

## СОДЕРЖАНИЕ

Тридцатилетие великой победы советского народа . . . . .	469
Намазов С. А., Новиков В. Д., Хмельницкий И. А. Допплеровское смещение частоты при ионосферном распространении декаметровых радиоволн (Обзор)	473
Зинченко И. И., Кисляков А. Г., Воронов В. Н. Наблюдения Меркурия, Венеры, Марса, Юпитера, Сатурна и Урана на волне 3,92 мм . . . . .	501
Пынзаль А. В., Шишов В. И. Влияние размера источника и ширины полосы частот приемника на коэффициент асимметрии межпланетных мерцаний . . . . .	506
Поляков В. М., Коен М. А., Хазанов Г. В. Нестационарная модель распределения концентрации и температуры заряженных частиц вдоль силовых линий геомагнитного поля . . . . .	510
Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Гетманцев Г. Г., Ерухимов Л. М., Зуйков Н. А., Комраков Г. П., Коробков Ю. С., Митяков Н. А., Рапопорт В. О., Трахтенгерц В. Ю., Фролов В. Л. Новые результаты исследований нелинейных явлений в ионосфере . . . . .	516
Бубнов В. А., Румянцев Г. А. Сезонные вариации азимутальных характеристик обратных эхо-сигналов . . . . .	527
Андреев Б. А., Белос С. П., Буренин А. В., Герштейн Л. И., Карякин Е. Н., Крупнов А. Ф. Метрика субмиллиметрового диапазона длин волн с использованием опорного спектра . . . . .	531
Карасик Г. Я., Кравченко Г. И., Марков В. Ф. Оптимизация обнаружителя сигналов на основе параметрического генератора . . . . .	537
Соколинский В. Г. Потенциальные пределы перестройки частоты и устойчивость колебаний в автогенераторе с запаздывающей обратной связью . . . . .	542
Зачепицкая Л. П., Цедиленкова Л. Ю. О ширине спектральной линии колебания с фликкерными флуктуациями частоты . . . . .	554
Соколов О. Л., Боренштейн О. Ю. К определению и оценке энергетических спектров некоторых нестационарных случайных процессов . . . . .	558
Кац А. В. Радиационная сила, действующая на частицу в электромагнитном поле при произвольном соотношении между размером частицы и длиной волны . . . . .	566
Капилевич Б. Ю. Отражение от наклонной границы раздела двух сред в прямоугольном волноводе . . . . .	577
Онуфриенко В. М., Прохода И. Г., Чумаченко В. П. Численное решение задачи о волноводном трансформаторе с соединительной полостью сложной формы . . . . .	584
Романов П. В., Рошаль А. С., Янкевич П. Ш. О моделировании взаимодействия плоского электронного потока с бегущей волной в скрещенных полях . . . . .	588
Афанасов С. Г., Петров С. Г., Чередник В. И. Влияние неоднородности статического поля на характеристики генераторов с тормозящим полем . . . . .	597
Бабаев А. С., Филатов Г. С., Саидов Н. С., Стафеев В. И. Вольт-амперные характеристики молекулярных пленок холестерилмиристата между металлическими электродами . . . . .	604

### Краткие сообщения и письма в редакцию

Айвибндер Н. Е., Ким А. С. Наблюдение квадрупольного спинового эха после одиночного импульса при двухчастотном воздействии в $KReO_4$ . . . . .	609
Гурвич А. С., Казарян Р. А., Ломадзе С. О., Погосян К. П., Покасов Вл. В. Частотные спектры флуктуаций интенсивности лазерного излучения на волнах 0,63 и 10,6 мкм в атмосфере . . . . .	610
Полевой В. Г. Вычисление « $q$ »-плотности сторонних источников шума в усилителях поверхностных волн . . . . .	613
Власов С. Н. О влиянии отраженной волны на самофокусировку световых пучков в среде с кубической нелинейностью . . . . .	615
Островский Л. А. Ускоренно движущаяся граница как «пространственно-временная линза» . . . . .	618



## **ТРИДЦАТИЛЕТИЕ ВЕЛИКОЙ ПОБЕДЫ СОВЕТСКОГО НАРОДА**

Великая Отечественная война 1941—1945 гг., навязанная советскому народу германским фашизмом, была одним из тяжчайших испытаний, когда-либо пережитых нашей Родиной. Героический советский народ и его доблестные Вооруженные силы под руководством Коммунистической партии нанесли сокрушительное поражение гитлеровской Германии. За победу в Великой Отечественной войне рука об руку с рабочим классом и колхозным крестьянством боролась и советская интеллигенция.

По масштабу и размаху военных действий, насыщенности боевых порядков сражающихся армий техническими средствами—танками, самолетами, артиллерией и другими видами вооружения и снаряжения—Великая Отечественная война 1941—1945 гг. не имела себе равных в мировой истории.

Готовясь к нападению на СССР и в ходе развернувшихся сражений, германский фашизм, эта ударная сила мирового империализма, поставил себе на службу не только науку и технику германского государства, но и весь научно-технический потенциал оккупированных им стран Европы.

Победа СССР в войне с фашистской Германией была в то же время победой советской науки и техники, всей системы советского научно-технического образования, торжеством ленинских коммунистических принципов развития советской культуры. И позднее, в 50-х годах, преимущества советской системы образования вновь проявились при решении проблем атомно-ядерной энергетики, а в 60-х годах—в открытии эры космонавтики.

Оружие нашей победы готовилось задолго до начала войны, но наивысшего совершенства оно достигло, видоизменяясь в ходе боевых действий. В процессе непрерывной модернизации вооружения и снаряжения и его производства в тяжелейших условиях эвакуации промышленности рождались новые направления науки, как правило, тесно связанные с практикой, с решением конкретных задач техники и промышленности, возникали новые грани соприкосновения науки и техники. Процесс сближения естественно тяготевших друг к другу областей науки и техники многократно ускорялся тяжелой военной обстановкой на фронте.

К числу областей знания, где существовало чрезвычайно сильное взаимодействие научных исследований и их технических применений, принадлежали радиофизика и радиотехника.

Радиосвязь, история которой началась с теоретических работ Максвелла и экспериментов Герца и которая впервые получила свое практическое воплощение в грозоотметчике А. С. Попова, можно сказать, была рождена физикой. Она сохранила с физикой теснейшие связи и в своем дальнейшем развитии.

В СССР радиотехника и радиотехническая промышленность достигли высокого уровня развития еще в предвоенные годы. Передающие радиовещательные станции СССР занимали видное место среди наиболее мощных радиостанций мира, и во многих отраслях промышленности широко применялась радиотехническая аппаратура. Задолго до начала войны высшая школа и техникумы наладили массовый выпуск радиоинженеров и радиотехников. В подготовке кадров радиоспециалистов немалую роль сыграло массовое движение радиолюбителей.

Работы по укреплению радиосвязи не прекращались и во время войны. Так, в 1942 г. была построена и пущена в эксплуатацию мощная радиостанция на длинных и средних волнах. Разработка и изготовление основного оборудования радиостанции производились в Ленинграде в самые тяжелые дни блокады, и оборудование вывозилось к месту постройки станции через линию фронта.

Радиосвязь надежно служила нашим Вооруженным силам не только на фронте, но и в тылах по обе стороны фронта. Однако в ходе военных действий на передний план выдвинулась и другая задача — радиобнаружение военных объектов — радиолокации. К практическому решению проблемы радиолокации советские ученые и инженеры приступили еще до начала военных действий. Уже первые эксперименты по радиобнаружению (Ю. К. Коровин, Б. К. Шембель) показали принципиальную возможность успешного решения задачи. Решающие успехи были достигнуты в работах Ю. Б. Кобзарева и его сотрудников. В итоге к началу войны первые радиолокационные станции были приняты на вооружение и сыграли огромную роль в защите от вражеской авиации Москвы, Ленинграда и других городов.

Эти успехи были подготовлены предвоенным развитием советской физики и техники электромагнитных излучений и электроники. Для решения практических проблем радиотехники, радиосвязи и радиолокации важнейшее значение имели работы Л. И. Мандельштама, Н. Д. Папалекси, А. А. Андропова, А. А. Витта по теории колебаний, М. В. Шулейкина, Б. А. Введенского, А. Н. Щукина по распространению радиоволн. Работы по освоению диапазонов высоких и сверхвысоких частот, на которых работают радиолокационные устройства, вели Д. А. Рожанский, А. А. Слуцкий, Н. Д. Девятков, М. А. Бонч-Бруевич, Н. Ф. Алексеев, Е. Д. Маляров, В. И. Калинин. Помимо Москвы и Ленинграда появились новые центры исследований электромагнитных процессов, распространения радиоволн, электроники и физики высоких и сверхвысоких частот в Харькове, Горьком, Томске, Саратове. По существу, в эти годы началось быстрое сближение радиотехники и тех-

нической электроники с физикой электромагнитных процессов и физической электроникой, позднее, в годы Великой Отечественной войны, завершившееся более четким оформлением и выделением радиофизики в особую область науки.

Летом 1945 г. вслед за первым всенародным торжеством в ознаменование Дня Победы состоялось открытие в Горьковском университете первого в СССР специального радиофизического факультета. Инициаторами его создания были А. А. Андронов, Г. С. Горелик и М. Т. Грехова. Вслед за Горьким радиофизические факультеты появились в Харьковском и Томском университетах, а на физических факультетах МГУ и ЛГУ были открыты отделения радиофизики. Вчерашние войны вместе с недавними школьниками заполнили университетские аудитории, чтобы вернуться к мирной жизни в новом качестве радиофизиков-исследователей. Нужна была твердая вера в торжество коммунистических идеалов, подлинное научное предвидение и мужество, чтобы во время тяжких испытаний Великой Отечественной войны готовить один из важных инструментов научно-технической революции.

За истекшее со дня победы тридцатилетие радиофизика постепенно выходит на решающие направления научных исследований второй половины XX века. Например, такие проблемы, как термоядерная энергетика, исследование вселенной, исследование природных ресурсов все больше и больше опираются на радиофизику.

Радиофизика встречает тридцатилетие Великой Победы советского народа как свой собственный юбилей. Поэтому долг каждого из нас, отдавая дань величайшего уважения ветеранам труда и войны, не забывать тех, кто готовил нашу победу на фронте радиофизики и радиотехники.

Пусть великий подвиг советского народа и его Вооруженных сил вдохновляет всех нас советских радиофизиков на новые научные свершения во имя торжества коммунизма.

УДК 621.391.81 + 551.510.535

ДОППЛЕРОВСКОЕ СМЕЩЕНИЕ ЧАСТОТЫ ПРИ ИОНОСФЕРНОМ  
РАСПРОСТРАНЕНИИ ДЕКАМЕТРОВЫХ РАДИОВОЛН

(Обзор)

С. А. Намазов, В. Д. Новиков, И. А. Хмельницкий

## СОДЕРЖАНИЕ

## Введение

1. Методика и техника эксперимента
2. Связь доплеровского смещения частоты с изменениями параметров ионосферы
3. Девиации частоты, обусловленные причинами внеземного происхождения
  - 3.1. Эффекты солнечных вспышек
  - 3.2. Регулярные суточные вариации частоты
  - 3.3. Связь вариаций частоты с возмущениями геомагнитного поля
  - 3.4. Расширение спектра сигнала
4. Девиации частоты, обусловленные процессами вблизи поверхности Земли
  - 4.1. Землетрясения
  - 4.2. Ядерные взрывы и другие воздействия искусственного происхождения
  - 4.3. Влияние погодных условий
  - 4.4. Атмосферные волны на ионосферных высотах

## Заключение

## ВВЕДЕНИЕ

В последнее десятилетие во многих странах успешно развивается экспериментальное и теоретическое изучение связи доплеровского смещения частоты при ионосферном распространении радиоволн декаметрового диапазона с происходящими в ионосфере процессами. Излучение и прием непрерывного, высокостабильного по частоте радиосигнала осуществляется на наземных пунктах. Наблюдения за вариациями частоты радиоволн, отраженных от изменяющейся во времени ионосферы, составляют основу нового метода ионосферных исследований, получившего в литературе название высокочастотного доплеровского метода.

Как известно, доплеровское смещение частоты  $\Delta f$  при распространении радиоволн вызывается изменением во времени фазового пути  $P$ :

$$\Delta f = - \frac{f}{c} \frac{dP}{dt}, \quad (1)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме. Поскольку фазовый путь волны в ионосфере

$$P = \int_S n dS. \quad (2)$$

является функцией коэффициента преломления  $n$  и геометрии траектории  $S$ , наблюдаемое  $\Delta f$  может быть обусловлено как изменениями свойств среды вдоль траектории, так и изменениями геометрического пути волны (например, в результате смещения уровня отражения).

Возможность наблюдения доплеровского смещения частоты была заложена уже в предложенном Эплтоном и Барнетом [1] варианте радиоинтерферометра, в котором сигнал от передатчика распространялся к приемнику двумя путями—вдоль Земли и с отражением от ионосферы. Однако, поскольку в приемном устройстве регистрировалась амплитуда результирующего колебания, применение такого интерферометра затруднялось тем, что при распространении в ионосфере сигнал подвергается не только фазовой, но и амплитудной модуляции. Эта трудность была устранена в радиоинтерферометре, предложенном Мандельштамом и Папалекси [2], в котором земная и небесная волны на частоте  $f_1$  излучались в пункте 1, принимались в пункте 2 и переизлучались обратно на частоте  $f_2$ . Пользуясь специальными антеннами, можно было частично или полностью исключить влияние либо земной, либо небесной волны в одном или другом пункте (или в обоих пунктах). Один из вариантов такого интерферометра (на частотах  $f_1 = 1,27$  МГц и  $f_2 = 0,85$  МГц) был применен для изучения влияния на ионосферу солнечного затмения 19 июня 1936 года и позволил зарегистрировать воздействие ультрафиолетового излучения Солнца на область  $E$  ионосферы [3]. Еще более удобен для изучения ионосферы дисперсионный радиоинтерферометр, предложенный в работах Альперта, Мигулина и Рязина [4, 5], в котором передатчик излучал две частоты  $f_1$  и  $f_2$ , причем соответствующая конструкция антенн позволяла направить излучение частоты  $f_1$  преимущественно вверх, а излучение частоты  $f_2$ —вдоль земной поверхности. Прием также производился на отдельные антенны.

В указанных случаях регистрируемой величиной являлась разность фаз, т. е. изменение фазового пути  $\Delta P$ . Такой метод удобен для изучения сравнительно медленных крупномасштабных движений ионосферы. Однако при изучении быстропротекающих процессов в ионосфере удобнее регистрировать не  $\Delta P$ , а производную по времени от фазового пути  $\frac{dP}{dt}$  [6].

Принципиальной особенностью высокочастотного доплеровского метода, отличающей его от упоминавшихся выше радиоинтерферометрических методов, является отказ от использования земной волны передатчика в качестве опорного сигнала. Частота непрерывного сигнала, отраженного от ионосферы, сравнивается в приемном устройстве с частотой высокостабильного местного опорного генератора. Включение источника опорного сигнала в схему приемника дает возможность использовать одну и ту же аппаратуру на любых расстояниях от передатчика—и для почти вертикального, и для наклонного зондирования ионосферы. Частота опорного генератора обычно сдвигается относительно частоты передатчика на несколько герц, что позволяет определить знак доплеровского смещения.

Доплеровские смещения частоты были зарегистрированы Эссеном [7] еще в 1935 году при измерении стабильности частоты 5 МГц радио-

станции WWV на трассе протяженностью 590 км. Однако из-за отсутствия в то время достаточно хороших стандартов частоты подобные наблюдения не получили распространения. Создание сети станций стандартных частот стимулировало появление новых работ (см., например, [8-10]). Начиная с 60-х годов, исследования динамики ионосферы доплеровским методом стали интенсивно развиваться в ряде стран несколькими группами ученых, среди которых следует отметить Дэвиса, Бейкера и Доннели из Боулдера, Чена и Вилларда из Стэнфорда (США), Вивера и Юэна (Гавайи), Огаву (Япония) [11].

Высокочастотный доплеровский метод уверенно вошел в арсенал современных средств изучения ионосферы. Преимуществами метода являются высокая чувствительность к малым изменениям частоты и, как следствие этого, высокое временное разрешение, возможность непрерывных наблюдений, сравнительная простота аппаратуры, удобство регистрации и обработки экспериментальных данных. Метод позволяет изучать широкий класс быстротекающих изменений в областях  $E$  и  $F$  ионосферы, обусловленных как причинами внеземного происхождения, так и процессами, происходящими вблизи поверхности Земли. Интересные данные получены при изучении эффектов солнечных вспышек, геомагнитных возмущений, землетрясений и ядерных взрывов, атмосферных волн на ионосферных высотах и т. д., а также при исследовании частотных искажений сигналов на линиях радиосвязи. Результаты доплеровских измерений, несмотря на сравнительную сложность их интерпретации, широко используются для построения и проверки теорий различных нестационарных процессов в ионосфере.

В данной работе рассмотрены методика экспериментальных исследований, интерпретация результатов измерений и различные применения данного метода.

## 1. МЕТОДИКА И ТЕХНИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

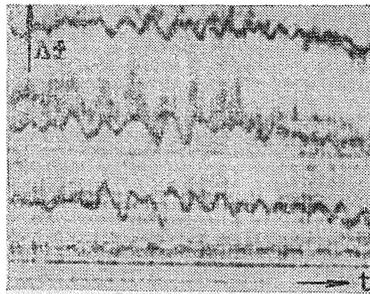
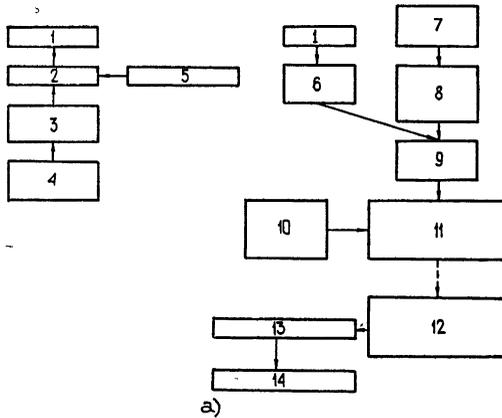
В настоящее время наибольшее распространение получила схема измерения и обработки данных (рис. 1), предложенная Дэвисом с сотрудниками [12-15]\*. Измерения проводятся на одной или одновременно на нескольких частотах в диапазоне от 2,5 до 20 МГц. В качестве передающих устройств используются либо радиостанции стандартных частот, либо специальные передатчики. Обычно относительная нестабильность частоты радиостанций в течение суток составляет  $10^{-10}$ ; а нестандартных устройств—порядка  $10^{-9}$ . В качестве опорного генератора в приемнике используется кварцевый стандарт частоты с относительной нестабильностью  $10^{-8}$ — $10^{-9}$ . Это позволяет обнаружить смещения частоты порядка 0,1 Гц.

Приемник обычно выполняется по супергетеродинной схеме. В дополнительном канале напряжение гетеродина смешивается с напряжением опорного генератора, и полученная опорная промежуточная частота сравнивается в балансном смесителе с промежуточной частотой сигнала. Использование общего гетеродина для преобразования частот исследуемого и опорного сигналов позволяет исключить нестабильность частоты самого гетеродина.

В большинстве экспериментов запись биений с выхода балансного смесителя производится на магнитную ленту, перемещающуюся с малой скоростью 0,5 мм/с. Одновременно на ленту записываются метки времени от специального генератора. При обработке результатов скорость движения магнитной ленты повышается до 380—760 мм/с, благодаря

\* Подобные схемы были независимо предложены также Огава [16, 17] и Фенвиком и Виллардом [18].

чему все записанные частоты биений увеличиваются в 750—1500 раз. Анализ смещенных в звуковую область сигналов производится стандартными спектроанализаторами звуковых частот. Подобный способ записи и обработки данных, впервые предложенный в [12], облегчает накопление результатов, существенно уменьшает время обработки и увеличивает разрешающую способность по частоте. Типичный пример получающихся записей показан на рис. 1. В отличие от обычного метода регистрации с помощью частотомера или самописца, спектральный анализ зависимостей частоты биений от времени облегчает возможность интерпретации сложных ионосферных эффектов, сопровождающихся многозначностью или сильным размытием спектра  $\Delta f$ .



б)

Рис. 1. а) Блок-схема экспериментального оборудования для наблюдения доплеровского смещения частоты;

1—антенна; 2—передатчик; 3—синтезатор частоты; 4—стандарт частоты; 5—идентификатор; 6—приемник сигнала; 7—опорный генератор; 8—приемник опорного сигнала; 9—балансный смеситель; 10—генератор меток времени; 11—магнитофон с малой скоростью движения ленты; 12—магнитофон с высокой скоростью движения ленты; 13—спектроанализатор; 14—график  $\Delta f(t)$ ,

б) характерный вид получаемых записей  $\Delta f(t)$ .

Изменение скорости движения ленты при воспроизведении позволяет варьировать частотный и временной масштабы получаемых записей. Более того, возможен повторный спектральный анализ полученных зависимостей  $\Delta f(t)$  с целью выявления характерных периодов возмущений в ионосфере и расчета дисперсии скорости перемещающихся ионосферных неоднородностей [19—21].

Одновременная с доплеровскими измерениями регистрация вариаций амплитуды принимаемого сигнала позволяет оценить поглощение радиоволн в ионосфере.

Дополнительные возможности открывает анализ экспериментальных данных с помощью ЭВМ с целью получения энергетических спектров [22].

В случае измерения доплеровского смещения частоты при вертикальном зондировании определенными достоинствами обладает метод импульсной модуляции сигнала, получаемого от непрерывно работающего опорного генератора [23]. Частота отраженного импульса сравнивается с частотой того же опорного генератора.

Эксперименты проводятся на трассах различной протяженности от почти вертикального падения радиоволн на ионосферу до многоскачкового и даже кругосветного распространения. Вертикальное зондирование обладает хорошим пространственным разрешением. При наклонном зондировании удается охватить измерениями обширные области при сравнительно небольшом числе пунктов наблюдения.

Из наблюдений на одной трассе не всегда возможно сделать вывод о том, являются ли движения ионосферы горизонтальными или вертикальными. Это можно сделать с помощью сети разнесенных передатчиков и приемников на ряде фиксированных частот. Например, одновременные наблюдения на нескольких трассах, смещенных друг относительно друга более чем на 1200 км, позволили зарегистрировать горизонтально движущиеся крупномасштабные неоднородности [24]. Наблюдавшиеся крупномасштабные неоднородности имели горизонтальные скорости от 1450 до 2750 км/час, размеры от 1300 до 2000 км и период от 30 до 90 мин. Преобладающее направление движения — с севера на юг.

Неоднородности с меньшими скоростями и размерами не были обнаружены, что объясняется существенным изменением их характеристик за время движения между далеко отстоящими друг от друга радиотрассами. Система для наблюдения неоднородностей меньшего размера, состоящая из трех передатчиков, работающих на частотах 5,1; 5,0; 5,05 МГц и расположенных в вершинах равностороннего треугольника со стороной 80 км, и приемного пункта в центре треугольника, была создана в Боулдере. Система позволяет определить горизонтальную составляющую фазовой скорости, а дополнительные измерения на частотах 3,3 и 5,1 МГц с базой 25 км, т. е. практически при вертикальном падении, — вертикальную составляющую [25, 26].

Если для определения полного вектора скорости ионосферных возмущений проводятся одновременные наблюдения в нескольких разнесенных пунктах, то схема с разнесенными передатчиками и общим приемным центром оказывается предпочтительнее схемы с разнесенными приемниками, так как при этом облегчается регистрация и привязка во времени данных от различных трасс [27]. Например, в [25, 26] сигналы от трех передатчиков записывались одновременно на три дорожки магнитной ленты, а на четвертой дорожке записывались метки времени.

## 2. СВЯЗ ДОПЛЕРОВСКОГО СМЕЩЕНИЯ ЧАСТОТЫ С ИЗМЕНЕНИЯМИ ПАРАМЕТРОВ ИОНОСФЕРЫ

При использовании доплеровского метода в качестве инструмента для изучения ионосферы необходима теория, которая бы адекватно связывала наблюдаемые вариации частоты с изменениями в ионосфере, вызывающими эти вариации. В простейшем случае, если не учитывать влияние геомагнитного поля, соударения частиц и кривизну ионосферы,

из общего выражения (1) могут быть получены выражения для различных частных случаев [28-31]. Например, для вертикального распространения при малых изменениях электронной концентрации в неотклоняющей области ( $n \approx 1$ ) и скорости ее изменения  $\frac{\partial N}{\partial t}$ , зависящей от высоты  $z$ , получим

$$\Delta f = \frac{e^2}{\pi m c} \frac{1}{f} \int_0^{z_0} \frac{\partial N}{\partial t} dz = \frac{e^2}{\pi m c} \frac{1}{f} \frac{dN_T}{dt}, \quad (3)$$

где  $N_T = \int_0^{z_0} N(z, t) dz$  — полное содержание электронов в столбе,  $e$  и  $m$  — заряд и масса электрона,  $z_0$  — высота отражения. В рассмотренном случае наблюдаемые доплеровские смещения должны быть обратно пропорциональны рабочей частоте. Если же вариации частоты обусловлены малыми изменениями высоты отражения  $z_0$  при сохранении формы слоя, то  $\Delta f$  становится пропорционально рабочей частоте:

$$\Delta f = -2 \frac{f}{c} \frac{dz_0}{dt}. \quad (4)$$

В общем случае в ионосфере одновременно происходят изменения обоих типов, и зависимость  $\Delta f$  от  $f$  может иметь более сложный характер. По изменениям  $\Delta f$  на нескольких частотах возможно оценить скорости изменения во времени содержания электронов в столбе  $\frac{dN_T}{dt}$  или высоты отражения  $\frac{dz_0}{dt}$ .

При наклонном падении на ионосферу под углом  $\varphi_0$  сигнала с частотой  $f$  выражения для  $\Delta f$  могут быть получены с учетом теоремы эквивалентности [29]:

$$\Delta f(f, \varphi_0) = \Delta f(f \cos \varphi_0, 0). \quad (5)$$

При распространении радиосигнала на большие расстояния ( $\varphi_0 \rightarrow \pi/2$ ) из соотношений (3) и (5) следует, что смещение частоты должно быть пропорционально расстоянию  $D$  между точками передачи и приема вдоль поверхности Земли:

$$\Delta f = \frac{e^2 b}{\pi m c} \frac{1}{f \cos \varphi_0} \frac{d\bar{N}}{dt} = \frac{e^2 b}{\pi m c} \frac{D}{2z_0} \frac{1}{f} \frac{d\bar{N}}{dt}, \quad (6)$$

где  $b$  — толщина неотклоняющей области, в которой происходит изменение ионизации со средним значением  $\frac{d\bar{N}}{dt}$ .

Следует отметить, что при наклонном падении изменения высоты отражающего слоя вносят меньший вклад в величину  $\Delta f$ , чем при вертикальном падении. В то же время спектр  $\Delta f$  при наклонном падении оказывается более размытым, что обусловлено эффектом накопления флукутаций при распространении волны на большие расстояния.

Аппроксимируя ионосферу различными моделями, можно выразить  $\Delta f(t)$  как функцию производных по времени от параметров выбранной модели и затем попытаться решить обратную задачу нахождения скоростей изменения этих параметров по зависимости  $\Delta f(t)$ .

Смещение частоты при отражении от изменяющегося параболического слоя детально рассмотрено в [32], где проанализирована зависимость  $\Delta f$  от возможного изменения во времени параметров плоского или сферического слоя при наклонном падении волны, а также анизотропного слоя при вертикальном падении волны.

Однако во многих случаях ионосфера может быть адекватно описана лишь истинным высотным профилем  $N(z)$ . Если профиль  $N(z)$  известен (например, из ионограмм), причем функция  $N(z)$  монотонна, то для случая вертикального распространения можно определить  $\frac{\partial N}{\partial t}(z)$ , зная экспериментальную зависимость  $\Delta f(f)$ .

Без учета геомагнитного поля, доплеровское смещение частоты можно представить в виде

$$\Delta f = \frac{e^2}{\pi m c f} \int_0^{z_1} \frac{\frac{\partial N}{\partial t}}{\sqrt{1 - f_N^2/f^2}} dz, \quad (7)$$

где  $f_N = \sqrt{e^2 N / \pi m}$  — плазменная частота электронов.

Последнее соотношение представляет собой уравнение Абеля [33], решение которого:

$$\frac{\partial N}{\partial t}(f_N) = \frac{ce^2}{\pi m} \frac{2}{\pi} \frac{df_N}{dz} \frac{d}{df_N} \int_0^{f_N} \frac{f \Delta f}{\sqrt{f_N^2 - f^2}} df, \quad (8)$$

позволяет найти  $\frac{\partial N}{\partial t}(z)$  по известной зависимости  $N(z)$ . При этом для получения достаточного разрешения по высоте необходимо вести доплеровские измерения одновременно на ряде частот, т. е. подробно знать зависимость  $\Delta f(f)$ . Следует отметить высокую чувствительность  $\Delta f$  к изменениям профиля  $N(z)$  в отклоняющей области, особенно вблизи максимума электронной концентрации.

В работе [32] получено более простое, чем (8), выражение для вычисления усредненного в интервале высот  $(z_1, z_2)$  значения  $\frac{\partial N}{\partial t}(z)$ , по измерению смещений частот  $\Delta f_1$  и  $\Delta f_2$  и времени групповой задержки  $\Delta t_1$  и  $\Delta t_2$  на двух близких частотах  $f_1$  и  $f_2$ :

$$\frac{\partial N}{\partial t}(z) = \frac{2\pi m}{e^2} \frac{f_1 z_1}{\Delta z} \left[ \frac{\Delta f_2}{\Delta t_2} \left( 1 + \frac{z_2}{z_1} - \frac{f_2}{f_1} \right) - \frac{\Delta f_1}{\Delta t_1} \right], \quad (8a)$$

где  $z_1$  и  $z_2$  — высоты отражений частот  $f_1$  и  $f_2$ ,  $z = \frac{z_1 + z_2}{2}$ .

В опубликованных до настоящего времени работах экспериментальные зависимости  $\Delta f$  от  $f$  во время отдельных возмущений ионосферы определялись недостаточно подробно для того, чтобы гарантировать успешное применение соотношения (8) для расчета  $\frac{\partial N}{\partial t}(z)$ .

Поэтому представляет интерес частный случай, когда  $\frac{\partial N}{\partial t} = 0$  ниже

некоторой высоты  $z_E$  (ниже слоя  $E$ ) и  $\frac{\partial N}{\partial t} = \text{const}$  выше  $z_E$ . В этом случае из (3) следует:

$$\Delta f = \frac{e^2}{\pi mc} \frac{1}{f} \frac{\partial N}{\partial t} (z' - z_E), \quad (9)$$

где  $z'$  — действующая высота отражения для частоты  $f$ . Из (9) видно, что произведение  $f$  на  $\Delta f$  пропорционально разности действующей высоты и высоты  $z_E$ , постоянной для всех частот. Следовательно, если  $\frac{\partial N}{\partial t}$  не зависит от высоты в ионосфере, то график зависимости  $f\Delta f$  от  $f$  должен выглядеть подобно ионограмме.

При изучении горизонтально перемещающихся ионосферных возмущений их параметры можно оценить по временному сдвигу между подобными участками зависимостей  $\Delta f(t)$ , полученных на разнесенных траекториях. В этом случае доплеровское смещение удобно записать в форме [24], следующей из (4) и (5):

$$\frac{\Delta f}{f} = - \frac{2 \cos \varphi_0}{c} \frac{dz_0}{dt} = - \frac{2v \cos \varphi_0}{c} \frac{dz}{dx}, \quad (10)$$

где  $v$  — скорость движения неоднородности вдоль горизонтальной оси  $x$ , а  $\frac{dz}{dx}$  определяется формой и размерами неоднородности.

В некоторых случаях даже измерения в одной точке позволяют оценить характер наблюдаемых неоднородностей. Например, в [30, 34, 35] описаны так называемые  $S$ -образные графики  $\Delta f(t)$  (рис. 2), особенностью которых является одновременное существование трех отражений. Это можно объяснить прохождением над точкой наблюдения неоднородности куполообразной формы, причем в зависимости от соотношения между радиусом кривизны симметричного купола и высотой, на которой он движется, возможны различные формы наблюдаемых записей. Можно рассчитать форму записи  $\Delta f(t)$  и для случая неоднородности, имеющей вид несимметричного купола.

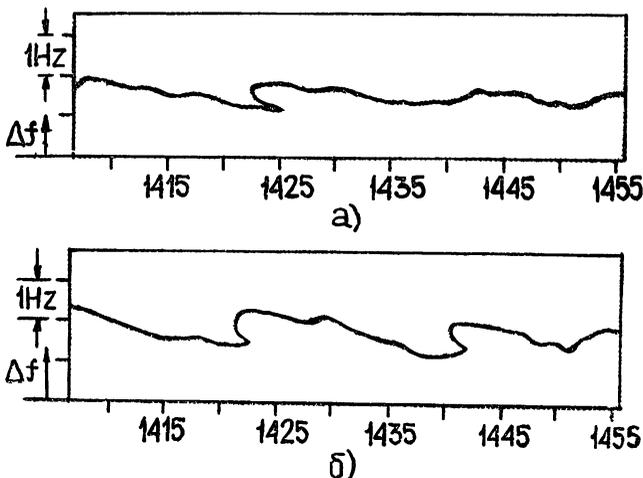


Рис. 2. Пример  $S$ -образных записей  $\Delta f(t)$ :  
а) на частоте 4 МГц; б) на частоте 5,054 МГц.

