^4 - 11x^2 - 12). \end{aligned}$$

Из (9) и (10) следует, что с ростом коэффициента m линейные и нелинейные искажения сигнала уменьшаются, однако при этом следует позаботиться об устойчивости системы. Например, при $K_\Phi = (Tp + 1)^{-1}$ для устойчивости системы необходимо выполнение условий $0 < 1 + m < (2\tau + 1) \left[1 + \frac{2}{\tau(1+\varepsilon^2)} \right]$ ($\tau = Th$) и, следовательно, m может выби-

раться достаточно большим, если безразмерная постоянная времени достаточно мала.

3. *Искажения сигнала в СФ* Обозначения и блок-схема СФ, принятые в [3], сохраняются, детектор предполагается идеальным, с эквивалентным коэффициентом передачи $N(p) = \text{const}$, $\omega_c = \omega_0(1 + \beta\lambda(t))$ — частота входного сигнала СФ, $e = N(\Psi - \omega_0)$ — выходной сигнал СФ, Ψ — частота выходного сигнала двухконтурного УПЧ с управляемой резонансной частотой. Емкости $C = C_0(1 + \Delta C)$ обоих контуров УПЧ изменяются синхронно согласно уравнению обратной связи.

$$\omega_0 \Delta C = -2K_y(p)(\dot{\Psi} - \omega_0). \quad (11)$$

Положим $\Delta C = \beta c_1 + \beta^2 c_2(t) + \dots$, тогда частота

$$\begin{aligned} \omega_k &= \frac{1}{VLC(1-k^2)} = \frac{\omega_0^2}{V1-k^2} [1 + \beta v(t; \beta)] = \frac{\omega_0^2}{V1-k^2} \times \\ &\times (1 + \beta v_1(t) + \beta^2 v_2(t) + \dots), \end{aligned}$$

$v_1 = -\frac{1}{2}c_1$, $v_2 = -\frac{1}{2}c_2 + \frac{3}{8}c_1^2$, ... Процессы в УПЧ описываются уравнениями (7), в которых теперь C меняется во времени.

Согласно [3] линейное приближение этой нелинейной системы строится с применением расширенной передаточной матрицы каждого из контуров (7), элементы которой даются формулами (для $|p/\omega_0| \ll 1$)

$$\begin{aligned} H_{11} = H_{22} &= \frac{1}{1+z}, \quad H_{15} = -2H_{23} = \frac{z}{1+z}, \quad H_{12} = -p^2 H_{21} = \\ &= \frac{h^2 z^2}{2\omega_0} \frac{2+z-4\varepsilon^2}{(1+z)^2}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$H_{25} = -\frac{1}{2\omega_0} \frac{z^2+2z+4\varepsilon^2}{(1+z)^2}, \quad H_{13} = \frac{h^2}{\omega_0} 2\varepsilon^2 H_{15} + \frac{1}{2} h^2 z^2 H_{25} \quad \left(z = \frac{p}{h}\right).$$

Положим

$$v = V \cos \Psi, \quad u = U \cos \Phi, \quad \frac{di}{dt} + \frac{k}{1-k^2} \frac{1}{L} v = G \cos \chi, \quad (13)$$

где $V, U, G, \dot{\Psi}, \dot{\Phi}, \dot{\chi}$ и упомянутая выше частота ω_c — медленно меняющиеся функции, разлагающиеся в ряды по степеням параметра β : $\omega_c = \omega_0[1 + \beta\lambda_1(t) + \beta^2\lambda_2(t) + \dots]$, $\dot{\Psi} = \omega_0 + \beta\dot{\Psi}_1 + \beta^2\dot{\Psi}_2 + \dots$, $\Theta = \Psi - \varphi = \Theta_0 + \beta\Theta_1 + \beta^2\Theta_2 + \dots$ и т. д.

Используя (5), найдем (с погрешностью порядка h^2/ω_0^2)

$$\frac{k}{1-k^2} \frac{1}{L} V_0 \approx \frac{\varepsilon^2}{1+\varepsilon^2} Sa \omega_0, \quad G_0 \approx \frac{Sa \omega_0}{1+\varepsilon^2}, \quad \cos \Theta_0 \approx -1, \quad \sin \Theta_0 \approx -\frac{4\varepsilon^2 h}{(1+\varepsilon^2)\omega_0}. \quad (14)$$

Из (13) и (14) следует

$$\begin{aligned} G_1 &= (1 + \varepsilon^2)\lambda_1 - \varepsilon^2 V_1 + 4\varepsilon^4 \frac{h \Theta_1}{\omega_0}, \quad \dot{\chi}_1 = -\varepsilon^2 \dot{\Psi}_1 + (1 + \varepsilon^2) \omega_0 \lambda_1 + \\ &+ 4\varepsilon^4 \frac{h}{\omega_0} (\dot{\lambda}_1 - \dot{V}_1). \end{aligned} \quad (15)$$

Уравнения линейного приближения имеют вид

$$\begin{aligned} p \bar{\Phi}_1 &= H_{11} p \bar{\gamma}_1 + H_{12} \bar{G}_1 + H_{13} \bar{c}_1 + H_{15} \omega_0 \bar{v}_1, \quad \bar{U}_1 = H_{21} p \bar{\gamma}_1 + \\ &\quad + H_{22} \bar{G}_1 + H_{23} \bar{c}_1 + H_{25} \omega_0 \bar{v}_1, \\ p \bar{\Psi}_1 &= H_{11} p \bar{\Phi}_1 + H_{12} \bar{U}_1 + H_{13} \bar{c}_1 + H_{15} \omega_0 \bar{v}_1, \quad \bar{V}_1 = H_{21} p \bar{\Phi}_1 + \\ &\quad + H_{22} \bar{U}_1 + H_{23} \bar{c}_1 + H_{25} \omega_0 \bar{v}_1. \end{aligned} \quad (16)$$

К (16) присоединяются уравнения (15), и, в силу (11),

$$\omega_0 \bar{v}_1 = K_y(p) p \bar{\Psi}_1.$$

Из этих уравнений следует

$$p \bar{\Psi}_1 = K_u(p) \omega_0 \bar{\lambda}, \quad K_u(p) = \frac{1 + \varepsilon^2}{1 + \varepsilon^2 + z(z+2) [1 - K_y(p)]} \quad \left(z = \frac{p}{h} \right). \quad (17)$$

Формула (17) получена с учетом (12) и является аналогом формулы (3); она может использоваться для анализа искажений сигнала и для получения необходимых (но не достаточных) условий устойчивости в малом. Отметим, что при $K_y(p) = \frac{1}{Tp+1}$ дробь (17) имеет полюсы в левой полуплоскости в том и только в том случае, когда $Th > 0,5$. Нелинейные искажения оцениваются членом $\beta^3 \dot{\Psi}_3$.

Применяя изложенную выше методику, приходим к формуле

$$p \bar{\Psi}_3 = \frac{\omega_0^3}{h^2(1 + \varepsilon^2)} \frac{p}{h} K_u(p) \bar{B},$$

$$B = \frac{1}{6}(1 + \varepsilon^2) \left(\frac{h \Theta_1}{\omega_0} \right)^3 + (1 + \varepsilon^2) \frac{h \Theta_1}{\omega_0} \frac{h^2 V_2}{\omega_0^2} + 2 \left(v_1 - \frac{\dot{\Psi}_1}{\omega_0} \right) \frac{h \dot{V}_2}{\omega_0},$$

$$(1 + \varepsilon^2) \frac{h \Theta_1}{\omega_0} = - \left(2 + \frac{p}{h} \right) [1 - K_y(p)] K_u(p) \bar{\lambda}, \quad \bar{V}_2 = \frac{\omega_0^2}{h^2(1 + \varepsilon^2)} K_{11}(p) \bar{W},$$

$$W = \left(v_1 - \frac{\dot{\Psi}_1}{\omega_0} \right)^2 - \frac{1 + \varepsilon^2}{2} \left(\frac{h \Theta_1}{\omega_0} \right)^2, \quad \bar{v}_1 - \frac{p \bar{\Psi}_1}{\omega_0} = - [1 - K_y(p)] K_u(p) \bar{\lambda}.$$

При $\lambda = \sin \Omega t$ член $\beta^3 \dot{\Psi}_3$ содержит колебания с частотами Ω и 3Ω .

После ряда преобразований получим формулу для коэффициента нелинейных искажений третьей гармоники:

$$k_3 = \left(\frac{\beta \omega_0}{2h} \right)^2 \frac{G(\Omega/h)}{(1 + \varepsilon^2)^5} \frac{\Omega}{h} |[1 - K_y(j\Omega)]^3 K_u^2(j\Omega) K_{11}^2(2j\Omega) K_u(3j\Omega)|,$$

$G(x)$ определено в (10).

В отличие от системы ОСЧ, в которой уменьшение искажений достигается увеличением коэффициента m , в СФ уменьшение искажений обеспечивается прежде всего уменьшением множителя $|1 - K_y(j\Omega)|$ в полосе модулирующих частот. При $K_y = \frac{1}{Tp+1}$ этот множитель,

равный $\frac{T\Omega}{\sqrt{1 + T^2\Omega^2}}$, убывает до нуля с уменьшением T . Однако в двухконтурном УПЧ (в отличие от одноконтурного) должно быть $Th > 0,5$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Г. Родионов, ЧМ радиоприем с обратным управлением, изд. Сов. радио, М, 1972, стр. 93.
2. Д. В. Агсев, Я. Г. Родионов, ЧМ радиоприем со следящей настройкой, Госэнергоиздат, М—Л, 1958.
3. И. М. Миндлин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 17, № 8, 1147 (1974).
4. И. С. Гоноровский, Радиотехнические цепи и сигналы, изд. Сов. радио, М, 1971.
5. Б. А. Фукс, В. И. Левин, Функции комплексного переменного и некоторые их применения, Специальные главы, Гостехиздат, М.—Л., 1951.

Горьковский политехнический институт

Поступила в редакцию
25 февраля 1974 г.

TO THE THEORY OF FEEDBACK FM RECEPTION SYSTEM

I. M. Mindlin

It is shown that a follow-up filter for a small delay in the feedback circuit is unstable. The equivalent FM transmission coefficients and the coefficients of nonlinear distortions of a signal in a follow-up filter in the frequency feedback system with a two-circuit IF amplifier are pointed out.

УДК 621.3019.4

МЕТОД РАСПОЗНАВАНИЯ ПОМЕХОВЫХ СИТУАЦИЙ ПРИ ПРИЕМЕ ГАУССОВЫХ СИГНАЛОВ

A. A. Горбачев, A. P. Колданов

Рассматривается задача распознавания помеховых ситуаций при приеме гауссовых сигналов в условиях импульсных и непрерывных помех. Решающее правило строится на основе анализа распределений огибающей принимаемой смеси. Предлагается упрощенный алгоритм.

Реальная чувствительность современной техники приема шумовых сигналов в диапазоне метровых и дециметровых волн определяется уровнем различных помех [1]. Современные методы обработки таких сигналов во многих случаях позволяют существенно повысить помехоустойчивость их приема. Однако эти методы в значительной части базируются на априори известном характере помех [2]. Поэтому в тех случаях, когда помеховая ситуация заранее неизвестна, возникают затруднения при использовании существующего арсенала средств подавления помех [3].

В настоящей работе рассматриваются некоторые вопросы распознавания помеховой ситуации при приеме шумовых сигналов. При этом предполагается, что спектры помех и сигнала могут полностью перекрываться. Рассмотрение ограничено следующими классами:

- 1) сигнал не поражен помехами,
- 2) сигнал на фоне непрерывных квазидетерминированных помех,
- 3) сигнал на фоне помех импульсного характера.

Поставленная задача может решаться с позиций теории распознавания. Во многих работах, посвященных распознаванию образов, предполагается, что совокупность признаков, характеризующих класс, описывается многомерным гауссовым распределением [4]. Это приводит к оценке векторов средних значений и ковариационных матриц. Однако распределение признаков может быть (в частности, в рассматриваемой задаче) отлично от гауссова. Использование в таких условиях дискриминантной функции приводит к значительному возрастанию ошибки распознавания [5]. Для идентификации процессов, функции распределения которых отличаются типом (а не только величиной параметров), представляется вполне оправданным применение непараметрических критериев согласия. При этом можно ограничиться одномерным распределением, так как оно во многих случаях обладает высокой информативностью, а реализация методов его измерения относительно проста. Вместе с тем необходимо заметить, что при этом не используется информация о характере спектра смеси.

Выбор того или иного критерия согласия определяется требованиями решаемой задачи. Наиболее часто используется критерий Колмогорова [6]. В задаче распознавания образов он рассмотрен, в частности, в [7]. Однако применение этого критерия связано с необходимостью априорного знания всех параметров распределения [6].

В настоящей работе использован критерий согласия, предложенный

К. Пирсоном в [8] и развитый в [9, 10]. Суть этого критерия заключается в следующем. Допустим, что проверяется гипотеза H_0 — плотность вероятности есть $f_0(x | H_0)$ — против альтернативы, H_1 — плотность вероятности есть $f_1(x | H_1)$.

Проводится преобразование

$$y = F_0(x | H_0) = \int_{-\infty}^x f_0(u | H_0) du. \quad (1)$$

Если истинным является гипотетический закон, то y имеет равномерное распределение на $[0, 1]$, если же истинным является альтернативный закон, то

$$g_1(y | h_1) = \frac{f_1(x | H_1)}{\frac{dy}{dx}} = \frac{f_1(x | H_1)}{f_0(x | H_0)} \Big|_{x=\varphi(y)}, \quad (2)$$

где $g_1(y | h_1)$ — плотность вероятности y после нелинейного преобразования (1), h_1 — гипотеза, эквивалентная H_1 , а $\varphi(y)$ — функция, обратная к $F_0(x | H_0)$. В этом случае при условии независимости отдельных наблюдений составляются следующие статистики [9]:

$$\begin{aligned} \lambda_n &= \prod_{i=1}^n F_0(x_i), \\ \lambda'_n &= \prod_{i=1}^n [1 - F_0(x_i)], \\ \lambda''_n &= \prod_{i=1}^n z(x_i), \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$z(x_i) = \begin{cases} 2F_0(x_i), & \text{если } x_i \text{ меньше медианы } x \\ 2[1 - F_0(x_i)], & \text{если } x_i \text{ больше медианы } x \end{cases}.$$

При этом, как показано в [9], при значительном смещении выборки к левому концу распределения малой становится статистика λ_n , к правому — λ'_n , к обоим концам одновременно — λ''_n , при значимой концентрации выборки в середине статистика λ''_n становится весьма большой. Пример выявления более сложных отклонений статистиками типа λ можно найти в [9]. Там же показано, что, когда гипотеза H_0 верна, величина $2 \log \lambda_n^*$ распределена как χ_{2n}^2 , где вместо λ^* следует подставить λ_n , λ'_n , λ''_n .

