

УДК 550.383 : 523.165

ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПЛАЗМЕННЫХ СЛОЕВ ТИПА МАГНИТОПАУЗЫ

М. С. Ковнер, Е. И. Шкелёв

Исследуются потенциальные колебания поверхностного типа головной части магнитосферы Земли при однородном профиле концентрации частиц в двух случаях, когда направленная скорость частиц в магнитопаузе постоянна и когда он линейно меняется в направлении нормали к границе магнитосферы. Для первого — решение в аналитическом виде получено в пределе, когда длина волны много меньше и много больше ширины магнитопаузы. Приведены также результаты численного решения для некоторых определенных значений параметров, касающихся первого и второго случаев. При этом колебания предполагались высокочастотными настолько, что влиянием магнитного поля можно было пренебречь.

Вопрос о колебательном движении плазменных слоев типа границы или «хвоста» магнитосферы, возбуждаемых, например, взаимодействием солнечного ветра с магнитным полем Земли, весьма интересен. Однако, в настоящее время отсутствует достаточно полное рассмотрение такого движения. Основной причиной этого являются трудности в решении самосогласованной задачи о детальной структуре магнитного поля и распределении плотности частиц. Экспериментальные же данные еще скудны. Вместе с тем в ряде работ рассматриваются некоторые частные предельные случаи колебательного движения в магнитопаузе, полученные для той или иной идеализации. Так, например, в работе [1] исследуется неустойчивость типа Кельвина—Гельмгольца. В [2] рассматривается движение границы на дневной стороне с периодом 1—5 мин как суперпозиция двух поверхностных волн. Такие колебания экспериментально обнаружены во время суббури [2, 3]. В работах [4, 5] рассмотрены те же колебания на основе иных физических представлений как релаксационные колебания, причиной которых являются процессы, аналогичные происходящим в дизеле. Там же рассматривалось сопровождающее эти колебания возбуждение плазменных волн и их последующая трансформация в УНЧ излучении в диапазоне $10^2—10^4$ Гц.

В настоящей статье исследуется возбуждение потенциальных волн поверхностного типа в магнитопаузе и прилегающих областях. Решение в аналитическом виде получено в предельных случаях, когда длина волны λ много меньше ширины магнитопаузы δ и $\lambda \gg \delta$, а также приведены результаты численного решения для конкретных значений пара-

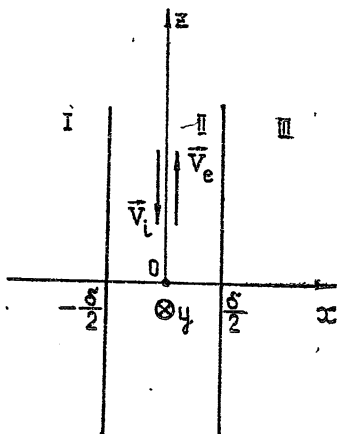


Рис. 1.

метров. При этом в качестве модели магнитопаузы представляется в виде плоского слоя, как это изображено на рис. 1, слева от нее находится переходная область, справа — магнитосфера (области I, II, III). Плоская аппроксимация допустима, пока длина волны λ много меньше радиуса кривизны границы. Численные оценки будут приводиться для параметров, близких к существующим в подсолнечной точке магнитопаузы.

1. Исходными в гидродинамическом приближении будут уравнения движения частиц, непрерывности и уравнения Максвелла с самосогласованным электромагнитным полем. Получающаяся при этом даже линеаризованная система оказывается достаточно сложной, так что ее решение в общем виде затруднено. Ограничимся поэтому рассмотрением потенциальных высокочастотных поверхностных колебаний, когда влиянием магнитного поля на распространение волн можно в первом приближении пренебречь. Ниже будут приведены оценки, когда это допустимо для исследуемой системы (отметим, что магнитное поле согласованно с распределением плотности тока). В этом случае, полагая, что свойства среды меняются только вдоль оси x (рис. 1), и отыскивая решение для переменных величин в виде

$$f(\mathbf{r}, t) = f(x)\exp[i(k_y y + k_z z - \omega t)], \quad (1)$$

получим для потенциала электрического поля φ ($\mathbf{E} = -\nabla\varphi$) в каждой из областей уравнения [6]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon_j \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \right) - k^2 \epsilon_j \varphi_j = 0, \quad (2)$$