При горизонтальном движении множества неоднородностей они представляют для радиоволн движущуюся волнистую («гофрированную») отражающую поверхность или, если они движутся ниже уровня отражения, нерегулярный плоский дифракционный экран. В обоих случаях их движение сопровождается флуктуациями частоты. При этом амплитуда отраженного сигнала должна увеличиваться в моменты резкого возрастания  $\Delta f$  [30, 36], что качественно подтверждается экспериментом.

Характерное размазывание доплеровских записей (оно чаще всего наблюдается между 10 и 11 часами утра) позволяет зарегистрировать горизонтальное движение спорадического слоя  $E_s$  [30]. Хотя точно определить характеристики слоя  $E_s$  по данным доплеровских измерений не удалось, все же можно сделать вывод, что наблюдаемый характер записей обусловлен горизонтальным движением частично отражающего кусочного экрана со скоростями порядка нескольких десятков метров в секунду.

Движение мелких неоднородностей неправильной формы вблизи уровня отражения можно рассматривать как движение шероховатой отражающей поверхности, что вызывает сильное симметричное размазывание доплеровских записей [37–39].

Хотя возникновение перемещающихся ионосферных возмущений может быть обусловлено различными причинами, среди этих причин заслуживает внимания воздействие на ионосферу акустических и внутренних гравитационных волн. Поэтому в работах, посвященных изучению атмосферных волн на ионосферных высотах (см. разд. 4.4), содержится значительный объем экспериментальных и теоретических данных об ионосферных возмущениях.

Таким образом, существует принципиальная возможность расчета величины доплеровского смещения частоты по изменениям свойств ионосферы. Сложнее обстоит дело с решением обратной задачи — определением параметров ионосферных процессов по результатам доплеровских измерений. Интерпретация доплеровских записей осложняется прежде всего интегральным характером получаемых результатов как в пространстве (накопление различных эффектов вдоль траектории радиоволн), так и во времени (возможность одновременного воздействия различных факторов на одну и ту же область ионосферы). Поэтому отождествление доплеровских смещений частоты требует широкого привлечения результатов, получаемых другими методами (например, данных регистрации солнечных вспышек оптическими и радиоастрономическими методами, геомагнитных измерений и т. д.). Однако, несмотря на указанные трудности, наблюдения доплеровским методом позволили получить интересные результаты и сделать ряд выводов, расширяющих наши представления о процессах в ионосфере. Некоторые из этих выводов отражены в следующих разделах в сочетании с изложением экспериментальных результатов.

### 3. ДЕВИАЦИИ ЧАСТОТЫ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ПРИЧИНАМИ ВНЕЗЕМНОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ

*3.1. Эффекты солнечных вспышек.* Всплески рентгеновского и жесткого ультрафиолетового излучения во время солнечных вспышек вызывают ионосферные возмущения, которые при наблюдениях доплеровским методом проявляются в виде внезапных девиаций частоты. Чэн и Виллард в 1963 году предложили [40] для этого явления термин sudden frequency deviation (SFD), ставший общепотребительным. SFD являются наиболее изученным типом доплеровских смещений частоты, которому посвящено наибольшее количество работ ([28–30, 40–60] и др.).

Экспериментальные исследования эффектов солнечных вспышек доплеровским методом включают как детальное изучение отдельных случаев и их физическую интерпретацию, так и статистическое изучение, имеющее своей целью определение средних значений и диапазонов изменения таких параметров, как длительность SFD, максимальное смещение частоты, зависимость от зенитного угла Солнца и числа солнечных пятен и других факторов.

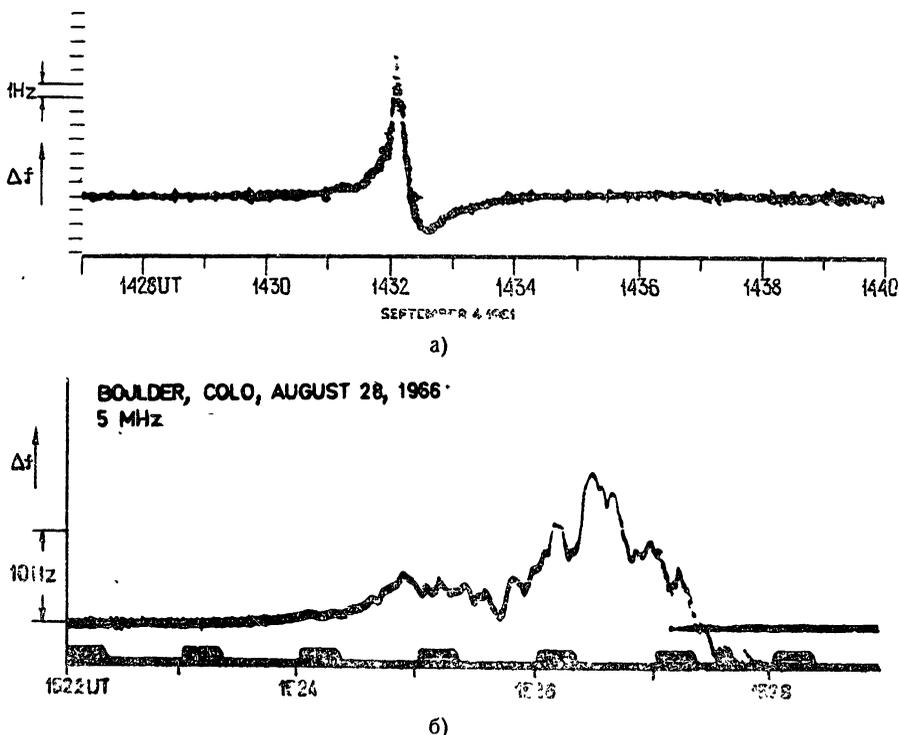


Рис. 3. Типичная форма внезапных девиаций частоты при солнечных вспышках.

Девиация может быть простой (рис. 3 а), состоящей из положительной начальной и последующей отрицательной фаз, и сложной (рис. 3 б), обладающей «тонкой структурой», по-видимому, из-за флуктуаций потока солнечного излучения. Длительность SFD колеблется в пределах от 1 до 15 мин с наиболее вероятным значением около 4 мин. В большинстве случаев изменение частоты не превышает 1 Гц, но иногда достигает десятков герц.

В [43] установлен факт, что SFD появляются одновременно практически на всей освещенной стороне Земли, причем даже тонкая структура записей  $\Delta f(t)$  повторяется в удаленных друг от друга пунктах наблюдений, подтверждая, что это эффект солнечной вспышки, а не результат локального возмущения ионосферы.

Доплеровским методом обнаруживается 13% всех вспышек. В общем случае прямой связи между мощностью оптической вспышки на линии  $H_{\alpha}$  (6563 Å) и возникновением и величиной SFD не установлено. В то же время слабые вспышки сопровождаются девиациями частоты в 10% случаев, а мощные вспышки — в 80% случаев. В работах [29, 30, 46] и других приводятся каталоги SFD, отражающие моменты их наблюдения и основные характеристики.

Сопоставление доплеровских измерений с измерениями жесткого ультрафиолетового и рентгеновского излучений на искусственных спутниках Земли и наземными наблюдениями радиоизлучения Солнца показало, что временной ход доплеровских записей подобен зависимости от времени солнечного излучения в рентгеновском диапазоне  $\lambda \leq 100 \text{ \AA}$  и в сантиметровом диапазоне (2800 МГц, 9400 МГц и др.). В работе [47] приведены сравнительные данные для 44 вспышек, показывающие тесную временную корреляцию начал, максимумов и окончаний девиаций частоты, всплесков солнечного радиоизлучения на частоте 2800 МГц и так называемых взрывных фаз вспышек  $H_{\alpha}$ , определяемых как короткий (порядка 10—30 с) период быстрого расширения границ вспышки [56].

Типичные SFD значительно короче оптических вспышек и, как правило, появляются между началом и максимальной фазой вспышки  $H_{\alpha}$ . SFD чувствительны к всплескам солнечной радиации в диапазоне 1—1030  $\text{\AA}$  [46], причем важная, если не основная, причина большинства девиаций частоты — ультрафиолетовое излучение в диапазоне 100—1030  $\text{\AA}$ , приводящее к росту образования электронов  $\Delta q$  в области  $E$  и  $F1$ , т. е. в интервале высот от 100 до 250 км. Рентгеновское излучение в диапазоне от 4 до 100  $\text{\AA}$  при быстром времени его нарастания (меньше 2—3 мин) также вносит существенный вклад в SFD, излучение же с длинами волн короче 4  $\text{\AA}$  вызывает лишь увеличение  $N$  в области  $D$ , поэтому его роль в образовании SFD не существенна. Излучение свыше 1030  $\text{\AA}$ , например, линия  $L_{\alpha}$  (1215  $\text{\AA}$ ), не эффективно для ионизации и не дает вклада в SFD.

Таким образом, наблюдения внезапных девиаций частоты могут использоваться для изучения спектров солнечных вспышек с высоким временным разрешением. При этом ионосферу можно рассматривать как гигантскую «ионизационную камеру» для изучения спектрального состава солнечного излучения [45]. Однако, поскольку спектральное разрешение обеспечивается лишь разной глубиной проникновения в атмосферу различных участков спектра ионизирующих излучений, возможности ионосферы как анализатора спектра вспышек ограничиваются неоднозначной зависимостью глубины проникновения от длины волны и отсутствием точных сведений о составе ионосферы и происходящих в ней химических реакциях. Это заставляет аппроксимировать спектр солнечных вспышек различными моделями [50, 59], построенными по результатам наблюдений на ИСЗ, а затем рассчитывать зависимости  $\Delta f(t)$  и  $\Delta q(t)$  для различных моделей солнечного спектра. Для оценки пригодности той или иной модели и определения длин волн, поток излучения которых увеличивается во время вспышки, необходимо знать зависимость  $\frac{\partial N}{\partial t}$  от высоты. Многие измерения во время солнечных вспышек дают зависимость, описываемую выражением (9), что позволяет рассчитать  $\frac{\partial N}{\partial t}$ . Найденные таким путем значения  $\frac{\partial N}{\partial t}$  для разных вспышек [29] составляли от нескольких десятков до нескольких сотен  $\text{э/см}^3 \cdot \text{с}$ .

Из одновременных измерений поглощения и смещения частоты радиоволны можно определить среднюю частоту соударений  $\bar{\nu}$  [30]. Полное приращение фазового пути  $\Delta P$  находится интегрированием экспериментальной зависимости  $\Delta f(t)$ :

$$\Delta P(t) = -\frac{c}{f} \int_{t_0}^t \Delta f dt. \quad (11)$$

Отношение приращения полного поглощения  $\Delta A$  к  $\Delta P$  равно

$$\frac{\Delta A}{\Delta P} = -\frac{\int N \nu dz}{c \int N dz} = -\frac{\bar{\nu}(t)}{c}. \quad (12)$$

Это отношение позволяет сделать некоторые оценки. Например, по известному профилю частоты соударений  $\nu(z)$  можно найти среднюю высоту, на которой создается дополнительная электронная концентрация. В отличие от господствовавших ранее представлений о том, что вспышки оказывают существенное влияние лишь на область  $D$  ионосферы, доплеровские измерения помогли установить факт, что большинство солнечных вспышек сопровождается значительными изменениями электронной концентрации в областях  $E$  и  $F1$ . Основой для такого вывода послужили малые величины поглощения при доплеровских измерениях [41].

Из выражения (3), интегрируя зависимость  $\frac{dN_T}{dt}(t)$ , можно найти изменение полного содержания электронов в столбе за время  $t$ :

$$\Delta N_T(t) = \frac{\pi m c f}{e^2} \int_{t_0}^t \Delta f dt = -\frac{\pi m f^2}{e^2} \Delta P(t). \quad (13)$$

Изменение полного содержания электронов во времени, полученное интегрированием записи  $\Delta f(t)$  в соответствии с (13), хорошо согласуется с результатами, полученными методом фарадеевского вращения [34].

Внезапные девиации частоты простой формы (рис. 3а) позволяют оценить эффективный коэффициент рекомбинации  $\alpha$  в ионосфере на высотах 110—200 км, или время релаксации  $\tau = 1/2 \alpha N$  [40, 45, 51].

Определение  $\tau$  по экспериментальным зависимостям  $\Delta f(t)$  дает значения от 30 до 60 с. Для зависимостей  $\Delta f(t)$  более сложной формы удается оценить лишь верхний предел значений  $\tau$ . Зная  $N_0$  и  $\tau$ , можно оценить  $\alpha$ . Такие оценки дают среднее значение  $\alpha_* = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$ .

Эксперименты показывают [44—46], что зависимость  $\Delta q(t)$  повторяет форму солнечной радиовспышки на частоте 2800 МГц. Для такой зависимости  $\Delta q(t)$  наилучшее совпадение расчетных и экспериментальных кривых  $\Delta f(t)$  получается при  $\tau \approx 40$  с, что при  $N_0 \approx 10^5 \text{ см}^{-3}$  также дает  $\alpha = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$ . До получения этих данных предполагалось [57], что мгновенные значения  $\Delta f$  пропорциональны мгновенному ионизирующему потоку и что тонкая структура  $\Delta f(t)$  является результатом флуктуаций потока. Однако, поскольку длительность SFD существенно превышает найденные значения  $\tau$ , ясно, что процессами потерь нельзя пренебрегать, и изменения  $\Delta f$  не следуют за изменениями потока излучения, но стремятся следовать за быстрыми изменениями продукции электронов [30].

В [60] по результатам наблюдений SFD при наклонном (на частотах 8,9 и 11,1 МГц) и вертикальном (на частотах 2,1; 3,3 и 5 МГц) зондировании с привлечением данных ионосферных станций построен профиль электронной концентрации  $N(z)$  и рассчитано его изменение во времени для случая протонной вспышки 28 августа 1966 г.

3.2. *Регулярные суточные вариации частоты.* Достаточно быстрые вариации частоты принимаемого сигнала наблюдаются в периоды восхода и захода Солнца. Наблюдения в Боулдере на частотах 4 и 5 МГц при вертикальном зондировании показали пропорциональность  $\Delta f$  рабочей частоте, что свидетельствует об определяющей роли изменения высоты отражения в возникновении доплеровского смещения в утренние и вечерние часы [15, 28]. Типичная картина для частоты 5 МГц показана на рис. 4.

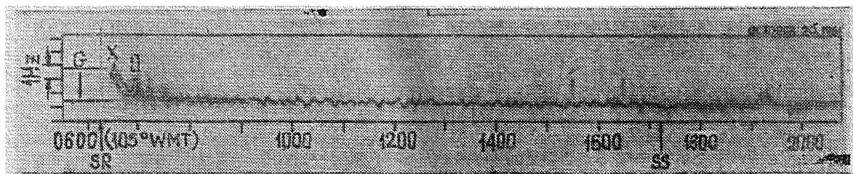


Рис. 4. Смещения частоты в утренние и вечерние часы. Вертикальными стрелками показаны моменты восхода (SR) и захода (SS) Солнца.

Отмечено появление необыкновенной волны сразу после восхода, а затем через 0,5 часа — обыкновенной волны. Увеличение частоты в период восхода составляет до 2 Гц относительно дневного значения, что в соответствии с (4) дает скорость уменьшения высоты отражения около 60 м/с. Примерно в течение часа смещение частоты постепенно уменьшается до некоторого сравнительно постоянного в спокойные дни уровня со среднеквадратичной величиной флуктуаций  $\sim 0,1$  Гц с периодом 10—15 мин, что эквивалентно колебаниям высоты в пределах  $\pm 2$  км. Такие смещения отражающего слоя могут быть обусловлены горизонтальным движением ионосферных неоднородностей с характерными размерами около 300 км и скоростью порядка 330 м/с.

По данным [34] в тех случаях, когда сигнал с частотой 5 МГц ночью отражался от ионосферы, в утренние часы наблюдалось сначала положительное смещение частоты, а затем отрицательное до 1,5 Гц, с последующим возвращением к положительной величине. Подобную картину можно объяснить одновременным увеличением электронной концентрации и расширением слоя вследствие его нагрева, причем второй процесс в течение короткого отрезка времени (около 0,5 часа) является преобладающим и вызывает отрицательное  $\Delta f$ .

При наклонном распространении на трассах большой протяженности (2400—4100 км) в зимний период [18, 22, 28, 34] отмечается наличие явно выраженного эффекта при восходе, когда увеличение ионизации приводит к положительному смещению частоты величиной 1—2 Гц. Подобные результаты имели место на частотах 7,336; 10; 15 и 20 МГц. В дневное время наблюдаются слабые колебания частоты. Перед заходом количество флуктуаций увеличивается, а их величина возрастает. Ночью спектр флуктуаций обычно заметно шире, чем днем. Аналогичные результаты получены на частотах 5 и 10 МГц на трассе протяженностью 360 км [16, 17].

Результаты, полученные различными авторами в летний период, не совпадают. Например, измерения на трассах средней и большой протяженности [18, 22] на частотах 7,336 и 20 МГц показывают, что доплеровские смещения частоты в утренние и вечерние часы наблюдаются в течение всего года, причем вечером отмечаются отрицательные смещения порядка 1—2 Гц. По данным же, полученным в [28], на частотах 10 и 15 МГц летом явные эффекты при восходе отсутствуют.

3.3. *Связь вариаций частоты с возмущениями геомагнитного поля.* Быстрые флуктуации частоты во время геомагнитных возмущений впер-

вые были отмечены в [12, 18]. Существуют различные типы геомагнитных возмущений, сопровождающихся доплеровскими смещениями частоты: а) внезапное начало магнитной бури, б) магнитная буря, в) микропульсации геомагнитного поля, г) внезапный магнитный импульс [41, 61].

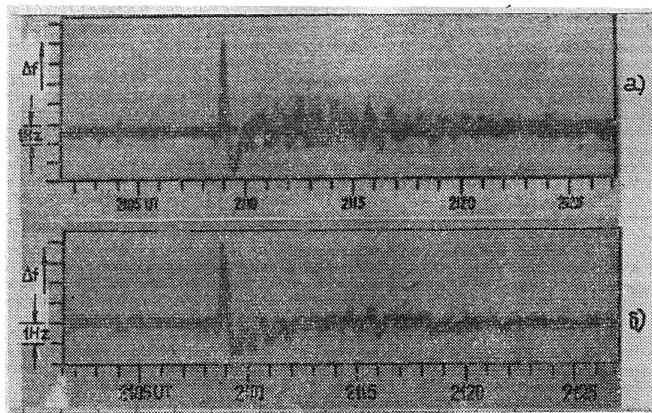


Рис. 5. Характерная форма зависимости  $\Delta f(t)$  во время внезапного начала магнитной бури 30 сентября 1961 г.: а) на частоте 10 МГц; б) на частоте 20 МГц.

Около 95% внезапных начал бурь сопровождаются смещениями частоты, которые наблюдаются как днем, так и ночью. Характерная форма зависимости  $\Delta f(t)$  во время внезапного начала бури [28, 29, 34] показана на рис. 5. За небольшим отрицательным сдвигом следует положительный выброс до 4 Гц, а затем отрицательный выброс с последующим почти синусоидальным «звоном» с периодами от 30 до 80 с в течение около 10 мин. Аналогичные наблюдения на Гавайских островах [62] на частотах 5 и 10 МГц обнаружили корреляцию между горизонтальной компонентой внезапного возмущения магнитного поля  $\Delta H$  и амплитудой  $\Delta f$ . При этом крутизна зависимости  $\Delta f$  от  $\Delta H$  составляла 0,013 Гц/γ для 5 МГц и 0,037 Гц/γ для 10 МГц. В ряде случаев возникновение наблюдаемых доплеровским методом крупномасштабных ионосферных неоднородностей связано с внезапными началами бурь [24].

Во время магнитных бурь сдвиги частоты регистрируются одновременно на относительно больших пространствах, причем в некоторых случаях наблюдается полное подобие изменения во времени  $\Delta f$  и одной или нескольких компонент геомагнитного поля. В ряде случаев наблюдается хорошая корреляция между доплеровскими записями при вертикальном и наклонном распространении с изменением во времени магнитного склонения  $D$  [28]. В [63] сообщается о хорошей корреляции доплеровских записей, полученных в Киото на частотах 5 и 10 МГц, с вариациями северо-южной компоненты магнитного поля во время магнитной бури 4 августа 1972 г. На трассе Окинава—Лондон протяженностью 10000 км наблюдалось во время магнитных бурь расширение спектра частот 9,8; 13,7 и 15,6 МГц до  $\pm 20$  Гц [64]. Такая же величина частотных вариаций отмечалась в периоды геомагнитных возмущений и при кругосветном распространении радиосигналов на частотах 16,4 и 22,9 МГц. Однако корреляции между изменениями спектра на трассах большой протяженности и флуктуациями геомагнитного поля не установлено.

Микропульсации геомагнитного поля также сопровождаются флуктуациями частоты с величинами от 0,5 до 4 Гц и периодами от 0,5 до 5 мин, которые хорошо коррелируют с периодами микропульсаций [61]. В отдельных случаях наблюдались синхронные флуктуации (с периодом около 1 мин) доплеровского смещения частоты и северо-южной компоненты геомагнитного поля в Антарктиде [37, 38].

Записи смещений частоты, вызванных внезапным магнитным импульсом 4 февраля 1961 года, когда магнитное поле внезапно возросло на 15 γ, а через 2 мин уменьшилось на 40 γ, получены в работе [41]. При этом на частотах 18 и 20 МГц на трассе Пуэрто-Рико—Стенфорд (5750 км) было отмечено расщепление доплеровских записей, вызванное, по-видимому, различным воздействием импульса на отдельные моды при многоскачковом распространении сигнала. Расширение спектра принимаемого сигнала составляло при этом от 4 до 6 Гц.

Если при воздействии на ионосферу солнечных вспышек, как правило, наблюдается зависимость  $\Delta f \sim 1/f$ , обусловленная изменениями электронной концентрации в неотклоняющем слое, то для эффектов, связанных с геомагнитными возмущениями, более характерна зависимость  $\Delta f \sim f$ , свидетельствующая об изменениях  $N$  в отклоняющей области [41]. Хотя при этом дополнительной ионизации не происходит (за исключением полярных областей), возникновение доплеровского смещения частоты может быть обусловлено как изменением коэффициента преломления ионосферы  $n$  в результате изменения напряженности магнитного поля, так и изменением лучевой траектории сигнала вследствие изменений  $n$ . Однако основной причиной смещения частоты является, по-видимому, перераспределение электронов в ионосфере вследствие их дрейфа под действием электрического поля, индуцированного геомагнитным возмущением [65].

В этом предположении проведены численные расчеты смещения частоты для различных высот и частот. Например, при частоте  $= 4$  МГц на геомагнитной широте Боулдера  $\lambda = 48^\circ,1$  для начала магнитной бури получена зависимость:

$$\Delta f = i8,41 \cdot 10^4 \Omega \Delta H. \quad (14)$$

Здесь  $\Omega$  — частота изменения магнитного поля в предположении, что это изменение носит синусоидальный характер,  $\Delta H$  — вариация магнитного поля на поверхности Земли в гауссах, причем направление с юга на север считается положительным. Считая время  $2\pi/\Omega = 4$  мин типичным масштабом для начала магнитной бури, получим при вариации  $\Delta H = 100$  γ смещение частоты  $\Delta f = 2,2$  Гц. Смещению частоты  $\Delta f = 1$  Гц соответствует  $\Delta H \sim 45$  γ.

Из (14) видно, что  $\Delta f$  опережает по фазе на  $\pi/2$  вариацию магнитного поля  $\Delta H$  и что  $\Delta f$  возрастает с увеличением абсолютного значения и скорости изменения величины  $\Delta H$ . Наблюдения [61] качественно подтверждают эти выводы.

**3.4. Расширение спектра сигнала.** В предыдущих разделах рассматривалось влияние различных факторов на величину доплеровского смещения. Однако флуктуации свойств среды и наличие многолучевого распространения радиоволн приводят к расширению спектра принимаемого сигнала. В ряде работ обращается внимание на расширение спектра, однако приводимые данные носят качественный характер. Лишь в немногих работах содержатся количественные статистические оценки расплывания спектра.

Подробные исследования проведены в [22] при изучении статистических характеристик каналов связи. Наблюдения проводились на двух трассах: среднеширотной—протяжённостью 4100 км и трансполярной—протяжённостью 5050 км. В качестве параметра размазывания частоты было принято двойное стандартное отклонение функции спектральной плотности  $2\sigma$ . При невозмущенной ионосфере и однолучевом распространении принимаемые сигналы обладали малой частотной дисперсией ( $2\sigma = 0,07 - 0,18$  Гц), сравнимой с дисперсией частоты опорного генератора. Многолучевое распространение сигналов сопровождалось расширением энергетических спектров в силу того, что каждый луч имел свое собственное доплеровское смещение частоты (рис. 6 а). Энергетические спектры сигналов, распространявшихся на трансполярной трассе, отличались значительной шириной (рис. 6 б), причем интенсивности и расположения максимумов отдельных компонент менялись случайным образом. Появление дискретных компонент спектра можно объяснить отражениями радиоволн от перемещающихся в пространстве дуг полярных сияний, каждая из которых отражает радиосигнал в течение короткого времени порядка 10—40 с. Общий спектр сигнала определяется суммой отражений, происходящих случайно в пространстве и во времени.

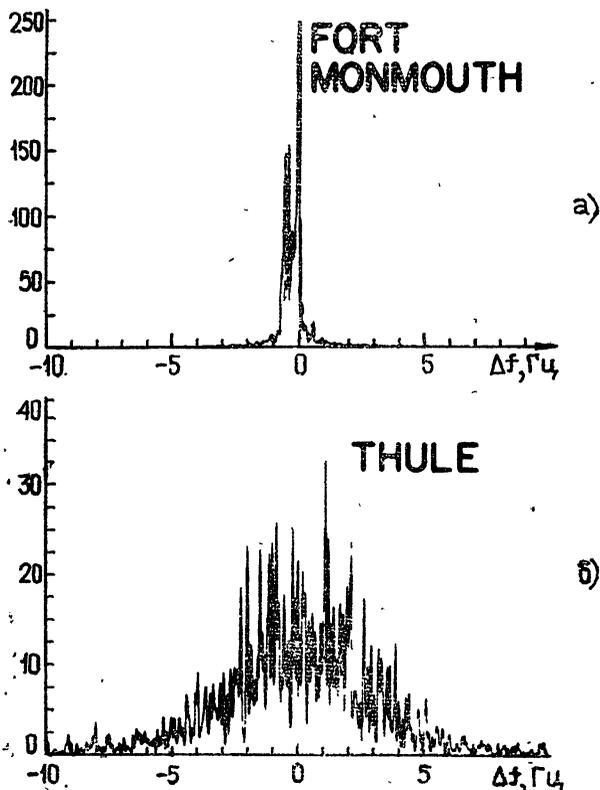


Рис. 6. Энергетические спектры сигнала при распространении:

а) по среднеширотной, б) по трансполярной трассе. По оси ординат отложена спектральная плотность мощности принимаемого сигнала в относительных единицах.

Медианная величина двойного стандартного отклонения частоты на трассе, проходящей через полярные широты, равна 3 Гц, в то время

как та же величина для среднеширотной радиолинии составляет 0,3 Гц.

Крайне диффузные спектры радиосигналов отмечались в Антарктиде [37–39]. Такая картина может быть вызвана отражением радиоволн от «шероховатых» областей ионосферы, перемещающихся горизонтально со скоростью порядка 300 м/с, однако для объяснения хаотического характера флуктуаций частоты на радиотрассах, проходящих через полярные области, могут быть предложены и другие модели. Их соответствие реальным условиям выявится в дальнейшем по мере накопления данных.

Сильное рассеяние спектра ( $\pm 10 \div 20$  Гц) наблюдалось в районах, расположенных вблизи магнитного экватора, в периоды с 18 по 22 час местного времени [30]. Наблюдения велись в Африке на частоте 20 МГц на трассах Триполи (Ливия)—Аккра (Гана) и Монровия (Либерия)—Аккра.

#### 4. ДЕВИАЦИИ ЧАСТОТЫ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ПРОЦЕССАМИ ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ

4.1. *Землетрясения.* Применение доплеровского метода позволило обнаружить влияние на верхние слои ионосферы сильных землетрясений 28 марта 1964 г. на Аляске и 16 мая 1968 г. в Японии. Ионосферные эффекты землетрясения на Аляске наблюдались в Боулдере [66] на частотах 4 и 5 МГц при вертикальном зондировании, 10 МГц—при наклонном зондировании на трассе протяженностью 5000 км. Результаты этих наблюдений обсуждаются в работах [30, 67–69] и других. На доплеровских записях можно различить импульс  $A$ , короткопериодную волну  $B$  и длиннопериодную волну  $C$  (рис. 7). Из сопоставления записей  $\Delta f(t)$ , сейсмограмм и показаний микробарографов был сделан вывод, что импульс  $A$  вызывается рэлеевской сейсмической волной, которая распространяется по земной поверхности со скоростью около 3,5 км/с и имеет период от 10 до 50 с. Колебания почвы действуют на воздух подобно поршню и порождают атмосферные волны, которые распространяются вверх под малыми углами к вертикали (около 6°). От поверхности Земли до уровня 240 км они распространяются за 9 мин, считая от момента прихода рэлеевской волны к месту, где ведутся наблюдения. Это соответствует средней вертикальной скорости атмосферных волн около 440 м/с. Никаких предположений о природе короткопериодной ( $\sim 30$  мин) волны  $B$  не высказывается, отмечается лишь, что ей соответствует средняя скорость распространения возмущения около 2,6 км/с [67].

Длиннопериодная ( $\sim 90$  мин) волна  $C$ , по-видимому, является результатом горизонтального волноводного распространения от эпицентра землетрясения внутренних гравитационных волн на ионосферных высотах со скоростью около 800 м/с [67–69].

Землетрясение является мощным источником акустических волн. По оценкам [70] общая звуковая энергия, переносимая в ионосферу и поглощаемая там в виде тепла, составила над поверхностью Северной Америки  $\sim 6 \cdot 10^{13}$  Дж при общей энергии землетрясения около  $10^{17}$  Дж. Акустические волны от землетрясения могут иметь моды, распространяющиеся горизонтально со скоростью около 300 м/с вблизи земной поверхности и регистрируемые в виде колебаний давления с периодами в несколько минут у поверхности Земли. Такие волны слабо затухают и могут распространяться на большие расстояния. Из-за утечки энергии в вертикальном направлении они могут порождать перемещающиеся возмущения в области  $F$  [71–75], которые отмечаются на записях  $\Delta f(t)$  (участок  $D$  на рис. 7).

Следует подчеркнуть, что рассматриваемые здесь и далее атмосферные волны представляют собой движения нейтральной среды и сами по себе не могут явиться причиной доплеровского смещения частоты. Механизмы передачи возмущений от нейтральных частиц к заряженным рассмотрены ниже в разд. 4.4.

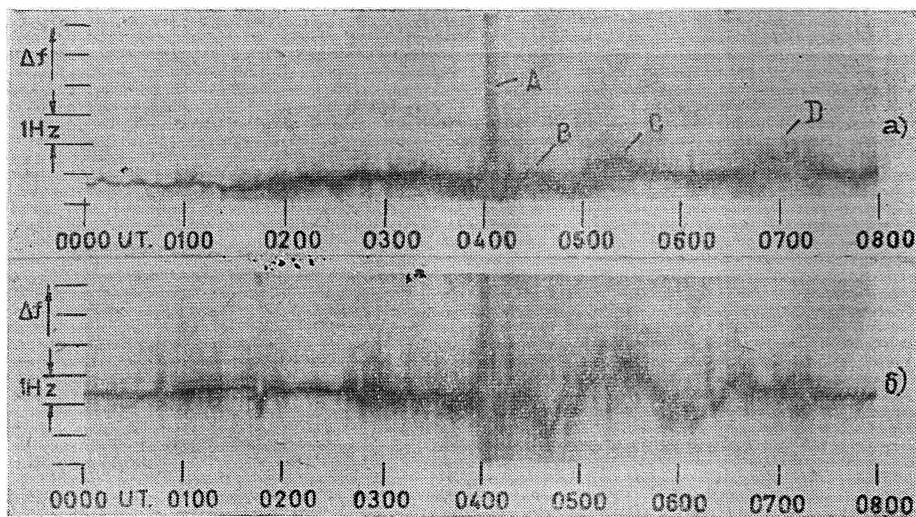


Рис. 7. Записи доплеровского смещения частоты во время землетрясения на Аляске 28 марта 1964 г.:

- а) на частоте 4 МГц при вертикальном зондировании;  
 б) на частоте 10 МГц на трассе Гавайи—Булдер.