Таким образом, по характеру отклонений функции распределения преобразованной величины от равномерного закона можно судить о том, в каком классе альтернатив следует искать истинный закон распределения. Именно поэтому представляется целесообразным исследовать возможность применения этого критерия при решении многоальтернативных задач.

Возвращаясь к поставленной задаче, будем полагать, что полезный сигнал представляет собой эргодический гауссов процесс. В качестве непрерывной квазидетерминированной помехи рассмотрим процесс с постоянной амплитудой. К такому виду помех, в частности, может быть отнесено ЧМ колебание. В качестве модели импульсной помехи используем последовательность неперекрывающихся радиоимпульсов

с прямоугольной формой огибающей. К такому виду могут быть отнесены помехи от РЛС и связных телеграфных станций. Классификацию будем проводить по распределению огибающей процесса, что позволяет выделить следующие классы альтернатив.

H_0 — помеха отсутствует:

$$f_0(x | H_0) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (x > 0); \quad (4)$$

H_1 — сигнал на фоне непрерывной помехи:

$$f_1(x | H_1) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + A_m^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{x A_m}{\sigma^2}\right); \quad (5)$$

H_2 — сигнал на фоне импульсной помехи:

$$f_2(x | H_2) = (1 - \gamma) \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) + \gamma \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + B_m^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{x B_m}{\sigma^2}\right). \quad (6)$$

Здесь σ^2 — неизвестная дисперсия сигнала, A_m — амплитуда узкополосной непрерывной помехи, B_m — амплитуда импульса, γ — «плотность» импульсов в интервале времени единичной длительности, I_0 — модифицированная функция Бесселя [11].

Первое слагаемое правой части (6) формируется интервалами времени, занятymi только полезным сигналом, а второе — смесью сигнала и неперекрывающихся импульсов. Поскольку величина σ^2 считается неизвестной, то казалось бы естественным использовать оценку дисперсии огибающей смеси, однако это приводит к тому, что система распознавания перестает реагировать на увеличение степени расхождения между классами, начиная с некоторой из-за аналогичного свойства дисперсии огибающей [11]. Поэтому возникает вопрос выбора нормирующего множителя в преобразовании (1). Анализ различных вариантов показывает, что в качестве такого множителя представляется целесообразным использовать оценку математического ожидания огибающей процесса.

При этом (4) переходит в

$$f_0(x | H_0) = \frac{x}{M^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2M^2}\right) \quad (x > 0), \quad (7)$$

где $M = \sqrt{\frac{2}{\pi}} M_1$, M_1 — математическое ожидание огибающей. В этом случае преобразование (1) приобретает вид

$$y = \int_{-\infty}^x f_0(u | H_0) du = 1 - \exp\left(-\frac{x^2}{2M^2}\right). \quad (8)$$

1. Если истинной является гипотеза H_0 , то y имеет равномерное распределение на $[0, 1]$, так как в этом случае $M = \sigma$ [11].

2. Если истинной является альтернатива H_1 , то из (2) с учетом (5), (7) получаем

$$g_1(y | h_1) = \frac{M^2}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{a^2}{2}\right) \exp\left[\left(\frac{1}{M^2} - \frac{1}{\sigma^2}\right) \frac{x^2}{2}\right] I_0\left(\frac{x}{\sigma} a\right), \quad (9)$$

где

$$M = \sigma \left[\left(1 + \frac{1}{2} a^2\right) I_0\left(\frac{1}{4} a^2\right) + \frac{1}{2} a^2 I_1\left(\frac{1}{4} a^2\right) \right] \exp\left(-\frac{a^2}{4}\right). \quad (10)$$

Анализ (9) при

- а) $y = 0$, т. е. при $x = 0$;
 б) $y \rightarrow 1$, т. е. при $x \rightarrow \infty$;

в) $0 < y < 1$, т. е. при $0 < x < \infty$.

показывает, что, по крайней мере, при $0 \leq y \leq 0,4$ (т. е. при $0 \leq x \leq M$) функция $g_1(y | h_1)$ возрастает при любом a , а при y , близких к 1, убывает. Поведение функции $g_1(y | h_1)$ при различных a иллюстрирует рис. 1.

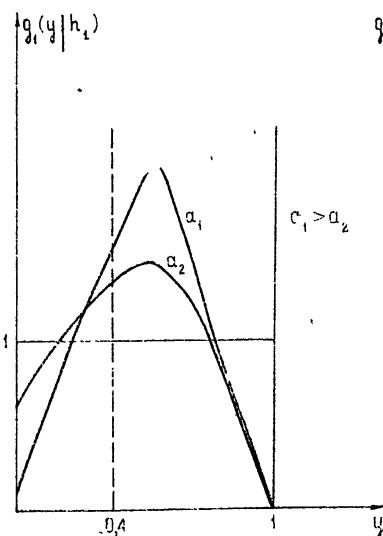


Рис. 1.

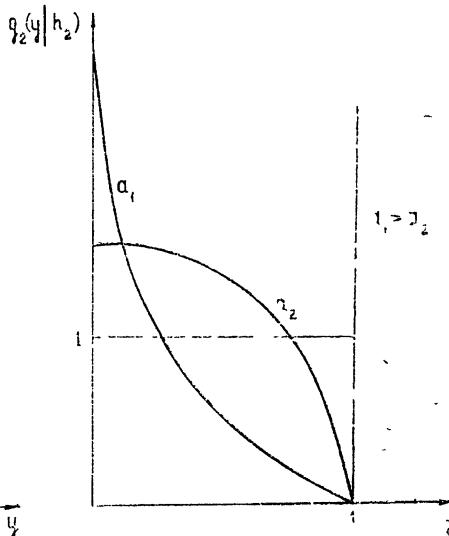


Рис. 2.

3. Если истинной является альтернатива H_2 , то из (2) с учетом (6), (7) имеем

$$g_2(y | h_2) = \frac{M^2}{\sigma^2} \exp \left[\left(\frac{1}{M^2} - \frac{1}{\sigma^2} \right) \frac{x^2}{2} \right] \left[1 - \gamma + \gamma \exp \left(- \frac{b^2}{2} \right) I_0 \left(\frac{x}{\sigma} b \right) \right]; \quad (12)$$

$$M = \sigma \left\{ 1 - \gamma + \gamma \left[\left(1 + \frac{1}{2} b^2 \right) I_0 \left(\frac{1}{4} b^2 \right) + \frac{1}{2} b^2 I_1 \left(\frac{1}{4} b^2 \right) \right] \exp \left(- \frac{b^2}{4} \right) \right\}; \quad (13)$$

$$b = \frac{B_m}{\sigma}. \quad (14)$$

Анализ (12) при тех же условиях, что и (9), показывает, что функция $g_2(y | h_2)$ является убывающей при любом b , по крайней мере, для $\gamma \leq 0,6$. Поведение функции $g_2(y | h_2)$ для различных b при $\gamma \leq 0,6$ иллюстрирует рис. 2.

Таким образом, помеховая обстановка искажает равномерное распределение, причем тем сильнее, чем больше отношения a и b , т. е. чем большее степень расхождения между классами. При этом к наличию помех непрерывного характера чувствительным оказывается критерий λ_n^* , к наличию помех импульсного характера чувствительным оказывается критерий λ_n .

В результате, если выборочная статистика попадает в область $(0, \Pi_1)$, то принимается решение о присутствии импульсной помехи,

область (Π_1 , Π_2) соответствует отсутствию помех, а область (Π_2 , 1) характеризует квазидетерминированные импульсные помехи. Величины порогов Π_1 и Π_2 находятся по заданному уровню значимости α с учетом того, что $-2 \log \lambda_n^*$ имеет χ_{2n}^2 -распределение. Однако практическое использование этих критериев связано с получением независимых отсчетов процесса и с последующим подсчетом величин λ_n и λ_n'' , что представляет собой трудоемкую операцию. С другой стороны, проведенный анализ позволяет предложить более простое и легко реализуемое решающее правило.

Как видно из предыдущего, отклонения от равномерного закона в случае импульсных и непрерывных помех существенно различны в области $0 \leq y \leq 0,4$. Поэтому распознавание можно вести следующим образом. Введем обозначения

$$S_1 = \int_0^{0,2} g(y) dy, \quad S_2 = \int_{0,2}^{0,4} g(y) dy, \quad S_3 = \int_{0,4}^{0,7} g(y) dy, \quad S_4 = \int_{0,7}^1 g(y) dy,$$

где $g(y)$ — плотность вероятности на выходе нелинейного преобразователя с характеристикой (8). Если $S_3 - S_4 > 0$, то это указывает на наличие помехи. При этом, если

- a) $S_1 - S_2 > 0$, то помеха импульсная,
- б) $S_1 - S_2 < 0$, то помеха непрерывная.

Следовательно, задача заключается в определении величин S_1, S_2, S_3, S_4 . Это может быть сделано, например, путем суммирования времени пребывания реализации процесса в соответствующих областях. Состоительность такого критерия в случае независимых наблюдений является следствием закона больших чисел аналогично тому, как это показано в [12]. На рис. 3 приводится блок-схема предполагаемого классификатора.

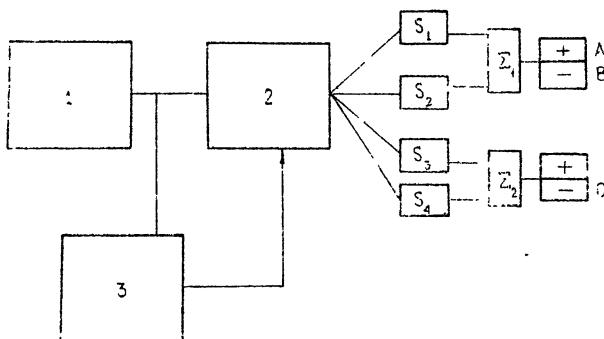


Рис. 3. Блок-схема классификатора:
1—детектор огибающей, 2—нелинейный элемент с характеристикой (8), 3—интегратор, А—помеха импульсная, В—помеха непрерывная, С—помеха отсутствует.

Такая интерпретация работы классификатора основана на предположении, что объем выборки обрабатываемых сигналов бесконечно велик. Поэтому она может быть использована лишь при достаточно большом по сравнению с интервалом корреляции входных сигналов времени обработки.

Естественно, что при конечном времени наблюдения характер по-

мех будет определяться с ошибками. Анализ ошибок распознавания выходит за рамки настоящей работы, поскольку основное внимание в ней было уделено качественной стороне возможности классификации помеховых ситуаций на основании преобразования (1).

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Всесоюзное научно-техническое совещание по проблеме электромагнитной совместимости радиоэлектронных средств различного назначения, Тезисы докладов, М., 1974
- 2 А. А. Горбачев, Диссертация, Горький, 1973
- 3 Б. Р. Левин, Радиотехника, 26, № 4, 5 (1971).
- 4 Ю. Л. Барабаш, Б. В. Варский и др., Вопросы статистической теории распознавания, изд. Сов. радио, М., 1967
- 5 В. А. Жежель, Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, № 6, 124 (1968)
- 6 М. Кандалл, А. Сьюарт, Статистические выводы и связи, изд. Наука, М., 1973.
- 7 Б. А. Атаянц, С. Н. Кириллов, Тр. Рязанского радиотехнического института, вып. 45, 271 (1973)
- 8 K. Pearson, Biometrika, 26 (1934).
- 9 E. S. Pearson, Biometrika, 30, 134 (1938).
- 10 E. N. David, N. L. Johnson, Biometrika, 35, 182 (1948).
- 11 В. И. Тихонов, Статистическая радиотехника, изд. Сов. радио, М., 1966.
- 12 А. М. Каган, В. Н. Судаков, Вестник Ленинградского университета, № 13, 147 (1964).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
30 июля 1974 г.

A METHOD OF DETECTING NOISES WHEN RECEIVING GAUSSIAN SIGNALS

A. A. Gorbachev, A. P. Koldanov

The problem of recognizing the noise situations at the receipt of Gaussian signals under the conditions of pulse and continuous noises is considered. The main rule is based on the analysis of the envelope distributions of the receiving mixture. The simplified algorithm is proposed.

УДК 533.951

О НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛНАХ В ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ СО СЛУЧАЙНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

Ю. К. Богатырев, С. М. Файнштейн

Теоретически и экспериментально исследуется распространение нелинейной волны в линии передачи со случайными параметрами. Получены уравнения типа Кортевега—де Вриза—Бюргерса для среднего поля волны. Показано, что случайные неоднородности приводят к затуханию амплитуды солитона. Результаты теории качественно согласуются с экспериментальными данными.

В литературе довольно подробно исследованы нелинейные волны в регулярных и плавно неоднородных средах [1—4]. Появилось также несколько работ, где рассматривается влияние хаотических неоднородностей на распространение волн конечной амплитуды как в диспергирующей [5], так и недиспергирующей средах [6, 7]. Эти работы носят теоретический характер и касаются волн в плазме и ударных волн в газе. Показано, что из-за наличия случайных неоднородностей среды происходит затухание среднего поля, которое характеризуется введением эффективной вязкости и нелинейное уравнение Кортевега—де Вриза. До сих пор неизвестны экспериментальные результаты, которые иллюстрируют теорию распространения волн в среде с хаотическими неоднородностями.