где $j = 1, 2, 3$ соответственно для областей I, II, III,

$$\epsilon_j = 1 - \sum_{\alpha} \frac{\omega_{j\alpha}^2(x)}{[\omega - \mathbf{k} \mathbf{V}_{j\alpha}(x)]^2}, \quad (3)$$

$$\omega_{j\alpha}^2 = \frac{4\pi e_{\alpha}^2 N_{j\alpha}(x)}{m_{\alpha}}.$$

Здесь ω — частота колебаний (волны), e_{α} , m_{α} — заряд и масса частиц сорта α , $N_{j\alpha}$ — концентрация частиц сорта α в области j , $\mathbf{V}_{j\alpha}$ — направленная скорость в системе координат, связанной с Землей, \mathbf{k} — волновой вектор, лежащий в плоскости yz .

Граничные условия запишем в виде

$$\begin{aligned} \varphi_1|_{x=\delta/2} &= \varphi_2|_{x=\delta/2}, & \varphi_2|_{x=-\delta/2} &= \varphi_3|_{x=-\delta/2}, \\ \epsilon_1 \varphi_1'|_{x=\delta/2} &= \epsilon_2 \varphi_2'|_{x=\delta/2}, & \epsilon_2 \varphi_2'|_{x=-\delta/2} &= \epsilon_3 \varphi_3'|_{x=-\delta/2}, \end{aligned} \quad (4)$$

где штрих означает дифференцирование по x .

Будем искать решения уравнений (2) в двух случаях, когда направленная скорость частиц в магнитопаузе постоянна (магнитное поле изменяется линейно от значения H_1 в переходной области до H_3 в магнитосфере) и направленная скорость линейно зависит от x в слое II (магнитное поле $\propto x^2$).

2. В первом случае имеем для φ в каждой из областей

$$\varphi_1 = A_1 \exp[\chi_1(x + \delta/2)] \quad (x \leq -\delta/2),$$

$$\varphi_2 = A_2 \exp(\chi_2 x) + B_2 \exp(-\chi_2 x) \quad (-\delta/2 \leq x \leq \delta/2), \quad (5)$$

$$\varphi_3 = A_3 \exp[-\chi_3(x - \delta/2)] \quad (x \geq \delta/2).$$

Используя граничные соотношения (4), находим

$$\chi_1 = \chi_2 = \chi_3 = k = \sqrt{k_y^2 + k_z^2},$$

а также A_2 , A_3 и B_2 , которые ввиду громоздкости здесь не приводятся.

При этом из уравнения

$$\frac{d\mathbf{v}_\alpha}{dt} = -\frac{e_\alpha}{m_\alpha} \nabla \varphi \quad (6)$$

нетрудно получить, что траектории частиц в системе координат, движущейся со скоростью их направленного дрейфа, есть окружности с радиусом $\propto |\varphi|$.

Из условия нетривиальности решения находится дисперсионное уравнение, связывающее между собой ω и k при заданных параметрах среды. Оно имеет вид

$$(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)(\varepsilon_2 + \varepsilon_3) + e^{-2k\delta}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)(\varepsilon_2 - \varepsilon_3) = 0. \quad (7)$$

Перейдем к исследованию (7), полагая, для определенности, что в переходной области и магнитосфере отсутствуют направленные относительные движения электронов и ионов, а в магнитопаузе эта скорость равна V_α . Тогда в (7)

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 1 - \sum_{\alpha} \frac{\omega_{0\alpha}^2}{\omega^2}, \\ \varepsilon_2 &= 1 - \sum_{\alpha} \frac{\omega_{0\alpha}^2}{\tilde{\omega}_\alpha^2}, \\ \varepsilon_3 &= 1 - \beta \sum_{\alpha} \frac{\omega_{0\alpha}^2}{\omega^2}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $N_{1\alpha} \approx N_{2\alpha} = N_0$, $\beta = N_{3\alpha}/N_0$, $\omega_{0\alpha} = (4\pi e^2 N_0/m_\alpha)^{1/2}$ — плазменная частота для частиц сорта α ($\alpha = e$ — электроны, $\alpha = i$ — ионы), $\tilde{\omega}_\alpha = \omega - kV_\alpha$.