Во время землетрясения 16 мая 1968 г. в Японии наблюдения велись на частотах 15 МГц в Киото, а также 5 и 10 МГц на Гавайских островах [76]. На записях, полученных в Киото, видны значительные и резкие вариации частоты. По-видимому, они вызывались, в силу небольшой удаленности точки отражения радиоволны от эпицентра землетрясения, серий импульсных толчков почвы, передаваемых атмосфере акустическим путем.

Иной характер имеют результаты, полученные на Гавайских островах, удаленных от эпицентра землетрясения на 5900 км. Здесь одновременно с доплеровскими наблюдениями осуществлялось обычное вертикальное зондирование ионосферы, проводились также сейсмические и акустические измерения. Сопоставление сейсмограммы с записью  $\Delta f(t)$  на частоте 5 МГц (высота отражения около 200 км) обнаружило их хорошую корреляцию. В то же время удовлетворительным соответствием с вариациями частоты 10 МГц обладает лишь огибающая сейсмограммы. Последнее обстоятельство, вероятно, вызвано фильтрующим действием атмосферы при распространении акустических волн, в результате чего области отражения сигнала на частоте 10 МГц (высота около 300 км) достигают только относительно длиннопериодные компоненты акустических волн. Расчеты времени распространения акустических волн вверх до высот 200 и 300 км дают значения соответственно 8,9 и 11 мин, которые хорошо согласуются с временными сдвигами между приходом рэлеевской волны к месту наблюдений и появлением колебаний на доплеровских записях на частотах 5 и 10 МГц.

4.2. Ядерные взрывы и другие воздействия искусственного происхождения. С помощью измерений доплеровских смещений на частотах 4 и 5 МГц удалось зарегистрировать влияние ядерных взрывов в атмосфере на динамику ионосферы в интервале высот 150—200 км [77]. Большинство экспериментальных записей имело вид серии ритмических колебаний с периодами около 1 мин, продолжавшихся 20—30 мин. Записи  $\Delta f(t)$  подобны вариациям давления вблизи земной поверхности, зарегистрированным микробарографом (рис. 8), что свидетельствует о тесной связи этих двух явлений.

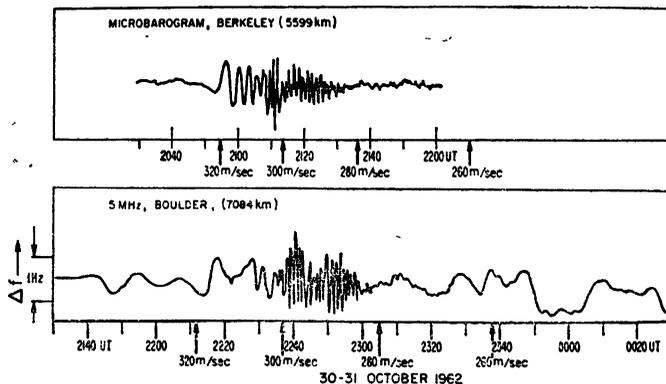


Рис. 8. Сопоставление записи  $\Delta f(t)$ , полученной в Боулдере на частоте 5 МГц на расстоянии 7084 км от места ядерного взрыва, с микробарограммой, полученной в Беркли на расстоянии 5599 км от места взрыва.

Данные о 34 взрывах, зарегистрированных в Боулдере на расстоянии около 7000 км от места взрывов, сведены в работе [77] в таблицу, из которой можно почерпнуть сведения практически только о скоростях распространения акустических волн. Начало возмущения ионосферы над местом наблюдения обычно трудно определить из-за фоновых флуктуаций. Однако на основании совместного анализа нескольких записей получена скорость распространения первого пакета акустических волн, равная примерно 320 м/с. Основная серия колебаний с периодами около 1 мин вызывается акустическими волнами с групповой скоростью 304 м/с.

Наблюдения атмосферных волн от ядерных взрывов послужили основой для ряда теоретических работ [78—81]. Основные выводы, полученные как в этих работах, так и в упоминавшихся выше [67—69, 71—75], применимы к анализу ионосферных эффектов, вызванных землетрясениями, и ядерными взрывами. В [73, 74] в качестве механизма переноса возмущения от места взрыва (или землетрясения) рассматривается волноводное распространение акустических и внутренних гравитационных волн вблизи земной поверхности. Показано, что дисперсия скорости различных мод этих волн может иметь как прямой, так и обратный характер. В дальнейшем эти выводы были дополнены учетом ветровых движений в атмосфере [80, 81], существенно изменяющих характер дисперсии.

Доплеровский метод был использован также для изучения воздействия на ионосферу стендовых испытаний крупных ракетных двигателей с тягой от 700 до 3500 тонн [64]. Измерения проводились на трассе протяженностью 28,5 км, средняя точка которой располагалась на удалении 4 км от места ракетных испытаний. Поток звуковой энергии от работающего ракетного двигателя составляет  $\sim 10^7$  Вт

с максимумом на частоте 15 Гц, причем на частотах ниже 1 Гц излучаемая энергия остается заметно выше уровня шумов.

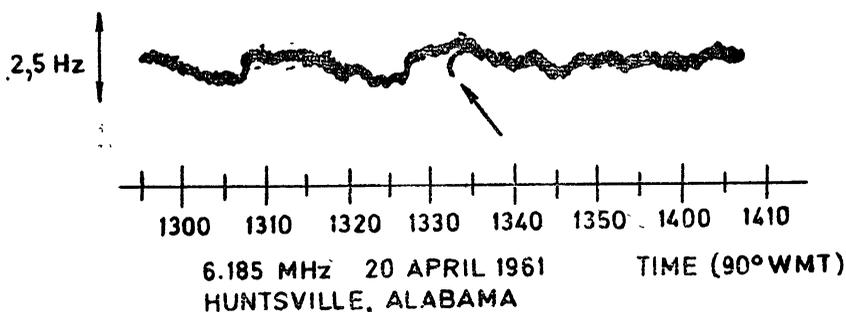


Рис. 9. Дополнительный след (показан стрелкой) на записи  $\Delta f(t)$ , обусловленный воздействием на ионосферу акустических волн от ракетного двигателя.

Во время 40-секундного испытания ракетного двигателя с тягой 700 тонн 20 апреля 1967 г. через 31 мин после включения двигателя на обычной доплеровской записи на частоте 6,185 МГц появились и существовали около 3 мин дополнительные следы (рис. 9). Появление этих следов объясняется в [64] вертикальным распространением ударной волны от работающего двигателя. Аналогичные результаты были получены на той же частоте при испытании двигателя с тягой 3500 тонн. Дополнительный след на записи  $\Delta f(t)$  появился через 15 мин после включения двигателя. Эти данные носят качественный характер и не могут служить основой для сколько-нибудь определенных выводов. В [82] сообщается о регистрации атмосферных волн от сверхзвуковых самолетов. Наблюдения с помощью вертикального импульсного зондирования на частоте 3 МГц обнаружили колебания высоты отражения с амплитудой от 2 до 7 км и периодом около 2,5 мин. Такие колебания могут быть обнаружены доплеровским методом.

**4.3. Влияние погодных условий.** В течение последних десятилетий с помощью традиционной техники ионосферных исследований установлена взаимосвязь некоторых метеорологических и ионосферных явлений. Например, в [83, 84] вариации критической частоты слоя F2 связываются с появлением ураганов и динамикой приземного давления. В [85] рассмотрена взаимосвязь между появлением гроз и спорадического слоя E<sub>s</sub>.

С апреля 1966 г. были начаты наблюдения за влиянием метеорологических процессов на ионосферу посредством измерения доплеровских смещений частоты на трассе Гавана (шт. Иллинойс)—Боулдер протяженностью 1300 км [27, 86, 87]. Одновременно осуществлялись наблюдения (в том числе радиолокационные) за погодными условиями в районе средней точки трассы. С мая по сентябрь нередко регистрировались (обычно в вечернее время) вариации частоты колебательного характера с периодом ~ 3 мин и размахом около 1 Гц в течение 2—4 часов. Всякий раз возмущения в ионосфере сопровождались какими-либо погодными явлениями на удалении не более 250 км от средней точки трассы. Однако нарушение погодных условий в этой области не обязательно сопровождалось ионосферными возмущениями.

Наблюдения на пяти частотах в диапазоне от 8,9 до 13,0 МГц показали, что возмущения распространялись вверх и имели локальный характер. Последнее объясняется тем, что из-за рефракции в температурно-слоистой атмосфере достигать ионосферных высот могут лишь

акустические волны, излученные в пределах определенного телесного угла. Результаты расчетов для стандартной атмосферы средних широт и акустических колебаний с периодом 4 мин показывают, что возмущения на высоте 300 км могут наблюдаться лишь в случае, когда источник акустических волн удален от точки отражения радиоволны не более, чем на 250 км.

Для количественной оценки взаимосвязи метеорологических и ионосферных процессов был введен «индекс погоды» по пятибалльной системе. Данные наблюдений показали, что ионосферные возмущения, как правило, появлялись в те дни, когда «индекс погоды» имел максимальную величину. Это обстоятельство, а также тот факт, что возмущения территориально локализованы и распространяются вверх, указывают на связь между тропосферными и ионосферными явлениями. Подтверждением этому могут служить работа [88], в которой показано, что вертикальная составляющая скорости вершукшек облаков пульсирует с периодами от 1 до 10 мин, и работа [89], в которой делается вывод, что движения воздушных масс в грозовых облаках могут генерировать атмосферные волны, достигающие ионосферных высот.

Нарушение погодных условий является необходимым, но не достаточным условием появления ионосферных возмущений [86]. Отсутствие возмущений в ионосфере во время некоторых тропосферных бурь может быть вызвано следующими причинами: отсутствием источника акустических волн, различием спектра генерируемых колебаний и полосы пропускания атмосферного фильтра, понижением температуры мезопаузы, препятствующим прохождению акустических волн. В дальнейшем наблюдения за воздействием тропосферных процессов на ионосферу были продолжены [90–92] в Оклахоме на частотах 3,3; 4,0 и 5,1 МГц с помощью сети разнесенных передатчиков, описанной в [25, 26]. Спектральный анализ полученных доплеровских записей показал, что большая часть энергии наблюдаемых акустических волн заключена в диапазоне периодов от 2,5 до 5 мин с максимумами при периодах, равных 3,5 и 4,5 мин.

4.4. *Атмосферные волны на ионосферных высотах.* Как уже указывалось в предыдущих разделах, доплеровское смещение частоты может быть проявлением атмосферных волн на ионосферных высотах. В последнее время появляется много работ, посвященных теоретическому и экспериментальному изучению атмосферных волн. Однако значительная часть этих работ не связана с использованием доплеровского метода и поэтому выходит за рамки настоящего обзора, тем более, что они подробно освещены в обзорах [93, 94]. Мы остановимся лишь на тех особенностях атмосферных волн, которые существенны для наблюдений доплеровским методом и интерпретации получаемых этим методом экспериментальных данных.

Атмосферные волны делятся на два типа: высокочастотные — акустические и низкочастотные — гравитационные. Физическое различие между ними заключается в том, что свойства акустических волн почти целиком определяются силами сжатия и разрежения газа, а свойства гравитационных волн — также силой тяжести и поддерживающей (гидростатической подъемной) силой. При низких частотах акустических волн эти силы оказывают влияние и на их распространение. Поскольку обе указанные силы направлены по вертикали, свойства атмосферных волн анизотропны.

Частота акустических волн ограничена сверху вязкостным затуханием, а снизу — частотой отсечки  $\omega_a$  [30]:

$$\omega_a = \gamma g / 2C, \quad (15)$$

где  $\gamma = C_p/C_v$  — отношение теплоемкостей газа при постоянном давлении и объеме,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $C \approx 20,1 \sqrt{T}$  — скорость звука ( $m/s$ ),  $T$  — температура в °К. Верхней граничной частотой для гравитационных волн является частота Ваясяля—Брунта  $\omega_g$ :

$$\omega_g = (\gamma - 1)^{1/2} \frac{g}{C}. \quad (16)$$

Физический смысл  $\omega_a$  и  $\omega_g$  можно пояснить следующим образом [91]. Если сжать всю атмосферу по вертикали и затем освободить ее, она будет колебаться с частотой  $\omega_a$ . Если же сместить ограниченный объем атмосферного воздуха в вертикальном направлении, то свободные колебания этого объема будут происходить с частотой  $\omega_g$ . Обычно  $\omega_g$  несколько меньше  $\omega_a$ , в воздухе при  $\gamma \approx 1,4$  получаем  $\omega_g \approx 0,9 \omega_a$ . В области частот  $\omega_g < \omega < \omega_a$  атмосферные волны не могут существовать.

Коэффициент преломления для атмосферных волн имеет вид [95]

$$\mu = \frac{C}{v} = \sqrt{\frac{1 - X}{1 - Y^2 \sin^2 \psi}}, \quad (17)$$

где  $X = (\omega_a/\omega)^2$ ,  $Y = \omega_g/\omega$ ,  $v$  — фазовая скорость волны,  $\psi$  — угол между направлением распространения и вертикалью. Из этого уравнения видно, что атмосферные волны анизотропны и обладают дисперсией, причем для акустических волн  $\mu < 1$ , а для гравитационных  $\mu > 1$ .

Интересные возможности для изучения атмосферных волн открывает спектральный анализ зависимости  $\Delta f(t)$ . Построенная по данным записей на частотах 2,4; 4,8 и 6,0 МГц зависимость частоты максимума спектра от высоты оказалась близка к рассчитанной зависимости  $\omega^2$  от высоты, что подтверждает наличие гравитационных волн на ионосферных высотах и позволяет оценить значения  $\omega_g$  в реальных условиях [20].

В [21] проведено сравнение записей  $\Delta f(t)$  на частоте 4,35 МГц от четырех разнесенных передатчиков, находившихся на расстояниях от 35 до 65 км от приемного центра. С помощью кросс-корреляционного анализа этих записей были получены дисперсионные характеристики горизонтальной фазовой скорости ионосферных возмущений, которые не соответствуют теории внутренних гравитационных волн. В связи с этим рассмотрена гипотеза гидромагнитных волн как возможного источника наблюдавшихся смещений частоты. Вместе с тем отмечается, что в ряде случаев существование внутренних гравитационных волн подтверждено прямыми экспериментами по измерению плотности нейтральных частиц.

Основная трудность при изучении атмосферных волн доплеровским методом — отсутствие данных о локализации их источников в пространстве и во времени. Исключением являются случаи землетрясений и ядерных взрывов в атмосфере, которые позволили измерить скорости атмосферных волн и сравнить расчетные дисперсионные кривые с экспериментальными [73–75, 77–81], причем в отличие от [21] экспериментальные результаты качественно согласуются с гипотезой волноводного распространения гравитационных волн. Гипотеза о существовании волновода между поверхностью Земли и некоторым уровнем, расположенным на высоте около 150 км [71–75], была высказана для объяснения факта распространения перемещающихся ионосферных возмущений с периодами от нескольких минут до нескольких часов на большие рас-

стояния почти без затухания. Новым серьезным доводом в пользу этой гипотезы являются измерения дисперсии фазовой скорости перемещающихся возмущений [96]. Теоретическое рассмотрение показывает, что возможен и второй волновод на высоте 150—500 км, в котором могут распространяться волны с периодами от 20 мин до 3 час, скоростями 300—800 м/с и длинами 600—6000 км [97]. В работе [98] рассчитаны волноводные моды атмосферных волн, распространяющихся как в нижней, так и в верхней атмосфере, с учетом вязкой и термической диссипации. Эта модель позволяет объяснить, почему короткопериодные акустические волны в нижней атмосфере слабо затухают и могут многократно огибать земной шар, в то время как длиннопериодные волны в верхней атмосфере, наблюдаемые как перемещающиеся ионосферные возмущения, затухают в  $e$  раз на расстоянии, равном  $1/8$  окружности Земли.

В случае землетрясений, как уже упоминалось выше, следует также учитывать атмосферные волны, создаваемые рэлеевской поверхностной волной и распространяющиеся вверх под небольшими углами к вертикали. Возможными источниками вертикально распространяющихся атмосферных волн могут также быть погодные явления в тропосфере, вулканы, ветровые потоки над горными вершинами и другие факторы. Широкий спектр атмосферных волн, распространяющихся как горизонтально, так и вертикально, может появляться во время магнитных бурь [99]. Источником атмосферных волн могут быть также авроральные явления [100].

В работах [101, 102] было указано на солнечное затмение как на возможный источник атмосферных волн. Во время затмения тень Луны движется по поверхности Земли со скоростью, превосходящей скорость звука в нижних слоях атмосферы. Поверхность Земли и область атмосферы, оказавшиеся в тени Луны, охлаждаются. Граница «холодной» области перемещается также со сверхзвуковой скоростью и должна создавать волновые движения в атмосфере. Наблюдениями во время солнечного затмения 7 марта 1970 г. [103—105] действительно были обнаружены перемещающиеся возмущения в ионосфере волнового характера. Однако нельзя с полной уверенностью утверждать, что их возникновение обусловлено указанными причинами. Допплеровские смещения частоты были также зарегистрированы во время солнечного затмения 22 сентября 1968 г. [106], однако их происхождение в указанной работе объясняется процессами в ионосфере, аналогичными процессам во время восхода и захода Солнца.

Вертикальное распространение атмосферных волн должно сопровождаться возрастанием смещений частиц обратно пропорционально квадратному корню из плотности. Поскольку плотность воздуха от поверхности Земли до высоты 100 км падает примерно в  $10^7$  раз, то в случае плоской волны при отсутствии диссипации энергии амплитуда колебаний частиц, если она составляла у Земли 1 мм, возрастает на высоте 100 км до 3 м. Выше 100 км начинают сказываться нелинейные эффекты, а на еще больших высотах средняя длина свободного пробега частиц становится сравнима с длиной атмосферной волны, что приводит к затуханию волны. Хотя источник может генерировать широкий спектр частот акустических волн, наиболее длинные из них не достигают ионосферных высот из-за акустической частоты отсечки, а короткие—из-за вязкого поглощения. В результате этой атмосферной фильтрации диапазон периодов акустических волн, наблюдаемых на ионосферных высотах, ограничен [27, 90—92].

Теоретический анализ воздействия атмосферных волн на ионосферу сводится к отысканию волновых процессов в нейтральной части газа

и механизмов передачи возмущений ионосфере путем соударений нейтральных частиц с заряженными [94]. Упрощенный подход [76] предполагает равенство относительных изменений электронной концентрации и плотности нейтральных частиц:

$$\frac{\Delta p}{p} \approx \gamma \frac{\Delta N}{N}. \quad (18)$$

При этом распространение атмосферной волны вызывает колебательное движение поверхностей постоянной электронной концентрации [76, 107], что приводит к изменению во времени высоты отражения, которое легко обнаружить доплеровским методом.

Однако уже на высотах области  $E$  и выше картина осложняется воздействием атмосферных волн на химические процессы в ионосфере [108]. Это воздействие обусловлено изменениями плотности нейтрального газа, которые сопровождаются изменениями потока ионизирующего излучения и скорости фотоионизации. В области  $F$  наиболее существенным фактором является влияние магнитного поля на движение заряженных частиц [108–111]. Отклик ионосферы на гравитационные волны анизотропен и подвержен суточным и сезонным вариациям, что связано с изменчивостью фотохимических и динамических свойств ионосферы. Иначе говоря, две идентичные волны, распространяющиеся в различных направлениях или в разные моменты времени, вызовут совершенно различные возмущения  $\Delta N$ .

В [109] получено выражение, связывающее возмущение электронной концентрации  $\Delta N/N$  с параметрами внутренней гравитационной волны:

$$\frac{\Delta N}{N} = \left( \frac{v l_H}{\omega} \right) \left[ k l_H + i (l_H l_z) \left( \frac{1}{2H} + \frac{d}{dz} (\ln N_0) \right) \right]. \quad (19)$$

Здесь  $v$  — скорость нейтрального газа под действием возмущения,  $\omega$  — круговая частота волны,  $k$  — волновой вектор,  $l_H$  и  $l_z$  — единичные векторы в направлении магнитного поля и в вертикальном направлении,  $H$  — масштаб высот для нейтрального газа,  $N_0$  — невозмущенная электронная концентрация. В максимуме слоя  $F2$  членами  $\frac{d}{dz} (\ln N_0)$  и

$\frac{1}{2H}$  можно пренебречь, и уравнение (19) упрощается [110]:

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{\omega} (k l_H) (v l_H). \quad (20)$$

В этом случае амплитуда возмущения  $\Delta N$  определяется компонентами волнового вектора и скорости нейтрального газа в направлении магнитного поля.

Для частного случая плоской акустической волны, распространяющейся вверх, выражение (19) приводится к следующему виду [78]:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = - \cos^2 \theta \left( v(z, t) \frac{\partial N_0}{\partial z} + N_0(z, t) \frac{\partial v}{\partial z} \right), \quad (21)$$

где  $\theta$  — угол между  $v$  и направлением магнитного поля. Подстановкой (21) в (7) получено выражение для  $\Delta f$ :

$$\Delta f = -\frac{e^2}{\pi m c f} \left( \int_0^{z_0} \frac{1}{n(z)} \cos^2 \theta N_0(z) \frac{\partial v}{\partial z} dz + \int_0^{z_0} \frac{1}{n(z)} \cos^2 \theta v(z) \frac{\partial N_0}{\partial z} dz \right), \quad (22)$$

которое неплохо согласуется с экспериментальными данным.

При распространении в атмосфере короткопериодных акустических волн следует иметь в виду возможность нагрева атмосферы при диссипации энергии волны [112, 113]. Во время землетрясений повышение температуры на ионосферных высотах может составлять десятки градусов. Это приводит к расширению ионосферных слоев, т. е. в конечном счете к их смещению, что должно сопровождаться доплеровским сдвигом частоты.

В общем виде воздействие атмосферных волн на ионизованную компоненту рассмотрено в [114]. В основу теории положено уравнение непрерывности для электронов

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \nabla(Nu) = q - l, \quad (23)$$

где  $u$ ,  $q$  и  $l$  — скорость электронов, продукция и потери. При наличии атмосферной волны это уравнение принимает вид

$$\frac{\partial N'}{\partial t} + \nabla(N_0 u' + N' u_{a0}) = q' - l', \quad (24)$$

где невозмущенные величины обозначены нулевым индексом, а возмущенные — штрихом,  $u_{a0}$  — невозмущенная скорость диффузии плазмы,  $u'$  состоит из двух частей:  $u'_1$ , обусловленной движением плазмы в результате соударений с нейтральными частицами при учете ограничений, накладываемых магнитным полем, и  $u'_2$ , обусловленной возмущениями скорости диффузии вследствие изменений распределения ионизованной компоненты. Для самой атмосферной волны использована модель изотермической атмосферы с потерями на вязкость и теплопроводность.

Рассмотренные выше работы [78, 108–111] и другие фактически представляют частные случаи [114] и отличаются друг от друга лишь степенью сложности принятых моделей атмосферной волны и нейтральной атмосферы, а также учетом или неучетом отдельных членов в уравнении (24) и различными трактовками влияния атмосферной волны на каждый из этих членов. В простейшем случае, при учете только соударений ионов с нейтралами и ограничений, накладываемых на движение ионов геомагнитным полем, (24) переходит в (21). Результаты численных расчетов по (24) и (21) близки для высоты около 250 км, но дают значительное расхождение для других высот (как выше, так и ниже 250 км).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Метод измерения доплеровского смещения частоты, ввиду его простоты и высокой чувствительности, широко применяется для регистрации и изучения быстропотекающих процессов в ионосфере. С помощью доплеровского метода получены обширные данные о воздействии на ионосферу солнечных вспышек. В ряде случаев обнаружена хорошая корреляция смещений частоты с вариациями геомагнитного поля. Обнаружена связь возмущений в ионосфере с землетрясениями, ядерными взрывами и другими процессами, происходящими вблизи поверхности Земли. В настоящее время широко обсуждаются возможные механизмы

переноса возмущений от земной поверхности к ионосфере, а также в самой ионосфере. По-видимому, этот вопрос нуждается в дальнейших экспериментальных и теоретических исследованиях. Большой интерес представляют спектральные исследования доплеровских записей, которые дают сведения о характерных периодах колебаний в ионосфере, а также позволяют изучить частотные искажения при ионосферном распространении коротковолновых радиосигналов. Сохраняют свое значение также наблюдения доплеровским методом эффектов солнечных вспышек и вариаций геомагнитного поля.

Интерпретация экспериментальных данных, получаемых доплеровским методом, осложняется тем, что доплеровское смещение частоты является интегральным эффектом по всей траектории сигнала. Для локализации наблюдаемых в ионосфере возмущений необходимо расширение сети наблюдательных пунктов и проведение одновременных наблюдений на ряде фиксированных частот. Следует также иметь в виду возможность одновременного существования в ионосфере возмущений, обусловленных различными причинами. Поэтому дальнейшие экспериментальные исследования ионосферы доплеровским методом целесообразно сочетать с другими методами: вертикальным и наклонным импульсным зондированием, наблюдениями с помощью ракет и искусственных спутников Земли, активным воздействием на ионосферу мощными радиосигналами и т. д. Такое сочетание различных методов отвечает современной тенденции комплексного изучения ионосферы.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность В. В. Мигулину за ценные советы при подготовке и обсуждении обзора, В. Л. Гинзбургу и А. В. Гуревичу за интерес к данной работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. E. V. Appleton, M. Barnett, Proc. Roy. Soc., A-113, 3450 (1925).
2. Л. И. Мандельштам, Н. Д. Папалекси, ЖТФ, 7, 559 (1937).
3. Н. Д. Папалекси, Собрание трудов, изд. АН СССР, 1948, стр. 143.
4. Я. Л. Альперт, В. В. Мигулин, П. А. Рязин, Докл. АН СССР, 18, 635 (1938); Я. Л. Альперт, В. В. Мигулин, Докл. АН СССР, 26, 878 (1940).
5. В. В. Мигулин, УФН, 33, № 3, 353 (1947).
6. T. Ogawa, S. Ando, A. Yoshida, Proc. IRE, 49, № 7, 1220 (1961).
7. L. Essen, Proc. Roy. Soc., A149, 506 (1935).
8. L. Essen, Proc. IEE, 101, pt. 3, 249 (1954).
9. J. M. Steele, Proc. IEE, 102, pt. 2, 155 (1955).
10. I. Takahashi, T. Ogawa, M. Yamano, A. Hirai, M. Takiuchi, Proc. IRE, 45, № 8, 1408 (1957).
11. D. Eccles, J. W. King, P. A. Bradley, J. Atm. Terr. Phys., 32, № 4, 539 (1970).
12. J. M. Watts, K. Davies, J. Geophys. Res., 66, № 8, 2295 (1960).
13. K. Davies, Proc. IRE, 50, № 1, 94 (1962).
14. K. Davies, J. Geophys. Res., 67, № 12, 4909 (1962).
15. K. Davies, J. M. Watts, D. H. Zacharisen, J. Geophys. Res., 67, № 2, 601 (1962).
16. T. Ogawa, Proc. IRE, 46, № 12, 1934 (1958).
17. T. Ogawa, Rep. Ionosph. Space Res. Japan, 14, № 2, 133 (1960).
18. R. C. Fenwick, O. G. Villard, J. Geophys. Res., 65, № 10, 3249 (1960).
19. T. M. Georges, J. Geophys. Res., 72, № 2, 422 (1967).
20. J. Tolstoy, H. Montes, J. Atm. Terr. Phys., 33, № 5, 775 (1971).
21. T. J. Herron, J. Atm. Terr. Phys., 35, № 1, 101 (1973).
22. R. A. Shepherd, J. B. Lomax, IEEE Trans. on Common Techn., COM-15, № 2, 268 (1967).
23. T. Ogawa, S. Ando, A. Yoshida, Proc. IRE, 49, № 3, 643 (1961).
24. K. L. Chan, O. G. Villard, J. Geophys. Res., 67, № 3, 973 (1962).
25. K. Davies, J. E. Jones, J. Atm. Terr. Phys., 33, № 1, 39 (1971).
26. J. E. Jones, ESSA Techn. Rep. ERL 142-SDL 11, USA (1969).
27. T. M. Georges, J. Atm. Terr. Phys., 30, № 5, 735 (1968).
28. K. Davies, D. M. Baker, Radio Sci., 1 (New Series), № 5, 545 (1966).

29. V. Agy, D. M. Baker, R. M. Jones, NBS Techn. Note, 306, USA (1965).
30. D. M. Baker, N. Chang, K. Davies, R. F. Donnelly, J. E. Jones, ESSA Techn. Rep. ERL 78-SDL 1, USA (1968).
31. К. Дэвис, Радиоволны в ионосфере, изд Мир, М., 1973.
32. С. А. Намазов, Радиотехника и электроника, 16, № 6, 905 (1971).
33. Э. Т. Уиттекер, Дж. В. Ватсон, Курс современного анализа, т. 1, Физматгиз, М., 1962, стр. 322.
34. P. F. Weaver, P. C. Yuen, AGARD Conf. Proc., № 33, 373, ed K. Davies, USA (1970).
35. T. B. Jones, I. C. Wand, J. Atm. Terr. Phys., 27, 1111 (1965).
36. J. D. Whitehead, J. Atm. Terr. Phys., 9, № 1, 269 (1956).
37. K. Davies, J. E. Jones, Antarctic J. of the US, 4, № 5, 227 (1969).
38. K. Davies, J. E. Jones, Antarctic J. of the US, 3, № 5, 197 (1968).
39. J. E. Jones, ESSA Techn. Rep. ERL 153-SDL 12, USA (1970).
40. K. L. Chan, O. G. Villard, J. Geophys. Res., 68, № 10, 3197 (1963).
41. D. P. Kanellakos, K. L. Chen, O. G. Villard, J. Geophys. Res., 67, № 5, 1795 (1962).
42. K. Davies, Nature, 198, 763 (1962).
43. D. M. Baker, K. Davies, L. Grimes, Nature, 210, 253 (1966).
44. D. M. Baker, K. Davies, J. Geophys. Res., 71, № 11, 2840 (1966).
45. K. Davies, AGARD Conf. Proc., № 33, 463, ed. K. Davies, USA (1970).
46. R. F. Donnelly, ESSA Techn. Rep. ERL 169-SDL 14, USA (1970).
47. K. Davies, R. F. Donnelly, J. Geophys. Res., 71, № 11, 2843 (1966).
48. R. F. Donnelly, J. Geophys. Res., 72, 5247 (1967).
49. R. F. Donnelly, J. Geophys. Res., 74, 1873 (1969).
50. I. C. Wand, T. B. Jones, AGARD Conf. Proc., № 33, 485, ed. K. Davies, USA (1970).
51. T. Ogawa, AGARD Conf. Proc., № 33, 455, ed. K. Davies, USA (1970).
52. O. K. Garriott, A. V. da Rosa, M. J. Davis, O. G. Villard, J. Geophys. Res., 72, 6099 (1967).
53. M. Strauss, D. Papagiannis, J. Aarons, J. Atm. Terr. Phys., 31, 1241 (1969).
54. M. K. Das Gupta, R. K. Mitra, S. K. Sarkar, J. Atm. Terr. Phys., 35, № 4, 805 (1973).
55. A. P. Mitra, C. V. Subrahmanyam, Indian J. Radio and Space Phys., 1, № 1, 93 (1972).
56. С. И. Сыроватский, сб Солнечно-земная физика, ИЗМИРАН, 3, 106 (1972).
57. K. Davies, Proc. Int. Conf. Ionosphere, 76, London (1962).
58. Я. Л. Альперт, Распространение электромагнитных волн и ионосфера, изд. Наука, М., 1972, стр. 362.
59. R. F. Donnelly, ESSA Techn. Rep., IER 19-ITSA, 19, USA (1967).
60. R. F. Donnelly, Solar Phys., 5, № 1, 123 (1968).
61. K. L. Chan, D. P. Kanellakos, O. G. Villard, J. Geophys. Res., 67, № 5, 2066 (1962).
62. Yinn-Nien Huang, K. Najita, P. Yuen, J. Atm. Terr. Phys., 35, № 1 173 (1973).
63. T. Ichinose, T. Ogawa, Rep. Ionosph. Space Rec. Japan, 26, № 4, 318 (1972).
64. D. G. Detert, C. A. Moe, AGARD Conf. Proc., № 33, ed. K. Davies, USA (1970).
65. J. A. Jacobs, T. Watanabe, Radio Sci., 1, № 3, 257 (1966).
66. K. Davies, D. M. Baker, J. Geophys. Res., 70, № 9, 2251 (1965).
67. R. W. Row, AGARD Conf. Proc., № 33, 455, ed. K. Davies, USA (1970).
68. R. W. Row, J. Geophys. Res., 71, № 1, 343 (1966).
69. R. W. Row, J. Geophys. Res., 72, № 5, 1599 (1967).
70. R. K. Cook, 5-th Congress Intern. D'Acoustique, Liege (1965).
71. C. O. Hines, Can. J. Phys., 38, № 11, 1441 (1960).
72. C. O. Hines, Radio Sci. J. Res. NBS, 69D, № 3, 375 (1965).
73. R. L. Pfeffer, J. Zarichny, Geofis. Pura Appl., 55, 175 (1963).
74. R. Press, D. Harkrider, J. Geophys. Res., 67, 3889 (1962).
75. D. Harkrider, J. Geophys. Res., 69, 5295 (1964).
76. P. C. Yuen, P. F. Weaver, R. K. Suzuki, A. S. Furumoto, J. Geophys. Res., 74, № 9 (1969).
77. D. M. Baker, K. Davies, J. Geophys. Res., 73, № 1, 488 (1968).
78. D. M. Baker, D. E. Cotten, J. Geophys. Res., 76, № 7 (1971).
79. C. O. Hines, J. Geophys. Res., 72, № 5, 1877 (1967).
80. N. K. Balachandran, J. Atm. Sci., 25, 818 (1968).
81. W. L. Jones, J. Atm. Terr. Phys., 32, 1555 (1970).
82. L. Liszka, S. Olsson, J. Atm. Terr. Phys., 33, 1933 (1971).
83. S. J. Bauer, J. Geophys. Res., 63, № 1, 265 (1958).
84. E. J. G. Beynon, G. M. Brown, Nature, 167, № 4260, 1012 (1951).