В настоящей работе на примере LC -линии передачи с нелинейной емкостью, имеющей случайную составляющую $\delta C(n)$ (n — номер звена), проведено теоретическое и экспериментальное исследование поведения нелинейной волны в указанной системе. Показано, что влияние рассеяния на случайных неоднородностях приводит к затуханию среднего поля. Эти результаты имеют общий характер: процессы в исследуемой модели адекватны распространению ионного звука в неизотермической плазме, магнитного звука в плазме, гравитационных волн на поверхности жидкости и т. д.

1. ВЫВОД УРАВНЕНИЙ ДЛЯ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН

Рассмотрим LC -линию с нелинейной емкостью звена (рис. 1), процессы в которой описываются системой нелинейных дифференциально-разностных уравнений

$$\begin{aligned} u_{n-1} - u_n &= L_0 \frac{\partial i_n}{\partial t}, \\ i_n - i_{n+1} &= \frac{\partial Q_n}{\partial t}, \\ Q_n(u_n) &= C_0 u_n + \alpha u_n^2 \quad (\alpha = \text{const}, \quad \alpha < 0), \end{aligned} \quad (1)$$

где i_n , u_n — ток и напряжение в линии; L_0 , C_0 — индуктивность и емкость звена, причем величина $C_0 = C_{00} + \delta C(n)$ имеет флукутирующую

составляющую $\delta C(n)$. Параметр α , характеризующий нелинейную емкость, также может изменяться хаотическим образом, но, как будет показано ниже, эти флуктуации можно не учитывать.

Представим величины $u_n(n, t)$, $i_n(n, t)$ в виде $u_n = \langle u_n \rangle + u'_n$, $i_n = \langle i_n \rangle + i'_n$, где скобки $\langle \rangle$ означают усреднение по статистическому ансамблю $\delta C(n)$, а штрих соответствует флуктуирующей составляющей u'_n или i'_n . Усредним систему (1) по ансамблю неоднородностей в предположении, что

$$\frac{|\delta C|}{C_{00}} \sim \mu \ll 1, \quad \left| \frac{\langle i_n \rangle}{i_{n \max}} \right| \sim \mu^2, \quad \left(\frac{|i'_n|}{|i_{n \max}|} \sim \frac{|u'_n|}{|u_{n \max}|} \sim \mu^3 \right),$$

в результате получим уравнения для средних величин

$$\begin{aligned} \langle u_{n-1} \rangle - \langle u_n \rangle &= L_0 \frac{\partial}{\partial t} \langle i_n \rangle, \\ \langle i_n \rangle - \langle i_{n+1} \rangle &= C_{00} \frac{\partial}{\partial t} \langle u_n \rangle + \alpha \langle u_n \rangle \frac{\partial}{\partial t} \langle u_n \rangle + \gamma(n, t), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\gamma(n, t) = \left\langle \delta C(n) \frac{\partial u'_n}{\partial t} \right\rangle$ — член, отвечающий за рассеяние на неоднородностях. Выражения для u'_n получим из уравнений для флуктуаций i'_n , u'_n , которые следуют из (1) и (2) (см. [5]):

$$\begin{aligned} u'_{n-1} - u'_n &= L_0 \frac{\partial i'_n}{\partial t}, \\ i'_n - i'_{n+1} &= C_{00} \frac{\partial u'_n}{\partial t} + \delta C(n) \frac{\partial}{\partial t} \langle u_n \rangle. \end{aligned} \quad (3)$$

Система (3) линейна относительно i'_n , u'_n , поэтому, решив ее методом Фурье и подставив полученное выражение $u'_n(n, t)$ в $\gamma(n, t)$, имеем

$$\begin{aligned} \gamma(n, t) &= \langle \delta C^2(n) \rangle \frac{\partial^2}{\partial t^2} \sum_{\xi} \sum_k \int \int \frac{j \omega L_0 \Gamma_c(\xi) \langle u_n(n - \xi, t - \tau) \rangle}{D(\omega, k)} \times \\ &\quad \times e^{j(\omega \tau - k \xi)} d\omega d\tau, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\Gamma_c(\xi)$ — корреляционная функция, а $D(\omega, k) = \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 4 \sin^2 \frac{k}{2}$ ($\omega_0^2 = 1/L_0 C_{00}$; $D(\omega, k) = 0$ — дисперсионное уравнение системы).

В общем случае функцию $\gamma(n, t)$ вычислить не удается, но, предполагая параметры волны $\langle u_n(n, t) \rangle$ плавно изменяющимися по n и t , можно разложить $\langle u_n(n - \xi, t - \tau) \rangle$ в степенной ряд по ξ и τ , а затем проинтегрировать полученное выражение. Естественно, что эти операции справедливы для масштабов неоднородностей l_0 и времен τ , много меньших характерных масштабов волн среднего поля. В результате вычислений (4), взяв для простоты $\Gamma_c(\xi) = \langle \delta C^2 \rangle \exp(-|\xi|/l_0)$ (l_0 — масштаб неоднородностей), получим

Из (3) видно, что i'_n , $u'_n \sim \mu^3$, поэтому член, связанный с рассеянием, того же порядка, что и нелинейность, т. е. $\sim \mu^4$. Заметим также, что флуктуации коэффициента α можно не учитывать, так как соответствующие слагаемые $\sim \mu^5$ и т. д.

$$\gamma(n, t) \approx 0,6 \omega_0 \frac{\langle \delta C^2 \rangle}{C_{00}} l_0 \frac{\partial^2 \langle u_n \rangle}{\partial n^2} \quad (5)$$

$\left(\frac{\partial}{\partial n} \approx -\frac{\partial}{v dt}; v — \text{скорость волны} \right)$. Физически наличие $\gamma(n, t) \neq 0$ соответствует введению эффективной вязкости в систему (1). Заметим, что величина коэффициента γ с точностью до множителя порядка единицы совпадает с выражением, которое получилось бы, если бы в уравнениях (3) учли лишь слабую пространственную дисперсию. Это означает, что основной вклад в рассеяние вносят те области k , которые соответствуют слабой пространственной дисперсии среды.

В случае слабой нелинейности и дисперсии система (1) сводится к одному уравнению типа Кортевега—де Бриза—Бюргерса

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle u \rangle + \omega_0 \left(1 - \frac{\alpha \langle u \rangle}{C_{00}} \right) \frac{\partial}{\partial n} \langle u \rangle + \frac{\omega_0}{24} \frac{\partial^3}{\partial n^3} \langle u \rangle - \gamma \frac{\partial^2}{\partial n^2} \langle u \rangle = 0, \quad (6)$$

приближенное решение которого для слабой вязкости получено в [8], где исследуется затухание солитона в однородной линии передачи. Закон изменения амплитуды солитона при его распространении вдоль линии согласно [8] имеет вид

$$A(n) = A_0 \sqrt{\left(1 + \frac{96 \alpha A_0}{45} \gamma n / \omega_0 C_{00} \right)} \quad (A_0 \equiv A(0)). \quad (7)$$

2. ЭКСПЕРИМЕНТ

Экспериментальное исследование распространения нелинейных уединенных волн — солитонов — проводилось в цепочечной LC -линии передачи со случайными флуктуациями величин нелинейных емкостных параметров (рис. 1). В качестве нелинейных емкостей звеньев линии

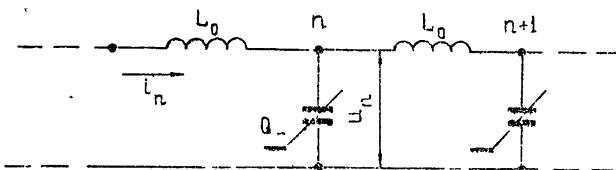


Рис. 1.

использовались параметрические диоды Д814А. Линия содержала 110 звеньев, для которых были отобраны диоды с величинами начальных емкостей C , распределенными по экспоненциальному закону $\sim \exp(-|\Delta C|/V^\sigma)$, где $\Delta C = (C_{00} - C)/C_{00}$ и $\sigma = \langle \delta C^2 \rangle / C_{00}^2 \sim 0,09$, $C_{00} = 570 \text{ pF}$. В каждой реализации все емкости перемешивались и по одной включались в звенья линии по случайной выборке. Индуктивности звеньев линии оставались постоянными, равными $L_0 = 1,8 \text{ mH}$.

Предварительно рассматривалось прохождение солитона через однородную (с разбросом C_{00} не более 1—2%) $L_0 C_{00}$ -линию с целью определения коэффициента затухания солитона, обусловленного обычными омическими потерями. На вход линии от специального генератора подавался импульс, по форме близкий к солитону. Переходные процессы быстро заканчивались, и, уже начиная с 8—10-го звена, форма им-

пульса становилась практически локально стационарной с амплитудой $A \approx 1,6 A_1$ и длительностью t_1 (измеренной на уровне $0,5 A$), равной $0,1 \cdot 10^{-6}$ с. Характерная длина импульса составляла пять—шесть ячеек, что позволяло считать правомерным описание поля волны уравнением Кортевега—де Бриза [8]. По мере дальнейшего распространения амплитуда солитона уменьшалась по закону, представленному графически верхней кривой рис. 2*. Во всем диапазоне изменения A характеристика нелинейности сохраняла аппроксимацию вида $Q(u) = C_0 u - \alpha u^2$ ($\alpha \sim 110 n\Phi/B$): Форма волны поэтому оставалась солитонной ($A t_1^2 \approx \text{const}$) —гладкой, без осциллирующего хвоста. Последнее обстоятельство свидетельствовало также о слабости потерь в линии и совпадало с теоретической оценкой малости потерь, требующей выполнения неравенства $\delta_0 \ll 0,2 (\alpha A/C_{00})^{2/3}$ [8], где δ_0 — коэффициент затухания амплитуды солитона, определяемый из верхнего графика рис. 2 — пунктирная кривая (согласно расчетам $\delta_0 = 0,0115 \ll 0,2 (\alpha A/C_{00})^{2/3} \approx 0,1$).

Исследование распространения солитона (предварительно сформированного в однородной линии) в линии со случайными флуктуациями величины емкости звеньев проводилось для 24 ее реализаций. В каждой из них измерялось распределение поля вдоль линии. Далее проводилось усреднение по всему статистическому ансамблю реализаций, по результатам которого построен график зависимости относительной амплитуды среднего поля от координаты n , приведенный на рис. 2 (сплошная кривая). Там же изображена рассчитанная согласно (7) зависимость $A_n/A_1 = f(n)$, построенная с учетом затухания, обусловленного обычными потерями (штрих-пунктирная кривая).

Сравнение экспериментальных кривых рис. 2 показывает, что рассеяние на случайных неоднородностях приводит к более эффективному затуханию среднего поля солитона, что эквивалентно возрастанию вязкости системы (увеличению высокочастотных потерь). Рассчитанная теоретически зависимость $A_n/A_1 = f(n)$ при этом хорошо совпадает с экспериментально полученной. Следует отметить, что за величину амплитуды среднего поля при построении графиков рис. 2 взята средняя амплитуда солитона. Строго говоря, эти величины не одинаковы вследствие флуктуаций скорости распространения волны, поэтому в одних и тех же точках линии максимумы солитонов при различных реализациях не совпадали. Максимальный временной разброс положения вершин солитонов (из-за мелкомасштабности и малости неоднородностей) не превышал 10% от их длительности на уровне $0,5 A$. Если учесть при этом, что вершина солитона не слишком острая, то средняя ошибка при замене амплитуды среднего поля амплитудой солитона составляла не более +5%.

Форма солитона в линии со случайными параметрами качественно отличалась от его вида в однородной линии. В каждой реализации на «хвосте» солитона возникали нерегулярные осцилляции (рис. 3:

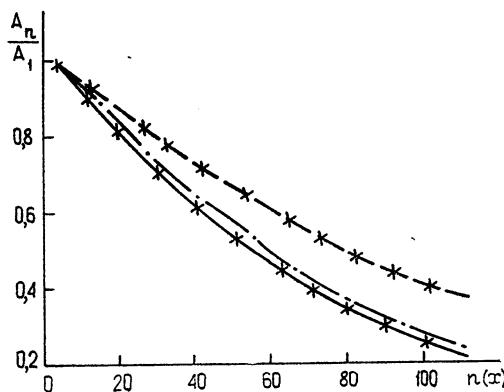


Рис. 2.

* На рис. 2 за начало отсчета $n = 1$ принято 10-е звено однородной линии.

$n = 1$ и $n = 80$), обусловленные отражениями от неоднородностей. После усреднения по статистическому ансамблю реализаций осцилляции практически исчезали (взаимно компенсировав друг друга), однако симметрия формы солитона нарушалась. На спаде у основания проявлялся небольшой апериодический «пьедестал», характерный, как и следовало ожидать, для солитона в однородной линии с хорошо выраженным высокочастотными потерями [8]. Отмеченное наглядно иллюстрируют осциллограммы рис. 4, где в качестве примера на рис. 4 а, б, в, г

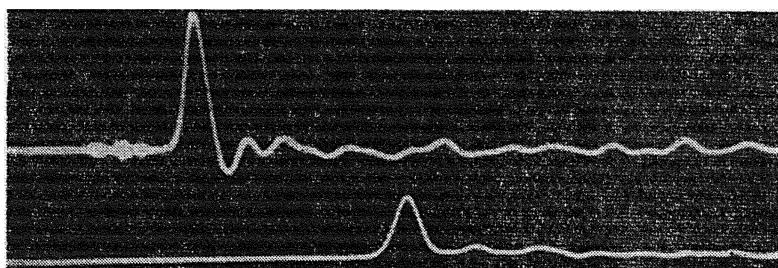


Рис. 3.

лялся небольшой апериодический «пьедестал», характерный, как и следовало ожидать, для солитона в однородной линии с хорошо выраженным высокочастотными потерями [8]. Отмеченное наглядно иллюстрируют осциллограммы рис. 4, где в качестве примера на рис. 4 а, б, в, г

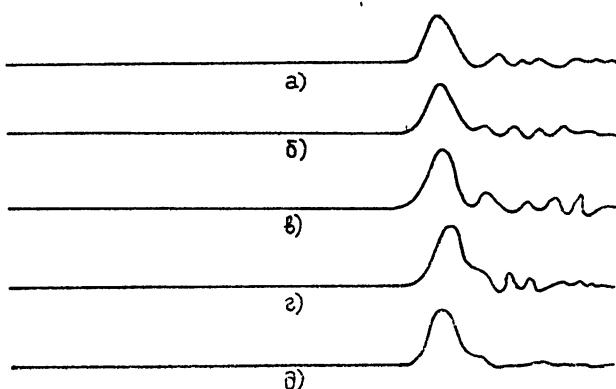


Рис. 4.