3. Пусть выполнено условие $k\delta \ll 1$ (длинноволновое приближение). В этом случае из (7) следует, что

$$\varepsilon_2(\varepsilon_1 + \varepsilon_3) - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)(\varepsilon_3 - \varepsilon_3) k\delta = 0. \quad (9)$$

В пренебрежении величиной $k\delta$ уравнение (9) распадается на два:

$$\varepsilon_2 = 0; \quad (10)$$

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_3 = 0. \quad (11)$$

Уравнение (10) описывает две ветви колебаний. Для одной из них, низкочастотной, $\omega \ll \omega_{0e}$. Мы не будем обсуждать здесь эти низкочастотные колебания, так как, имея в виду приложение к магнитопаузе, в этом случае нельзя пренебречь влиянием магнитного поля. Для другой $\omega \approx kV_e \pm \omega_{0e}$. Легко видеть, что в рассматриваемом приближении, при

$$\delta \gtrsim 10^6 \text{ см}, \quad V_e \leq 10^9 \text{ см/с}, \quad \omega_{0e} \approx 2 \cdot 10^5 \text{ Гц} \quad (N_0 = 11 \text{ см}^{-3}), \quad (12)$$

величина kV_e много меньше, чем ω_{0e} и $\omega \approx \omega_{0e}$.

Из уравнения (11) в том же приближении получаем, что собственная частота колебаний

$$\omega = \pm \omega_n = \pm \sqrt{\frac{1 + \beta}{2}} \omega_{0e}. \quad (13)$$

В пределе $\beta \rightarrow 0$ (13) есть просто частота поверхностного плазмона на границе раздела плазма—вакуум. Колебания (13) в условиях магнитопаузы устойчивы. Действительно, нарастающее (затухающее) решение уравнения (9) можно получить, если в разложении $\exp(-2k\delta)$ сохранить член с $k\delta$. В этом случае из (8) и (9) легко выписать дисперсионное уравнение, аналогичное встречающимся в теории двухпучковой неустойчивости:

$$2 - \frac{\omega_{0e}^2}{\omega^2} (1 + \beta) - k\delta \frac{\omega_{0e}^2}{(\omega - kV_e)^2} = 0.$$

Отсюда находим, что при $\omega \approx kV_e \approx \omega_n$ комплексно-сопряженные корни есть

$$\omega = \omega_n \left[1 \pm i \frac{\sqrt{3}}{2^{4/3}} \left(\frac{k\delta}{1 + \beta} \right)^{1/3} \right].$$

Однако из (12) следует, что для магнитопаузы в длинноволновом приближении $kV_e \ll \omega_n$ и, следовательно, неустойчивость не имеет места.

4. В другом предельном случае, когда $k\delta \gg 1$ (коротковолновое приближение), дисперсионное уравнение (7) в первом приближении распадается на два:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0; \quad (14)$$

$$\varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0. \quad (15)$$

Из них первое описывает колебания границы между магнитопаузой и переходной областью, а второе — границы между магнитосферой и магнитопаузой. Если $\omega \gg kV_e$, то из (14) следует, что частота $\omega \approx \pm \omega_{0e}$, а из (15) — $\omega \approx \pm \omega_{0e} \sqrt{(1 + \beta)/2}$. Если же $\omega \sim kV_e$ или $\omega \ll kV_e$, то возможны нарастающие решения исходных уравнений.

Из (15) следует, что неустойчивыми являются поверхностные колебания, для которых $kV_e \leq \omega_{0e}/\sqrt{2}$. Максимальный инкремент нарастания при этом равен

$$\mu = \text{Im } \omega \approx \omega_{0e} \left(\frac{3}{2} \right)^{1/2} 2^{-4/3} \beta^{1/3}$$

и соответствующая частота колебаний

$$\omega \approx \frac{\omega_{0e}}{\sqrt{2}} 2^{-4/3} \beta^{1/3}.$$

В системе координат, связанной с дрейфующими электронами магнитопаузы, это соответствует возбуждению поверхностных плазмонов с частотой

$$\omega' = \omega - kV_e \approx \omega_{0e}/\sqrt{2}.$$

Колебания, описываемые уравнением (14), будут неустойчивыми, если

$kV_e < \omega_{0e}$ и их максимальный линейный инкремент нарастания $\mu = 2^{-3/2} \omega_{0e}$, а частота $-\omega = \frac{1}{2} kV_e$.