85. R. G. Rastogi, *J. Atm. Terr. Phys.*, **24**, № 6, 533 (1962).
86. D. M. Baker, K. Davies, *J. Atm. Terr. Phys.*, **31**, № 11, 1345 (1969).
87. T. M. Georges, *ESSA Techn. Rep. IER 57-ITSA*, 54, USA (1967).
88. C. E. Anderson, *Cumulus Dynamics*, Pergamon Press, 1960.
89. A. D. Pierce, S. C. Coroniti, *Nature*, **210**, № 5042, 1209 (1966).
90. K. Davies, J. E. Jones, *J. Atm. Sci.*, **28**, № 2, 254 (1971).
91. K. Davies, J. E. Jones, *NOAA Professional Paper*, 6, USA (1972).
92. K. Davies, J. E. Jones, *J. Atm. Terr. Phys.*, **35**, 1737 (1973).
93. Б. Н. Гершман, Г. И. Григорьев, *Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика*, **11**, № 1, 5 (1968).
94. В. М. Шашунькина, *сб. Ионосферные исследования*, изд. Наука, М., № 21 (1972).
95. K. Davies, D. M. Baker, N. J. F. Chang, *Radio Sci.*, **4**, № 3, 231 (1969).
96. G. D. Brownlie, L. G. Dryburgh, J. D. Whitehead, *Nature Phys. Sci.*, **244**, 123 (1973).
97. I. Tolstoy, *J. Geophys. Res.*, **72**, № 18, 4605 (1967).
98. S. H. Francis, *J. Geophys. Res.*, **78**, 2278 (1973).
99. C. O. Hines, *J. Geophys. Res.*, **70**, № 1, 177 (1965).
100. G. Chimonas, C. O. Hines, *Planet. Space Sci.*, **18**, 565 (1970).
101. G. Chimonas, C. O. Hines, *J. Geophys. Res.*, **75**, № 4, 875 (1970).
102. G. Chimonas, *J. Geophys. Res.*, **75**, № 28, 5545 (1970).
103. G. Chimonas, C. O. Hines, *J. Geophys. Res.*, **76**, 7003 (1971).
104. P. R. Arendt, *J. Geophys. Res.*, **76**, № 19, 4695 (1971).
105. M. J. Davis, A. V. da Rosa, *Nature*, **226**, 1123 (1970).
106. В. М. Смольянинов, М. В. Сорочинский, Ю. В. Феофанов, Л. И. Филиппов, П. В. Чернов, *Геомagnetизм и аэрономия*, **11**, № 2, 354 (1971).
107. G. G. Bowman, *J. Atm. Terr. Phys.*, **30**, № 5, 721 (1968).
108. W. L. Hooke, *J. Atm. Terr. Phys.*, **30**, № 5, 795 (1968).
109. W. L. Hooke, *J. Geophys. Res.*, **75**, № 28, 5535 (1970).
110. C. S. G. Setty, A. B. Gupta, O. P. Nagpal, *J. Atm. Terr. Phys.*, **35**, № 7, 1351 (1973).
111. R. A. Nelson, *J. Atm. Terr. Phys.*, **30**, № 5, 825 (1968).
112. Н. Н. Романова, *Изв. АН СССР, серия физ. атм. и океана*, **6**, № 2, 134 (1970).
113. В. К. Петухов, Н. Н. Романова, *Изв. АН СССР, серия физ. атм. и океана*, **7**, № 2, 219 (1971).
114. M. J. Davis, *J. Atm. Terr. Phys.*, **35**, № 5, 929 (1973).

Институт земного магнетизма, ионосферы  
и распространения радиоволн АН СССР

Поступила в редакцию  
17 мая 1974 г.

УДК 523.164

**НАБЛЮДЕНИЯ МЕРКУРИЯ, ВЕНЕРЫ, МАРСА, ЮПИТЕРА,  
САТУРНА И УРАНА НА ВОЛНЕ 3,92 мм***И. И. Зинченко, А. Г. Кисляков, В. Н. Воронов*

Приводятся результаты наблюдений, проводившихся в августе—сентябре 1973 г. на РТ-22 Крымской астрофизической обсерватории. В предположении, что яркостная температура Сатурна равна  $125 \pm 13^\circ\text{K}$ , определены яркостные температуры Венеры ( $354 \pm 40^\circ\text{K}$ ), Меркурия ( $650 \pm 80^\circ\text{K}$ ), Марса ( $192 \pm 20^\circ\text{K}$ ), Юпитера ( $167 \pm 20^\circ\text{K}$ ) и Урана ( $170 \pm 50^\circ\text{K}$ ).

К настоящему времени проведено уже довольно много наблюдений планет в миллиметровом диапазоне. Результаты используются для выяснения строения и физических свойств атмосфер и поверхностей ряда планет. Однако в некоторых случаях данные разных наблюдений расходятся и приводят к различным выводам о физических условиях на планете.

Это расхождение обусловлено значительными трудностями калибровки высоконаправленных антенн, с помощью которых обычно проводятся наблюдения планет. Главная трудность — это изменения параметров антенн во времени, которые сложно контролировать. В связи с этим для увеличения надежности данных необходимы многократные измерения яркостных температур планет при различных взаимных положениях на небесной сфере. В работе [1] начаты исследования радиоизлучения планет на  $\lambda = 3,87$  мм, однако эти наблюдения проводились с использованием лишь центральной части зеркала РТ-22. Использование всей поверхности радиотелескопа [2] позволило существенно увеличить эффективную площадь антенны и отношение сигнал/шум при наблюдениях планет. Благодаря увеличению отношения сигнал/шум облегчилась задача контроля эффективной площади антенны (в частности, зависимости площади от угла высоты антенны [2]) по величине ее температуры при наблюдениях Сатурна, а также по ширине диаграммы направленности при наблюдениях планет.

В августе—сентябре 1973 г. на РТ-22 КАО АН СССР [3] были проведены наблюдения Меркурия, Венеры, Марса, Юпитера, Сатурна и Урана на волне  $\lambda = 3,92$  мм. Антенные температуры измерялись радиометром с чувствительностью  $\Delta T \approx 0,5^\circ\text{K}$  при постоянной времени 1 с (ширина полосы пропускания частот порядка 1000 МГц) [4]. Для облучения зеркала использовалась система Кассегрена РТ-22, описанная в работе [5]. Ширина диаграммы направленности, найденная по записям радиоизлучения Венеры, оказалась равной  $46 \pm 3''$  по углу высоты и  $56 \pm 4''$  по азимуту (на уровне 3 дБ). Эффективная площадь антенны в зависимости от высоты (рис. 1) определялась путем наблюдений Сатурна, яркостная температура которого принималась равной  $125 \pm 13^\circ\text{K}$ . Это значение яркостной температуры согласуется с измерениями на  $\lambda = 3,3$  мм [6], хотя оно расходится с недавними абсолютными измерениями на  $\lambda = 3,1$  мм [7], в которых получено, что ярко-

стная температура Сатурна составляет  $148 \pm 11$  °К. Результаты работы [7], однако, содержат систематическое расхождение с прежде опубликованными данными о яркостных температурах планет.

Яркостные температуры планет находились по формуле

$$T_{\text{я}} = \frac{\lambda^2 T_a}{A_{\text{эфф}} \Omega_n} g e^{\gamma}, \quad (1)$$

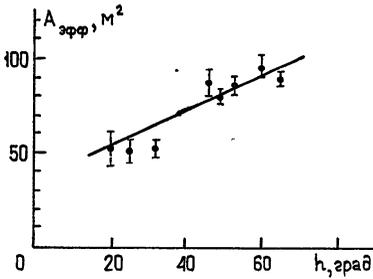


Рис. 1. Зависимость эффективной площади антенны от угла высоты.

где  $\lambda$  — длина волны (3,92 мм),  $A_{\text{эфф}}$  — эффективная площадь антенны,  $\Omega_n$  — телесный угол, занимаемый источником,  $T_a$  — антенная температура,  $\gamma$  — поглощение на луче зрения,  $g$  — коэффициент, учитывающий соизмеримость угловых размеров источника с шириной диаграммы направленности.

Для источников с яркостью, постоянной в пределах эллипса с осями  $\varphi_n$  и  $\theta_n$  и равной нулю вне этого эллипса, при аппроксимации диаграммы направленности функцией  $F(\varphi, \theta) = \left(\frac{\sin c \varphi}{c \varphi}\right)^2 \left(\frac{\sin d \theta}{d \theta}\right)^2$  этот коэффициент равен [8]

$$g = \left\{ 1 - 0,163 \left[ \left(\frac{\varphi_n}{\varphi_a}\right)^2 + \left(\frac{\theta_n}{\theta_a}\right)^2 \right] \right\}^{-1}, \quad (2)$$

где  $\varphi_a, \theta_a$  — ширины диаграммы направленности по уровню половинной мощности. Атмосферное поглощение определялось методом разрезов [9]. При наблюдениях применялось как наведение антенны на планету на несколько минут, так и медленное сканирование диаграммой направленности по планете во взаимно-перпендикулярных плоскостях. В последнем случае при обработке учитывалась постоянная времени радиометра, которая обычно устанавливалась равной 16 с. Отношение

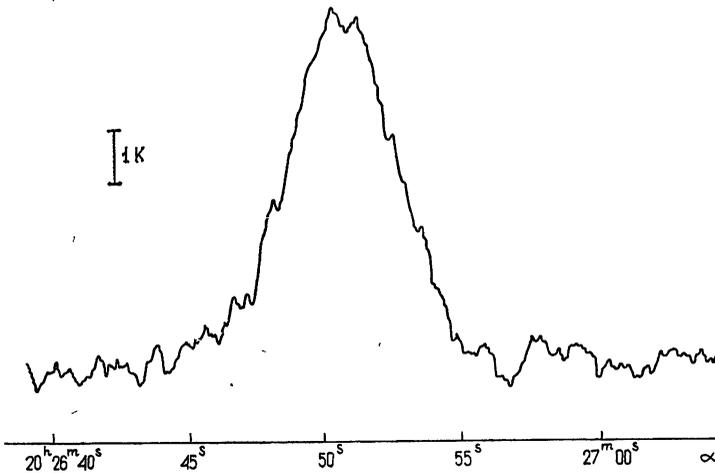


Рис. 2. Пример записи радиоизлучения Юпитера. Постоянная времени  $\tau = 16$  с, скорость сканирования  $v_{\text{ск}} = 0,1$  с/с.

сигнал/шум для большинства планет (кроме Урана и Меркурия) было достаточно высоким, и измерение антенных температур производилось по единичным записям. На рис. 2 приведена типичная запись Юпитера.

В табл. 1 представлены полученные результаты. Перейдем к их обсуждению.

Таблица 1

Планета	Дата	$T_{я}$ , °К	$T_{я\text{ ср}}$ , °К	Полная ошибка, °К
Меркурий	24 авг.	$650 \pm 40$		$\pm 80$
Венера	23 авг. 24 авг. 2 сент. 3 сент.	$332 \pm 26$ $400 \pm 35$ $354 \pm 45$ $328 \pm 43$	$354 \pm 18$	$\pm 40$
Марс	20 авг. 21 авг. 25 авг. 26 авг. 28 авг. 29 авг.	$206 \pm 13$ $181 \pm 11$ $189 \pm 11$ $200 \pm 12$ $183 \pm 11$ $193 \pm 12$	$192 \pm 5$	$\pm 20$
Юпитер	21 авг. 23 авг. 24 авг. 28 авг.	$167 \pm 13$ $153 \pm 18$ $170 \pm 26$ $174 \pm 12$	$167 \pm 8$	$\pm 20$
Уран	24, 25 авг.	$170 \pm 48$		$\pm 50$

### МЕРКУРИЙ

Данные об измерениях яркостной температуры Меркурия в миллиметровом и сантиметровом диапазонах длин волн приведены в работах [7, 10]. Измеренное нами значение средней по диску яркостной температуры составило  $650 \pm 80$  °К. Фазовый угол Меркурия во время наблюдений был приблизительно равен  $\Phi \approx -32^\circ$ . Отношение площади освещенной части диска к площади всего видимого диска составляло  $K \approx 0,93$ . Гелиоцентрическая долгота равнялась  $L \approx 110^\circ$ . Расстояние между Меркурием и Солнцем было близко к минимальному. Таким образом, наблюдения проводились в период, когда средняя яркостная температура планеты близка к максимальной [10, 12]. Тем не менее, полученная нами величина оказывается слишком большой по сравнению с данными других измерений в диапазоне длин волн  $\lambda \approx 3$  мм [10, 11]. Правда, в пределах ошибки она согласуется с результатами [7], но, как отмечалось выше, у нас имеется расхождение в калибровке с этой работой. Поэтому сравним отношения яркостных температур Меркурия и Сатурна в нашей работе и в работе [7]. У нас оно равно  $T_{я\text{ Мерк}}/T_{я\text{ С}} = 5 \pm 0,4$ , а в упомянутой работе  $T_{я\text{ Мерк}}/T_{я\text{ С}} = 3,6 \pm 0,7$ . Таким образом, и здесь имеется расхождение. Возможно, оно связано с зависимостью яркостной температуры от гелиоцентрической долготы. Форма спектра Меркурия в этом диапазоне имеет важное значение для выяснения вопроса о природе поверхностных слоев планеты, в частности, вопроса об их теплопроводности [8]. Упомянутые выше измерения яркостной температуры на  $\lambda = 3,1$  мм [7] и  $\lambda = 3,3$  мм [11]

противоречат друг другу, что связано с расхождением в калибровке [7]. Эта разница приводит к различным выводам о свойствах поверхности. Полученный нами результат указывает, на то, что средняя яркостная температура Меркурия постоянна или растет с уменьшением длины волны в этом диапазоне. Вторая возможность не укладывается в рамки существующих моделей [10], а плоская форма спектра согласуется с моделью, в которой теплопроводность не зависит от температуры [10]. Средняя яркостная температура, однако, получается больше, чем в существующей теории [10].

### ВЕНЕРА

На рис. 3, заимствованном из работы [7], приведены данные о радиоизлучении Венеры в миллиметровом и сантиметровом диапазонах. Полученное нами значение отмечено крестиком. Сплошные линии — спектры, рассчитанные для модели атмосферы, состоящей на 90% из  $\text{CO}_2$ , а также  $\text{N}_2$  и  $\text{H}_2\text{O}$  [13].

Количество  $\text{H}_2\text{O}$  показано на рисунке. Как видно из графика, измеренное нами значение яркостной температуры хорошо согласуется с имеющимися данными о спектре.

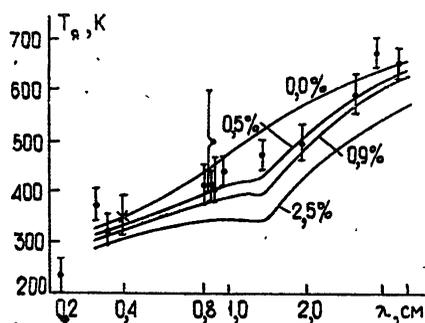


Рис. 3. Спектр радиоизлучения Венеры.

### МАРС

Спектр радиоизлучения Марса в миллиметровом и сантиметровом диапазонах подробно обсуждается в работе [14]. Полученное нами значение  $T_{яМ} = 192 \pm 20^\circ\text{K}$ , с учетом зависимости яркостной температуры Марса от  $\lambda$  и его положения на орбите [15], в пределах ошибки не расходится с данными других наблюдений на миллиметровых волнах (сводка данных имеется в [14]).

### ЮПИТЕР

Полученное нами значение яркостной температуры  $T_{я} = 167 \pm 20^\circ\text{K}$  не противоречит другим измерениям на близких частотах [7]. В работе [1] Юпитер использовался как калибровочный источник, и его яркостная температура принималась равной  $T_{я} = 140 \pm 16^\circ\text{K}$ . Сравним отношение яркостных температур Юпитера и Сатурна в настоящей работе и в работе [1]. В настоящей работе оно составляет  $T_{яЮ}/T_{яС} = 1,33 \pm 0,09$ , а в работе [1]  $T_{яЮ}/T_{яС} = 1,22 \pm 0,05$ . Эти значения совпадают в пределах ошибки.

### УРАН

Измеренное нами значение яркостной температуры Урана  $T_{я} = 170 \pm 50^\circ\text{K}$  получено в результате усреднения 40 сканов. Оно превышает данные измерений на 3,5 мм [16], где получено, что яркостная температура равна  $T_{я} = 111 \pm 7^\circ\text{K}$ . Однако точность нашего результата слишком низка, и имеющихся измерений в этом диапазоне явно недо-

статочно, чтобы уверенно судить о спектре радиоизлучения Урана в миллиметровом диапазоне.

Авторы признательны руководству Крымской астрофизической обсерватории за предоставленную возможность наблюдений на РТ-22, а также А. И. Наумову, Н. В. Серову и И. В. Кузнецову, участвовавшим в установке аппаратуры и наблюдениях.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Воронов, А. Г. Кисляков, А. В. Троицкий, Астрон. вестник, 8, № 1, 17 (1974).
2. В. А. Ефанов, И. И. Зинченко, А. Г. Кисляков, И. В. Кузнецов, И. Г. Моисеев, А. И. Наумов, Препринт, НИРФИ, № 55, 1794.
3. В. Н. Иванов, И. Г. Моисеев, Ю. Г. Монин, Изв. КАО, 39, 3 (1969).
4. В. Н. Воронов, Р. Киракосян, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 16, № 9, 1439 (1973).
5. Л. Д. Бахрах, М. И. Григорьева, В. А. Ефанов, Л. Р. Коган, В. И. Костенко, Л. И. Матвеевко, И. Г. Моисеев, Ю. Г. Монин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 16, № 5, 675 (1973).
6. E. E. Epstein, M. M. Dworetzky, J. W. Montgomery, W. G. Fogarty, Icarus, 13, 276 (1970).
7. B. L. Ulich, J. R. Cogdell, J. H. Davis, Icarus, 19, 59 (1973).
8. А. Д. Кузьмин, А. Е. Саломонович, Радиоастрономические методы измерения параметров антенн, изд. Сов. радио, М., 1964.
9. А. Г. Кисляков, Радиотехника и электроника, 13, 1161 (1968).
10. D. Morrison, Space Sci. Rev., 11, 271 (1970).
11. E. E. Epstein, M. M. Dworetzky, W. G. Fogarty, J. W. Montgomery, R. C. Cooley, Radio Sci., 5, 401 (1970).
12. D. Morrison, C. Sagan, Astrophys. J., 150, 1105 (1967).
13. J. B. Pollack, D. Morrison, Icarus, 12, 376 (1970).
14. А. Г. Кисляков, В. Д. Кротиков, О. Б. Щуко, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика (в печати).
15. В. Д. Кротиков, О. Б. Щуко, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 16, № 12, 1811 (1973).
16. I. I. K. Pauliny-Toth, K. I. Kellerman, Astrophys. Lett., 6, 185 (1970).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию  
14 мая 1974 г.

#### OBSERVATIONS OF MERCURY, VENUS, MARS, JUPITER, SATURN AND URANIUM AT THE WAVELENGTH 3.92 mm

*I. I. Zinchenko, A. G. Kislyakov, V. N. Voronov*

The results of observations carried out in the period August—September 1973 by radio telescope RT-22 at the Crimean astrophysical observatory are presented. Assuming the Saturn brightness temperature to be equal to  $(125 \pm 13^\circ\text{K})$ , the brightness temperatures of Venus  $(354 \pm 40^\circ\text{K})$ , Mercury  $(650 \pm 80^\circ\text{K})$ , Mars  $(192 \pm 20^\circ\text{K})$ , Jupiter  $(167 \pm 20^\circ\text{K})$  and Uranium  $(170 \pm 50^\circ\text{K})$  are determined.

УДК 538.576.22

## ВЛИЯНИЕ РАЗМЕРА ИСТОЧНИКА И ШИРИНЫ ПОЛОСЫ ЧАСТОТ ПРИЕМНИКА НА КОЭФФИЦИЕНТ АСИММЕТРИИ МЕЖПЛАНЕТНЫХ МЕРЦАНИЙ

*А. В. Пынзарь, В. И. Шишов*

Анализируется влияние размера источника и полосы частот приемника на коэффициент асимметрии мерцаний, наблюдаемых в зоне Фраунгофера характерного масштаба неоднородностей. Получено, что в режиме слабых мерцаний (средний квадрат набега фазы  $\Delta S_0^2 \ll 1$ ) коэффициент асимметрии  $\gamma$  линейно связан с индексом мерцаний  $m_0$ . Увеличение размера источника приводит к увеличению коэффициента связи  $\gamma$  и  $m_0$ . Такая же линейная связь имеется и в режиме насыщенных мерцаний ( $\Delta S_0^2 \gg 1$ ), если источник имеет большие угловые размеры или приемник имеет большую полосу частот. Увеличение размера источника или полосы приемника приводит к увеличению коэффициента связи  $\gamma$  и  $m_0$ .

При анализе мерцаний радиоисточников на неоднородностях межпланетной плазмы важнейшей измеряемой величиной является индекс мерцаний

$$m^2 = (\overline{\Delta I})^2 / \bar{I}^2, \quad (1)$$

где  $\Delta I$  — флуктуации интенсивности источника,  $\bar{I}$  — средняя интенсивность. Однако большое число радиоисточников имеет сложную структуру типа ядро—гало. На неоднородностях межпланетной плазмы мерцает только ядро, и без знания интенсивности мерцающей компоненты  $I_0$  невозможно определить индекс мерцаний, отнесенный к интенсивности мерцающей компоненты:

$$m_0^2 = \overline{\Delta I^2} / I_0^2. \quad (2)$$

Физический интерес представляет только  $m_0$ .

В работах [1–3] для преодоления этой трудности предложено измерять коэффициент асимметрии функции распределения флуктуаций интенсивности

$$\gamma = \overline{(\Delta I)^3} / [(\overline{\Delta I})^2]^{3/2} = M_3 / M_2^{3/2}, \quad (3)$$

$M_2, M_3$  — второй и третий центральные моменты функции распределения флуктуаций интенсивности. Преимущество измерения  $\gamma$  состоит в том, что этот параметр не зависит от средней интенсивности. Измеряя одновременно  $\gamma$  и  $m$ , можно определить отношения интенсивностей ядра и гало.

В ряде случаев известна теоретическая связь между  $\gamma$  и  $m_0$ . Так, если мы наблюдаем мерцания точечного источника в узкой полосе частот в зоне Фраунгофера внешнего масштаба турбулентности  $L$  (дистанция  $z \gg kL^2$ ,  $k$  — волновое число), то флуктуации амплитуды поля распределены по закону Райса [4] и в режиме слабых мерцаний:

$$\gamma = \frac{3}{2} m_0 \quad (m_0 \ll 1), \quad (4)$$

а в режиме насыщенных мерцаний ( $m_0 = 1$ )  $\gamma = 2$ . Если мы наблюдаем мерцания точечного источника в зоне Френеля внутреннего масштаба турбулентности, то слабые мерцания распределены по логарифмически нормальному закону и

$$\gamma = 3m_0. \quad (5)$$

На свойства мерцаний сильное влияние оказывают размеры источников, а в ряде случаев и полоса частот приемника. Учет влияния этих факторов на  $m_0$  проведен в ряде работ [5-8]. Ниже мы проанализируем влияние размера источника и полосы частот приемника на асимметрию  $\gamma$  и на связь между  $\gamma$  и  $m_0$ . Мы ограничимся только изучением случая  $z \gg kL^2$ , когда можно считать, что флуктуации поля плоской волны распределены по нормальному закону как в режиме слабых, так и в режиме насыщенных мерцаний [4, 6, 9]. Кроме того, мы рассмотрим только мерцания на неоднородностях тонкого слоя среды (фазового экрана).

Принимаемую интенсивность от протяженного источника в некоторой полосе частот можно представить в виде

$$I = \iint E(\theta, f) E^*(\theta, f) B(\theta) G(f) d^2\theta df, \quad (6)$$

где  $B(\theta)$  — распределение яркости по источнику,  $G(f)$  — частотная характеристика приемника (по мощности). Множители  $E(\theta, f)$ ,  $E^*(\theta, f)$  характеризуют возмущения, вызываемые неоднородностями межпланетной плазмы;  $E(\theta, f)$  имеет физический смысл поля первоначально плоской волны единичной амплитуды, имевшей направление  $\theta$  и частоту  $f$ , после прохождения этой волны случайно-преломляющей среды.

Мы будем предполагать, что флуктуации  $E$ , обусловленные мерцаниями, распределены по нормальному закону, т. е. все нечетные центральные моменты  $E$  равны нулю, а четные центральные моменты выражаются через сумму произведений корреляционных функций  $b(\rho_1, \rho_2) = \langle (E(\rho_1) - \bar{E}(\rho_1))(E^*(\rho_2) - \bar{E}^*(\rho_2)) \rangle$ . В общем случае получить выражения для  $M_2$  и  $M_3$  не представляется возможным прежде всего потому, что не известны функции  $b$ .

Мы разберем вначале случай слабых мерцаний (средний квадрат флуктуаций фазы  $\Delta S_0^2 \ll 1$ ). Представим  $E$  в виде

$$E = E_0 + \Delta E, \quad (7)$$

где  $E_0$  — среднее значение  $E$ ,  $\Delta E$  — флуктуирующая часть. В режиме слабых мерцаний  $\Delta E \ll E_0$ , и при вычислении моментов  $I$  можно оставлять только члены с низшими степенями  $\Delta E$ . Составляя из (6) комбинацию для  $M_2$  и оставляя только члены второго порядка по  $\Delta E$ , получаем после усреднения

$$M_2 = \iiint (b_{12} + b_{21}) B(\theta_1) B(\theta_2) G(f_1) G(f_2) d^2\theta_1 d^2\theta_2 df_1 df_2, \quad (8)$$

где  $b_{ik} = b(\theta_1 - \theta_2, f_1, f_2)$  — нормированная корреляционная функция двух плоских волн с направлениями  $\theta_1, \theta_2$  и частотами  $f_1, f_2$ .

Аналогично для  $M_3$  имеем

$$M_3 = \iiint (b_{12}b_{23} + b_{12}b_{31} + b_{21}b_{13} + b_{23}b_{31} + b_{32}b_{13} + b_{21}b_{32}) B_1 B_2 B_3 G_1 G_2 G_3 d^2\theta_1 d^2\theta_2 d^2\theta_3 df_1 df_2 df_3. \quad (9)$$

В режиме слабых мерцаний характерный частотный радиус  $\Delta f_0$  корреляции двух плоских волн с разными частотами обычно много больше полосы частот приемника. Поэтому в  $b_{ik}$  можно положить  $f_i = f_k$  и проинтегрировать по частотам. Соотношение между коэффициентом асимметрии и индексом мерцаний зависит от распределения яркости по источнику и вида корреляционной функции  $b_{ik}$ , которая в свою очередь зависит от вида спектра неоднородностей. Мы рассмотрим только предельный случай источников больших угловых размеров. В этом случае  $\theta_0$  — масштаб функции  $b(\theta_i - \theta_k)$  — много меньше углового размера источника  $\varphi_0$ . Пользуясь этим, можно приравнять в функциях  $B(\theta_i)$  все угловые координаты, и в результате интегрирования получим выражения для  $M_2$  и  $M_3$ , из которых следует:

$$\gamma = Km_0, \quad (10)$$

$$K = \langle I \rangle \frac{3}{2} \int B^3(\theta) d^2\theta / \left( \int B^2(\theta) d^2\theta \right)^2.$$

При гауссовом распределении яркости по источнику большого размера  $K = 2$ . Напомним, что при точечном источнике ( $\varphi_0 = 0$ ) коэффициент  $K = 1,5$ . Таким образом, увеличение размера источника ведет к небольшому увеличению коэффициента  $K$ .

Перейдем к рассмотрению режима насыщенных мерцаний. В этом режиме  $E_0$  является малой величиной, и мы будем полагать ее равной нулю. Возводя (6) в квадрат и усредняя с учетом  $E_0 = 0$ , получаем

$$M_2 = \iiint \int |b_{12}|^2 B(\theta_1) B(\theta_2) G(f_1) G(f_2) d^2\theta_1 d^2\theta_2 df_1 df_2. \quad (11)$$

Аналогично для  $M_3$  имеем

$$M_3 = \iiint \int \int (b_{12} b_{23} b_{31} + b_{21} b_{32} b_{13}) \times \\ \times B_1 B_2 B_3 G_1 G_2 G_3 d^2\theta_1 d^2\theta_2 d^2\theta_3 df_1 df_2 df_3. \quad (12)$$

В модели фазового экрана корреляционная функция мерцаний двух плоских волн с направлениями  $\theta_1$  и  $\theta_2$  ( $\theta_1, \theta_2 \ll 1$ ) равна пространственной корреляционной функции флуктуаций интенсивности одной плоской волны с разносом координат  $z(\theta_1 - \theta_2)$ . Учитывая это обстоятельство, а также пользуясь результатами работы [10], получаем при  $|f_k - f_l| \ll \frac{1}{2}(f_k + f_l) \approx f$

$$b_{kl} = \frac{1}{1 + i \frac{f_k - f_l}{f}} \exp \left[ - \frac{z^2(\theta_k - \theta_l)^2}{a^2 \left( 1 + i \frac{f_k - f_l}{f} \right)} \right], \quad (13)$$

где  $a$  — масштаб когерентности поля по уровню  $e^{-1}$ .

Интегрирование выражений (11), (12) при любых видах  $B(\theta)$  и  $G(f)$  представляется затруднительным, поэтому мы рассмотрим только предельные случаи больших размеров источников и больших полос приемника.

Для случая большого размера источника гауссовой формы и узкой полосы приемника

$$\gamma = \frac{32}{9} m_0 \approx 3,5 m_0. \quad (14)$$

Для случая источника малых размеров и большой полосы приемника гауссовой формы

$$\gamma = \frac{16}{3\sqrt{3}} m \approx 3m_0. \quad (15)$$

Если источник имеет гауссову форму с размером  $\varphi_0$ , полоса приемника имеет также гауссову форму с шириной  $\Delta f$ , и если

$$\varphi_0 \gg a/z, \quad \Delta f \gg \frac{c(ka)^2}{z}, \quad \frac{\Delta f}{f} \gg \varphi_0 ka, \quad k = \frac{2\pi f}{c},$$

то размер источника и полоса приемника влияют одновременно и

$$\gamma \approx \frac{16}{3\pi} \ln \left( \frac{a^2 \varphi_0^2}{18z^2} \right) m_0. \quad (16)$$

Напомним, что в случае источника малых размеров и узкой полосы приемника (мерцания плоской волны)  $\gamma = 2 = 2m_0$ .

Таким образом, в режиме насыщенных мерцаний увеличение размера источника или полосы приемника приводит к заметному увеличению коэффициента связи между  $\gamma$  и  $m_0$ . Это обстоятельство следует учитывать при определении величины  $m_0$  по коэффициенту асимметрии.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. G. Bourgois, *Astron. and Astrophys.*, **21**, 33 (1972).
2. G. Bourgois, G. Cheynet, *Astron. and Astrophys.*, **21**, 26 (1972).
3. J. W. Armstrong, W. A. Coles, B. J. Rickett, *J. Geophys. Res.*, **77**, 2739 (1972).
4. R. P. Mercier, *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, **58**, 382 (1962).
5. L. T. Little, A. Hewish, *Month. Not. Roy. Astr. Soc.*, **134**, 221 (1966).
6. E. Salpeter, *Astrophys. J.*, **147**, 434 (1967).
7. L. T. Little, *Planet. Space Sci.*, **16**, 749 (1968).
8. K. G. Budden, B. J. Uscinski, *Proc. Roy. Soc., Lond. A*, **316**, 315 (1970).
9. В. И. Шишов, *Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика*, **14**, № 1, 85 (1971).
10. В. И. Шишов, *Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика*, **16**, № 3, 423 (1973).