представлена форма волны на сороковом звене линии при четырех ее различных реализациях, а на рис. 4 д — поле волны после усреднения по этим реализациям. Характерный признак солитона в различных точках линии сохранялся: произведение $\langle A \rangle \langle t_n^2 \rangle$ оставалось практически постоянным, что свидетельствовало о нелинейном виде рассеяния солитона на случайных неоднородностях.

В заключение отметим, что наряду с флюктуациями линейного параметра C_0 имели место и случайные изменения параметра нелинейности α . Однако из сравнения экспериментальных данных с расчетными следует, что влияние последнего фактора, даже в предположении, что относительные флюктуации α и C_0 одного порядка*, незначительно ($|\langle u_n \rangle / u_{n \max}| \leq 0,15 \div 0,1$, начиная с $n > 40$).

Авторы признательны Е. Н. Пелиновскому, В. В. Тамойкину за полезное обсуждение результатов работы и Н. П. Ямпурину за помощь в эксперименте.

* В действительности, по измерениям, относительные флюктуации α в несколько раз меньше, чем флюктуации C_0 .

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Б. Кадомцев, В. И. Карман, УФН, **103**, вып. 2, 193 (1971).
2. В. И. Карман, Нелинейные волны в диспергирующих средах, изд. Наука, М., 1973.
3. А. В. Гапонов, Л. А. Островский, М. И. Рабинович, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **13**, № 2, 163 (1970).
4. Е. Н. Пелиновский, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **14**, № 8, 1281 (1971).
5. В. В. Тамойкин, С. М. Файнштейн, ЖЭТФ, **63**, № 2, 505 (1973); Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **17**, № 8, 1120 (1974).
6. A. R. George, M. J. Plotkin, Phys. Fluids, **14**, № 13, 548 (1971).
7. M. S. Howe, J. Fluid. Mech., **45**, № 4, 785 (1971).
8. Л. А. Островский, В. В. Папко, Е. Н. Пелиновский, Изв. высш. уч. зав — Радиофизика, **15**, № 4, 580 (1972).

Горьковский политехнический институт

Поступила в редакцию
23 июля 1974 г.

NONLINEAR WAVES IN TRANSMISSION LINES WITH RANDOM INHOMOGENEITIES

Yu. K. Bogatyrev, S. M. Fainshtein

The propagation of a nonlinear wave in a transmission line with random parameters is theoretically and experimentally investigated. Corteveg—de Vries—Burgers type equations are obtained for the mean wave field. The random inhomogeneities are shown to lead to soliton amplitude attenuation. Theoretical results agree qualitatively with experimental data.

УДК 538.574

ОБЛАСТИ «БЕГУЩЕЙ» ПОЛУТЕНИ

B. N. Красильников

Отмечается, что при распространении волн в нестационарных условиях могут возникать границы тени, пересекающие лучевые траектории под произвольным углом. На примере отражения плоской волны от плоского зеркала, скорость движения которого изменяется скачкообразно, показано, что подобные границы тени размываются дифракционными эффектами. Примечательно, что возникающие при этом области полутиени являются бегущими, причем скорость их перемещения в пространстве зависит от угла, под которым граница тени пересекает лучи. В частности, когда граница тени идет вдоль лучей, имеет место переход к привычной, неподвижной полутиени.

Дифракционные явления удобно иногда классифицировать по характеру тех нарушений лучевой картины, сглаживать которые они призваны. Так, при падении плоской волны на полубесконечный экран возникает граница тени, идущая вдоль одного из лучей. При распространении плоского импульса имеется граница тени, совпадающая с передним фронтом возмущения. Она ориентирована ортогонально лучам и распространяется со скоростью волнового процесса c .

Возникает естественный вопрос — можно ли «провести» границу тени под произвольным углом к лучевым траекториям и что при этом будет происходить? Подобные нарушения лучевой структуры возникают в задачах отражения волн от движущихся (или нестационарных) границ раздела. Примером может служить отражение плоской волны с частотой ω_0 от плоского зеркала, которое сначала покоилось, а затем начало двигаться с постоянной скоростью v .

Учтем, что угол отражения θ_1 луча от границы раздела зависит от относительной ($\beta = v/c$) скорости ее перемещения [1]:

$$\cos \theta_1 = \frac{(1 + \beta^2) \cos \theta_0 - 2\beta}{1 - 2\beta \cos \theta_0 + \beta^2}, \quad (1)$$

где θ_0 — угол падения. Лучевая картина для отраженного поля строится элементарно и для случая удаляющейся границы ($\beta < 0$) представлена на рис. 1. Налицо две границы тени, расположенные под произвольными углами θ_i к направлению распространения лучей. Область, занятая колебаниями с неизменной частотой ω_0 , удаляется от зеркала со скоростью $v_0 = c \cos \theta_0$, а возникшее после начала движения поле с пониженней (в силу эффекта Допплера) частотой

$$\omega_1 = \omega_0 \frac{1 + \beta \cos \theta_0}{1 - \beta \cos \theta_1} \quad (2)$$

распространяется от зеркала со скоростью $v_1 = c \cos \theta_1$, и нынешней, чем v_0 . В пространстве перемещается и расширяется линейно во времени об-

ласть тени*. Поле частоты ω_1 существует только, если граница не «убегает» от падающего возмущения, т. е. при $0 > \beta > -\cos \theta_0$. Этую деталь (да и ряд других) полезно пояснить с помощью принципа каждого положения границы раздела [1], согласно которому следует рассмотреть форму границы, воспринимаемую фиксированной фазой падающей волны. Для нашего случая — это грани клина с углом раствора

$$\gamma = \pi + \arcsin \frac{\beta \sin \theta_0}{(1 - 2\beta \cos \theta_0 + \beta^2)^{1/2}}.$$

При $\beta < -\cos \theta_0$ одна из граней клина оказывается в тени (см. рис. 2).

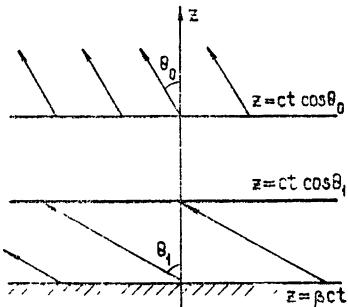


Рис. 1.

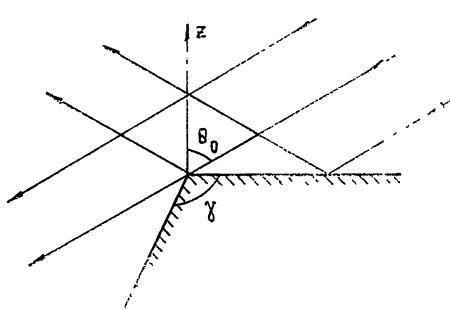


Рис. 2.

Описанная выше задача имеет довольно простое точное решение, исследование которого составляет основную цель данной статьи.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ЕЕ ФОРМАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ

Пусть скалярное поле ψ подчиняется в однородной среде вне зеркала $-z > a(t)$ — волновому уравнению

$$\nabla^2 \psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0. \quad (3)$$

Падающее поле выберем в виде монохроматической плоской волны с частотой $\omega_0 = ck_0$:

$$\psi_e = \exp [-i\omega_0 t + ik_0 \sin \theta_0 x - ik_0 \cos \theta_0 z]. \quad (4)$$

Вид граничного условия не влияет на качественные закономерности поля в окрестности движущихся границ тени. Поэтому просто положим

$$\psi|_{z=a(t)} = 0, \quad (5)$$

а закон движения границы определим формулой

$$a(t) = \beta ct \eta(t), \quad (6)$$

где $\eta(t)$ — единичная функция.

Если в полном решении ψ выделить волну, отраженную от неподвижной границы,

$$\psi_o = -\exp [-i\omega_0 t + ik_0 \sin \theta_0 x + ik_0 \cos \theta_0 z], \quad (7)$$

* При движении зеркала навстречу падающей волне возникает область двойной освещенности, причем поведение полей на ее границах с качественной точки зрения такое же, как и в изучаемом случае.

то расчету подлежит дополнительное поле $\psi_1 = \psi - \psi_0 - \psi_e$, удовлетворяющее при $t = 0$ нулевым начальным условиям. Его естественно, с учетом периодичности полей по координате x , искать в виде временного интеграла Фурье

$$\begin{aligned} \psi_1 = \exp(i k_0 \sin \theta_0 x) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-i \omega' t + i \sqrt{\omega'^2 - \omega_0^2 \sin^2 \theta_0} z/c\right) \times \\ \times C(\omega') d\omega'. \end{aligned} \quad (8)$$

Формула (8) удовлетворяет уравнению (3) и нулевым начальным условиям, если только контур интегрирования проходит выше всех особенностей подынтегральной функции, а используемый лист римановой поверхности фиксирован условием

$$\arg \sqrt{\omega'^2 - \omega_0^2 \sin^2 \theta_0} = 0 \text{ при } \omega'^2 - \omega_0^2 \sin^2 \theta_0 > 0. \quad (9)$$

Для отыскания спектральной плотности $C(\omega')$ обратимся к граничному условию (5), которое достаточно использовать только при $t > 0$,

$$\psi_1 + \psi_e \eta(t) + \psi_0 \eta(t) = 0 \text{ при } z = \beta c t,$$

что приводит к интегральному уравнению

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} C(\omega') \exp\left[-i\left(\omega' - \beta \sqrt{\omega'^2 - \omega_0^2 \sin^2 \theta_0}\right)t\right] d\omega' = \\ = -\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[-i\omega t(1 + \beta \cos \theta_0)]}{\omega - \omega_0} d\omega + \frac{1}{2\pi i} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[-i\omega t(1 - \beta \cos \theta_0)]}{\omega - \omega_0} d\omega. \end{aligned} \quad (10)$$

Заменой переменной в первом из интегралов

$$\omega = \omega' - \beta \sqrt{\omega'^2 - \omega_0^2 \sin^2 \theta_0} \quad (11)$$

соотношение (10) сводится к равенству интегралов Фурье и легко решается. Поскольку и в дальнейшем удобно использовать новую переменную ω , то укажем, что обратная связь ω и ω' имеет вид

$$\omega' = \frac{\omega + \beta [\omega^2 - \omega_0^2 \sin^2 \theta_0 (1 - \beta^2)]^{1/2}}{1 - \beta^2}, \quad (12)$$

где на основном листе римановой поверхности

$$\arg \sqrt{\omega^2 - \omega_0^2 \sin^2 \theta_0 (1 - \beta^2)} = 0 \text{ при } \omega^2 - \omega_0^2 \sin^2 \theta_0 (1 - \beta^2) > 0.$$

Интегральное представление (8) в новой переменной запишется так:

$$\psi_1 = \exp(i k_0 \sin \theta_0 x) \int_{-\infty}^{\infty} D(\omega) d\omega \exp\left\{-i\omega \frac{t - \beta z}{1 - \beta^2} + \right. \quad (13)$$

$$+ i \frac{\tau - \beta t}{1 - \beta^2} \sqrt{\omega^2 - \omega_0^2 \sin^2 \theta_0 (1 - \beta^2)} \Big\}.$$

Здесь введено обозначение $\tau = z/c$, а новая спектральная плотность находится на основании граничного условия

$$D(\omega) = \frac{1}{2\pi i} \left[\frac{1}{\omega - \omega_0(1 + \beta \cos \theta_0)} - \frac{1}{\omega - \omega_0(1 - \beta \cos \theta_0)} \right]. \quad (14)$$

Первое из слагаемых в формуле (14) возникло из-за влияния падающего поля ψ_e , а второе — из-за отраженной волны ψ_o .

2. СТРУКТУРА ПОЛЯ В ОКРЕСТНОСТИ «БЕГУЩЕЙ» ГРАНИЦЫ ТЕНИ

Перейдем к исследованию дополнительного поля ψ_1 , заданного формулой (13). Поведение подынтегральной функции при больших ω показывает, что поле ψ_1 тождественно равно нулю при $t < \tau = z/c$, а поверхность $t = \tau$, бегущая со скоростью c , является волновым фронтом, на котором поле ψ_1 терпит разрыв (в нашем случае — в первой производной). За этим фронтом (при $t > \tau$) дополнительное поле всюду аналитично, в том числе и на границах геометрической тени.

Интеграл в формуле (13) легко вычисляется с помощью метода стационарной фазы, если допустить существование большого параметра $\omega_0 \tau \gg 1$. Это означает, что расстояние до точки наблюдения от первоначального положения зеркала велико по сравнению с длиной падающей волны. Анализ быстро меняющейся экспоненты в (13) показывает, что на комплексной плоскости ω имеется по одной седловой точке ω_s на каждом из листов римановой поверхности функции $[\omega^2 - \omega_0^2 \sin^2 \theta_0] \times (1 - \beta^2)]^{1/2}$,

$$\omega_s^{(\pm)} = \pm \omega_0 \sin \theta_0 \frac{t - \beta \tau}{\sqrt{t^2 - \tau^2}}, \quad (15)$$

где знак «+» относится к верхнему, а знак «—» — к нижнему листу. Из (15) видно, что седловые точки возникают на бесконечности в момент времени $t = \tau$ и затем движутся вдоль вещественной оси к точкам $\pm \omega_0 \sin \theta_0$. При этом на первом листе седловая точка всегда положительное, а на втором — отрицательное число. Топология контуров наибыстрейшего спуска γ_{\pm} , связанных с этими точками, показана на рис. 3. Поскольку интегралы по берегам разрезов на первом и втором листах отличаются только знаками, то очевидно, что исходный контур может быть при $t > \tau$ совмещен с суммой контуров γ_+ и γ_- .