Проведенное исследование дисперсионного уравнения в случаях длинноволнового ($k\delta \ll 1$) и коротковолнового ($k\delta \gg 1$) приближений дает представление о возможных потенциальных колебаниях магнитопаузы. Для конкретных значений параметров [5]

$$\beta = 0,1, \quad \omega_{0i} \approx 5 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_{0e} \approx 2 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1},$$

$$V_e \approx 10^9 \text{ см/с}, \quad \delta = 10^6 \text{ см} \quad (16)$$

было проведено численное решение общего дисперсионного уравнения (7) восьмого порядка, представленное в табл. 1, в которой $p = \omega/\omega_{0e}$. В пределе $k\delta = 0$ остаются лишь колебания с частотами $\pm \omega_{0e}$, $\pm \omega_{0e} \sqrt{(1+\beta)/2}$. В общем случае имеется восемь нормальных волн, причем некоторые из них оказываются неустойчивыми. Следует, однако, отметить, что исходным условиям задачи удовлетворяют лишь те решения, для которых $|\omega| \gg \Omega_H$ — гирочастоты электронов ($\Omega_H \sim 3 \cdot 10^8 \text{ Гц}$).

Таблица 1

$k\delta$	$P_1 \cdot 10^2$	$P_2 \cdot 10^2$	P_3	P_4	$P_{5,6} \cdot 10^2$	P_7	P_8
0	0	0	-0,71	0,71	0	-1	+1
0,2	-6,5	7,3	-0,73	0,74	$0,43 \pm 7i$	-0,98	1,10
0,5	-5,6	7,4	-0,73	0,76	$0,94 \pm 6i$	-0,98	1,02
0,98	-4,7	2,5	-0,70	0,78	$2,2 \pm 2,7i$	-0,97	1,03
1,1	$0,32 + 1,5i$	$0,32 - 1,5i$	-0,70	0,79	$3,2 \pm 2,7i$	-0,97	1,03
2	$0,9 + 2,8i$	$0,9 - 2,8i$	-0,65	0,83	$5,1 \pm 5i$	-0,95	1,05
5	$2,7 + 7,3i$	$2,7 - 7,3i$	-0,53	0,98	$13 \pm 12i$	-0,90	1,10
10	$8 + 14i$	$8 - 14i$	-0,38	1,22	$25 \pm 22i$	-0,83	1,33
20	$28 + 18i$	$28 - 18i$	-0,27	1,71	$50 \pm 34i$	-0,77	1,77

Наконец, заметим, что отсутствие среди исследуемых потенциальных колебаний (в коротковолновом приближении) решения, отвечающего плазменным волнам, связанным с пучковой неустойчивостью, не должно казаться удивительным. Дело в том, что представление решения уравнения (2) в форме (5) заранее исключает этот тип решения.

5. Выше предполагалось, что профили скорости направленного движения и концентрации частиц магнитопаузы однородны. Однако наличие неоднородности в распределении концентрации и скорости дрейфа само по себе может быть причиной различного рода неустойчивостей. Ниже будет рассмотрен вопрос об устойчивости границы магнитосферы, когда концентрация частиц в магнитопаузе по-прежнему однородна, а скорость их направленного дрейфа зависит от координаты x .

Будем для простоты считать, что скорость направленного движения частиц в магнитопаузе $V_{je}(x)$ линейно спадает от ее максимального значения на границе с магнитосферой до нуля на границе с переходной областью, т. е.

$$V_{ja}(x) = \begin{cases} 0 & (|x| > \delta/2) \\ V_{0a} \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{\delta} \right) & (-\delta/2 < x < \delta/2) \end{cases} \quad (17)$$

Здесь V_{0a} — максимальное значение скорости дрейфа.