Физический институт им. П. Н. Лебедева  
АН СССР

Поступила в редакцию  
14 января 1974 г.

#### THE INFLUENCE OF THE SOURCE SIZE AND THE RECEIVER BANDWIDTH ON THE COEFFICIENT OF ASYMMETRY OF INTERPLANETARY SCINTILLATIONS

A. V. Pynzar', V. I. Shishov

The influence of the source size and receiver bandwidth on the coefficient of asymmetry of scintillations observed in the Fraunhofer zone of the characteristic scale of irregularities is analysed. It is obtained that in the case of small scintillations (the mean square of the phase difference  $\Delta S_0^2 \ll 1$ ) the asymmetry coefficient  $\gamma$  is linearly related to the scintillation index  $m_0$ . An increase in the source size leads to increasing the relation coefficient between  $\gamma$  and  $m_0$ . The same linear relation is also in the region of saturated scintillations ( $\Delta S_0^2 \gg 1$ ) if the source has large angular dimensions or the receiver has a large frequency band. The increase in the source sizes of the receiver bandwidth results in increasing the relation coefficient between  $\gamma$  and  $m_0$ .

УДК 551.510.535

## НЕСТАЦИОНАРНАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ КОНЦЕНТРАЦИИ И ТЕМПЕРАТУРЫ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ВДОЛЬ СИЛОВЫХ ЛИНИЙ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

*В. М. Поляков, М. А. Коен, Г. В. Хазанов*

Приводятся численные решения уравнений непрерывности, движения, баланса энергии для ионов  $O^+$  и  $H^+$ , записанных в дипольной системе координат (геомагнитная широта  $\varphi = 45^\circ$ ). Делается вывод о необходимости учета протоносферного резервуара в современных моделях ионосферы.

При решении гидродинамических уравнений, описывающих поведение ионосферной плазмы, возникают трудности в задании потоков частиц и энергии на больших высотах, величины которых являются верхними граничными условиями для уравнений исходной системы.

Выбор верхних граничных условий из экспериментальных измерений, с одной стороны, имеет определенные достоинства ввиду того, что погрешность в задании параметров нейтральной атмосферы, величин скоростей фотохимических реакций, а также возможный неучет ряда физических процессов компенсируется коррекцией решения по результатам наблюдений. Подобный подход при моделировании ионосферных процессов применяется в так называемых «гибридных» моделях [1]. Однако в этом случае существенно искажаются физические особенности процессов переноса, так как потоки частиц и энергии, возникающие при коррекции решения по эксперименту, могут существенно отличаться от их реальных значений. Кроме этого в таких моделях невозможно исследовать влияние того или иного процесса на характер получаемых решений.

В ряде работ по моделированию ионосферной плазмы применялся другой подход к выбору верхних граничных условий, не использующий результаты данных эксперимента. Например, в [2] на верхней границе рассматриваемой области задавались условия диффузионного и теплового равновесия в ночное время, а в освещенное время суток предполагалось наличие потока энергии электронов в протоносферу. Так как днем источники частиц и тепловой энергии расположены, в основном, в нижней ионосфере, то некорректность в задании потоков на больших высотах не приводит к расхождению с экспериментом. Однако ночью таким источником для области  $F_2$  является протоносферный резервуар, неучет которого в модели не позволяет сохранить высокие значения концентрации заряженных частиц в этой области, зафиксированные в результате экспериментальных измерений, причем пониженные значения  $N_{\max} F_2$  получаются несмотря на большую по сравнению с данными наблюдений высоту максимума слоя  $F_2$ . Ночные значения температур электронов и ионов, получаемые в результате решения, также ниже экспериментальных.

Целью настоящего сообщения является численное интегрирование системы гидродинамических уравнений для ионосферной плазмы вдоль силовых линий геомагнитного поля. В этом случае отпадает необходимость задания параметров плазмы в области интенсивного переноса частиц и энергии, граничные условия выбираются на концах силовой линии, где процессы переноса практически затухают.

Система уравнений, описывающая динамику и энергетику тепловой плазмы ионосферы, была записана в дипольной системе координат и имела следующий вид:

$$\frac{\partial n_b}{\partial t} = q_b - c_b n_b - \left( \frac{\partial}{\partial s} + a \right) [n_b (V + v_b)] \quad (b = 1, 2),$$

$$v_b = \frac{1}{\rho_b \nu_{bn} + \rho \nu_{bc}} \left[ \rho_b \nu_{bn} (V_n - V) - k T_i \frac{\partial n_b}{\partial s} - k T_e \frac{n_b}{n} \frac{\partial n}{\partial s} - \rho_b g_s \right]$$

(c ≠ b = 1, 2),

$$\rho_b \left( \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial s} \right) = \left( \frac{\partial}{\partial s} + \frac{3}{2} a \right) \left( \eta \frac{\partial V}{\partial s} \right) - k (T_e + T_i) \frac{\partial n}{\partial s} - \rho g_s +$$

$$+ \sum_{b=1}^2 \rho_b \nu_{bn} (V_n^s - V),$$

$$\frac{3}{2} k n_e \left( \frac{\partial T_e}{\partial t} + V \frac{\partial T_e}{\partial s} \right) + k n_e \frac{\partial V}{\partial s} = \left( \frac{\partial}{\partial s} + a \right) \left[ x_e \frac{\partial T_e}{\partial s} \right] + Q_e - L_e,$$

$$\frac{3}{2} k n \left( \frac{\partial T_i}{\partial t} + V \frac{\partial T_i}{\partial s} \right) + k n \frac{\partial V}{\partial s} = \left( \frac{\partial}{\partial s} + a \right) \left[ x_i \frac{\partial T_i}{\partial s} \right] +$$

$$+ \frac{3}{2} \eta \left( \frac{\partial V}{\partial s} \right)^2 + Q_i - L_i.$$

Здесь  $\rho$ ,  $n$  — средние плотность и концентрация ионов,  $q_b$ ,  $c_b$  — скорость образования и коэффициент рекомбинации частиц сорта  $b$  (рассматривается 2 сорта ионов  $O^+$  и  $H^+$ ),  $V$ ,  $v_b$  — среднемассовая и относительная скорости движения,  $\nu_{\alpha\beta}$  — частоты соударений частиц сорта  $\alpha$  с частицами сорта  $\beta$ . Индексы 1 и 2 относятся соответственно к ионам  $O^+$  и  $H^+$ , а индекс  $n$  — к частицам нейтрального газа,  $\eta$  — коэффициент вязкости ионов [3],  $s$  — координата, отсчитываемая вдоль силовой линии геомагнитного поля от ее северного конца,  $g_s$  — проекция ускорения силы тяжести на силовую линию,  $a = - \frac{3 \sin \varphi (3 + 5 \sin^2 \varphi)}{R_e \cos^2 \varphi (1 + 3 \sin^2 \varphi)^{1/2}}$  — па-

раметр, определяющий расширение силовой трубки геомагнитного поля,  $\varphi$  — геомагнитная широта,  $R_e$  — радиальное расстояние до вершины выбранной силовой линии,  $n_e = \sum_{b=1}^2 n_b$  — плотность электронов,

$x_e$ ,  $x_i$  — коэффициенты теплопроводности для электронов и ионов [3],  $k$  — постоянная Больцмана,  $L_e$ ,  $L_i$  — упругие и неупругие потери энергии для электронов и ионов при взаимодействии их между собой и нейтральным составом атмосферы (учитывались все процессы потерь, обсуждаемые в обзоре [4]),  $Q_i$  — приток энергии к ионам, вследствие упругого соударения с электронами тепловой плазмы [4].

Система уравнений (1) решалась совместно с кинетическим уравнением для спектра фотоэлектронов, которые являются основным источ-

ником нагрева электронов тепловой плазмы\*. Такое решение позволило избавиться от исторически сложившегося подхода к проблеме определения  $T_e$  и  $T_i$ , а именно — разделение источника нагрева на локальный и нелокальный. Тогда приток тепла к электронному газу  $Q_e$  определится выражением

$$Q_e = n_e \int_{(E)} E \sigma(E) [P^+(E) + P^-(E)] dE, \quad (2)$$

где  $\sigma(E)$  — кулоновское сечение рассеяния для фотоэлектронов на электронах тепловой плазмы,  $P^+(E)$  и  $P^-(E)$  — спектры фотоэлектронов (знак (+) соответствует потоку фотоэлектронов, движущемуся из северного полушария в южное, (—) — движению в противоположном направлении).

Система (1), включающая кинетическое уравнение для спектра фотоэлектронов, решалась численно методом прогонки с итерациями на каждом шаге по времени. Для повышения точности аппроксимации системы (1) ее конечноразностным аналогом были проведены замены вида

$$N_b = f_b \exp \left[ - \int_0^s \frac{m_b g_s}{k(T_e + T_i)} ds \right], \quad (3)$$

$$V = W \exp \left[ \int_0^s \left( \frac{m_i g_s}{k(T_e + T_i)} - a \right) ds \right],$$

что позволило уменьшить число точек разностной сетки для нововведенных функций  $f_b$  и  $W$ . Так нами выбирался переменный высотный шаг порядка средней шкалы высот нейтральной атмосферы. Число точек разностной сетки вдоль среднеширотной силовой трубки ( $\varphi = 45^\circ$ ), равное в этом случае 60, обеспечивает точность аппроксимации не менее 1%. При этом шаг по времени составлял 15—30 мин. (восход—заход) и 2—3 часа для ночных и дневных условий. Решение проводилось для случая равноденствия, индекс солнечной активности  $\bar{F}_{10,7} = 80$ , среднеширотная силовая линия  $\varphi = 45^\circ$ . Модель нейтральной атмосферы задавалась согласно [6].

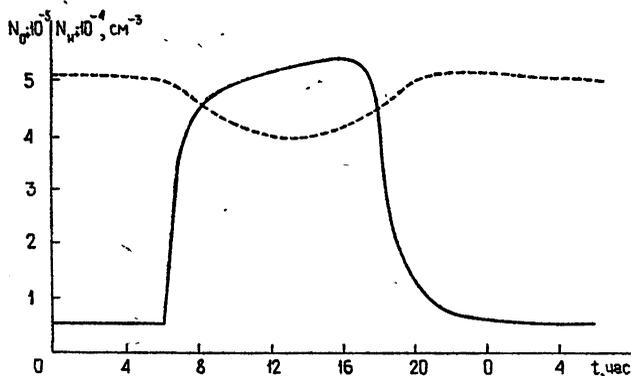


Рис. 1.

\* Вид кинетического уравнения для спектра фотоэлектронов и методика его решения вдоль силовой линии геомагнитного поля приведены в работе [5].

На рис. 1—5 приводятся некоторые результаты численного решения модели. Рис. 1 иллюстрирует временные вариации концентрации ионов  $O^+$  и  $H^+$  в максимумах их слоев (сплошная линия —  $N_{O^+}$ , штриховая —  $N_{H^+}$ ). Как видно из этого рисунка, ночью имеется ярко выраженное плато на временном профиле концентрации  $O^+$ , а отношение дневных и ночных значений концентрации в максимуме слоя  $F_2$  составляет примерно порядок, что согласуется с экспериментом [7]. Концентрация ионов атомного водорода испытывает слабые суточные вариации, что свидетельствует о том, что полное содержание

заряженных частиц (ионов  $H^+$ ) в трубке значительно больше, чем частиц, выпадающих из протосферы за ночное время. Из рис. 2, на котором показаны высотные профили потоков ионов  $O^+$  и  $H^+$  в полдень (сплошная линия) и в полночь (штриховая линия), видно, что ночью имеется поток частиц  $H^+$  из плазмосферы, который в области диффузионного барьера переходит в кислородный поток, поддерживающий ночную область  $F_2$ . Днем полный поток ионов выше максимума слоя направлен вверх и наполняет силовую трубку. Абсолютные величины потоков заряженных частиц в плазмосфере днем и ночью примерно равны, так что изменение полного содержания заряженных частиц за сутки здесь происходит очень мало.

На рис. 3 приведены высотные профили концентраций  $O^+$  и  $H^+$  в дневное (сплошная линия — 12 час) и ночное время (штриховая — 0.0 час).

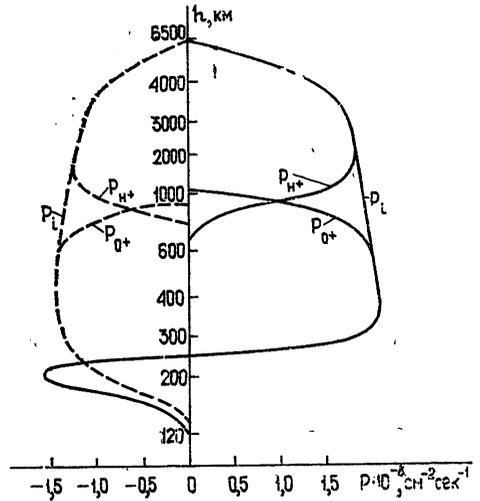


Рис. 2.

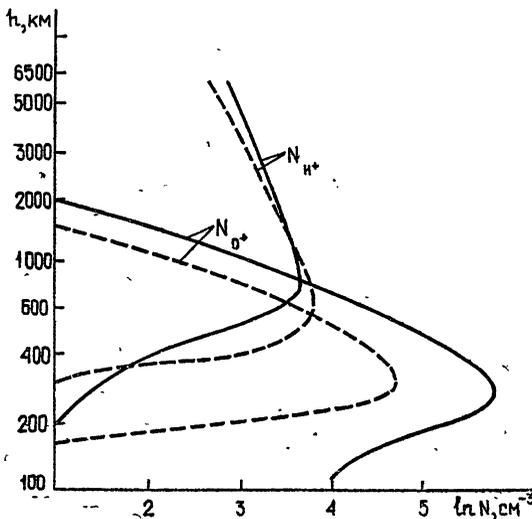


Рис. 3.

В рамках представленной модели проводились исследования влияния нейтрального ветра на поведение ночной ионосферы\*. Как видно из рис. 4, движение заряженных частиц вверх под действием нейтрального ветра (сплошная кривая —  $V_n = 0$ , штрих-пунктирная —  $V_n = 30$  м/с), направленного к экватору, увеличивает ночные значения концентрации заряженных частиц в 1,3 ÷ 1,5 раза, а также становится более выраженным предутренний минимум в суточном ходе электронной концентрации в максимуме слоя  $F_2$ . По-видимому, влиянием увеличивающегося по амплитуде нейтрального ветра можно объяснить ночное увеличение концентрации в максимуме слоя, зафиксированное в экспериментах [7]. На этом же рисунке показан временной профиль концентрации  $O^+$  при задании условия диффузионного равновесия на высоте 1500 км (штриховая линия соответствует  $P_{1500} = 0$ ). Видно, что в этом случае наблюдается экспоненциальное спадание концентрации в ночное время до величин примерно на 2 порядка меньших дневных значений концентрации, а в дневное время и величина, и временной ход концентрации остаются неизменными. Это еще раз свидетельствует о том, что для сохранения ночной ионосферы необходим учет запасов ионов в силовой трубке и их перенос в ночное время на ионосферные высоты.

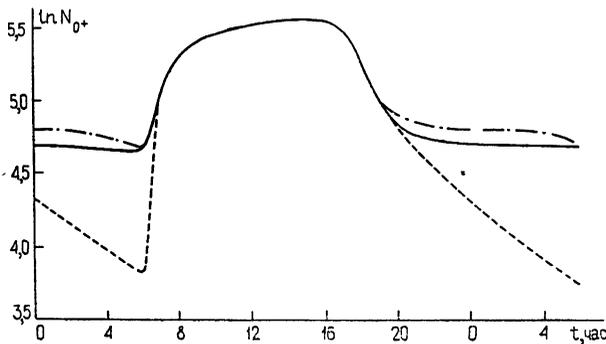


Рис. 4.

На рис. 5 в качестве примера полученных решений для электронной и ионной температур приведены высотные профили  $T_n$ ,  $T_i$ ,  $T_e$  в 12<sup>00</sup> и 0<sup>00</sup> часов местного времени. Следует отметить, что учет нагрева электронов тепловой плазмой потоками фотоэлектронов обуславливает рост  $T_e$  до высот порядка 500 ÷ 600 км, что значительно лучше соответствует данным эксперимента [7], нежели расчеты по модели [9]. Тепловое равновесие между электронным и ионным газом наступает, как и следовало ожидать, на высотах 500 — 600 км, где становятся малы частоты соударений ионов с нейтральным газом и начинают преобладать кулоновские взаимодействия.

Таким образом, учет протоносферного резервуара позволяет сохранить не только высокое значение плотности частиц, но и значения электронных и ионных температур на больших высотах. Все вышеперечисленные обстоятельства позволяют сделать вывод о том, что протоносферный резервуар является относительно стабильным образованием, пополнение и опустошение которого за счет потоков частиц и энергии из области  $F$  и наоборот, является очень незначительным. Поскольку

\* Суточные вариации амплитуды нейтрального ветра были взяты согласно работе [8]. (Величина  $V_n$  на рис. 4 представляет собой проекцию скорости нейтрального ветра на силовую линию).

протоносферный резервуар является единственным источником частиц и энергии в ночное время, то его учет в современных моделях ионосферы является крайне необходимым.

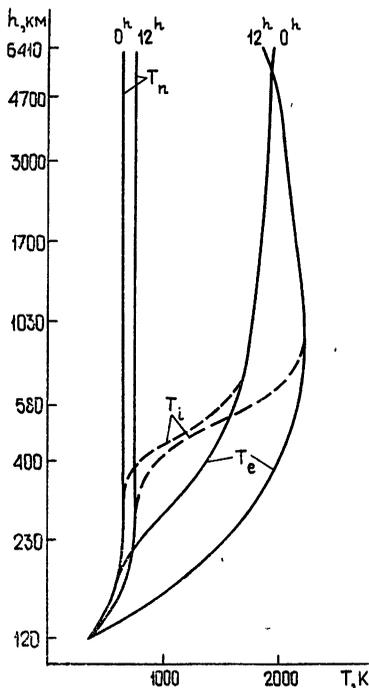


Рис. 5.

## ЛИТЕРАТУРА

1. J. S. Nisbet, *Ion. Res. Sci. Rep.*, № 355, May 1 (1970).
2. P. Stubbe, *JATP*, **32**, 865 (1970).
3. С. И. Брагинский, сб. *Вопросы теории плазмы*, вып. 1, Атомиздат, М., 1963.
4. П. Бэнкс, *ТИИЭР*, **57**, 6 (1969).
5. М. А. Коен, Г. В. Попов, Г. В. Хазанов, сб. *Исследования по геомагнетизму, аэронауке и физике Солнца*, вып. 30, 158 (1974).
6. L. G. Jaccia, *SAO Special Rep.*, № 313 (1970).
7. J. V. Evans, *Planet. and Space Sci.*, **15**, 1387 (1967).
8. J. E. Geisler, *JATP*, **29**, 1469 (1967).
9. Н. Н. Климов и др., *Геомагнетизм и аэронаука*, **9**, 655 (1969).

Иркутский государственный университет

Поступила в редакцию  
25 января 1974 г.

A NONSTATIONARY MODEL OF THE DENSITY AND TEMPERATURE  
DISTRIBUTIONS OF CHARGED PARTICLES ALONG  
GEOMAGNETIC FIELDS LINES

V. M. Polyakov, M. A. Koen, G. V. Khazanov

The numerical solutions of equations of continuity, motion, energy balance for ions  $O^+$  and  $H^+$  written in the dipole system of coordinates (the geomagnetic latitude  $\varphi=45^\circ$ ) are given. The conclusion is made about the necessary account for a protonosphere reservoir in the up-to-date ionospheric models.

УДК 551.510.535

**НОВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ  
ЯВЛЕНИЙ В ИОНОСФЕРЕ**

*В. В. Беликович, Е. А. Бенедиктов, Г. Г. Гетманцев, Л. М. Ерухимов,  
Н. А. Зуйков, Г. П. Комраков, Ю. С. Коробков, Н. А. Митяков,  
В. О. Рапопорт, В. Ю. Трахтенгерц, В. Л. Фролов*

Приводятся экспериментальные данные о возмущении ионосферной плазмы электромагнитным излучением мощного наземного радиопередатчика. Диагностика возмущений осуществлялась методом вертикального импульсного зондирования, а также напросвет с использованием радиоизлучения дискретного источника. Наблюдались ослабление радиоволн и мерцания интенсивности дискретного источника. Обсуждаются возможные модели, объясняющие экспериментальные данные.

В последнее время все большее внимание уделяется исследованию процессов, возникающих при воздействии на  $F$ -слой ионосферы мощным радиоизлучением [1-5]. Обнаружены эффекты аномального ослабления радиоволн, отраженных от возмущенной области [1, 2], повышения температуры электронов и перераспределения электронной концентрации [1, 5], эффекты возбуждения плазменных волн [5] и возникновения неоднородностей плазмы, вызывающих диффузность отраженных от возмущенной области сигналов [1-3] и мерцание радиоизлучения космических дискретных источников, проходящего через эту область ионосферы [4].

Настоящая работа является продолжением [2] и посвящена подробному исследованию искусственных возмущений  $F$ -слоя ионосферы над Горьким. Так же как и в [2], для создания возмущений использовался радиопередатчик, работающий на частоте 5,75 МГц, на антенну с вертикальной диаграммой направленности и коэффициентом направленного действия  $G \approx 150$ . В отличие от [2], однако, непрерывная мощность передатчика была повышена в 2,5 раза и составляла величину порядка 130 кВт. Кроме того, в настоящем эксперименте использовались более разнообразные средства диагностики возмущенной зоны.

1. Станция вертикального импульсного зондирования, расположенная в непосредственной близости от мощного коротковолнового передатчика. Многочастотное приемное устройство позволяло принимать отраженные от ионосферы непрерывные или импульсные сигналы (пробные волны) одновременно на нескольких частотах.

2. Вспомогательная станция зондирования, расположенная в 100 км восточнее г. Горького.

3. Радиоастрономические установки для приема проходящего через возмущенную область радиоизлучения дискретного источника Кассиопея-А. Прием космического радиоизлучения проводился, в основном, на частотах 9 и 25 МГц. На частоте 9 МГц для этих целей использовалась остронаправленная антенна с вертикальной диаграммой направленности, эффективная ширина которой по половине мощности составляла  $5 \times 8^\circ$ . Для приема космического радиоизлучения на частоте

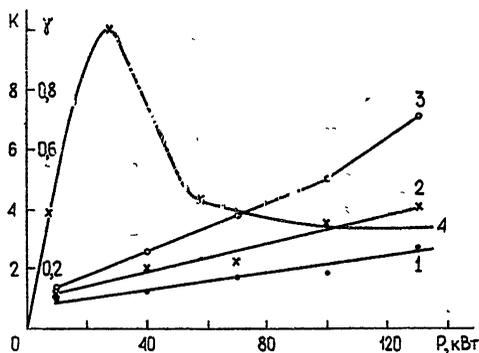
25 МГц использовались антенна с вертикальной диаграммой направленности и эффективной ее шириной  $18 \times 25^\circ$  и интерферометр, элементами которого служили две антенны, разнесенные на расстояние  $d \approx 200$  м.

Все измерения проводились в дневное время суток в период с октября 1973 г. по апрель 1974 г. (импульсное зондирование возмущенной области) и с февраля по апрель 1974 г. (прием радиоизлучения источника Кассиопея-А).

## 1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

*Импульсные измерения.* На рис. 1 приведены зависимость интенсивности отраженного от ионосферы излучения обыкновенной компоненты возмущающего радиопередатчика от его мощности (кривая 4) и зависимости коэффициента ослабления амплитуд принимаемых пробных волн обыкновенной поляризации на частотах 5,5, 5,7 и 5,9 МГц от мощности  $P$  обыкновенной компоненты возмущающего передатчика (кривые 1, 2, 3). Из рис. 1 (кривая 4) видно, что вплоть до мощности  $P \approx 30$  кВт отраженный сигнал почти линейно увеличивается с ростом  $P$ , однако при больших мощностях передатчика имеет место резкое падение интенсивности отраженного сигнала. В диапазоне мощностей  $P$  от 70 до 130 кВт интенсивность радиоотражений практически постоянна. Отсюда следует, что при  $P \gtrsim 70$  кВт коэффициент ослабления отраженного сигнала мощного радиопередатчика в первом приближении линейно растет с увеличением мощности  $P$ . Из рис. 1 (кривые 1, 2, 3) также следует, что коэффициент ослабления амплитуд сигналов  $K$  линейно растет с увеличением мощности  $P$  и увеличивается с ростом частоты пробных волн, достигая

Рис. 1. Зависимость коэффициента anomального поглощения амплитуды пробных сигналов от мощности возмущающего передатчика на частотах 5,5, 5,7 и 5,9 МГц (соответственно по кривым 1, 2, 3). Зависимость интенсивности отраженного сигнала возмущающего передатчика от его мощности в относительных единицах (кривая 4).



значений  $K = 7$  на частоте  $f = 5,9$  МГц при  $P = 130$  кВт. Как показали измерения при зондировании возмущенной области ионосферы пробными сигналами необыкновенной поляризации, коэффициент ослабления поля пробного сигнала при максимальной мощности возмущающего радиопередатчика не превышал  $K = 2$  и практически не зависел от частоты в диапазоне частот 4,6—5,8 МГц. При облучении ионосферы мощными волнами необыкновенной поляризации ослабление амплитуд отраженных сигналов было как минимум в 10 раз меньше, чем в случае обыкновенной поляризации. Эффект ослабления пробных волн практически отсутствовал в случае, когда частота возмущающего передатчика превышала критическую частоту ионосферного  $F$ -слоя.

Зависимость характерного времени  $\tau_{01}$  падения уровня пробных сигналов от мощности радиопередатчика  $P$  приведена на рис. 2, согласно которому время  $\tau_{01}$  (при обыкновенной поляризации пробных волн) плавно уменьшается с ростом мощности от 20—30 с

(при  $P = 30$  кВт) до 3—5 с при  $P = 130$  кВт. Время спада напряженности поля пробных волн зависит также от их частоты, уменьшаясь для мощности  $P = 130$  кВт от  $\tau = 10$  с при  $f = 5,4$  МГц до  $\tau = 4$  с при частоте  $f = 5,8$  МГц.

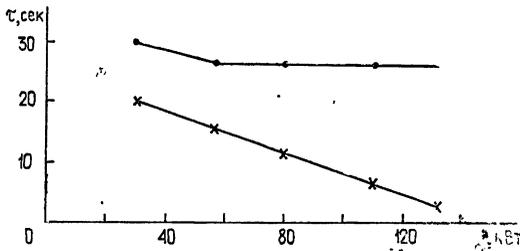


Рис. 2. Зависимость времени спада (крестики) и восстановления (точки) амплитуд пробных сигналов частоты  $f = 5,65$  МГц от мощности возмущающего передатчика.

Время восстановления уровня пробных сигналов, как показали измерения, не зависит от мощности радиопередатчика.

При проведении экспериментов была также предпринята попытка оценить параметры возмущенной области ионосферы путем сопоставления ионограмм станций вертикального зондирования в Горьком и в пункте, расположенном на 100 км к востоку от Горького, т. е. за пределами горизонтальной протяженности возмущенной зоны. Оказалось, что критические частоты  $F$ -слоя в Горьком во время непрерывной работы мощного радиопередатчика были ниже, чем в контрольном пункте, на 0,2—0,4 МГц. В контрольные дни, когда критические частоты  $F$ -слоя были ниже номинальной частоты возмущающего передатчика (и когда, следовательно, можно было пренебречь эффектом воздействия на ионосферу), подобного различия в критических частотах не наблюдалось. К сожалению, этот результат является единичным и требует дальнейшей проверки и подтверждения. В тот же период в Горьком во время работы мощного передатчика наблюдалось усиление диффузности следов сигналов на ионограммах станций вертикального зондирования (явление  $F_{\text{spread}}$ ). Оба отмеченных результата, по-видимому, аналогичны полученным в Боулдере [3].

Как уже отмечалось в [2], во время воздействия на  $F$ -слой ионосферы мощным радиоизлучением увеличивается частота обусловленных рассеянием на ионосферных неоднородностях мерцаний отраженных от ионосферы пробных сигналов. В описываемых экспериментах при максимальных значениях  $P \approx 130$  кВт частота мерцаний возрастала более чем в 1,5—2 раза.

**Радиоастрономические измерения.** Геометрия радиоастрономических экспериментов показана на рис. 3, где представлены горизонтальные сечения (на высоте 300 км) диаграмм направленности передающей ( $f = 5,75$  МГц, обыкновенная поляризация) и радиоастрономической приемной антенны, работающей на частоте 9 МГц. Овалы 1, 2 и 3 соответствуют уровням излучения 0,5, 0,25 и 0,125 от максимальной мощности передающей антенны, а овалы 4, 5 и 6 — уровням 0,5, 0,25 и 0,125 от максимума диаграммы приемной антенны. Соответствующие сечения диаграммы направленности одиночной приемной антенны, работающей на  $f = 25$  МГц, существенно превышают размеры возмущенной области (овалы 1, 2 и 3) и поэтому на рис. 3 не представлены. Пересекающая овалы линия со стрелкой означает траекторию суточного движения дискретного источника Кассиопея-А через возмущенную область ионосферы. Полное время прохождения источника через эту область составляло примерно 120 мин. Когда источник вследствие суточного движения попадал внутрь овала 3, мощный радиопередатчик

включался на время от 3—10 мин (с последующей паузой до 10—20 мин) до 45 мин, и изучались возникающие при этом эффекты на радиоастрономических записях.

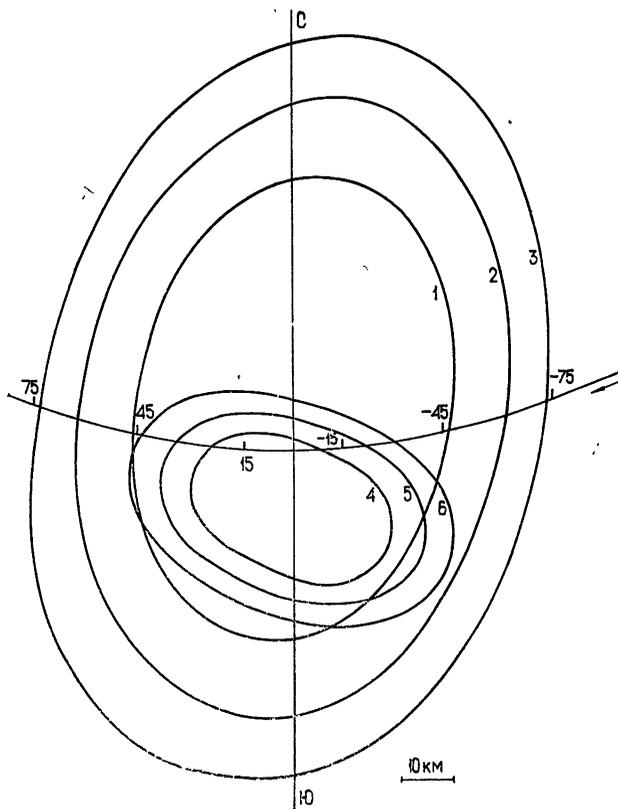


Рис. 3. Горизонтальные сечения диаграмм направленных антенн на высоте 300 км мощного передатчика (овалы 1, 2, 3) и приемной аппаратуры на 9 МГц (овалы 4, 5, 6) соответственно на уровнях мощности 0,5, 0,25, 0,125. Линия со стрелкой—траектория источника Кассиопея-А.

На рис. 4 показаны типичные записи суммарной интенсивности радиоизлучения источника Кассиопея-А и распределенного космического фона с одиночных антенн 9 МГц (рис. 4 а, б), 25 МГц (рис. 4 в) и интерферометра 25 МГц (рис. 4 г)\*. Заштрихованные участки на оси абсцисс соответствуют интервалам работы мощного радиопередатчика. Из рисунков видно, что после включения передатчика четко регистрируется падение интенсивности источника на частоте 9 МГц; для частоты 25 МГц более характерным является существенное увеличение величины флуктуаций (мерцаний) интенсивности сигнала, хотя заметно (рис. 4 в, г) небольшое уменьшение и средней интенсивности, более ярко проявляющееся на интерферометрической записи. Анализ экспериментальных результатов показал, что величина аномального ослабления

\* Вклад излучения источника в максимумах диаграмм направленности антенн составлял на частоте 9 МГц около 50% и на частоте 25 МГц около 25% от суммарной интенсивности космического радиоизлучения на этих частотах.

$I_0/I$  интенсивности источника на  $f = 9$  МГц изменялась в пределах от 2 до 8 дБ. Вместе с тем, заметного ослабления интенсивности космического фона не наблюдалось.