Важным обстоятельством является пересечение контуром наибыстрейшего спуска γ_+ полюсов в точках $\omega_0(1 - \beta \cos \theta_0)$ и $\omega_0(1 + \beta \cos \theta_0)$. Из (15) следует, что первый из них пересекается в момент времени t_0 , а второй — при $t = t_1$, где

$$t_0 = \tau / \cos \theta_0, \quad (16)$$

$$t_1 = \tau / \cos \theta_1.$$

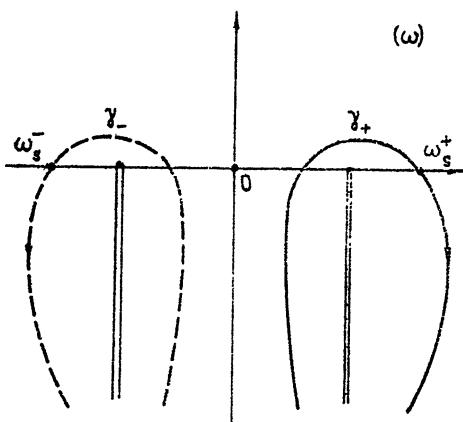


Рис. 3.

Эти времена совпадают с моментами прохождения через точку наблюдения границ геометрической тени. Вычет в первом полюсе равен

$$\exp[-i\omega_0 t + ik_0 \sin \theta_0 x + ik_0 \cos \theta_0 z],$$

и его появление в решении соответствует «выключению» отраженного поля ψ_0 . Вклад от второго полюса

$$-\exp(-i\omega_1 t + ik_1 \sin \theta_1 x + ik_1 \cos \theta_1 z)$$

описывает поле, отразившееся от движущегося зеркала по геометро-оптическим законам. Подчеркнем, что процессы выключения и включения волн описываются аналитическими функциями и полное поле в моменты времени t_0 и t_1 никаких разрывов не претерпевает.

Удобные формулы для поля получаются после вычисления интеграла (13) методом стационарной фазы, модифицированным на случай полюса, близкого к седловой точке [2]. Для его применимости в наиболее интересные моменты времени t_0 и t_1 соответственно необходимы неравенства

$$\begin{aligned} \sqrt{\omega_0 \tau} &\gg \frac{\sqrt{\cos \theta_0} (1 - \beta \cos \theta_0)}{\sin \theta_0 (\cos \theta_0 - \beta)}, \\ \sqrt{\omega_0 \tau} &\gg \frac{\sqrt{\cos \theta_1} (1 + \beta \cos \theta_0)}{\sin \theta_0 [(\cos \theta_0 + \beta) (\cos \theta_1 - \beta)]^{1/2}}. \end{aligned} \quad (17)$$

Даже при наличии большого параметра $\omega_0 \tau$ неравенства (17) не выполняются при нормальном падении волны и при приближении угла падения θ_0 к $\arccos(-\beta)$, когда исчезает поле, отраженное от движущейся границы.

После использования метода стационарной фазы главная часть поля ψ_1 в окрестности бегущих границ геометрической тени описывается двумя слагаемыми, содержащими интегралы вероятности $\Phi(z)$:

$$\begin{aligned} \psi_1 &\approx \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-iS(t)) [\exp(-u_0^2) \Phi(-iu_0) - \exp(-u_1^2) \Phi(-iu_1)], \\ u_{0(1)}^2 &= i \frac{\omega_0 \sqrt{t^2 - \tau^2}}{(\tau - \beta t)^2} [\sqrt{t^2 - \tau^2} (1 \mp \beta \cos \theta_0) - (t - \beta \tau) \sin \theta_0]^2. \end{aligned} \quad (18)$$

Фаза $S(t)$ в (18) выражается через текущую частоту $\omega(t)$ по формуле

$$S(t) = \omega(t) \left[t - \frac{x}{c} \sin \theta(t) - \frac{z}{c} \cos \theta(t) \right], \quad (19)$$

где

$$\sin \theta(t) = \sqrt{1 - \frac{\tau^2}{t^2}}, \quad \omega(t) = \omega_0 \frac{\sin \theta_0}{\sin \theta(t)}.$$

В (18) опущен малый вклад от седловых точек, лежащих на втором листе римановой поверхности.

Интегралы вероятности $\Phi(z)$ допускают асимптотическое представление при больших по модулю аргументах [2], что дает возможность детализировать описание поля. Например, перед первой из бегущих границ тени ($t = t_0$) основная часть поля может быть представлена в виде

$$\psi_1 \approx \exp\left(-iS(t) - i\frac{3\pi}{4}\right) \sqrt{\frac{t_0}{2\pi\omega_0}} \frac{\sin\theta_0}{(t_0 - t)}. \quad (20)$$

В непосредственной окрестности границы, для интервала времени $|t - t_0| \ll \Delta t_0$, где

$$\Delta t_0 = \sqrt{\frac{t_0}{\omega_0}} \sin\theta_0 \quad \left(t_0 = \frac{z}{c \cos\theta_0} \right), \quad (21)$$

необходимо использовать неупрощенную формулу (18). После прохождения границы тени справедливо приближенное соотношение

$$\begin{aligned} \psi_1 = & \exp\left(-iS(t) - i\frac{3\pi}{4}\right) \sqrt{\frac{t_0}{2\pi\omega_0}} \frac{\sin\theta_0}{(t - t_0)} + \\ & + \exp\left[-i\omega_0\left(t - \frac{x}{c} \sin\theta_0 - \frac{z}{c} \cos\theta_0\right)\right], \end{aligned} \quad (22)$$

в котором последнее слагаемое «выключает» первичную отраженную волну (7).

Из формул (20)–(22) следует, что дифракционное поле сопоставимо с геометрооптическим в интервале времени, оцененном формулой (21). Поэтому Δt_0 можно назвать длительностью бегущей зоны полути, ее величина возрастает пропорционально корню квадратному из расстояния от границы раздела, что объясняется диффузией амплитуды поля на косом срезе лучевых трубок. Если угол среза лучей $\left(\frac{\pi}{2} - \theta_0\right)$

стремить к прямому, то зона полути неограниченно сужается, в пределе переходя в скачкообразное изменение поля на волновом фронте. Напротив, уменьшение угла среза уширяет зону полути.

Дифракционные добавки спадают при удалении от области бегущей полути по степенному закону $|t - t_0|^{-1}$, что лишний раз подчеркивает качественное сходство рассматриваемой задачи с картиной френелевской дифракции на полуплоскости. Наблюдающаяся дисперсия, математически связанная с динамикой седловых точек, является следствием того, что частота и направление распространения плоских волн, входящих в решение (7), связаны условием $\omega_0 \sin\theta_0 = \omega \sin\theta$. Более высокие частоты быстрее уходят от границы, так как направление их распространения ближе к нормальному.

Очевидно, что бегущие области полути являются практически наблюдаемыми, если их ширина меньше $(t_1 - t_0)$ — зазора между геометрооптическими границами тени. При нерелятивистских скоростях $|\beta| \ll 1$ это неравенство приводится к виду

$$\sqrt{\frac{t_0}{\omega_0}} \sin\theta_0 + \sqrt{\frac{t_1}{\omega_1}} \sin\theta_1 < (t_1 - t_0) = \frac{z}{c} \frac{2\beta \sin^2\theta_0}{(1 + \beta^2) \cos^2\theta_0 - 2\beta \cos\theta_0}$$

и оказывается достаточно существенным.

Наконец, стоит заметить, что бегущие области полути присущи не только рассмотренной задаче, а являются типичным дифракционным образованием при взаимодействии волн с нестационарными объектами. Так, при освещении плоской волной цилиндра, равномерно расширяющегося из точки, возникает нестационарная область тени, вид которой представлен на рис. 4, все линейные размеры на котором прямо пропорциональны времени, прошедшему после начала процесса расширения.

ния. Угол косого среза лучей при этом определяется относительной скоростью β расширения цилиндра, величина угла δ , показанного на рис. 4, равна $\arcsin \beta$.

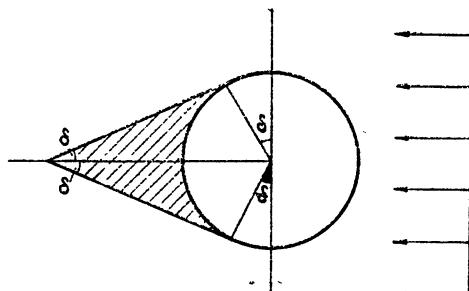


Рис. 4.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Красильников, Л. Н. Лутченко, Проблемы дифракции и распространения волн, изд. ЛГУ, вып. 12, 150 (1973).
2. Л. М. Бреховских, Волны в слоистых средах, изд. Наука, М., 1973.

Ленинградский государственный университет

Поступила в редакцию
30 января 1974 г.

REGIONS OF A "TRAVELING" HALF-SHADOW

V. N. Krasil'nikov

It is noted that when the waves propagate under nonstationary conditions, the shadow boundaries may arise which traverse the ray trajectories at the arbitrary angle. By the example of reflection of a plane wave from a plane mirror the velocity of motion of which varies jump-like it is shown that similar shadow boundaries are smeared by diffraction effects. It is worth to note that the half-shadow regions occurred in this case are traveling, their traveling velocity in space depending on the angle at which the shadow boundary traverses the rays. In particular when the shadow boundary is along the rays, a transition to the usual immovable half-shadow takes place.

УДК 621.375.7

ОПТИМАЛЬНАЯ КОНЦЕНТРАЦИЯ ИОНОВ Fe^{3+} В АНДАЛУЗИТЕ ДЛЯ «ТЕПЛОГО» ПАРАМАГНИТНОГО УСИЛИТЕЛЯ

И. И. Еру, В. В. Мышленко, С. А. Песковацкий

Измерены ширина линии ЭПР, коэффициент инверсии и инвертированная магнитная восприимчивость естественных кристаллов андалузита с различной концентрацией ионов Fe^{3+} . Измерения проведены в 3-санитметровом диапазоне для трехуровневой схемы подсветки в интервале концентраций 0,03—0,57% и интервале температур 2—80 К. Показано, что для парамагнитного усилителя, работающего при температуре 20—80 К, оптимальная концентрация ионов Fe^{3+} в андалузите близка к 0,3%.

Основной трудностью, возникающей на пути решения проблемы «теплого» квантового парамагнитного усилителя (КПУ), т. е. усилителя, работающего при промежуточных температурах (20—80 К), является существенное ухудшение шумовых характеристик таких усилителей при повышении рабочей температуры выше гелиевой. Это обусловлено, главным образом, падением коэффициента инверсии с ростом температуры кристалла. Трудность эта усугубляется еще и тем, что в «теплых» КПУ вследствие уменьшения магнитной восприимчивости с ростом температуры приходится повышать концентрацию парамагнитных ионов в активном кристалле, что также снижает инверсию населенностей спиновых уровней. Таким образом, улучшение шумовых характеристик «теплых» КПУ возможно лишь при использовании в них активных кристаллов, сохраняющих достаточно высокий коэффициент инверсии при повышенных температурах и концентрациях.

В настоящее время практически пока единственными активными кристаллами, используемыми в КПУ, являются рубин и рутил. В рутиле уже при концентрациях парамагнитных ионов выше 0,03—0,04% инверсия исчезает при температуре 10—12 К [1]. Поэтому рутил, очевидно, вообще не найдет применения в «теплых» КПУ. В рубине инверсия наблюдается вплоть до температуры 200 К [2]. Однако коэффициент инверсии в рубине невысокий, и при азотной температуре он быстро уменьшается до нуля с повышением концентрации парамагнитных ионов выше 0,2% [3]. Это обстоятельство ограничивает возможности снижения шумовой температуры такого КПУ величиной порядка 100 К при азотной рабочей температуре [2, 3]. В целом ряде случаев КПУ с такими шумовыми характеристиками не выдерживают конкуренции с охлаждаемыми до той же температуры параметрическими усилителями. В связи с этим возникла проблема активного кристалла для «теплых» КПУ.

Среди изученных к настоящему времени парамагнитных кристаллов, потенциально пригодных для использования в качестве активных веществ в КПУ, наибольшая инверсия при гелиевых температурах получена в андалузите с примесью трехвалентного железа [4, 5]. С повышением температуры в слабоконцентрированных ($C < 0,1\%$) кристаллах андалузита коэффициент инверсии несколько падает, но

все же вплоть до азотной температуры остается выше двух [6]. Однако для получения более полного представления о возможности использования андалузита в «теплых» КПУ необходимо было исследовать концентрационные зависимости ширины линии, коэффициента инверсии и инвертированной магнитной восприимчивости в этих кристаллах в области повышенных концентраций и температур.

Исследования были выполнены на естественных кристаллах андалузита, взятых из различных месторождений, в интервале концентраций (определенных методом ЭПР*) 0,03—0,57% при температурах 2—80 K.

Измерения проводились в магнитном поле, направленном вдоль оптической оси кристалла. Коэффициент инверсии и инвертированная магнитная восприимчивость измерялись в 3-сантиметровом диапазоне для трехуровневой схемы инверсии. Подсветка на $\lambda = 2,5 \text{ мкм}$ осуществлялась в режиме «бегущей волны» [6], и мощность ее, вводимая в кристалл, не превышала 100 MВт. Ширина линии измерялась ядерным магнетометром. Результаты измерений приведены на рис. 1—4.

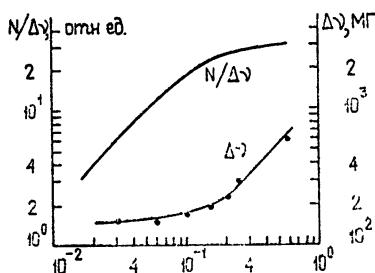


Рис. 1.

Рис. 1. Зависимости ширины линии ЭПР $\Delta\nu$ и параметра $N/\Delta\nu$ ионов Fe^{3+} в андалузите от концентрации.

Рис. 2. Зависимость коэффициента инверсии ионов Fe^{3+} в андалузите (1) ($\Delta - C = 0,07\%$, экспериментально измеренные значения, $\circ - C=0,2\%$, значения, полученные экстраполяцией по формуле (1)) и ионов Cr^{3+} в рубине (2) ($C=0,15\%$, точки—^[8], треугольники—^[3]) от температуры.