Ограничимся рассмотрением случая, когда влиянием ионов и магнитного поля можно пренебречь, т. е.

$$\omega \gg \omega_{0i}, \quad V_{0e} \gg V_{0i}, \quad \Omega_H \ll |\omega - kV_{je}| \ll \omega_{0e}. \quad (18)$$

Тогда величина $\varepsilon_j(x)$ в уравнении (2) равна

$$\varepsilon_j \approx - \frac{\omega_{je}^2}{[\omega - k_z V_{je}(x)]^2},$$

где скорость дрейфа электронов V_{je} определяется (17).

Решение уравнения (2) в области, занимаемой магнитопаузой ($-\delta/2 < x < \delta/2$), теперь запишется в виде [7]

$$\varphi_2 = g^{3/2} [A_2 J_{3/2}(g) + B_2 J_{-3/2}(g)],$$

где $g = i\delta(\omega - k_z V_{2e}(x))/V_{0e}$, а $J_\nu(g)$ — функция Бесселя ν -го порядка. В областях с $|x| > \delta/2$ оно того же характера, что и (5).

Используя граничные условия (4), после громоздких вычислений получаем дисперсионное уравнение

$$1 + \gamma - \frac{1}{g_+} + \frac{1}{g_-} - \frac{1}{g_+ g_-} = \left(1 + \gamma + \frac{k\delta}{g_+ g_-} \right) \text{cth}(k\delta), \quad (19)$$

в котором $\gamma = \varepsilon_3(-\delta/2)/\varepsilon_2(-\delta/2)$ и $g_\pm = g(\pm\delta/2)$.

Решение кубического по частоте уравнения (19) проводилось численным методом для параметров (16). В интервале частот (18)

$$\begin{aligned} \omega_{1,2} &\approx (0,07 \pm i0,2)k_z V_{0e}, \\ \omega_3 &\approx 10^4 \text{ c}^{-1}. \end{aligned} \quad (20)$$

Из сопоставления (18) и (20) видно, что длина волны рассматриваемых волн $\lambda \gg \delta$. Для выбранного поля скоростей дрейфа электронов в магнитопаузе система оказывается весьма неустойчивой ($|\text{Im } \omega_{1,2}| \gg \gg |\text{Re } \omega_{1,2}|$).

Заметим, что в случае, если концентрация частиц в областях I и III много больше, чем в области II, то (19) переходит в уравнение, описывающее слиппинг-неустойчивость слоя плазмы с линейным профилем скорости, ограниченного проводящими стенками [7].

Вид дисперсионного уравнения и его решения в значительной степени зависят от условий на границе магнитопаузы с магнитосферой. В частности, решение будет устойчивым, если $\beta \rightarrow 0$ ($N_{3a} \rightarrow 0$).

ЛИТЕРАТУРА

1. R. S. B. Ong, N. Roderick, Planet. Space Sci., 20, 1 (1972).
2. M. P. Aubry, C. T. Russell, M. G. Kivelson, J. Geophys. Res., 75, 7018 (1970).
3. M. P. Aubry, M. G. Kivelson, C. T. Russell, J. Geophys. Res., 76, 1673 (1971).
4. М. С. Ковнер, в сб. Исследования по геомагнетизму, аэронауке и физике Солнца, вып. 23, 262 (1972).

5. M. S. Kovner, J. I. Feldstein, *Planet. Space Sci.*, **21**, 1191 (1973).
6. А. Б. Михайловский, Теория плазменных неустойчивостей, 1, Атомиздат, М., 1970.
7. И. И. Желязков, А. А. Рухадзе, *ЖТФ*, **40**, 259 (1970).

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
4 декабря 1973 г.

POTENTIAL OSCILLATIONS OF PLASMA MAGNETOPAUSE-TYPE LAYERS

M. S. Kovner, E. I. Shkelev

Potential surface-type oscillations of a head part of the Earth magnetosphere is investigated for a homogeneous profile of the particle density in two cases when the directed particle velocity in the magnetopause is constant and when it is linearly changed in the direction of the normal to the magnetospheric boundary. In the first case the solution in the analytical form is obtained in the limit when the wavelength is much greater or lesser than the magnetopause width. The results of numerical solution are also given for some definite parameter values relating to the first and the second cases. The oscillations are assumed to be of so high-frequency that the influence of the magnetic field may be neglected.