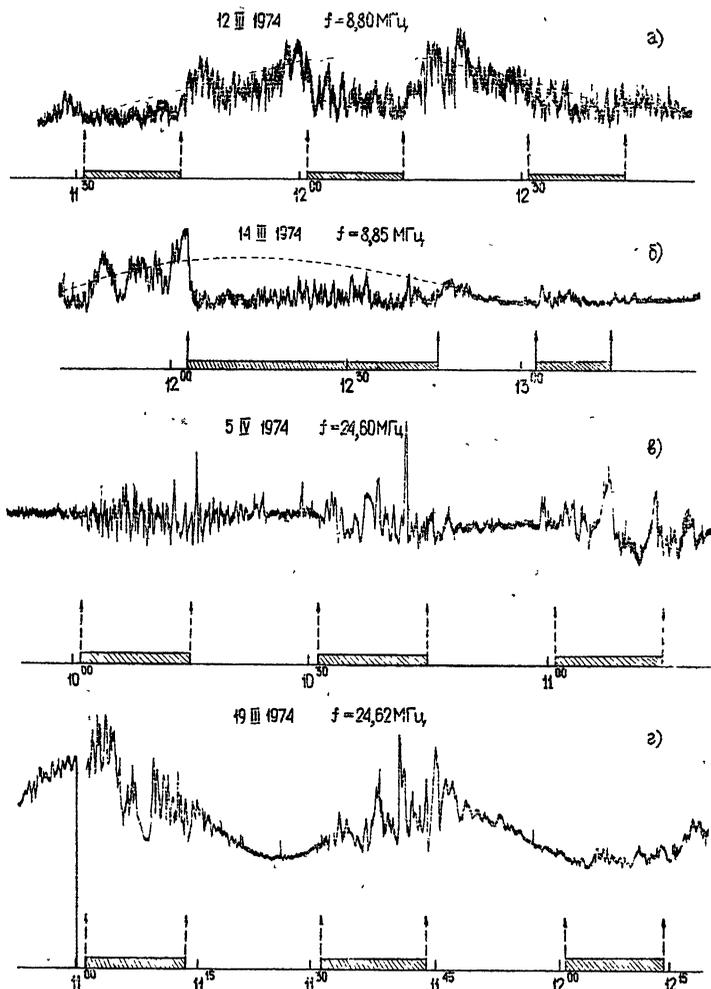


Рис. 4. Типичные записи интенсивности источника Кассиопея-А на частоте 9 МГц (а и б), на частоте 25 МГц (в) и интерферометра на частоте 25 МГц (г). Заштрихованные участки на оси абсцисс соответствуют интервалам работы мощного передатчика.

На частоте 25 МГц относительное уменьшение интенсивности источника было порядка и меньше 10—20% при приеме на одиночную антенну и достигало несколько больших значений при интерферометрических наблюдениях.

Характерное время  $\tau_{11}$  уменьшения интенсивности на  $f = 9$  МГц составляло 1—2 мин. Время восстановления уровня излучения  $\tau_{12}$  колебалось в пределах от 0,5 до 5 мин, причем чаще всего наблюдались  $\tau_{12} \leq 1-2$  мин.

В некоторых случаях на частоте 9 МГц наблюдались эффекты уширения (или смещения) диаграммы направленности антенны, проявляющиеся в том, что после включения мощного передатчика появлялись

флуктуации интенсивности источника, хотя последний находился уже за пределами диаграммы направленности. Указанный эффект можно видеть на участке записи после 13.00 час, приведенной на рис. 4 б. Характерная величина углов рассеяния (или рефракции) волн в ионосфере, необходимая для объяснения таких вариаций, должна была составлять  $1,5 - 3^\circ$ .

Анализ флуктуаций интенсивности радиоизлучения источника проводился, в основном, на частоте  $25 \text{ МГц}$ , где, как уже указывалось, эффекты аномального ослабления средней интенсивности источника были выражены значительно слабее, чем на  $f = 9 \text{ МГц}$ . Флуктуации возникали, когда траектория источника находилась в пределах овала 2 диаграммы направленности передающей антенны (рис. 3). Характерная величина индекса мерцаний 
$$F = \frac{\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2}{\langle I \rangle^2} \quad (\langle I \rangle - \text{средняя}$$

интенсивность источника) для центральных частей возмущенной области составляла в среднем  $0,4 - 0,5$ , ее изменение с удалением от центра приблизительно повторяло форму диаграммы направленности передающей антенны. Время  $\tau_{\phi 1}$  роста индекса мерцаний после включения передатчика не превышало, как правило,  $1 - 2 \text{ мин}$ , и, по-видимому, не зависело от положения источника. Вместе с тем, время релаксации  $\tau_{\phi 2}$  флуктуаций существенным образом уменьшалось при удалении траектории источника от центральной части возмущенной области. Последнее можно видеть на рис. 5, на котором приведена зависимость  $\tau_{\phi 2}$  от положения источника: если в кульминации источника время  $\tau_{\phi 2}$  достигает  $10 - 20 \text{ мин}$ , то уже при выходе его траектории из овалов 1 и 2 (см. также рис. 3)  $\tau_{\phi 2}$  уменьшалось до  $0,5 - 1 \text{ мин}$ . Следует обратить внимание на симметричный характер распределения  $\tau_{\phi 2}$  относительно момента кульминации источника.

Характерные периоды флуктуаций интенсивности источника во время искусственного возмущения ионосферы не отличались от периодов естественных флуктуаций и изменялись в пределах от  $20 \text{ с}$  до  $5 \text{ мин}$ .

При работе передатчика на антенну, излучающую волну необыкновенной поляризации, или же в условиях, когда критическая частота ионосферы была ниже частоты передатчика ( $5,75 \text{ МГц}$ ), все указанные выше эффекты отсутствовали. Необходимо отметить также, что при значительных естественных флуктуациях радиоизлучения источника эффекты воздействия мощным радиоизлучением были выражены менее четко.

## 2. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА

Совокупность приведенных выше экспериментальных фактов свидетельствует о том, что при воздействии на ионосферу мощным радиоизлучением возникают изменения в тонкой структуре ионосферы, которые существенно влияют на распространение радиоволн КВ диапазона. Особенно ярко это проявляется, когда возмущающая волна имеет обыкновенную поляризацию, а ее частота меньше критической частоты  $F$ -слоя.

Прежде всего, несомненным является факт возникновения неоднородностей электронной концентрации, ответственных за флуктуации радиоизлучения дискретного источника Кассиопея-А. Минимальные масштабы этих неоднородностей легко оценить, исходя из конечных угловых размеров источника Кассиопея ( $\theta_0 \sim 5'$ ) и диаграммы направленности антенны на  $f = 9 \text{ МГц}$ . Отсутствие на записях заметных эффектов усреднения флуктуаций позволяет заключить, что характерные масштабы дифракционной картины на Земле, а следовательно, и масштабы неоднородностей были заведомо больше  $250 - 300 \text{ м}$ . С другой

стороны, характерные периоды флуктуаций радиоизлучения источника в период воздействия на ионосферу были очень близки к периодам флуктуаций источника, вызванным «естественными» ионосферными неоднородностями, характерные размеры которых, как хорошо известно, равны или больше 0,5—3 км. Исходя из этого, можно предположить, что и скорость перемещения дифракционной картины была близка к наблюдаемой в «естественных» условиях, т. е. в среднем составляла  $v = 50 - 100$  м/с\*. Поэтому большой интерес могут представлять приведенные на рис. 5 данные о времени  $\tau_{\phi 2}$  «релаксации» неоднородностей. Отсутствие заметной асимметрии в распределении  $\tau_{\phi 2}$  для

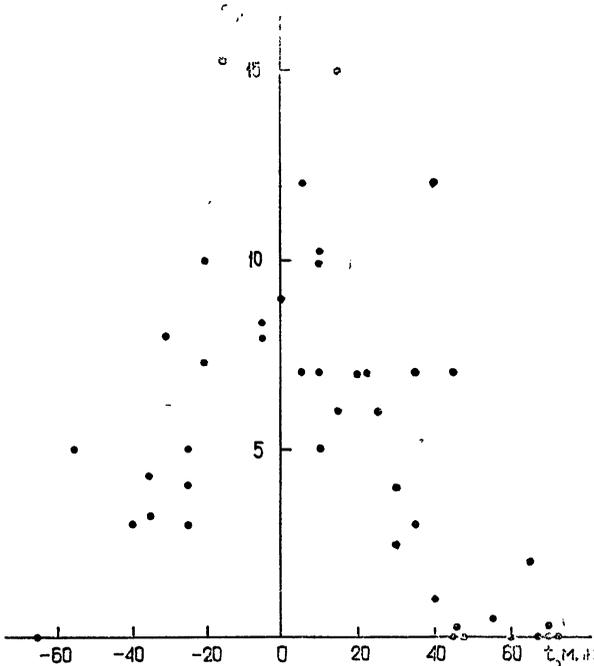


Рис. 5. Время релаксации флуктуаций  $\tau_{\phi 2}$  в зависимости от положения источника. Положение источника задается разностью между временем наблюдения источника и временем его верхней кульминации.

положений источника до и после кульминации позволяет предположить, что восточно-западная компонента регулярного дрейфа неоднородностей плазмы не могла превышать 20 м/с, поскольку дрейф со скоростью  $v \sim 100$  м/с должен был приводить к сносу неоднородностей из возмущенной области за время порядка 5 мин. Возможно, что движение дифракционной картины на Земле при работе возмущающего ионосферу радиопередатчика было связано либо с фазовой скоростью возбуждаемых неоднородностей, либо с временными изменениями их параметров. Основываясь на данных о величинах флуктуаций радиоизлучения на  $f = 25$  МГц, нетрудно оценить характерные значения относитель-

ных флуктуаций электронной концентрации  $\delta N \equiv \frac{\sqrt{(N - \langle N \rangle)^2}}{\langle N \rangle}$  в центре возмущенной области [6]. Если принять, что неоднородности

\* Следует также заметить, что в дневное время для средних широт восточно-западная компонента дрейфа дифракционной картины на Земле является преобладающей [9].

полностью заполняют возмущенную область, то наблюдаемым значениям  $F \sim 0,25 \div 0,5$  на частоте  $f = 25 \text{ МГц}$  соответствуют значения  $\delta N \approx \frac{(1,5 \div 5) \cdot 10^{-2}}{(\Delta z l_{\parallel})^{1/2}}$ , где  $\Delta z$  — характерная толщина возмущенной области, а  $l_{\parallel}$  — вертикальный размер неоднородностей (в километрах). Принимая  $\Delta z \leq 100 \text{ км}$  и  $l_{\parallel} \approx 2 \text{ км}$ , получаем  $\delta N \gtrsim (1 \div 4) \cdot 10^{-3}$ . Эти максимальные значения, близкие к значениям  $\delta N$  для «естественных» неоднородностей в ночные часы на широте Горького, должны быть увеличены в случае рассеяния волн на редких (расстояние между неоднородностями  $\Delta \gtrsim 3l$ ) неоднородных образованиях в несколько раз. Заметим, что примерно такие же (порядка  $(0,4 \div 2) \cdot 10^{-2}$ ) значения  $\delta N$  нужны для объяснения диффузности отраженных от возмущенной области сигналов. Значения  $\delta N \gtrsim (4 \div 5) \cdot 10^{-3}$  можно получить из данных о появлении флуктуаций источника на записях  $f = 9 \text{ МГц}$  в моменты, когда он находился вне диаграммы направленности антенны, если принять, что это появление связано с уширением диаграммы из-за рассеяния радиоизлучения источника на неоднородностях ионосферы с масштабом  $l \approx 1 \text{ км}$ .

Рассмотрим причины аномального ослабления радиоастрономических сигналов. Следует сразу же заметить, что эффекты аномального ослабления нельзя объяснить увеличением регулярного поглощения радиоволн в ионосфере, так как наблюдения на частоте 9 и 25 МГц не дают изменения уровня космического фона при работе мощного передатчика. Неоднородности с масштабом  $l \approx 1 \text{ км}$ , ответственные за флуктуации, могут вызвать заметное ослабление интенсивности источника на частоте 9 МГц за счет статистического уширения диаграммы направленности антенны  $\theta_a$ , если углы рассеяния  $\theta_s$  радиоволн на этих неоднородностях будут сравними и больше  $\theta_a^*$ . В частности, для объяснения уменьшения интенсивности источника на этой частоте в 3—4 раза необходимы значения  $\theta_s$  порядка или больше 4—6°.

Однако, как показывают оценки, ожидаемое ослабление на 25 МГц при этом чрезвычайно мало ( $\Delta I/I \leq 10^{-2}$ ) и не может объяснить наблюдаемые эффекты уменьшения интенсивности, достигающие 20%.

Заметное ослабление могли бы дать эффекты рефракции на дефокусирующих крупномасштабных неоднородностях с размерами порядка диаграммы направленности излучающей антенны. В пользу образования таких глобальных возмущений свидетельствуют и упоминавшиеся выше результаты анализа ионограмм в двух разнесенных пунктах. Величина рефракции, необходимая для объяснения ослабления в 4 раза на  $f = 9 \text{ МГц}$ , должна составлять всего 2°\*\*, что в пересчете на возмущения концентрации соответствует  $\delta N \approx (0,75 \div 2) \cdot 10^{-1}$ . Такое изменение  $N$  вполне допустимо, однако пересчитанный на частоту 25 МГц угол рефракции  $\theta$  уже не превышает 0°,3, чего явно недостаточно для объяснения величины наблюдаемого ослабления на этой частоте при приеме на антенну с широкой диаграммой. Вызывает также сомнение

\*  $\theta_s \approx \frac{\lambda S_0}{\pi l}$ , где  $\theta_s < 1$  и  $S_0 \equiv \sqrt{\langle \Delta S \rangle^2}$  — дисперсия фазы волны, вызванная

неоднородностями,  $S_0^2 = \frac{\sqrt{\pi}}{4 c^2} \frac{\omega_L^4}{\omega^2} (\delta N)^2 l \Delta z$ ,  $\omega_L = \frac{4 \pi e^2 N}{m}$ .

\*\* Следует отметить, что для того, чтобы наблюдались эффекты ослабления (а не усиления) из-за рефракции в рассмотренных экспериментах, необходима вполне определенная асимметрия в распределении плотности плазмы в северо-южном направлении.

и возможность образования столь крупномасштабной неоднородности за малые времена ( $\tau_{11} \leq 1 \div 2$  мин).

Ниже мы более подробно остановимся на возможности объяснения ослабления сигналов дискретных источников с помощью мелкомасштабных неоднородностей с размерами  $l < 10^2$  м. Как мы увидим, этот же механизм позволяет объяснить аномальное поглощение и на основной частоте  $f = 5,75$  МГц.

С уменьшением размера неоднородностей быстро растут углы рассеяния радиоволн, а следовательно, и эффекты ослабления интенсивности дискретных источников. Если учесть, что относительная мощность рассеянного сигнала равна [6]  $P_s/P = 1 - \exp\{-S_0^2\}$  ( $\theta_s \ll 1$ ), то основное различие в величинах эффекта на частотах 9 и 25 МГц можно связать с частотной зависимостью среднего квадрата флуктуаций фазы  $S_0^2$  волн на таких неоднородностях ( $S_0^2 \sim f^{-2}$ ). В частности, для объяснения ослабления излучения на  $f = 9$  МГц в 4 раза необходимы значения  $S_0^2 \approx 1,6$ , что соответствует на  $f = 25$  МГц величине  $\Delta I/I \leq S_0^2 \approx 0,2$ .

Ослабление  $\Delta I/I$  на  $f = 25$  МГц при приеме на одиночную антенну с широкой диаграммой направленности будет существенно зависеть не только от  $S_0^2$ , но и от эффективного угла рассеяния волн. Используя этот факт, из сравнения экспериментальных данных, полученных на одиночной антенне и при интерферометрических наблюдениях, можно оценить характерные поперечные масштабы рассеивающих неоднородностей, которые оказываются порядка 25—40 м. Необходимые значения  $\delta N$  в области указанных масштабов в случае вытянутых неоднородностей ( $l_{\parallel} \approx 1$  км) должны быть порядка или больше  $2 \cdot 10^{-3}$ .

Перейдем к обсуждению аномального ослабления волн, отраженных от возмущенной области ионосферы. Объяснение указанного эффекта рассеянием (без трансформации в другие моды) и дефокусировкой волн затруднено по ряду причин, главная из которых состоит в существенной роли рефракции вблизи точки отражения волны, значительно уменьшающей эффект ослабления пробных волн. Более реальным, на наш взгляд, механизм ослабления волны накачки и пробных волн представляется трансформация падающей волны обыкновенной поляризации в  $z$ -моду с последующим ее поглощением.

Трансформация в  $z$ -моду, вообще говоря, может быть связана как с появлением больших регулярных градиентов вблизи точки отражения, так и с рассеянием на мелкомасштабных неоднородностях. В первом случае такая трансформация может происходить на регистрируемых непосредственно в радиоастрономических измерениях неоднородностях с  $l \gtrsim 1$  км, если предположить достаточную вытянутость таких неоднородностей вдоль магнитного поля. К сожалению, указанный механизм трудно оценить количественно. Основные трудности, которые здесь существуют, обусловлены тем, что для трансформации в  $z$ -моду без отражения волновой вектор обыкновенной волны должен составлять довольно малый угол ( $\alpha \leq \alpha_{кр}$ ) с магнитным полем  $H_0$  Земли. В то же время, конечные поперечные размеры неоднородностей приводят к существенно большей вариации углов  $\alpha$  ( $\Delta\alpha \sim 5^\circ$ ), что должно уменьшать эффективность трансформации.

Значительно проще оценить роль мелкомасштабных неоднородностей, приводящих при выполнении условий пространственного синхронизма  $k_0 = k_z \pm \kappa$  ( $|\kappa| = 2\pi/l$ ,  $k_0, k_z$  — соответственно волновые векторы обыкновенной и  $z$ -мод) к эффективной трансформации обыкновенной волны в  $z$ -компоненту. Такая трансформация возникает в слое тол-

щиной  $\Delta z = UL$  ( $U = \omega_H^2/\omega^2$ ,  $\omega_H$  — гирочастота электронов,  $L$  — параметр линейного слоя) ниже точки отражения волны  $v \equiv \omega_L^2/\omega^2 = 1$  ( $\omega_L$  — плазменная частота электронов), где существует  $z$ -компонента на той же частоте\*.

Как показывают расчеты, вклад в трансформацию могут давать неоднородности в довольно широком интервале масштабов  $l \leq 100$  м. Коэффициент ослабления энергии обыкновенной волны в случае вытянутых вдоль  $H_0$  неоднородностей по порядку величины равен

$$\Gamma \approx \frac{\pi^2}{2} \frac{L}{\lambda} \frac{n_z^2}{n_0^2} (\delta N)^2 \quad (n_0, n_z \text{ — соответственно показатели преломления}$$

обыкновенной волны и  $z$ -компоненты) и при  $L \approx 10^2$  км,  $n_z \approx 2$ ,  $n_0 \approx 0,5$  составляет около десяти децибел.

Таким образом, предположение о наличии в возмущенной области неоднородностей с  $l \leq 100$  м позволяет, в принципе, количественно объяснить эффекты ослабления радиоволн как при импульсном зондировании, так и при просвечивании ионосферы «точечным» источником. Серьезные трудности, которые, однако, здесь имеются, связаны с объяснением большой (до нескольких минут) величины времени релаксации неоднородностей столь малого масштаба.

В какой мере описанная выше картина возмущений соответствует существующим в настоящее время представлениям о физике происходящих в ионосфере явлений?

Несомненно, существенную роль должны играть нагревные эффекты и связанное с ними перераспределение концентрации плазмы в области возмущений [7]. Эти эффекты могут быть значительно усилены благодаря развитию параметрической неустойчивости вблизи точки отражения. Согласно оценкам [8], относительное изменение электронной температуры в рассмотренных выше экспериментах с учетом эффектов параметрической неустойчивости может достигать значений  $\Delta T_e/T_e \sim 0,5 \div 1$ . Нагрев, по-видимому, служит причиной появления крупномасштабных возмущений плотности с характерным размером порядка диаграммы излучающей антенны, а с учетом эффектов самофокусировки может приводить к существенному усилению естественных неоднородностей с масштабом 1—10 км. Следует, однако, заметить, что характерное время установления температуры  $\tau_T$  составляет десятки секунд, а время перераспределения концентрации  $\tau_N \approx 10$  мин, что значительно превышает характерные времена развития наблюдаемых эффектов аномального ослабления и усиления флуктуаций сигналов дискретных источников. По-видимому, наряду с нагревом немаловажную роль играют также и стрикционные эффекты. В частности, следствием стрикционных нелинейностей является развитие параметрической неустойчивости, приводящей к возбуждению мелкомасштабных неоднородностей с размерами от нескольких дебаевских радиусов до ионного гирорадиуса и больше (см., например, [10]). Такую природу могут иметь и мелкомасштабные неоднородности с размерами 10—100 м, объясняющие аномальное ослабление. Однако для объяснения сравнительно большого времени жизни этих неоднородностей необходимо включение дополнительных неустойчивостей, обусловленных появлением сильных градиентов температуры и плотности в возмущенной области.

\* При  $L \approx 10^2$  км и  $f = 5,6$  МГц толщина  $\Delta z$  примерно составляет 6 км.

## ЛИТЕРАТУРА

1. У. Ютло, Р. Коен, УФН, **109**, 371 (1973).
2. Г. Г. Гетманцев, Г. П. Комраков и др, Письма в ЖЭТФ, **18**, 621 (1973).
3. W. F. Utlant, E. J. Violette, J. Geophys. Res., **77**, 5611 (1972).
4. C. L. Rufenach, J. Geophys. Res., **78**, 6804 (1973).
5. H. C. Carlson, W. E. Gordon, R. L. Showen, J. Geophys. Res., **77**, 1242 (1972).
6. G. G. Getmantsev, L. M. Erukhimov, Solar-Terrestrial Physics: Terrestrial Aspects, 5, ed. by A. C. Stickland, MIT Press, Cambridge, Mass, 1969, p. 229
7. А. В. Гуревич, А. Б. Шварцбург, Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере, изд. Наука, М, 1973
8. Н. А. Митяков, В. О. Рапопорт, В. Ю. Трахтенгерц, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика (в печати).
9. В. М. Поляков, Л. А. Шепкин, Э. С. Казимировский, В. Д. Кокоуров, Ионосферные процессы, изд. Наука, Сибирское отд., Новосибирск, 1968.
10. В. П. Силин, Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму, изд. Наука, М, 1973.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию  
4 октября 1974 г.

NEW RESULTS OF INVESTIGATIONS OF NONLINEAR PHENOMENA  
IN THE IONOSPHERE

*V. V. Belikovitch, E. A. Benediktov, G. G. Getmantsev, L. M. Erukhimov,  
N. A. Zuykov, G. P. Komrakov, Yu. S. Korobkov, N. A. Mityakov,  
V. O. Rapoport, V. Yu. Trakhtengerts, V. L. Frolov*

The experimental data on the ionospheric plasma disturbance by electromagnetic radiation of the powerful ground-based radio transmitter are presented. The disturbance diagnostics is realized by the vertical sounding method, as well as by the radio astronomical method using the discrete source radio emission. The radio wave attenuation and discrete source intensity scintillations were observed. Possible models which account for experimental data are discussed.

---

УДК 550.388.2 : 621.373.3

## СЕЗОННЫЕ ВАРИАЦИИ АЗИМУТАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБРАТНЫХ ЭХО-СИГНАЛОВ

*В. А. Бубнов, Г. А. Румянцев*

На основе экспериментальных данных рассматривается зависимость азимутальных характеристик обратных эхо-сигналов от сезона, времени суток и частоты.

Изучение обратных эхо-сигналов является одним из путей выявления морфологических особенностей сверхдальнего распространения коротких радиоволн.

Такие характеристики обратных эхо-сигналов, как оптимальный азимут и ширина сектора их распространения в зависимости от сезона, времени суток и частоты, практически не исследованы.

Целью настоящей работы являлось изучение этих характеристик и выявление их закономерностей.

Давно было замечено, что обратные эхо-сигналы преимущественно появляются во время, близкое к сумеркам, когда плоскость большого круга, на котором лежат корреспондирующие пункты, совпадает или же пересекает под малым углом плоскость терминатора. При этом азимут распространения этих сигналов обычно совпадает с большим кругом минимального ионосферного поглощения, проходящего в данный момент времени через оба пункта [1].

Поскольку обратные эхо-сигналы в дневном полушарии распространяются скачковым механизмом [2], то величина интегрального ионосферного поглощения вдоль дуги большого круга в основном определяется неотклоняющимися слоями  $D$  и  $E$  ионосферы, критические частоты которых тесно связаны друг с другом и с высотой Солнца. При этом величина поглощения может быть определена по методу Казанцева. Другими словами, обратные эхо-сигналы распространяются по большому кругу минимальных критических частот слоя  $E$ , плоскость которого всегда пересекает плоскость терминатора под минимальным углом.

На основании этого была получена формула для определения оптимального азимута распространения обратных эхо-сигналов в зависимости от сезона, местного времени и географической широты точки наблюдения в следующем виде:

$$\theta_{\text{opt}} = \text{arcctg} \left( \frac{\text{ctg} (90^\circ - \delta) \cos \varphi - \cos [(12 - t_m) 15^\circ] \sin \varphi}{\sin [(12 - t_m) 15^\circ]} \right) \pm 90^\circ,$$

где  $\varphi$  — географическая широта точки наблюдения,  $\delta$  — склонение Солнца на данный месяц,  $t_m$  — местное время в точке наблюдения.

Поскольку полученная формула основывается на минимуме интегрального ионосферного поглощения вдоль дуги большого круга, то она наиболее справедлива для низких частот распространения обратных эхо-сигналов. Для более высоких частот, близких к максимально применимым частотам (МПЧ), ионосферное поглощение слоев  $D$  и  $E$

в меньшей мере влияет на оптимальный азимут распространения обратных эхо-сигналов, чем критические частоты слоя  $F_2$ .

Для этих частот характерны более сложные механизмы распространения обратных эхо-сигналов, состоящие из скачковых мод на дневном полушарии и надземно-волноводных в ночном полушарии Земли [3]. Поэтому обратные эхо-сигналы на высоких частотах распространяются не по большому кругу минимального ионосферного поглощения, а по большому кругу МПЧ, включая при этом МПЧ скачкового распространения на дневном полушарии и МПЧ надземно-волноводного распространения в ночном полушарии. Радиотрассы этих частот обычно пересекают линию терминатора под углом, определяемым большим кругом МПЧ. В этом случае оптимальный азимут распространения обратных эхо-сигналов будет запаздывающим по сравнению с оптимальным азимутом более низких частот.

В период 1969—1970 гг. в Ленинграде производился набор статистических данных по определению преобладающих азимутов распространения обратных эхо-сигналов в зависимости от времени суток и частоты. Наблюдения проводились за радиолюбительскими радиостанциями, расположенными на всех континентах земного шара и работающими на частотах 7000—7100 кГц, 14000—14350 кГц, 21000—21450 кГц, 28000—29500 кГц.

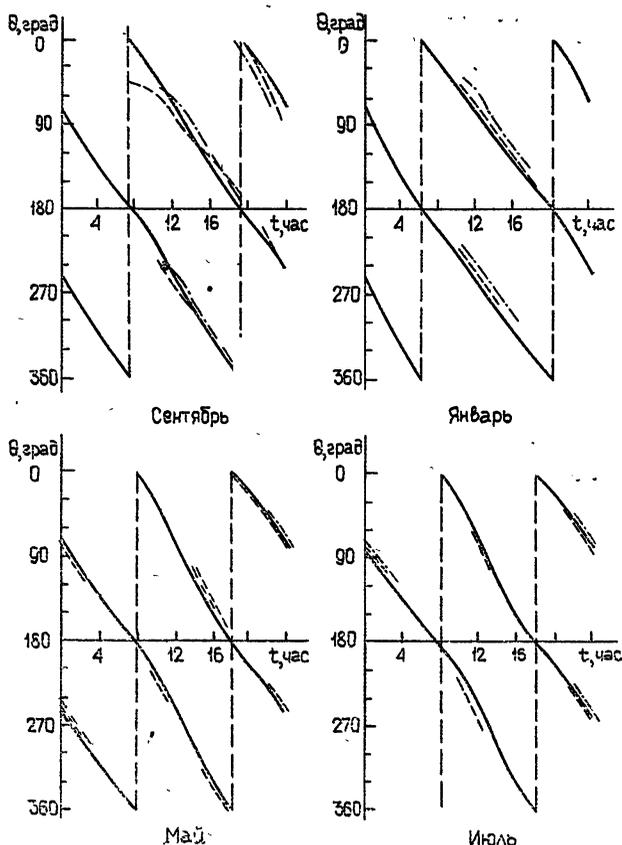


Рис. 1. Оптимальный азимут распространения обратных эхо-сигналов в период 1969—70 гг. для Ленинграда. Сплошная кривая—рассчитанное значение, пунктирная—экспериментальное медианное значение для частот 7—14,35 МГц, штрих-пунктирная—экспериментальное медианное значение для частот 21—29,5 МГц (время московское).

На рис. 1 показаны теоретический оптимальный азимут, рассчитанный по выше приведенной формуле, и медианное значение экспериментального азимута распространения обратных эхо-сигналов в зависимости от времени суток и частоты для сентября, января, мая и июля месяцев наблюдаемого периода.

Как видно из рисунка, в дни равноденствия экспериментальное значение  $\theta_{opt}$  для частот 7—14,35 МГц имеет значительные отклонения от рассчитанного в часы восхода и захода Солнца в точке наблюдения. В часы восхода отклонение достигает  $45^\circ$ , в часы захода —  $20^\circ$ . Такие значительные отклонения, по всей видимости, определяются тем, что в данные моменты времени рассчитанный оптимальный азимут проходит через зоны повышенного аврорального поглощения высоких широт северного и южного полушарий Земли, которое не учитывалось при расчетах, и поэтому наиболее благоприятные условия распространения обратных эхо-сигналов в это время определяются только частью сектора их распространения, не блокированной авроральными зонами. Для частот 21—29,5 МГц наблюдается хорошее соответствие рассчитанного и экспериментального оптимального азимута с небольшим запаздыванием последнего. С изменением времени года прослеживается и изменение экспериментального значения  $\theta_{opt}$ . При этом наблюдается полное его совпадение с рассчитанными для частот 7—14,35 МГц в январе и июле.

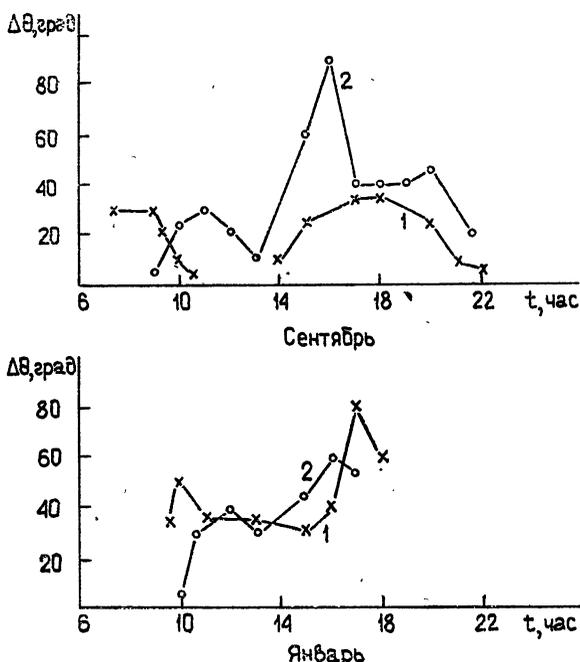


Рис. 2. Экспериментальные значения ширины сектора распространения обратных эхо-сигналов в период 1969—70 гг. для Ленинграда; 1 — для частот 7—14,35 МГц; 2 — для частот 21—28,5 МГц (время московское).

Для частот 21—29,5 МГц в эти месяцы наблюдается, как и предполагалось, запаздывание экспериментального оптимального азимута на величину 5—10°. Из рис. 1 также видно, что прием обратных эхо-сигналов в январе наблюдался только в дневное время, а в июле при-

мущественно в ночное время, т. е. в те моменты времени, когда точка наблюдения была наиболее близка к сумеречному поясу. В мае месяце происходит переход от дневных условий приема обратных эхо-сигналов к ночным.

На рис. 2 показаны кривые ширины сектора распространения обратных эхо-сигналов в зависимости от частоты и времени суток для сентября и января месяцев. Независимо от частоты для обоих месяцев значение  $\Delta\theta$  имеет два максимума, первый соответствует утреннему времени, второй — вечернему, т. е. ширина сектора распространения обратных эхо-сигналов наибольшая во время, близкое к сумеркам. Для более высоких частот наблюдается некоторое запаздывание максимума  $\Delta\theta$  относительно максимума для низких частот, подобное запаздыванию оптимального азимута распространения обратных эхо-сигналов высоких частот. Глубокий минимум значения  $\Delta\theta$  около 12<sup>00</sup> московского времени для частот 7 — 14,35 МГц в сентябре месяце еще раз показывает, что влияние ионосферного поглощения на характеристики распространения обратных эхо-сигналов является преобладающим для этих частот. В сентябре месяце для высоких частот в вечернее время наблюдается несколько большее значение  $\Delta\theta$ , чем для низких частот.

В январе месяце наблюдается обратная картина.