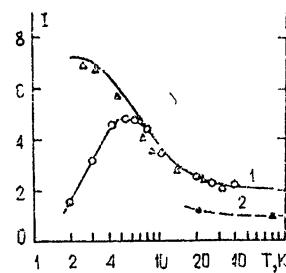


Рис. 2.

Ширина линии ЭПР ионов Fe^{3+} в андалузите при концентрации их ниже 0,1% остается практически постоянной, и величина ее составляет 150 Гц (рис. 1). Это и есть, очевидно, та неоднородная ширина линии, которая характерна для слабоконцентрированных парамагнитных кристаллов [7]. Увеличение концентрации выше 0,1% приводит к дополнительному уширению линии, обусловленному, по-видимому, диполь-дипольными взаимодействиями. При концентрации выше 0,3% ширина линии растет линейно с концентрацией парамагнитной примеси. Ширина линии ЭПР в андалузите от температуры не зависит.

В экспериментах по измерению коэффициента инверсии мощность источника накачки, имевшегося в нашем распоряжении, оказалась недостаточной (меньше 100 MВт) для полного насыщения перехода накачки в концентрированных ($C > 0,1\%$) кристаллах андалузита при температурах выше 10 K. В связи с этим для оценки предельных значений коэффициента инверсии в андалузите в этом интервале концентраций и температур была применена следующая методика.

В рамках модели трехуровневой схемы инверсии нетрудно получить

* Определение концентрации парамагнитных ионов в концентрированных парамагнитных кристаллах методом ЭПР имеет свои особенности. Подробно этот вопрос будет рассмотрен в отдельной статье в ближайшее время.

аналитическую зависимость коэффициента инверсии от мощности накачки:

$$I(P) = \frac{aP}{1+bP} - 1. \quad (1)$$

Здесь P — мощность накачки в относительных единицах, a и b — коэффициенты, не зависящие от мощности накачки. Справедливость этого выражения была экспериментально проверена нами при гелиевых температурах в условиях полного насыщения перехода накачки.

С помощью формулы (1) по экспериментально измеренным значениям коэффициента инверсии при нескольких различных значениях мощности накачки определялись величины коэффициентов a и b . Это позволило оценить с точностью 10—15% предельное значение коэффициента инверсии:

$$I(\infty) = \frac{a}{b} - 1. \quad (2)$$

Достигаемая в наших экспериментах инверсия составляла 80—90% от этих предельных значений.

При температурах выше 8 К коэффициент инверсии в андалузите с указанной степенью точности не зависит от концентрации трехвалентного железа (по крайней мере, до $C = 0,2\%$) (рис. 2). При этом он в два раза выше, чем коэффициент инверсии в рубине с оптимальной для этих температур концентрацией хрома [3, 8]. В области же гелиевых температур коэффициент инверсии в андалузите быстро падает с повышением концентрации Fe^{3+} и при 2 К уменьшается с 7 до 1,5 при увеличении концентрации от 0,07% до 0,2%. При концентрациях выше 0,2% степень насыщения перехода накачки была уже настолько низкой, что используемая нами экстраполяция с достаточной степенью надежности не представлялась возможной. В связи с этим мы не приводим значений коэффициента инверсии при концентрациях выше 0,2%. Однако, судя по экспериментально полученным зависимостям коэффициента инверсии от мощности накачки для очень концентрированных кристаллов, даже в наиболее концентрированном ($C = 0,57\%$) из имевшихся у нас кристаллов предельный коэффициент инверсии при повышенных температурах все еще больше нуля.

Полученные результаты позволяют рассмотреть вопрос об оптимальной концентрации ионов Fe^{3+} в андалузите для случая использования его в качестве активного кристалла в «теплом» КПУ. Основным параметром парамагнитного кристалла, определяющим его качество как активного кристалла КПУ, наряду с коэффициентом инверсии является инвертированная магнитная восприимчивость

$$\chi''_i = I\% \sim \frac{N}{\Delta\nu} \frac{I}{T}, \quad (3)$$

где I — коэффициент инверсии, χ''_0 — магнитная восприимчивость, N — число парамагнитных центров в единице объема кристалла, $\Delta\nu$ — ширина линии ЭПР, T — температура кристалла.

Как уже отмечалось выше, в андалузите в интервале промежуточных температур (20—80 К) коэффициент инверсии I не зависит от концентрации, а ширина линии ЭПР $\Delta\nu$ не зависит от температуры. Вследствие этого зависимость инвертированной магнитной восприимчивости андалузита от концентрации будет полностью определяться параметром $N/\Delta\nu$ (рис. 1), не зависящим от температуры, а зависимость от температуры — множителем I/T , не зависящим от концентра-

ции. Эти два обстоятельства позволили нам по экспериментально снятой при $T = 20$ К зависимости инвертированной магнитной восприимчивости андалузита от концентрации и по ее температурной зависимости, полученной для кристалла с $C = 0,07\%$, построить семейство соответствующих кривых для различных температур (рис. 3). Непосредственные измерения инвертированной магнитной восприимчивости в различных кристаллах андалузита и оценки величины ее в экспериментах по парамагнитному усилению показали хорошее согласие с этими кривыми. Во всех случаях расхождение не превышало 15—20%.

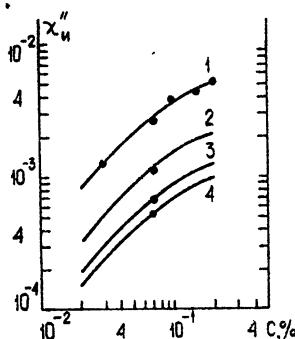


Рис. 3.

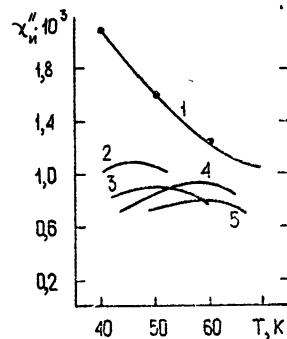


Рис. 4.

Рис. 3. Зависимости от концентрации инвертированной магнитной восприимчивости ионов Fe^{3+} в андалузите при промежуточных температурах:
1 — $T = 20$ К, 2 — $T = 40$ К, 3 — $T = 60$ К, 4 — $T = 80$ К.

Рис. 4. Зависимости от температуры инвертированной магнитной восприимчивости ионов Fe^{3+} в андалузите ($C = 0,2\%$) и рубине с различной концентрацией ионов Cr^{3+} [9]:
1 — андалузит (0,2%), 2 — рубин (0,08%), 3 — рубин (0,1%), 4 — рубин (0,14%), 5 — рубин (> 0,14%).

Отсутствие надежных сведений о величине коэффициента инверсии при концентрациях выше 0,2% не дает пока возможности судить об инвертированной магнитной восприимчивости андалузита в этом интервале концентраций. Однако даже при концентрации 0,2% инвертированная магнитная восприимчивость ионов Fe^{3+} в андалузите во всем интервале промежуточных температур существенно выше, чем у рубина с оптимальной для этих температур концентрацией ионов Cr^{3+} (рис. 4) [9]. Кроме того, по форме концентрационных кривых зависимости коэффициента инверсии и инвертированной магнитной восприимчивости андалузита от температуры при повышенных значениях T ($T \geq 20$ К) видно, что для таких температур оптимальная концентрация ионов Fe^{3+} в андалузите должна быть больше 0,2% (по-видимому, $C_{\text{opt}} \approx 0,3\%$). Следовательно, имеется возможность еще несколько повысить величину инвертированной магнитной восприимчивости этого кристалла путем соответствующего повышения концентрации парамагнитных ионов.

Таким образом, концентрированные кристаллы андалузита ($C \approx 0,2 \div 0,3\%$) обладают при промежуточных температурах (20 \div 80 К) относительно высокими значениями коэффициента инверсии и инвертированной магнитной восприимчивости. Полученные величины коэффициента инверсии и инвертированной магнитной восприимчивости ионов Fe^{3+} в андалузите позволяют сделать оценку шумовой температуры «теплого» КПУ на этом кристалле. Легко подсчитать, что при использовании андалузита вместо рубина в «теплом» КПУ при 77,4 К,

описанном в работе [3], температура шумов должна понизиться со 100 до 60 К. Следовательно, замена рубина андалузитом в «теплых» КПУ может позволить понизить их шумовую температуру в 1,5—2 раза. Кроме того, применение активного кристалла с шириной линии 500 МГц открывает дополнительные возможности расширения, в случае необходимости, полосы пропускания КПУ.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. S. Yngvesson, Research Report № 84, Research Laboratory of Electronics Chalmers University of Technology, Gotheburg, Sweden, 1968.
2. T. H. Maiman, Quantum Electron. Symposium, Columbia University press, 1960, p. 324.
3. E. O. Ammann, IEEE Trans., MTT-13, 186 (1965).
4. И. И. Еру, С. А. Песковацкий, А. Н. Чернец, ФТТ, 9, 1329 (1967).
5. I. I. Eru, S. A. Peskovatskii, A. N. Chernets, J. Quantum Electron. QE-4, 723 (1968).
6. И. И. Еру, С. А. Песковацкий, Изв высш. уч. зав. — Радиофизика, 15, № 1, 38 (1972).
7. N. Bloembergen, S. Shapiro, P. S. Pershan, J. O. Artman, Phys. Rev., 114, 445 (1959).
8. K. H. Gothe, H. J. Fröhlich, L. Martini, Hochfrequenztechnik und Elektroakustik, 75, 163 (1966).
9. Л. И. Невоструева, П. С. Лифанов, Вопросы радиоэлектроники, сер ОТ, вып. 2, 54 (1968).

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
27 мая 1974 г.

OPTIMAL Fe^{3+} ION CONCENTRATION IN ANDALUZITE FOR „WARM“ PARAMAGNETIC AMPLIFIER

I. I. Eru, V. V. Myshenko, S. A. Peskovatskii

The line width of EPR, the inversion coefficient and inverted magnetic susceptibility of natural andalusite crystals with different Fe^{3+} ion concentration are measured. Measurements are carried out at 3 cm wavelength for a three-level pumping scheme within the interval of concentration 0.03—0.57% and temperatures 2—80° K. It is shown that for the paramagnetic amplifier operating at the temperature 20—80° K the optimal Fe^{3+} ion concentration in andalusite is close to 0.3%.

**КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ
И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ**

УДК 621.372.8

**О ВЛИЯНИИ НЕАКСИАЛЬНОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ
НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В ПЛАЗМЕННОМ ВОЛНОВОДЕ**

Ю. Ф. Филиппов

Для ряда технических приложений представляет интерес изучение влияния наклона внешнего магнитного поля H_0 по отношению к направлению распространения волны на фазовую скорость волны и ее затухание [1]. В работе [2] экспериментально исследовалось распространение спиральных волн в ограниченном образце под углом к H_0 . При обсуждении полученных в [2] результатов не учитывалось влияние дисперсии, обусловленное наличием металлического волновода.

Пусть внешнее магнитное поле H_0 составляет угол θ с осью круглого волновода радиуса r_0 . Стенки его будем считать идеально проводящими. Ограничимся исследованием медленных волн, влияние тока смещения на которые можно не учитывать. В сильных магнитных полях ($\omega_H \gg \omega, v$) в волноводе будут распространяться монохроматические волны, определяемые решениями системы

$$c \operatorname{rot} H = 4\pi j, \quad c \operatorname{rot} E = i\omega H, \quad \operatorname{div} H = 0,$$

$$j = \frac{\omega_p^2}{4\pi} E + \frac{\omega_H}{H_0} [jH_0]. \quad (1)$$

Здесь предполагается, что зависимость от времени имеет вид $e^{-i\omega t}$, ω_H и ω_p — циклотронная и плазменная частоты носителей, v — эффективная частота столкновений. В уравнении движения мы пренебрегли инерцией электронов, но удержали малый столкновительный член, позволяющий учесть влияние плазмы на коэффициент затухания.

Все работы, посвященные распространению волн в круглом волноводе, относились к аксиально-замагниченной плазме [3, 6]. В рассматриваемом случае ввиду зависимости компонент H_0 от азимутального угла φ ,

$$H_{0\rho} = H_0 \sin \theta \cos \varphi, \quad H_{0\varphi} = -H_0 \sin \theta \sin \varphi, \quad H_{0z} = H_0 \cos \theta,$$

решение системы (1) значительно усложняется. Ее исследование может быть сведено к нахождению решений дифференциального уравнения для

$$\begin{aligned} f &= \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho - \frac{i}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) (j_\rho + ij_\varphi), \\ &\left\{ \left(\cos \theta \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\hat{\eta}}{2} \sin \theta \right)^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \Delta_\perp \right) - \right. \\ &\left. - \left(\varepsilon_2 \frac{\omega^2}{c^2} - i \frac{v}{\omega_H} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left[\varepsilon_2 \frac{\omega^2}{c^2} - i \frac{v}{\omega_H} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2\Delta_\perp \right) \right] \right\} f = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\Delta_\perp = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{\omega_p^2}{\omega \omega_H},$$

$$\hat{\eta} = e^{i\varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{i}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) + e^{-i\varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{i}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right).$$

Все компоненты полей и тока выражаются через f .

Для аксиально-замагниченной плазмы ($\theta = 0$) частное решение (2), удовлетворяющее граничному условию $E_{tg}|_{\rho=\rho_0} = 0$, имеет вид

$$f_{pq} = A_{pq} J_p(\chi_{pq} \rho) \exp i(K_{pq} z + p \varphi - \omega t).$$

Здесь A_{pq} — амплитуда волны, $J_p(x)$ — функция Бесселя, χ_{pq} , K_{pq} — соответственно поперечная и продольная компоненты волнового вектора, определяемые из соотношений

$$\begin{aligned} (K_{pq}^2 + \chi_{pq}^2) \left(K_{pq}^2 - 2i \frac{\gamma}{\omega_H} \epsilon_2 \frac{\omega^2}{c^2} \right) &= \epsilon_2^2 \frac{\omega^4}{c^4}, \\ \left(K_{pq}^2 - i \frac{\gamma}{\omega_H} \epsilon_2 \frac{\omega^2}{c^2} \right) J'_p(\chi_{pq} \rho_0) &= p \frac{\epsilon_2 \omega^3}{\chi_{pq} \rho_0 c^2} J_p(\chi_{pq} \rho_0) \end{aligned} \quad (3)$$

(штрих—дифференцирование по аргументу. $J'_p(x) \equiv \frac{dJ_p}{dx}$). Индекс p характеризует симметрию волны в азимутальном направлении, а индекс q — число нулей радиальной компоненты электрического поля между осью и стенкой волновода

Можно показать, что при $\omega_H \sim 1,4 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ (в InSb это соответствует полям $H_0 \sim 10^3 \text{ э}$), $\omega \sim 2 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$, $N_0 \sim 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $\rho_0 \sim 0,26 \text{ см}$ для низших волноводных волн выполняется условие $\chi^2 \ll \epsilon_2 \frac{\omega^2}{c^2}$. Действительно, χ при этих параметрах определяется

из уравнения $J_{p+1}(\chi_{pq}) \approx 0$. В частности, для волны H_{-11} $\chi_{pq} \sim 2,4$, а $\sqrt{\epsilon_2} \omega \rho_0 / c \sim 10^2$.

Из (3) следует, что постоянные распространения K волноводных волн и геликона в неограниченном образе почти совпадают. Влияние границ приводит, в основном, к различию между ними в распределении полей в поперечном сечении. В отличие от геликона волноводный мод неоднороден, его поля зависят от поперечных координат. Таким образом, в волноводе при указанных выше параметрах распространяются медленные слабозатухающие квази- H -волны, различающиеся между собой, главным образом, поперечным распределением полей.

Решение уравнения (2) при $\theta \neq 0$ будем искать в виде разложения по собственным поперечным функциям волновода, заполненного аксиально-замагниченной плазмой:

$$f = \sum_{r,s} A_{rs}(z) e^{i(r \varphi - \omega t)} J_r(\chi_{rs} \rho). \quad (4)$$

Заметим, что функции $J_p(\chi_{pq} \rho) e^{ip\varphi}$ не будут ортогональны в поперечном сечении волновода. Можно показать, однако, что для рассмотренного выше случая вклад неортогональности будет малой величиной порядка $(c^2/\epsilon_2 \omega_0^2 \rho_0^2)$, и поэтому им в дальнейшем будем пренебречь. Подставляя разложение (4) в (2), умножая на $J_p(\chi_{pq} \rho) e^{-ip\varphi}$ и интегрируя по поперечному сечению волновода, имеем

$$\begin{aligned} \left\{ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \chi_{pq}^2 \right) \cos^2 \theta \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \left(\epsilon_2 \frac{\omega^2}{c^2} - i \frac{\gamma}{\omega_H} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left[\epsilon_2 \frac{\omega^4}{c^4} - i \frac{\gamma}{\omega_H} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \left. - \chi_{pq}^2 \right) \right] \right\} \pi \rho_0^2 J_p^2(\chi_{pq} \rho_0) A_{pq}(z) \approx \sum_{r,s} \sin \theta \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\partial \Phi_{rs}^{(1)}}{\partial z} + \frac{\sin \theta}{4} \Phi_{rs}^{(2)} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\Phi_{rs}^{(j)} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\rho_0} \rho d\rho J_p(\chi_{pq} \rho) e^{-ip\varphi} \eta_j J_r(\chi_{rs} \rho) e^{is\varphi}.$$

В правую часть (5) мы вынесли слагаемые, описывающие влияние неоднородности, возникающие из-за наклона H_0 к оси.

Ограничимся рассмотрением малых углов $\theta^2 \ll 1$. Пусть в волноводе распространяется волна, характеризуемая амплитудой A_{pq}^0 ($A_{pq} = A_{pq}^0 \exp(iK_{pq} z)$) и параметрами χ_{pq} , K_{pq} . Влияние угла наклона θ приводит к возникновению виртуальных волн. Обратите внимание на первичную волну изменяет фазовую скорость и затухание ее. Условие совместности системы (4) относительно амплитуд A_{pq}^0 даст уравнение для определения постоянной распространения K_{pq} . Решением его при $\theta^2 \ll 1$ является

$$K_{pq}^2 \approx \frac{\epsilon_2 \omega^3}{c^2 \cos \theta} \left(1 + i \frac{\gamma}{\omega_H \cos \theta} \right) (1 + 2 \alpha_{pq} \operatorname{tg}^2 \theta), \quad (6)$$

где

$$\alpha_{pq} = \sum_s \left[\frac{x_{p+1,s}^2}{(x_{p+1,s}^2 - x_{pq}^2)^3} + \frac{x_{p-1,s}^2}{(x_{p-1,s}^2 - x_{pq}^2)^3} \right] x_{pq}^2,$$

а x_{em} — корни уравнения $J_{e+1}(x_{em}) \approx 0$.

Коэффициент α_{pq} определяет влияние дисперсии, обусловленное наличием стенок волновода на характеристики распространяющейся волны. При $\theta = 0$ ($\alpha_{pq} = 0$) уравнение (6) переходит в хорошо известное выражение для волнового вектора при квазипродольном распространении волн в безграничной плазме. Вследствие быстрой сходимости ряда расчет α_{pq} не представляет большой трудности. В частности, $\alpha_{-11} \approx 0.73$ ($p = -1, q = 1$). Как показывает (6), влияние стенок приводит к дополнительному укорочению длины волны и к увеличению затухания.

В заключение считаю своим долгом выразить благодарность Е. М. Кулешову за предложенную тему.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. E. Hayes, W. G. May, Proc. Symp. on Subm. Waves, N. Y., 1970, p. 237.
2. В. К. Кононенко, Е. М. Кулешов, ФТТ, 12, 3626 (1970).
3. В. Эллис, С. Буксбаум, А. Берс, Волны в анизотропной плазме, Атомиздат, М., 1966.
4. R. J. Ferragut, J. P. Klozenberg, J. Plasma Phys., 2, 283 (1968).
5. Ю. Ф. Филиппов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 14, № 2, 314 (1971).
6. A. C. Vaughn, A. D. Boardman, Advances in Physics, 19, № 81, 575 (1970).

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
17 июня 1974 г.

УДК 539.216.2 : 621.38.61

О ВОЗМОЖНОСТИ ПОЛУЧЕНИЯ СВЕРХТОНКИХ, СПЛОШНЫХ, МОНОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛЕНОК С ПОМОЩЬЮ ЛАЗЕРА

З. П. Бекетова, С. В. Гапонов, Б. С. Каверин,
Б. А. Нестеров, Н. Н. Салащенко

В работе [1] приводятся результаты электронографического исследования пленок Bi_2Te_3 , полученных с помощью лазера. Толщина эпитаксиального слоя, полученного за один импульс излучения, составляла несколько сотен ангстрем. Для решения ряда прикладных задач представляет интерес получение сверхтонких полупроводниковых эпитаксиальных пленок. Нами рассмотрены некоторые закономерности роста таких пленок при лазерном напылении.

Эксперименты по нанесению пленок PbTe и InSb проводились на установке, состоящей из твердотельного ОКГ (стекло с Nd^{+3}) и вакуумной камеры с оптическим вводом. ОКГ мог работать в двух режимах: модулированной добротности (длительность импульса излучения $\tau_i = 3 \cdot 10^{-8}$ с, энергия в импульсе $W = 1 \text{ Дж}$, частота следования 1 Гц, плотность мощности излучения на мишени $q = 10^9 \text{ Вт/см}^2$) и свободной генерации ($\tau_i = 10^{-3}$ с, $W = 100 \text{ Дж}$, $q = 5 \cdot 10^6 \text{ Вт/см}^2$). Пленки напылялись на свежие околы (100) кристаллов КВг. Минимальная толщина сплошной пленки существенно зависит от температуры подложки (T_u) и скорости поступления конденсата [2], поэтому в экспериментах варьировалась толщина слоя, напыляемого за один импульс излучения, и температура подложки. Полученные пленки исследовались на электронном микроскопе УЭМВ-100 К и электронографе ЭР-100.

При работе ОКГ в режиме модулированной добротности средняя толщина слоя PbTe, напыляемого за один импульс, равнялась 4 Å. Пленки в диапазоне температур подложки $20 \div 150^\circ\text{C}$ представляли собой сплошные монокристаллические конденсаты с ориентацией (100) вплоть до толщины $\sim 20 \text{ \AA}$ (меньшие толщины не исследовались).

(рис. 1). При $T_p = 350^\circ\text{C}$ пленка с эффективной толщиной 20 \AA получалась не сплошной, а состоящей из островков. Это объясняется, по-видимому, возрастанием скорости поверхностной диффузии, что приводит к меньшей концентрации зародышей. Пленка при этой температуре получалась сплошной лишь при толщине 50 \AA .

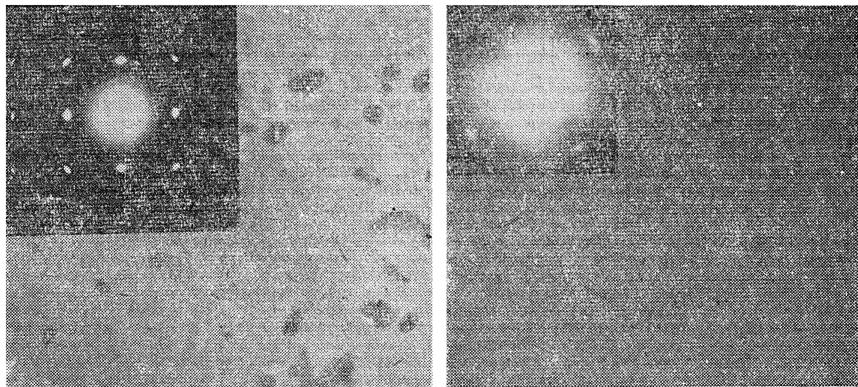


Рис. 1. Микрофотографии и электронограммы (на просвет) пленок, напыленных на KBr с помощью излучения лазера:
а) PbTe, $T_p = 20^\circ\text{C}$, $h = 20 \text{ \AA}$; $\times 100000$; б) InSb,

$T_p = 200^\circ\text{C}$, $h = 20 \text{ \AA}$; $\times 50000$.

Средняя толщина слоя InSb, напыляемого за один импульс излучения ОКГ, работающего в режиме модулированной добротности, равнялась $3,5 \text{ \AA}$. Пленки толщиной 20 \AA оставались сплошными вплоть до $T_p = 350^\circ\text{C}$. При более высокой температуре начиналось сильное испарение. Пленки были монокристаллическими с ориентацией (100) в диапазоне температур $160 - 350^\circ\text{C}$.

Для выяснения влияния скорости поступления конденсата на сплошность сверхтонких пленок подложки сдвигались в сторону от центра пучка разлета продуктов испарения так, что за один импульс излучения ОКГ средняя толщина напыляемого слоя для PbTe и InSb равнялась 1 и $0,5 \text{ \AA}$ соответственно. В этом режиме пленки с эффективной толщиной $\sim 20 \text{ \AA}$ имели островковый характер для PbTe уже при $T_p = 150^\circ\text{C}$, а для InSb — при $T_p = 300^\circ\text{C}$.

При испарении рассмотренных веществ излучением ОКГ, работающего в режиме свободной генерации, рост пленок идет через образование и последующее срастание островков, как и при обычном термическом испарении. Это можно объяснить уменьшением скорости поступления конденсата по сравнению с режимом модулированной добротности. Так, пленки PbTe получились островковыми даже при напылении за один импульс излучения слоя в 100 \AA ($T_p = 300^\circ\text{C}$).

По результатам эксперимента можно сделать следующее заключение. Быстрое поступление конденсата и снижение температуры ориентированного роста [1], характерное для испарения веществ с помощью излучения лазера, работающего в режиме модулированной добротности, позволяет обеспечить скорость образования зародышей, превышающую скорость их диффузионного рассасывания. Поэтому при лазерном напылении имеется возможность получить ориентированные сплошные пленки с толщинами, близкими к мономолекулярным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. А. Быковский, А. Г. Дудоладов, В. П. Козленков, П. А. Леонтьев, Письма в ЖЭТФ, 20, 304 (1974).
2. К. Л. Чопра, Электрические явления в тонких пленках, изд. Мир, М., 1972.

О ВЕРОЯТНОСТНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ИНТЕНСИВНОСТИ ВОЛНЫ В СРЕДЕ С НЕЛИНЕЙНЫМ ПОГЛОЩЕНИЕМ

С. Н. Гурбатов, А. Н. Малахов

Двухфотонное поглощение случайной волны в каждой из ее реализаций пропорционально мгновенному квадрату интенсивности [1, 2]. Флуктуации интенсивности падающего излучения в среднем увеличивают нелинейное поглощение. Было получено [3], что эффективный коэффициент двухфотонного поглощения для некогерентного света в 1,88 раза больше, чем для когерентного. Эта величина близка к теоретическому значению для гауссовой статистики поля [1, 2], равному двум. В аналогичном эксперименте, приведенном в [4], коэффициент поглощения оказался одинаковым в обоих случаях, что объяснено авторами отличием статистики излучения на входе от гауссовой. В настоящей работе показано, что к уменьшению эффективности поглощения некогерентного света приводит также изменение статистики падающего излучения по мере распространения волны в нелинейной среде.