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы:

- 1) оптимальный азимут распространения обратных эхо-сигналов для низких частот определяется большим кругом минимального ионосферного поглощения, для высоких частот — большим кругом МПЧ;
- 2) на оптимальный азимут распространения обратных эхо-сигналов влияют зоны повышенного аврорального поглощения высоких широт;
- 3) ширина сектора распространения обратных эхо-сигналов максимальна во время, близкое к сумеркам, для более низких частот;
- 4) для высоких частот в дни равноденствия ширина сектора распространения обратных эхо-сигналов больше, чем для низких частот; в дни солнцестояния зависимость обратная.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. R. B. Fenwick, O. G. Villard, E. C. Hayden, R. Bredek, Proc. IEEE, 52, № 4, 1241 (1964).
2. H. A. Hess, Proc. IRE, 40, № 9, 1065 (1952).
3. R. B. Fenwick, O. G. Villard, J. Geophys. Res., 68, № 20, 5659 (1963).

Поступила в редакцию  
5 мая 1974 г.

#### SEASONAL VARIATIONS OF AZIMUTHAL CHARACTERISTICS OF BACK ECHO-SIGNALS

V. A. Bubnov, G. A. Rumyantsev

The dependence of azimuthal characteristics of back echo-signals versus season, time, day and frequency are considered on the basis of experimental data.

УДК 621.384 63

## МЕТРИКА СУБМИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА ДЛИН ВОЛН С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОПОРНОГО СПЕКТРА

*Б. А. Андреев, С. П. Белов, А. В. Буренин, Л. И. Герштейн,  
Е. Н. Карякин, А. Ф. Крупнов*

Рассматриваются методы измерения по опорному спектру мощности когерентного излучения, частот и интенсивностей спектральных линий газов в субмиллиметровом диапазоне длин волн, основанные на применении радиоспектроскопа с акустическим детектором. Предлагаемые методы значительно расширяют возможности метрики субмиллиметрового диапазона. К достоинствам этих методов относятся: во-первых, простота, что позволяет легко автоматизировать процесс измерения; во-вторых, возможность проводить измерения одновременно всех указанных величин в большом числе точек по диапазону при малом времени работы субмиллиметровой аппаратуры.

1. Радиоспектроскоп с широкодиапазонными лампами обратной волны (ЛОВ) и акустическим детектором, регистрирующим изменение давления газа при поглощении им излучения (РАД) [1], позволяет вести автоматическую двухканальную запись спектров поглощения молекул в непрерывном диапазоне от 150 до 870 ГГц ( $\lambda = 2 \div 0,35$  мм). Объемный тепловой характер приема обеспечивает независимость чувствительности от частоты и усреднение интерференционных эффектов. Записи спектров содержат тысячи линий, причем отношение сигнал/шум достигает  $10^5 - 10^6$ . Величина сигнала от спектральной линии равна

$$A = KP(1 - e^{-\gamma l}), \quad (1)$$

где  $K$  — не зависящая от частоты постоянная РАД,  $P$  — мощность генератора СВЧ излучения,  $\gamma$  — коэффициент поглощения линии газа на единицу длины,  $l$  — длина ячейки с газом ( $l \sim 10$  см).

2. В качестве естественного масштаба частот и интенсивностей спектральных линий, т. е. опорного спектра, в субмиллиметровом диапазоне длин волн используется вращательный спектр поглощения молекулы двуокиси серы  $SO_2$ . Наиболее распространенные изотопические разновидности  $S^{32}O_2^{16}$  и  $S^{34}O_2^{16}$  имеют вращательный спектр, не усложненный сверхтонкой структурой и хорошо описываемый в рамках модели асимметрического нежесткого волчка. Это позволяет с относительной точностью, лучшей, чем  $10^{-6}$ , рассчитать частоты и с относительной точностью порядка  $10^{-2}$  — интенсивности спектральных линий в субмиллиметровом диапазоне, используя многочисленные измерения в более низкочастотной области. Количество примесей в двуокиси серы, полученной методом, изложенным в [2], порядка 1% мольного, причем в подавляющем количестве это вода ( $H_2O$ ) и трехокись серы ( $SO_3$ ). Вращательный спектр воды вследствие малости моментов инерции очень редкий и хорошо изучен [3]. Дипольный момент трехокиси серы равен нулю, и, следовательно, вращательный спектр в электродипольном приближении отсутствует. Авторами получена непрерывная запись

спектра  $\text{SO}_2$  в диапазоне 265—370 ГГц, на которой было идентифицировано около 500 линий с коэффициентами поглощения  $\gamma \approx 10^{-4} \div 10^{-2} \text{ см}^{-1}$ , принадлежащих изотопической комбинации  $\text{S}^{32} \text{O}_2^{16}$ , находящейся в основном и трех низших колебательных состояниях ((010), (020), (100)), и изотопической комбинации  $\text{S}^{34} \text{O}_2^{16}$ , находящейся в основном колебательном состоянии. Идентифицированные линии расположены достаточно равномерно со средней плотностью 1 линия на 250 МГц. Участок записи спектра приведен на рис. 1.

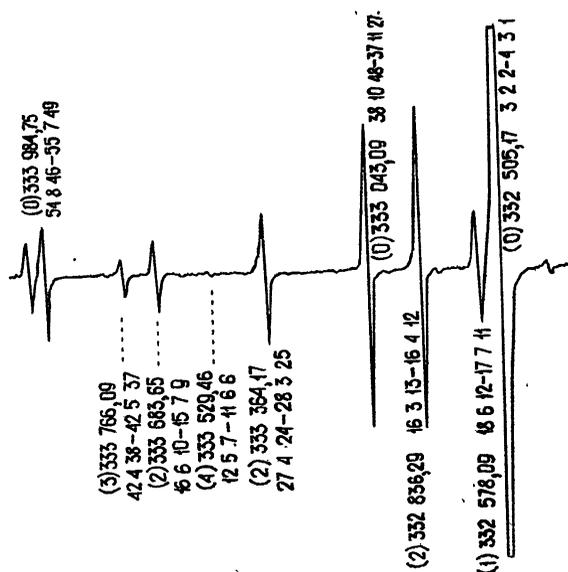


Рис. 1. Участок опорного спектра  $\text{SO}_2$ . Указаны идентификация и частоты линий основных состояний  $\text{S}^{32} \text{O}_2^{16}$  и  $\text{S}^{34} \text{O}_2^{16}$  — соответственно (0) и (2), а также состояний (010), (020), (100)  $\text{S}^{32} \text{O}_2^{16}$  — (1), (3), (4).

3. Для проведения измерений две ячейки РАД, расположенные последовательно на пути субмиллиметрового излучения ЛОВ, заполняются—одна исследуемым газом, другая— $\text{SO}_2$ . Сканирование частоты ЛОВ позволяет на ленте двухперьевого самописца получить синхронную по частоте запись двух спектров: исследуемого и опорного. Участок такой записи приведен на рис. 2.

а) Измерение частот спектральных линий исследуемого газа производится путем интерполяции зависимости частоты ЛОВ от времени (или от текущей координаты на ленте с записью) по известным частотам опорного спектра. Точность измерений оценивалась сравнением частот спектральных линий муравьиной кислоты ( $\text{НСООН}$ ), определенных по опорному спектру, с результатами контрольных измерений, относительная точность которых лучше, чем  $3 \cdot 10^{-6}$  (см. табл. 1), а также с результатами обработки экспериментальных частот вращательного спектра  $\text{НСООН}$  в рамках модели нежесткого асимметрического волчка. В обработке использовались: частоты 50 линий  $\text{НСООН}$  в диапазоне 265—325 ГГц, измеренные по опорному спектру; частоты 20 линий в диапазоне 313—472 ГГц, полученные в контрольных измерениях сравнением с гармониками кварцевого генератора; частоты 66 линий в диапазоне 22—202 ГГц, приведенные в [4]. Оцененное таким образом среднеквадратичное отклонение результатов измерений по опорному спектру имеет величину 14 МГц, что на частоте в 300 ГГц дает относительную погрешность  $4 \cdot 10^{-5}$ .

б) Соотношение между мощностью генератора когерентного излучения на частотах линий опорного спектра ( $\nu_1$  и  $\nu_2$ ) легко получить

путем сравнения экспериментального и теоретического отношения интенсивностей выбранных опорных линий. Действительно, из (1) при  $\gamma l \ll 1$  следует

$$\frac{A_1}{A_2} \frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{P(\nu_1)}{P(\nu_2)} \quad (2)$$

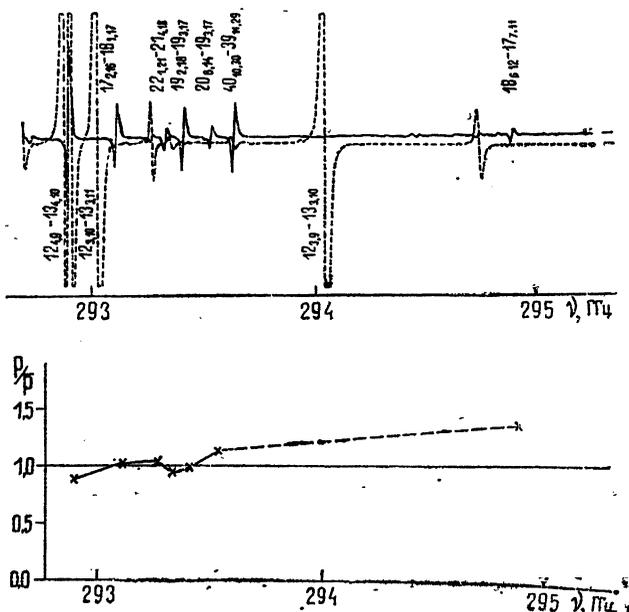


Рис. 2. Участок одновременной записи спектров муравьиной кислоты HCOOH (пунктирная линия) и двуокиси серы SO<sub>2</sub> (сплошная линия). В нижней части рисунка приведен график зависимости мощности ЛОВ (в относительных единицах) от частоты, построенный по линиям спектра SO<sub>2</sub>.

Для вращательных спектров молекул величина  $\gamma_2/\gamma_1$  может быть рассчитана. Это позволяет по измеренным на записи спектра отношениям интенсивностей линий  $A_1/A_2$  определить зависимость мощности излучения в относительных единицах от частоты в большом числе точек по частотному диапазону (рис. 2). Результаты применения изложенного метода к исследованию основного в субмиллиметровом диапазоне источника когерентного излучения—ЛОВ—приведены в [5]. Абсолютная калибровка графика мощности может быть проведена в одной из точек такого диапазона, где имеются линии поглощения газа и возможно измерение мощности в абсолютных единицах (например, в сантиметровом диапазоне). Следует отметить, что слабое влияние ячейки с газом на проходящую мощность позволяет создать измеритель проходящей мощности для непрерывного контроля.

в) Для измерения в относительных единицах коэффициентов поглощения спектральных линий прежде всего определяется по опорному спектру зависимость мощности ЛОВ от частоты (пункт б)), а поскольку ячейки пронизываются одним и тем же потоком излучения, то с помощью (2) легко получить отношения  $\gamma_1/\gamma_2$  для линий исследуемого спектра. Для абсолютной калибровки очень удобен следующий метод: обе ячейки заполняются исследуемым газом, и запись проводится для второй ячейки при условии, что ширина линий в ней значи-

тельно больше, чем в первой. В этом случае поглощение мощности в первой ячейке обуславливает провал в центре записываемой линии и

$$\gamma = \frac{1}{l} \ln \frac{A_1}{A_2}, \quad (3)$$

Таблица 1

Идентификация линий	$\nu_1 \pm 14, \text{ МГц}$	$\nu_2 \pm \Delta, \text{ МГц}$	$\nu_1 - \nu_2, \text{ МГц}$
$13_{12,2} - 14_{12,3}$ $13_{12,1} - 14_{12,2}$	314988	$314994,5 \pm 0,8$	- 6,5
$13_{6,7} - 14_{6,8}$ $13_{6,8} - 14_{6,9}$	315040	$315041,6 \pm 0,1$	- 1,6
$13_{5,8} - 14_{5,9}$ $13_{5,9} - 14_{5,10}$	315197	$315197,9 \pm 0,8$	- 0,9
$13_{4,10} - 14_{4,11}$	315497	$315495,3 \pm 0,8$	+ 1,7
$13_{4,9} - 14_{4,10}$	315568	$315559,3 \pm 0,1$	+ 8,7
$13_{3,11} - 14_{3,12}$	315634	$315621,0 \pm 0,1$	+13,0
$13_{3,10} - 14_{3,11}$	317086	$317077,2 \pm 0,1$	+ 8,8
$13_{1,12} - 14_{1,13}$	321782	$321783,6 \pm 0,1$	- 1,6
$13_{2,11} - 14_{2,12}$	323058	$323059,7 \pm 0,1$	- 1,7

Частоты спектральных линий  $\text{НСООН}$ , определенные по опорному спектру ( $\nu_1$ ) и в контрольных измерениях ( $\nu_2$ ).

где  $A_1$  и  $A_2$  — сигналы на выходе спектроскопа, соответствующие максимуму и центру линии. На рис. 3 приведена запись линии поглощения формальдегида ( $\text{H}_2\text{CO}$ )  $3_{1,3} - 4_{1,4}$ , с провалом в центре, в виде производной от ее контура. Определенный по записи коэффициент поглощения  $\gamma \approx 5,9 \cdot 10^{-2} \text{ см}^{-1}$ .

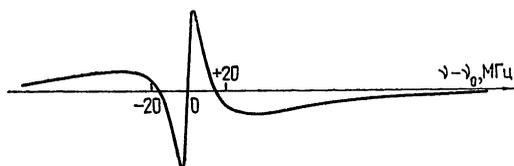


Рис. 3. Запись в виде производной линии поглощения формальдегида  $\text{H}_2\text{CO}$   $3_{1,3} - 4_{1,4}$  с провалом в центре ( $T \approx 300 \text{ К}$ ;  $\nu_0 = 281526,9 \text{ МГц}$ ).

Очень важно, что изложенные методы измерений основаны на несложной обработке записи спектра, полученной при однократном непрерывном прохождении частотного диапазона, т. е. не требуют «штучной» работы со спектральными линиями при включенной субмил-

лиметровой аппаратуре. Ленту самописца нетрудно заменить на перфоленту для удобства ввода в ЭВМ с целью полной автоматизации обработки.

4. Точность измерения частоты некоторых линий по опорному спектру можно повысить до  $1 \cdot 10^{-6}$  с помощью высокочастотной модуляции ЛОВ [6]. Частота излучения ЛОВ ( $\nu_0$ ) стабилизируется методом, описанным в [7], по известной спектральной линии газа, находящегося в одной из двух ячеек РАД, и затем модулируется колебаниями от вспомогательного генератора с частотой  $\nu_{\text{мод}}$ , регулируемой от единиц до сотен мегагерц. При этом в спектре колебаний ЛОВ появляются боковые компоненты с частотами

$$\nu = \nu_0 \pm n \nu_{\text{мод}} \quad (4)$$

и мощностью, достаточной для наблюдения спектральных линий\*. При перестройке частоты вспомогательного источника, который играет роль интерполятора, записываются участки спектра исследуемого газа, находящегося в другой ячейке РАД, в пределах  $\nu_0 \pm 0,5$  ГГц. Частота вспомогательного генератора измерялась электронно-счетным частотомером, на записи спектра производились отметки частоты и разность частот между исследуемой и опорной линиями определялась с точностью до долей мегагерца. В табл. 2 приведены результаты измерения частоты линии  $19_{1,19} - 19_{2,18}$  в спектре молекулы  $\text{SO}_2$  по известным линиям  $J = 11 - 12$  закиси азота ( $\text{N}_2^{14}\text{O}^{16}$ ) в состояниях (000) и (01<sup>1</sup>0) при различных номерах боковых компонент. Согласие результатов между собой и с расчетом лежит в пределах 0,3 МГц, что на частоте 300 ГГц дает относительную точность  $1 \cdot 10^{-6}$ . Недостатками метода являются: усложнение наблюдаемого спектра, ограниченность частотного интервала интерполяции ( $\pm 0,5$  ГГц около опорной линии), что уменьшает число линий, частоты которых можно измерить.

Таблица 2

Линия $\text{N}_2\text{O}$	Частота линии ( $\nu_0$ ), МГц	Частота модуляции ( $\nu_{\text{мод}}$ ), МГц	Выражение для $\nu(\text{SO}_2)$	$\nu(\text{SO}_2)$ , МГц	Теоретическое значение $\nu(\text{SO}_2)$ , МГц
$J = 11 - 12$ (000) [8]	301442,63	151,3	$\nu_0 + 3 \nu_{\text{мод}}$	301896,6	301896,57
		226,9	$\nu_0 + 2 \nu_{\text{мод}}$	301896,5	
$J = 11 - 12$ (01 <sup>1</sup> 0) [8]	302131,72	235,4	$\nu_0 - \nu_{\text{мод}}$	301896,3	

Частота линии  $19_{1,19} - 19_{2,18}$  во вращательном спектре молекулы  $\text{S}^{32}\text{O}_2^{16}$ , измеренная по опорным линиям  $\text{N}_2\text{O}$  методом модуляции частоты ЛОВ.

Изложенные результаты показывают практическую пригодность как вращательного спектра  $\text{SO}_2$ , так и разработанных методик для измерения частот и интенсивностей больших массивов спектральных линий в субмиллиметровом диапазоне. Большой областью применения метода опорного спектра может стать химический и изотопный молекулярный анализ по вращательным спектрам, где получающаяся с его помощью точность достаточна для идентификации линий различных

\* При изменении индекса модуляции мы наблюдали от одной до четырех-пяти боковых компонент.

веществ, а простота создает возможность широкого использования. Особое значение метод опорного спектра приобретает в связи с возможностью автоматизации процесса обработки спектров на перфоленту, обработки записи на ЭВМ и составления таблиц исследуемого спектра с измеренными частотами и интенсивностями. Запись исследуемого спектра совместно с опорным является и удобным способом хранения информации в «библиотеке спектров», создание которой в субмиллиметровом диапазоне необходимо с развитием применений этого диапазона.

Авторы благодарят доктора Ж. Белле и доктора Г. Стеенбеккельера за рекомендацию использовать спектр  $\text{SO}_2$  в качестве опорного и за предоставление таблиц частот переходов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. П. Белов, А. В. Буренин, Л. И. Герштейн, В. В. Королихин, А. Ф. Крупнов, Оптика и спектроскопия, **35**, 1403 (1970); С. П. Белов, А. В. Буренин, Л. И. Герштейн, В. П. Казаков, Е. Н. Карякин, А. Ф. Крупнов, Письма в ЖЭТФ, **18**, 285 (1973)
2. Ф. М. Рапопорт, А. И. Ильинская, Лабораторные методы получения чистых газов, Госхимиздат, М., 1963.
3. F. C. De Lucia, P. Helminger, R. L. Cook, W. Gordy, Phys. Rev. A., **5**, 2 (1972).
4. NBS Monograph 70, Microwave Spectral Tables, 3.
5. Б. А. Андреев, А. В. Буренин, С. П. Белов, Л. И. Герштейн, А. Ф. Крупнов, Радиотехника и электроника (в печати).
6. В. Горди, В. Смит, Р. Трамбаруло, Радиоспектроскопия, Гостехиздат, М., 1955
7. С. П. Белов, Л. И. Герштейн, Е. Н. Карякин, А. Ф. Крупнов, ПТЭ, **3**, 142 (1973).
8. R. Pearson, T. Sullivan, L. Frenkel, J. Molec. Spectrosc., **34**, 3 (1970).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию  
22 мая 1974 г.

#### SUBMILLIMETER WAVELENGTH METRICS USING THE REFERENCE SPECTRUM

*B. A. Andreev, S. P. Belov, A. V. Burenin, L. I. Gershtein,  
E. N. Karyakin, A. F. Krupnov*

Using the reference spectrum we consider the methods of measuring the coherent radiation power, frequencies and intensities of spectral gas lines at submillimeter wavelengths by a radiospectroscope with an acoustic detector. The suggested methods extend considerably the possibilities of submillimeter wave metrics. The advantages of these methods are: first, the simplicity that allow us to automatize the measurement process, second, the possibility of simultaneous measurements of all values mentioned within the range of a large number of points at a short operation time of submillimeter apparatus.

УДК 621.373.7

## ОПТИМИЗАЦИЯ ОБНАРУЖИТЕЛЯ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ГЕНЕРАТОРА

*Г. Я. Карасик, Г. И. Кравченко, В. Ф. Марко*

Изучается одночастотный параметрический генератор, выступающий в роли обнаружителя детерминированных сигналов, и решаются задачи: а) оптимизации сигнала при заданном режиме генератора, б) оптимизации режима при заданном сигнале

В [1] показано, что одночастотный параметрический генератор (ОПГ) в режиме однократного запуска можно использовать в качестве обнаружителя детерминированных сигналов. Однако характеристики обнаружения, полученные в [1], соответствуют неблагоприятному случаю, когда алгоритм системы не согласован с сигналом. Ниже определяются предельные ситуации, в рамках которых ОПГ в наименьшей мере отличается от оптимального устройства. В частности, решаются две задачи: а) определяется класс сигналов, для которых ОПГ в заданном режиме является оптимальным обнаружителем (подбирается сигнал под ОПГ), б) находится режим работы ОПГ, оптимизирующий его характеристики при обнаружении заданного сигнала (подбирается ОПГ под сигнал).

Для того, чтобы приступить к решению данных задач, найдем алгоритм преобразования малого внешнего воздействия  $\varepsilon(t)$  в ОПГ, движения в котором описываются уравнением

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \Omega \beta(t) \frac{dq}{dt} + \Omega^2 (1 + m \sin 2\omega_0 t) q = -\frac{1}{L} \varepsilon(t). \quad (1)$$

Здесь  $q$  — заряд на емкости,  $\Omega$  — собственная частота системы,  $\beta(t) = \frac{r(t)}{\Omega L}$ ,  $r(t)$  — закон изменения положительного активного сопротивления,  $L$  — индуктивность.

При определении интересующего нас алгоритма выходным эффектом будем считать установление одного из дискретных состояний фазы субгармоники в фиксированный момент времени  $t_2$ .

Полагая, что  $\Omega = \omega_0$  и

$$q(t) = a(t) \cos \omega_0 t + b(t) \sin \omega_0 t,$$

так же, как в [1], составим систему укороченных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= p(t)a + F_a(t), \\ \frac{db}{dt} &= p(t)b + F_b(t), \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$p(t) = \frac{\Omega}{2} \left[ \frac{m}{2} - \beta(t) \right], \quad \rho(t) = \frac{\Omega}{2} \left[ -\frac{m}{2} - \beta(t) \right],$$

$$F_a(t) = \frac{1}{\Omega L} [\varepsilon(t) \sin \omega_0 t], \quad F_b(t) = -\frac{1}{\Omega L} [\varepsilon(t) \cos \omega_0 t].$$

Считаем, что функция  $p(t)$  до момента  $t_2$  один раз пересекает ось  $t$  в некоторой точке  $t_1$  при условии  $\text{sgn} [p(t < t_1)] < 0$ ,  $\text{sgn} [p(t > t_1)] > 0$ .

Если промежуток  $(t_2, t_1)$  достаточно велик, искомый алгоритм запишется в форме [1]

$$\lambda = \text{sgn} I(t_2); \quad (3a)$$

$$I(t) = \int_{-\infty}^t h(y) \varepsilon(y) \sin \omega_0 y dy, \quad (3b)$$

где  $\lambda$  — символ, принимающий значения  $\pm 1$  в согласии с установлением в системе одной из стационарных фаз,  $h(t)$  — весовая функция, определяемая законом  $r(t)$ .

Данный алгоритм позволяет обнаруживать сигнал  $e(t)$  в смеси  $\varepsilon(t) = e(t) + \eta(t)$  ( $\eta(t)$  — нормальный дельта-коррелированный шум) с вероятностью ложной тревоги, равной 0,5, и вероятностью пропуска сигнала, зависящей от вида функций  $e(t)$  и  $r(t)$ . При  $e(t) = \sin \omega_0 t$  исход  $\lambda = +1$  соответствует решению о наличии сигнала.

Задача подбора сигнала под заданный режим ОПГ (под заданный закон  $r(t)$ ) решается достаточно просто: из (3) непосредственно следует, что ОПГ есть оптимальный обнаружитель колебания [2]

$$e(t) = Mh(t) \sin \omega_0 t = M \left[ \exp \int_{t_1}^t -p(x) dx \right] \sin \omega_0 t \quad (4)$$

на фоне  $\eta(t)$ , где  $M = \text{const}$ .

Интересен следующий факт: сигнал (4) с помощью ОПГ можно не только обнаружить, но и создавать (генерировать). Для того, чтобы это показать, найдем из (2) вид функции  $q(t)$ :

$$q(t) = \sqrt{a^2(t) + b^2(t)} \cos(\omega_0 t - \psi(t)); \quad \psi(t) = \text{arctg} \frac{b(t)}{a(t)}; \quad (5a)$$

$$\begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{\Omega L} \int_{-\infty}^t \varepsilon(x) \begin{pmatrix} \sin \omega_0 x \\ -\cos \omega_0 x \end{pmatrix} \exp \left[ \int_x^t \begin{pmatrix} p(y) \\ \rho(y) \end{pmatrix} dy \right] dx. \quad (5b)$$

Если бы в (5) в роли внешней силы выступал короткий видеопульс с амплитудой  $A$  и длительностью  $\Delta t$  ( $\Delta t \ll 2\pi/\omega_0$ ), расположенный на оси времени в точке  $t_1$ , при условии  $\sin \omega_0 t_1 = 1$ , процесс  $q(t)$  принял бы форму

$$q(t) = \frac{A \Delta t}{\Omega L} \left[ \exp \left( \int_{t_1}^t p(x) dx \right) \right] \cos \omega_0 t,$$

что дает

$$u_{\text{вых}} = L \frac{d^2 q}{dt^2} \approx M \left[ \exp \left( \int_{t_1}^t p(x) dx \right) \right] \cos \omega_0 t, \quad M = -A \Delta t \Omega.$$

Сравнивая полученное выражение с (4), заключаем, что на пере-

дающем конце гипотетической линии связи в качестве источника сигналов можно поставить устройство, аналогичное приемному ОПГ при условии, что процессы накачки приемного и передающего ОПГ противофазны и, кроме того, функция  $p_n(t)$ , характеризующая режим передающего ОПГ, подчиняется требованию  $p_n(t) = -p(t)$ . Последнее означает, что максимум амплитуды колебаний передающего устройства соответствует моменту возбуждения приемного ОПГ (полагается, что линия связи не вносит запаздывания).

Разумеется, внешнее воздействие  $\varepsilon(t)$  на передающем ОПГ может иметь не только видеоимпульсный характер. К примеру, в качестве  $\varepsilon(t)$  можно использовать синхронное с субгармоникой соответствующим образом сфазированное колебание.

Для решения задачи подбора режима ОПГ под сигнал примем, что в роли последнего выступает процесс

$$e(t) = \begin{cases} A_c \sin \omega_0 t, & t_n \leq t \leq t_k \\ 0, & t_n > t > t_k \end{cases} \quad (6)$$

именуемый прямоугольным радиоимпульсом. Цель решения в данном случае — определение функции  $r_0(t)$ , которая приближает характеристики системы к оптимальным.

Вначале решим задачу в общем случае, не накладывая ограничений на режим. Обозначая спектральную плотность шума  $\eta(t)$  через  $N_0$ , составим отношение

$$F(h) = \frac{\int_{-\infty}^{t_2} h(t) e(t) \sin \omega_0 t dt}{\sqrt{N_0 \int_{-\infty}^{t_2} h^2(t) \sin^2 \omega_0 t dt}}, \quad (7)$$

которое может быть истолковано как отношение сигнал/шум после линейного преобразования (3 б). Очевидно, что увеличение  $F(h)$  соответствует улучшению характеристик ОПГ.

Поскольку  $F(h)$  является функционалом относительно  $h(t)$ , можно найти функцию  $h_0(t)$ , которая дает ему максимум, и на основании этого получить оптимальный закон  $r_0(t)$ .

Определяя вариацию  $\delta F(h)$  и решая уравнение  $\delta F(h) = 0$ , приходим к выражению

$$h_0(t) = \begin{cases} 1, & t_n \leq t \leq t_k \\ 0, & t_n > t > t_k \end{cases} \quad (8)$$

Искомый закон  $r_0(t)$  получаем из (8):

$$r_0(t) = \begin{cases} \frac{m}{2} \Omega L, & t_n \leq t \leq t_k \\ \infty, & t_n > t > t_k \end{cases} \quad (9)$$

Легко убедиться в том, что (3) при подстановке в него (8) превращается в оптимальный алгоритм обнаружения прямоугольного радиоимпульса [2]. Таким образом, решая задачу выбора режима в общем случае, мы снова превратили ОПГ в оптимальный приемник. Нужно, однако, заметить, что в нашем примере ОПГ потерял важное с практической точки зрения свойство — усиление за счет сверхрегенерации.

Обозначим коэффициент усиления за счет сверхрегенерации через  $K$  и определим его [4] как отношение огибающей субгармонического про-

цесса  $q(t)$  в момент  $t_2$  к огибающей в момент  $t_1$  в случае, когда на возбужденную систему не действует внешняя сила. Используя (5), находим:

$$K = \exp \left( \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt \right) = \exp \left[ \int_{t_1}^{t_2} \frac{\Omega}{2} \left( \frac{m}{2} - \frac{r(t)}{\Omega L} \right) dt \right].$$

Очевидно, что в случае (8)  $K = 1$ . Следовательно, при оптимальном обнаружении слабых сигналов типа (6) до и после ОПГ необходимо ставить усилитель для того, чтобы уверенно фиксировать состояние системы. Это усложняет схему обнаружителя.

Определим в связи с этим наиболее выгодный (предельный) вид функции  $r(t)$  при заданном коэффициенте  $K$ . Будем считать, что  $K = K_0$  ( $K_0 \gg 1$ ), и поставим дополнительное условие  $|p(t)| \leq p_0$ , которое ограничивает степень регенерации системы.

Наложение ограничения означают, что

$$h_0(t) \leq h_{rp}(t) = \exp \left[ -p_0 \left( t - t_2 + \frac{1}{p_0} \ln K_0 \right) \right]. \quad (10)$$

Экстремаль функционала (7) в данном случае будет состоять из кусков функции (8) и границ области (10) [3]:

$$h_0(t) = \begin{cases} 0, & t < t_n \\ 1, & t_n \leq t \leq t_c \\ h_{rp}, & t_c < t \leq t_k \end{cases}$$

Здесь  $t_c$  — точка стыка, определяемая формулой

$$t_c = t_2 - \frac{1}{p_0} \ln K_0.$$

Для иллюстрации на рис. 1 представлены предельные функции  $h_0(t)$  для двух коэффициентов усиления  $K_1$  и  $K_2$  ( $K_1 > K_2$ ). Площади под кривыми, соответствующими усилениям  $K_1$  и  $K_2$ , покрыты соответственно двойной и одинарной штриховкой. Точка стыка для  $K_1$  обозначена через  $t_{c1}$ , для  $K_2$  — через  $t_{c2}$ . Здесь же пунктирной линией нанесен график  $h_0(t)$  для  $K = 1$ .

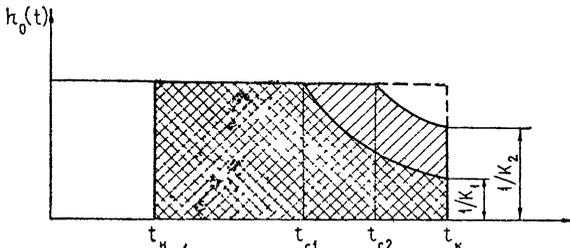


Рис. 1.

Интересующий нас вид  $r_0(t)$  вытекает из (10):

$$r_0(t) = \begin{cases} \infty, & t < t_n \\ \frac{m}{2} \Omega L, & t_n \leq t \leq t_c \\ -2Lp_0 + \frac{m}{2} \Omega L, & t_c < t \leq t_k \end{cases}$$

Найденные зависимости показывают, что ОПГ ведет себя как оптимальный обнаружитель (накопитель) лишь на интервале  $(t_n, t_c)$ . В дальнейшем ( $t > t_c$ ) вместе с резким увеличением амплитуды субгармоники система теряет чувствительность и накопление идет с малым весом ( $h_0(t) < 1$ ). При этом ОПГ отличается от оптимального устройства в худшую сторону тем больше, чем выше значение  $K$  (см. рис. 1).

Выводы, вытекающие из вышеприведенного анализа, формулируются следующим образом.

1) Если подбирается сигнал под заданный режим ОПГ, имеется возможность последний превратить в оптимальный обнаружитель с заданным коэффициентом усиления. В роли «генератора» оптимального сигнала может выступать схема, подобная ОПГ.