В параксиальном приближении геометрической оптики распространение волны в среде с двухфотонным поглощением описывается уравнениями

$$\frac{d\psi}{dz} + v \frac{dv}{dx} = 0, \quad \frac{\partial I}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} vI = -\beta I^2, \quad (1)$$

где $I(x, z)$ — интенсивность волны, $v(x, z)$ — наклон нормали фазового фронта к оси z , β — коэффициент нелинейного поглощения. Дополнив (1) уравнением для кривизны фазового фронта $u = \frac{dv}{dx}$, перейдем, пользуясь методикой, предложенной в [5], к уравнению для $W[v, u, I; x, z]$ — плотности вероятности углов распространения, кривизны и интенсивности волны в точке x, z :

$$\frac{\partial W}{\partial z} + v \frac{\partial W}{\partial x} = W u + \frac{\partial}{\partial u} u^2 W + \frac{\partial}{\partial I} (uI + \beta I^2) W. \quad (2)$$

Решение (2) с граничным условием $W[v, u, I; x, 0] = W_0[v, u, I; x]$ имеет вид

$$W[v, u, I; x, z] = \begin{cases} W_0 \left[v, \frac{u}{1-zu}, \frac{I}{(1-zu)[1+(\beta I/u)\ln(1-zu)]}; x-vz \right] \times \\ \times (1-zu)^{-4} \left[1 + \frac{\beta I}{u} \ln(1-zu) \right]^{-2} \left(I < -\frac{u}{\beta \ln(1-zu)} \right), \\ 0 \quad \left(I > -\frac{u}{\beta \ln(1-zu)} \right) \end{cases} \quad (3)$$

Интегрированием по v и u из (3) может быть получена плотность вероятности интенсивности волны $W[I; x, z]$. Как видно из (3), фазовые флуктуации увеличивают ширину вероятностного распределения $W[I]$ с ростом z . В частности, для случайного фазового экрана в среде без поглощения $W[I] \sim I^{-3}$ при $I \rightarrow \infty$, что приводит к бесконечной дисперсии интенсивности в приближении геометрической оптики [6]. Нелинейное поглощение приводит к более быстрому спаданию $W[I]$ по сравнению с линейной средой, причем возможен случай, когда ограничение роста дисперсии интенсивности из-за нелинейного поглощения более существенно, чем из-за дифракции.

Из (3) нетрудно получить выражения для средних моментов интенсивности статистически однородной волны:

$$\langle I^n \rangle = \int_{-1/z}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{I^n W_0[u, I] du dI}{(1+zu)^{n-1} \left[1 + \frac{\beta u}{I} \ln(1+zu) \right]^n}. \quad (4)$$

Здесь $W_0[u, I]$ — совместная плотность вероятности кривизны фазового фронта и интенсивности волны при $z = 0$.

Случайные неоднородности поля на входе приводят, вследствие нелинейности поглощения, к изменению закона спадания средней интенсивности по сравнению с регулярной плоской волной, для которой $I_n = I_0/(1 + \beta I_0 z)$ [5]. В [1] был найден средний коэффициент поглощения при $z = 0$ для различных распределений интенсивности, а в [2] получено выражение для средней интенсивности $\langle I \rangle$ для экспоненциального распределения $W_0[I]$ на входе.

Случайные неоднородности фазы волны на входе приводят к флуктуациям интенсивности в слое и, следовательно, также увеличивают нелинейное затухание. Для волны с постоянной интенсивностью на входе, согласно (4), при $z \ll 1/\sigma_u$

$$\langle I \rangle = I_n \left[1 - z^2 \sigma_u^2 \frac{I_0 - I_n}{3 I_0} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{I_0 - I_n}{I_0} \right) \right].$$

дисперсия кривизны фазового фронта σ_u^2 выражается через корреляционную функцию фазы $B(\rho)$: $\sigma_u^2 = \frac{8}{3} B^{(4)}(\rho)$.

В области сильных флуктуаций интенсивности, как видно из (4), происходит поглощение энергии волны на каустиках. Закон изменения средней интенсивности зависит от соотношения между длиной нелинейного затухания $1/\beta I_0$ и характерным масштабом фокусировки $1/\sigma_u$. При $1/\beta I_0 \ll 1/\sigma_u$ нелинейное поглощение не успевает существенно изменить вероятностное распределение интенсивности, появляющееся из-за перехода фазовых флуктуаций в амплитудные, и эффективность поглощения сильно возрастает. В области $z \sim 1/\sigma_u$ поглощается примерно половина энергии волны. Если же длина нелинейного затухания много меньше характерного масштаба фокусировки, то $W[I, z]$ сильно отличается от вероятностного распределения интенсивности в среде без поглощения и флуктуации незначительно увеличивают затухание. К примеру, для равномерного распределения $W_0[u]$ с дисперсией $\sigma_u^2 = u_0^2/3$

$$\langle I \rangle = \frac{1}{2 u_0 \beta z^2} \{ Ei^* [2 \ln (1 + zu_0)] - Ei^* [\ln (1 + zu_0)] \}, \quad (5)$$

где $Ei^*(t)$ — интегральная показательная функция. При $z \sim 1/\sigma_u$ из (5) имеем $\langle I \rangle \approx 0.9 I_n$.

При $z \gg 1/\beta I_0$, из-за эффективного поглощения выбросов поля, дисперсия интенсивности уменьшается и коэффициент нелинейного поглощения оказывается одинаковым для когерентного и некогерентного света, следовательно, $\langle I \rangle \approx I_n \approx 1/\beta z$.

Авторы считают своим приятным долгом выразить признательность А. И. Сайчеву за плодотворные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. Chandra Nares, V. Achaspati, Indian J. Pure and Appl. Phys., 6, № 7, 334 (1968).
2. H. P. Weber, IEEE J., QE-7, № 5, 189 (1971).
3. F. Shiga, S. Imamura, Phys. Lett., A25, № 10, 706 (1967).
4. S. Carusotto, E. Polacco, M. Vaselli, Lettere Nuovo Cimento, 2, № 13, 628 (1969).
5. А. Н. Малахов, А. И. Сайчев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 17, № 5, 699 (1974).
6. E. E. Salpeter, Astrophys. J., 147, № 2, 433 (1967).
7. В. С. Днепровский, Д. Н. Клышко, А. Н. Пенин, Нелинейная оптика, Новосибирск, 1968.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
8 июля 1974 г.

УДК 538.56

О СПЛОШНОМ СПЕКТРЕ ЦИКЛИЧЕСКОГО ПЕРЕМАГНИЧИВАНИЯ МАССИВНЫХ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ОБРАЗЦОВ

В. М. Васильев

При исследовании влияния частоты перемагничивания на спектр магнитных шумов было установлено, что повышение частоты вызывает сдвиг спектра в сторону более высоких частот, однако это нарушение квазистатичности для тонких пленок и образцов из пермалоевых лент связывают с различными причинами: для пленок — с влиянием скорости перемагничивания на процесс доменообразования [1, 2], а для массивных образцов — с влиянием скин-эффекта. Из теории, развитой в [3, 4], следует,

что при повышении частоты перемагничивания массивных образцов, скачкообразные изменения намагнченности локальных объемов ферромагнетика происходят во все более тонких слоях, прилегающих к поверхности, что, в свою очередь, приводит к укорочению средней длительности скачков за счет ослабления электродинамических факторов и расширению спектра магнитных шумов.

Однако, основываясь на таком механизме нарушения квазистатичности, трудно объяснить некоторые факты. Во-первых, если считать, что спектр магнитных шумов полностью определяется электродинамическими процессами, происходящими в слоях, находящихся между точкой локализации скачка и поверхностью образца, то характерная частота высокочастотного спада должна быть одного порядка с частотой перемагничивания, определяющей область локализации основной массы скачков, что не соответствует действительности. Во-вторых, полагая, что причиной нарушения квазистатичности является скин-эффект, совершенно невозможно объяснить результаты, полученные Монталенти [5] при перемагничивании образцов из железной проволоки с частотами, лежащими в диапазоне 0,0125—0,05 Гц.

В настоящей работе приведены результаты экспериментального исследования влияния скин-эффекта на сдвиг высокочастотной части спектра магнитных шумов при повышении частоты перемагничивания.

Сущность эксперимента заключается в следующем. Если поместить источник поля по одну сторону исследуемой пластинки, выполняющей роль электромагнитного экрана, и измерять спектр магнитных шумов на внутренней (со стороны действия перемагничающего поля) и наружной поверхностях пластины, то, изменяя частоту перемагничивания (при поддержании постоянной напряженности поля на внутренней поверхности), можно по падению интенсивности магнитных шумов на наружной поверхности установить начало существенного влияния скин-эффекта на формирование спектра магнитных шумов. Если сдвиг высокочастотной части спектра наступит раньше, чем появится разница в спектрах, измеренных на наружной и внутренней поверхностях пластин, то причиной нарушения квазистатичности следует считать не скин-эффект, а какие-либо другие факторы.

Установка и методика измерений аналогична описанной в [2]. Для одностороннего перемагничивания пластин был применен электромагнит с U-образным сердечником 1. В качестве индикаторной катушки использовалась накладная катушка 2 без сердечника,

которую можно размещать поочередно либо на внутренней, либо на наружной поверхности исследуемой пластины 3 (рис. 1). Исходя из результатов расчета, выполненного в [6], диаметр измерительной катушки был взят равным 20 мм. Помимо возможности производить раздельные измерения магнитных шумов на внутренней и внешней поверхности пластины, применение накладной индикаторной катушки позволяет подавить уровень дискретных составляющих спектра циклического перемагничивания более чем в 10^5 раз [7].

В качестве образцов были использованы пластины размером $50 \times 200 \times 0,35$ мм³ из отожженной трансформаторной стали Э42. Для поддержания постоянной напряженности поля на внутренней поверхности пластин при изменении частоты перемагничивания ток перемагничающей катушки устанавливали таким образом, чтобы находиться на загибе характеристики $g(f) = \varphi(I_{\text{пер}})$, измеряемой на каждой частоте при размещении индикаторной катушки на внутренней поверхности пластины (со стороны действия поля) (рис. 2).

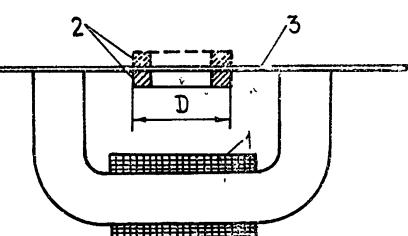
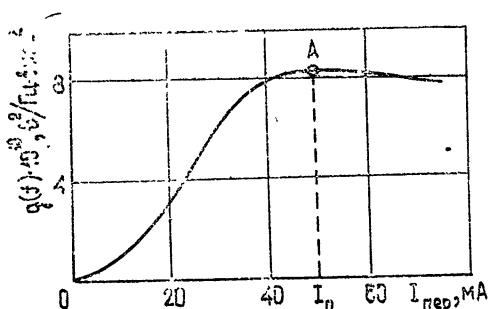


Рис. 1.

Рис. 2. Зависимость интенсивности магнитных шумов от тока перемагничивания при $F = 30$ Гц и $f = 15$ кГц. А соответствует режиму, в котором производится измерение спектра.



Как видно из рис. 3, при изменении частоты перемагничивающего поля в пределах от 0,5 до 500 Гц спектр магнитных шумов претерпевает существенные изменения,

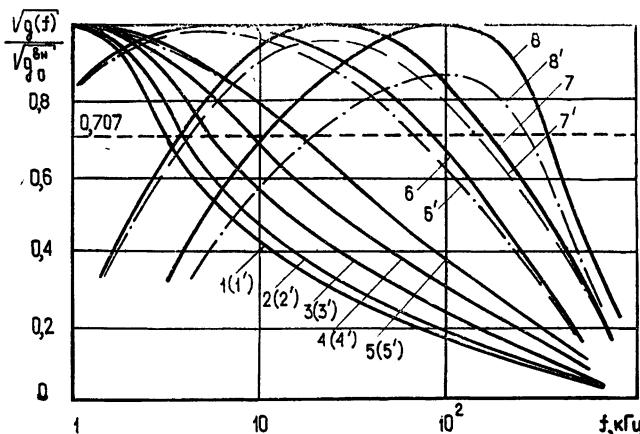


Рис. 3. Зависимость спектра магнитных шумов от частоты перемагничивания.

Кривые 1—8 соответствуют частотам перемагничивания 0,25; 1,0; 5,0; 30; 200; 500; 1000; 5000 Гц, кривые 1'—8' получены при размещении датчика на наружной поверхности пластины. Все кривые пронормированы путем деления на значение спектральной плотности в области плато, полученной при размещении датчика на внутренней поверхности пластины.

в то время как интенсивность шумов и вид спектра, измеренного на внутренней и внешней поверхностях пластин, совпадают. Лишь на частотах порядка 5—10 кГц, существенным образом начинает сказываться скин-эффект, в результате чего наряду с дальнейшим сдвигом характерной частоты высокочастотного спада $f_{\text{в.с.}}$ происходит резкое падение интенсивности шумов, измеряемых на внешней поверхности пластины.

Основываясь на полученных результатах, можно сделать ряд важных выводов.

1. При низких частотах перемагничивания в массивных образцах наблюдается нарушение квазистатичности, выражющееся в смещении характерной частоты высокочастотного спада, которое невозможно объяснить лишь влиянием скин-эффекта.

2. Так как при повышении частоты перемагничивания от 0,5 до 500 Гц величина объема образца, перемагничиваемого скачками, не изменяется, то наблюдаемые изменения спектра следует связывать либо с уменьшением длительности коррелированных групп скачков намагниченности [2], либо с возрастанием количества смещающихся доменных границ, что вызывает укорочение скачков Баркгаузена [8]. Для количественной оценки величины вклада этих процессов в смещение $f_{\text{в.с.}}$ необходимы дополнительные исследования.

3. В отличие от результатов, полученных в работах [3, 4], описанный эксперимент позволяет утверждать, что спектр магнитных шумов в массивных образцах определяется не только электродинамикой переходных процессов, сопровождающих скачки намагниченности, но и динамикой перемещения доменных границ. Поэтому исследования влияния различных факторов на эффект Баркгаузена в массивных образцах не лишены смысла.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Андре, сб. Тонкие ферромагнитные пленки, изд. Мир, М., 1964, стр. 159
2. Н. Н. Колачевский, Магнитные шумы, изд. Наука, М., 1971
3. К. М. Поливанов, А. М. Родичев, В. А. Игнатченко, ФММ, 5, 778 (1960).
4. А. М. Родичев, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 3, № 3, 577 (1961).
5. G. Montalenti, Z. angew. Phys., 17, № 3, 136 (1964).
6. В. М. Васильев, ФММ, 4, 876 (1974).
7. В. М. Васильев, И. А. Семко, В. В. Попова, Магнитоиндукционный датчик, для измерений шумов Баркгаузена. Полож. реш. Комитета по делам изобр и откры. от 24 мая 1974 г., № 192308/18-10
8. Я. С. Шур, А. А. Зайкова, Е. Б. Хан, ФММ, 4, 770 (1970).