2) Подбор режима ОПГ под сигнал (в частности, под сигнал с прямоугольной огибающей) приводит к снижению коэффициента усиления за счет сверхрегенерации. Сохранение эффекта усиления ухудшает характеристики обнаружения тем больше, чем выше коэффициент усиления. При этом противоречие между усилением и оптимальностью системы должно зависеть от формы сигнала. Очевидно, например, что для сигналов с треугольной или колоколообразной огибающей оптимальность ОПГ достигается при  $K > 1$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. И. Кравченко, В. Ф. Марков, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 16, № 11, 1703 (1973).
2. Ю. С. Лезин, Оптимальные фильтры и накопители импульсных сигналов, изд. Сов. радио, М., 1969.
3. Я. Я. Цлаф, Вариационное исчисление и интегральные уравнения, изд. Наука, М., 1966.
4. М. К. Белкин, Сверхрегенеративный радиоприем, изд. Техніка, Киев, 1968.

Уральский электромеханический институт  
инженеров железнодорожного транспорта

Поступила в редакцию  
21 мая 1974 г.

#### OPTIMIZATION OF SIGNAL DETECTOR ON THE BASIS OF A PARAMETRIC OSCILLATOR

*G. Ya. Karasik, G. I. Kravchenko, V. F. Markov*

A single-frequency parametric oscillator as a detector of determined signals is studied and the problems are solved: a) optimization of a signal under the given oscillator conditions, b) optimization of conditions under the given signal.

УДК 621.373.42

## ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ПРЕДЕЛЫ ПЕРЕСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ И УСТОЙЧИВОСТЬ КОЛЕБАНИЙ В АВТОГЕНЕРАТОРЕ С ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

*В. Г. Соколинский*

Рассмотрены потенциальные пределы перестройки частоты одноконтурного автогенератора с запаздыванием, работающего в одночастотном режиме, с учетом возможности возбуждения паразитного режима многочастотных колебаний. Исследовано взаимное расположение областей самовозбуждения и устойчивости режимов одно- и многочастотных колебаний в системе параметров генератора. Определены потенциальные пределы перестройки частоты при вариации резонансной частоты контура и времени запаздывания

Известно, что в автогенераторах с запаздыванием условия баланса фаз могут удовлетворяться одновременно для нескольких частот, лежащих в полосе контура, и, соответственно, здесь возможно возникновение режима многочастотных колебаний. Рабочим режимом автогенератора является, как правило, режим колебаний одной частоты. При этом многочастотный режим является паразитным и его возбуждение может ограничить перестройку частоты автогенератора. Очевидно, что потенциальные возможности перестройки частоты определяются устойчивостью одночастотного режима во всей зоне перестройки и возможностью возбуждения и устойчивой генерации в этой зоне многочастотного режима.

Исследованию возбуждения и устойчивости колебаний в автогенераторах с запаздыванием посвящен ряд работ [1-9]. Однако для решения вопроса о потенциальных пределах перестройки частоты автогенератора потребовалось провести исследование взаимного расположения областей самовозбуждения и устойчивости для разных видов колебаний в системе параметров автогенератора. На основании этого исследования, проведенного в данной работе, определены потенциальные пределы перестройки частоты одноконтурного автогенератора с запаздыванием\*.

### 1. ОБЛАСТИ САМОВОЗБУЖДЕНИЯ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМОВ

Схема автогенератора с запаздыванием представлена на рис. 1 ( $R$  — эквивалентное сопротивление колебательного контура, имеющего резонансную частоту  $\omega_k$  и добротность  $Q$ ,  $k$  — коэффициент обратной связи,  $\tau$  — время запаздывания,  $i_a$ ,  $u_g$ ,  $u$  — соответственно переменные составляющие анодного тока, напряжения на сетке и напряжения на контуре). При одновременной генерации колебаний  $m$  частот для каждой из частот должны соблюдаться условия баланса амплитуд и фаз.

\* Материалы статьи были доложены на заседании секции радиопередающих устройств Московского правления НТОРЭС им. А. С. Попова 22 января 1971 г.

Поскольку модуль полного сопротивления контура на частоте  $\omega_i$  равен  $R \cos \omega_i \tau$  [3], эти условия запишутся в виде

$$U_{i0} = I_{ai} R \cos \omega_i \tau; \quad (1)$$

$$\varphi_{ki} + \omega_i \tau = 2\pi n, \quad (2)$$

где  $\varphi_{ki} = \operatorname{arctg} 2Q \frac{\omega_i - \omega_k}{\omega_k}$  — сдвиг фазы в контуре, взятый с обратным знаком,  $n$  — целое число,  $i = 1, 2, \dots, m$ .

Найдем вначале условия самовозбуждения одно-, двух- и трехчастотных режимов. Вопрос об устойчивости найденных режимов и сосуществовании колебаний разных частот будет рассмотрен позднее.

Полагаем, что лампа автогенератора работает без сеточных токов, а зависимость тока от напряжения на сетке соответствует «мягкому» режиму самовозбуждения генератора и может быть записана в виде

$$i_a = S_1 u_g - S_3 u_g^3. \quad (3)$$

При одночастотном режиме  $u = U_0 \cos(\omega t + \theta_0)$ . При этом амплитуда колебаний тока на частоте  $\omega$   $I_a = S_1 k U_0 - \frac{3}{4} S_3 k^3 U_0^3$ . Используя (1) и обозначая  $\mu_1 = S_1 R k$ ,  $\mu_3 = S_3 R k^3$ , найдем, что

$$U_0 = \sqrt{\frac{4}{3\mu_3} \left( \mu_1 - \frac{1}{\cos \omega \tau} \right)}. \quad (4)$$

Условие самовозбуждения одночастотного режима определяется условием существования решения (4) и имеет вид

$$\mu_1 \geq \frac{1}{\cos \omega \tau}. \quad (5)$$

Произведя аналогичные преобразования для двухчастотного режима, когда  $u = \sum_{i=1}^2 U_{i0} \cos(\omega_i t + \theta_{i0})$ , найдем, что здесь

$$U_{10} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{\mu_3} \left( \mu_1 + \frac{1}{\cos \omega_1 \tau} - \frac{2}{\cos \omega_2 \tau} \right)}, \quad (6)$$

$$U_{20} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{\mu_3} \left( \mu_1 + \frac{1}{\cos \omega_2 \tau} - \frac{2}{\cos \omega_1 \tau} \right)},$$

и соответственно для самовозбуждения необходимо выполнение двух условий:

$$\mu_1 \geq \frac{2}{\cos \omega_2 \tau} - \frac{1}{\cos \omega_1 \tau}, \quad \mu_1 \geq \frac{2}{\cos \omega_1 \tau} - \frac{1}{\cos \omega_2 \tau}. \quad (7)$$

При трехчастотном режиме  $u = \sum_{i=1}^3 U_{i0} \cos(\omega_i t + \theta_{i0})$ . В отличие от других режимов здесь, аналогично [10], возможен случай, когда частоты комбинационных составляющих анодного тока совпадают с частотами  $\omega_i$ . Это происходит, если частоты эквидистантны. Из-за не-

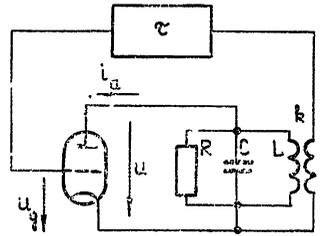


Рис. 1.

линейности фазочастотной характеристики контура такой режим возможен только тогда, когда средняя частота  $\omega_2 = \omega_k$ , а крайние частоты расположены симметрично по отношению к  $\omega_k$ . При эквидистантности частот спектр результирующего колебания может быть представлен в виде составляющих, начальные фазы которых либо совпадают, либо отличаются на  $180^\circ$ . В этом случае, если приписать значениям  $U_{i0}$  знак (плюс или минус), зависящий от начальной фазы колебания, суммарное напряжение  $u = \sum_{i=1}^3 U_{i0} \cos(\omega_i t + \theta_{20})$ .

Используя (1) и (3), найдем, что в трехчастотном режиме имеет место система из трех уравнений вида

$$U_{i0} = \left[ \mu_1 U_{i0} - \frac{3}{4} \mu_3 (U_{i0}^3 + 2 U_{i0} U_{p0}^2 + 2 U_{i0} U_{q0}^2 + h_i) \right] \cos \omega_i \tau, \quad (8)$$

где  $h_1 = U_{20}^2 U_{30}$ ,  $h_2 = 2 U_{10} U_{20} U_{30}$ ,  $h_3 = U_{20}^2 U_{10}$  — добавочные члены, появляющиеся за счет комбинационных составляющих при эквидистантности частот,  $i = 1, 2, 3$ ,  $p \neq q \neq i$ .

Из (8) для неэквидистантной расстановки частот найдем, что

$$U_{i0} = \sqrt{\frac{4}{15 \mu_3} \left( \mu_1 + \frac{3}{\cos \omega_i \tau} - \frac{2}{\cos \omega_p \tau} - \frac{2}{\cos \omega_q \tau} \right)}. \quad (9)$$

Из (9) следует, что для самовозбуждения трехчастотного неэквидистантного режима необходимо совместное выполнение трех условий вида

$$\mu_1 \geq \frac{2}{\cos \omega_p \tau} + \frac{2}{\cos \omega_q \tau} - \frac{3}{\cos \omega_i \tau}. \quad (10)$$

В случае эквидистантного режима, исследуя систему (8), найдем, что здесь возможны три состояния:  $U_{10} = U_{30}$ ;  $U_{10} = -U_{30}$ ;  $U_{10} U_{30} = -U_{20}^2$ . Первый случай соответствует спектру АМ сигнала, второй — ФМ сигнала при малом индексе модуляции, третий — сигналу с асимметричным спектром [5].

Из (8) получим, что при спектре АМ сигнала

$$U_{10} = U_{30} = \sqrt{\frac{4}{45 \mu_3} \left( 2 \mu_1 - 3 + \frac{1}{\cos \omega_1 \tau} \right)}, \quad (11)$$

$$U_{20} = \sqrt{\frac{4}{15 \mu_3} \left( \mu_1 + 1 - \frac{2}{\cos \omega_1 \tau} \right)},$$

при спектре ФМ сигнала

$$U_{10} = -U_{30} = \sqrt{\frac{4}{3 \mu_3} \left( 1 - \frac{1}{\cos \omega_1 \tau} \right)}, \quad U_{20} = \sqrt{\frac{4}{3 \mu_3} \left( \mu_1 - 3 + \frac{2}{\cos \omega_1 \tau} \right)}. \quad (12)$$

При рассмотрении режима с асимметричным спектром введем параметр  $\xi = -U_{30}/U_{10}$ . При этом  $U_{30} = -U_{10} \xi$ ,  $U_{20} = U_{10} \sqrt{\xi}$  и из (8) найдем, что

$$U_{10} = \frac{1}{1 + \xi} \sqrt{\frac{4}{3 \mu_3} \left( \mu_1 - \frac{1}{\cos \omega_1 \tau} \right)}, \quad (13)$$

где

$$\xi = \frac{\gamma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 - 1}, \quad \gamma = \frac{3\mu_1 - 2 - \frac{1}{\cos \omega_1 \tau}}{\mu_1 + 1 - \frac{2}{\cos \omega_1 \tau}}$$

Поскольку сдвиг фазы в контуре  $|\varphi_{кi}| \leq \frac{\pi}{2}$  и, соответственно,  $\cos \omega_1 \tau = \cos \varphi_{кi} \geq 0$ , из (12) следует, что режим со спектром ФМ сигнала возбудиться не может. Анализ выражений (11) и (13) показал, что два остальных спектра имеют одно и то же условие самовозбуждения

$$\mu_1 \geq \frac{2}{\cos \omega_1 \tau} - 1. \quad (14)$$

Во все выражения для условий самовозбуждения входят величины  $\omega_1 \tau$ , которые являются функцией независимых параметров  $\omega_k$  и  $\tau$ . Взаимосвязь этих величин определяется уравнением (2), которое при обозначении  $\zeta = \tau/T$  ( $T = \frac{2Q}{\omega_k}$  — постоянная времени контура) запишется в виде

$$\arctg \frac{(\omega - \omega_k) \tau}{\zeta} + (\omega - \omega_k) \tau = 2\pi n - \omega_k \tau. \quad (15)$$

Исходя из (15), можно найти  $(\omega - \omega_k) \tau$ , а затем  $\omega \tau$  в функции  $\omega_k \tau$  при заданном  $\zeta$ .

Очевидно, что если  $\omega_k \tau \approx 2\pi N$ , то для рабочего режима одночастотных колебаний, частота которых близка к  $\omega_k$ , следует работать на том типе колебаний, где  $n = N$ . Для режима двухчастотных колебаний наиболее вероятно одновременное возбуждение двух ближайших частот, расположенных по обе стороны  $\omega_k$ , т. е. тех типов, где  $n_1 = N - 1$ ;  $n_2 = N$ , либо где  $n_1 = N$ ;  $n_2 = N + 1$ . Аналогично для режима трехчастотных колебаний наиболее вероятно возбуждение трех ближайших частот при значениях  $n_1 = N - 1$ ,  $n_2 = N$ ,  $n_3 = N + 1$ .

Используя формулы (5), (7), (10) и (14), можно определить границы областей самовозбуждения колебаний для рассматриваемых режимов в системе параметров автогенератора  $\mu_1, \omega_k \tau$ . В качестве примера на рис. 2 представлены границы областей, найденные для случая  $\zeta = 1$  (сплошная линия — границы для одночастотного режима, пунктирная — двухчастотного, штрих-пунктирная — неэквидистантного трехчастотного, кружок — эквидистантного трехчастотного).

Из рис. 2 видно, что наилегчайшие условия самовозбуждения одночастотного режима имеют место при  $\omega_k \tau = 2\pi N$ , т. е. при  $\omega = \omega_k$ , причем минимальное граничное значение  $\mu_1 = 1$ . Отсюда, в частности, следует, что величина  $\mu_1$  характеризует запас усиления в системе над минимальным порогом самовозбуждения. При заметном увеличении  $\mu_1$  выше порога основного типа колебаний начинают выполняться условия самовозбуждения для одночастотных колебаний, соседних с основным типом (точка В при  $\omega_k \tau = 2\pi N$ ).

Наилегчайшие условия самовозбуждения двухчастотного режима имеют место при  $\omega_k \tau = 2\pi N \pm \pi$ , что соответствует симметричной расстановке частот относительно  $\omega_k$ . При этом значении  $\omega_k \tau$  границы областей самовозбуждения двухчастотного и одночастотного режима совпадают (точка D). Из трехчастотных режимов наилегчайшие усло-

вия самовозбуждения имеет эквидистантный режим, граница области самовозбуждения которого совпадает с границей для двухчастотного режима (точка C). Из рис. 2 видно, что чем больше число одновременно генерируемых колебаний, тем выше минимальный порог самовозбуж-

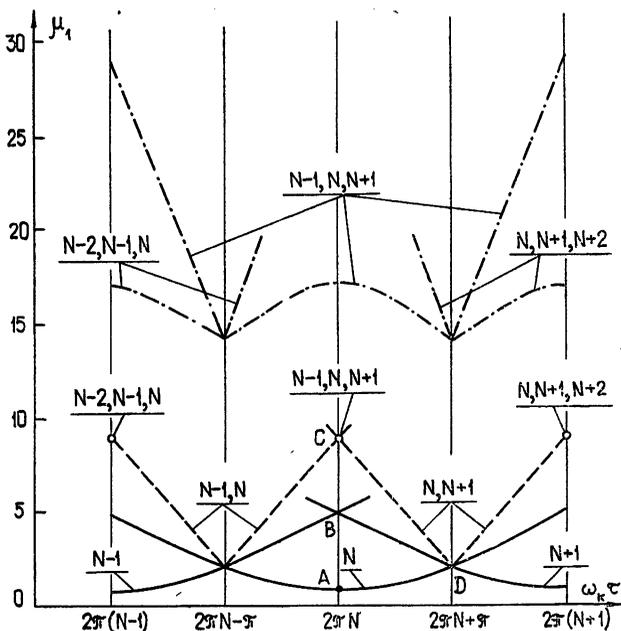


Рис. 2.

дения соответствующего колебательного режима. Можно с достаточной уверенностью полагать, что для рассматриваемого нами одноконтурного автогенератора эта закономерность распространяется на любой многочастотный режим. Исследование зависимости  $\mu_1(\zeta)$  в узловых точках границ самовозбуждения показало, что указанная закономерность сохраняется при любом значении  $\zeta$ .

## 2. ОБЛАСТЬ УСТОЙЧИВОСТИ ОДНОЧАСТОТНОГО РЕЖИМА

Дифференциальное уравнение колебаний автогенератора с запаздыванием для «мягкого» режима самовозбуждения (3) имеет вид

$$\ddot{u} + 2\delta\dot{u} + \omega_k^2 u - 2\delta(\mu_1 - 3\mu_3 u_\tau^2)\dot{u}_\tau = 0, \quad (16)$$

где  $\delta = \frac{1}{2RC} = \frac{\omega_k}{2Q}$ ,  $u_\tau = u(t - \tau)$ . Представим напряжение при возмущениях в виде

$$u = (U_0 + \Delta U) \cos(\omega t + \theta_0 + \Delta\theta), \quad (17)$$

где  $\Delta U = aU_0 e^{\lambda t}$ ,  $\Delta\theta = \Theta e^{\lambda t}$ . Подставив (17) в (16) и производя преобразования в предположении малости возмущений ( $a \ll 1$ ,  $\Theta \ll 1$ ,  $\sin \Delta\theta = \Delta\theta$ ,  $\cos \Delta\theta = 1$ ) и медленности их изменения по сравнению с периодом колебаний, найдем, что система линеаризованных уравнений для возмущений будет иметь вид

$$\begin{aligned} b_{11} a + b_{12} \Theta &= 0, \\ b_{21} a + b_{22} \Theta &= 0, \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$b_{11} = \lambda^2 + 2\delta\lambda + 2\delta\omega \operatorname{tg} \omega\tau + 2\delta x (\lambda + \omega \operatorname{tg} \omega\tau) e^{-\lambda\tau}, \quad b_{12} = -2\omega(\lambda + \delta) + 2\delta(\omega - \lambda \operatorname{tg} \omega\tau) e^{-\lambda\tau}, \quad b_{21} = -2\omega(\lambda + \delta) - 2\delta x (\omega - \lambda \operatorname{tg} \omega\tau) e^{-\lambda\tau}, \quad b_{22} = -(\lambda^2 + 2\delta\lambda + 2\delta\omega \operatorname{tg} \omega\tau) + 2\delta(\lambda + \omega \operatorname{tg} \omega\tau) e^{-\lambda\tau}.$$

Здесь обозначено  $x = 2\mu_1 \cos \omega\tau - 3$ . Полагая контур автогенератора высокодобротным ( $\delta \ll \omega$ ), учитывая, что  $\lambda \ll \omega$ , и отбрасывая малые члены, найдем, что характеристический квазиполином, определяемый из равенства нулю определителя (18), запишется в виде

$$F(\lambda\tau) = \sum_{r=0}^{2m} \sum_{s=0}^r K_{rs}(\lambda\tau)^{2m-r} \zeta^r e^{-s\lambda\tau} = 0, \quad (19)$$

$$\text{где } m = 1, \quad K_{00} = 1, \quad K_{10} = 2, \quad K_{11} = x - 1, \quad K_{20} = \frac{1}{\cos^2 \omega\tau}, \quad K_{21} = \frac{x - 1}{\cos^2 \omega\tau},$$

$$K_{22} = -\frac{x}{\cos^2 \omega\tau}.$$

Для определения границ области устойчивости используем метод  $D$ -разбиения [11], результаты применения которого при различных  $\zeta$  представлены на рис. 3.

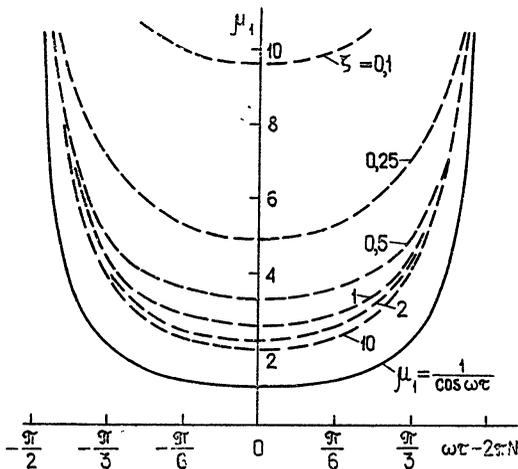


Рис. 3.

Как видно из рис. 3, область устойчивости имеет две границы — нижнюю (сплошная линия) и верхнюю (пунктирная линия), первая из которых соответствует условию самовозбуждения (5). Из рис. 3 видно, что наименьшее значение  $\mu_1$  для верхней границы  $\mu_{1 \text{ в min}}$  имеет место при  $\omega\tau = 2\pi N$ , т. е. при  $\omega = \omega_k$ . Верхняя граница снижается с ростом  $\zeta$ , в частности, при  $\zeta \rightarrow \infty$   $\mu_{1 \text{ в min}} \rightarrow 2$ .

Рассмотрим положение верхней границы на колебательной характеристике автогенератора. Аналогично [12], нетрудно показать, что при  $\omega = \omega_k$  крутизна колебательной характеристики автогенератора с запаздыванием  $S = \frac{dI_a}{dU_0} = \frac{1}{R} (3 - 2\mu_1)$ . Максимуму колебательной характеристики соответствует  $S = 0$ , т. е.  $\mu_1 = 1,5$ , а самовозбуждению —  $\mu_1 = 1$ , т. е.  $SR = 1$ . С ростом  $\zeta$   $\mu_{1 \text{ в min}}$  меняется от  $\infty$  до двух и соответственно  $SR$  от  $-\infty$  до  $-1$ . Отсюда следует, что верхняя граница

области устойчивости располагается на отрицательном склоне колебательной характеристики, причем с ростом  $\zeta$  граничная точка на характеристике приближается к ее максимуму, а значение крутизны в точке предельного приближения равно крутизне в точке самовозбуждения, взятой с обратным знаком. Этот результат согласуется с данными работы [4].

Используя соотношения (15), можно определить границы области устойчивости в системе параметров автогенератора  $\mu_1, \omega_k \tau$ . На рис. 4 представлены расчетные области устойчивости для колебаний  $(N-1)$ -го,  $N$ -го и  $(N+1)$ -го типов при  $\zeta = 1$  (каждому типу колебаний соответствует свое направление штриховки). Из рис. 4 видно, что в области

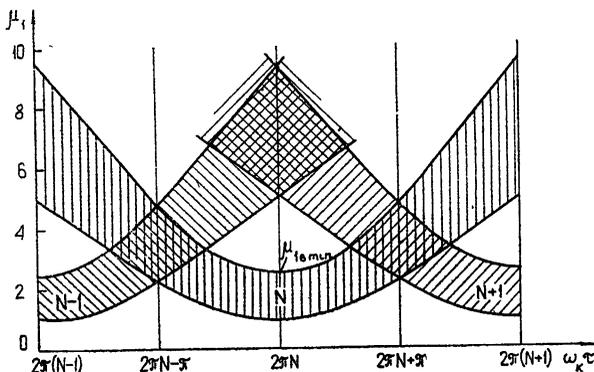


Рис. 4.

значений  $\omega_k \tau$ , близких к  $2\pi N$ , с ростом запаса усиления  $\mu_1$  вначале возбуждаются колебания  $N$ -го типа на частоте, близкой к  $\omega_k$ , далее происходит срыв колебаний, а затем вновь возбуждаются одночастотные колебания, либо  $(N-1)$ -го, либо  $(N+1)$ -го типов, т. е. на частотах, существенно отличных от  $\omega_k$ . Согласно рис. 2 в области срыва колебаний ни двухчастотные, ни трехчастотные колебания возбудиться не могут. Расчеты показали, что область срыва колебаний исчезает при  $\zeta > 2,8$ .

Как видно из изложенного, появление верхней границы одночастотного режима не связано с возбуждением многочастотного режима. Физически это явление может быть объяснено следующим образом. Если рабочая точка находится на отрицательном склоне колебательной характеристики, то в отсутствие запаздывания всякое изменение напряжения приводит к противоположному по знаку изменению тока и соответственно к возврату системы в стационарное состояние. С появлением запаздывания возмущение, переданное по петле обратной связи, может принимать различные фазы по отношению к начальному толчку и может как «гасить» его, так и поддерживать, ведя к срыву колебаний. Коэффициент усиления переданного по петле возмущения равен  $|SR|$ , откуда следует, что срыв колебаний возможен только при условии, что  $|SR| > 1$ .

### 3. ОБЛАСТЬ УСТОЙЧИВОСТИ ДВУХЧАСТОТНОГО РЕЖИМА

Представим напряжение при возмущениях в виде

$$u = \sum_{i=1}^2 (U_{i0} + \Delta U_i) \cos(\omega_i t + \theta_{i0} + \Delta \theta_i), \quad (20)$$

где  $\Delta U_i = a_i U_{i0} e^{\lambda t}$ ,  $\Delta \theta_i = \theta_i e^{\lambda t}$ .

Подставив (20) в (16) и произведя преобразования, аналогичные одночастотному режиму, получим систему из четырех линейаризованных уравнений для возмущений  $a_i$ ,  $\theta_i$ . При этом характеристический квази-полином запишется в виде, аналогичном (19), где  $m = 2$ , а коэффициенты  $K_{rs}$  являются сложными функциями частот  $\omega_i$  и параметров системы (см. Приложение).

В отличие от одночастотного режима здесь, ввиду сложности полученного выражения, единственным способом решения задачи оказалось применение принципа аргумента [13]. Исходя из вида функции  $F(\lambda\tau)$ , при работе в области устойчивости вектор  $F(iy\tau)$ , согласно принципа аргумента, должен производить два полных оборота против часовой стрелки при изменении  $y\tau$  от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Для определения области устойчивости был произведен расчет на ЭВМ «Минск-22» годографов  $F(iy\tau)$  при разных значениях параметров  $\zeta$ ,  $\omega_k\tau$ ,  $\mu_1$ .

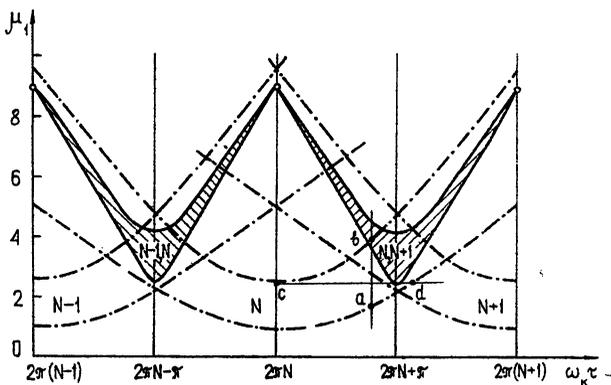


Рис. 5.

Найденные области устойчивости двухчастотных колебаний  $(N-1)$ -го и  $N$ -го типов, а также  $N$ -го,  $(N+1)$ -го типов для частного случая  $\zeta = 1$  представлены на рис. 5 (штрих-пунктирной линией указаны границы областей устойчивости одночастотного режима для разных типов колебаний, кружком — граница самовозбуждения трехчастотного эквидистантного режима). Анализ показал, что вблизи значений  $\omega_k\tau = 2\pi N \pm \pi$  нижняя граница области устойчивости проходит выше границы самовозбуждения двухчастотных колебаний, а далее обе границы сливаются. Из рис. 5 видно, что вся область устойчивости двухчастотных колебаний целиком располагается внутри областей устойчивости одночастотных колебаний.

Подобное расположение областей приводит к тому, что возбуждение устойчивой генерации двухчастотного режима становится затруднительным. При включении генератора этот режим не может возбудиться даже в наиболее благоприятном случае, когда  $\omega_k\tau = 2\pi N \pm \pi$ . Первым всегда возбуждается режим одночастотных колебаний, который при увеличении запаса усиления (см., например, прямую  $ab$  на рис. 5) будет поддерживаться вплоть до верхней границы своей области устойчивости (точки  $b$ ). При дальнейшем росте  $\mu_1$  возможно возбуждение режима двухчастотных колебаний, однако здесь столь же возможно возбуждение режима одночастотных колебаний  $(N+1)$ -го типа, соседних с основным  $N$ -м типом.

При изменении же параметров  $\omega_k$  и  $\tau$ , управляющих перестройкой частоты автогенератора, двухчастотные колебания возникнуть не могут. Действительно, при движении по прямой  $\mu_1 = \text{const}$  (см. прямую  $cd$  на

рис. 5) вначале будут поддерживаться устойчивые одночастотные колебания  $N$ -го типа, а далее (после точки  $d$ ) —  $(N + 1)$ -го типа.

Трехчастотный режим при перестройке частоты также не может возникнуть, так как граница самовозбуждения трехчастотного режима выше верхней границы области устойчивости одночастотных колебаний. Поскольку минимальный порог самовозбуждения многочастотного режима растет с увеличением числа одновременно генерируемых частот, то очевидно, что при перестройке частоты автогенератора с запаздыванием, работающего в одночастотном режиме, многочастотный режим возникнуть не может. Расчеты показали, что это положение сохраняется при любом значении  $\zeta$ .

#### 4. ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ПРЕДЕЛЫ ПЕРЕСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ

Ввиду вышеизложенного, потенциальные пределы перестройки автогенератора с запаздыванием определяются границами области устойчивости одночастотного режима для данного типа колебаний. Так как кривые перестройки в системе координат  $\mu_1, \omega_k \tau$  представляют собой прямые, параллельные оси абсцисс, то из рис. 4 следует, что во избежание внутреннего разрыва кривой перестройки такая прямая должна проходить ниже верхней границы области устойчивости, т. е. должно соблюдаться условие  $\mu_1 < \mu_1^{\text{в мин}}$ . При этом определяющим является условие самовозбуждения (5).

Используя это условие и учитывая, что на средней частоте кривой перестройки  $\omega_0$  значение  $(\omega\tau)_0 = 2\pi N$ , найдем, что предельное значение величины  $\Delta(\omega\tau)$  для данного типа колебаний

$$\Delta(\omega\tau)_{\text{пр}} = 2 [(\omega\tau)_{\text{пр}} - 2\pi N] = 2 \arccos \frac{1}{\mu_1}. \quad (21)$$

При перестройке частоты, производимой изменением резонансной частоты контура ( $\omega_k = \text{var}$ ),  $\tau = \text{const}$  и соответственно предельный диапазон перестройки частоты

$$\Delta\omega_{\text{пр}} = \frac{\Delta(\omega\tau)_{\text{пр}}}{\tau}. \quad (22)$$

Предельную перестройку при изменении времени запаздывания ( $\tau = \text{var}$ ) можно определить, используя уравнение баланса фаз (2), откуда найдем, что здесь имеет место соотношение

$$Q \frac{\Delta\omega_{\text{пр}}}{\omega_0} = \text{tg} \frac{\Delta(\omega\tau)_{\text{пр}}}{2}. \quad (23)$$

Из (23) нетрудно получить, что величина изменения параметра перестройки  $\omega_k \tau$ , необходимая для перестройки частоты в пределах потенциально возможного диапазона, в обоих случаях равна

$$\Delta(\omega_k \tau)_{\text{пр}} = \Delta(\omega\tau)_{\text{пр}} + 2\zeta \text{tg} \frac{\Delta(\omega\tau)_{\text{пр}}}{2}. \quad (24)$$

Зависимости  $\Delta(\omega\tau)_{\text{пр}}$ ,  $Q \frac{\Delta\omega_{\text{пр}}}{\omega_0}$  и  $\Delta(\omega_k \tau)_{\text{пр}}$  от  $\mu_1$  представлены на рис. 6. Из рис. 6 и формул (22) и (23) видно, что потенциальные пределы перестройки частоты возрастают с увеличением запаса усиления в системе, причем для случая  $\omega_k = \text{var}$  эти пределы больше при уменьшении времени запаздывания, а для случая  $\tau = \text{var}$  — при уменьшении

добротности контура. Наибольшими потенциальными пределами перестройки обладает автогенератор с мгновенной обратной связью ( $\tau = 0$ ).

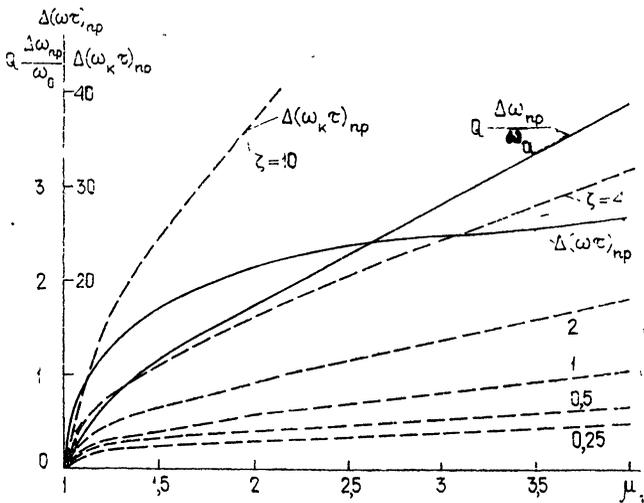


Рис. 6.

Особый интерес представляет знание пределов перестройки частоты при максимальной выходной мощности генератора. Мощность максимальна при работе вблизи максимума колебательной характеристики, чему соответствует значение  $\mu_1 = 1,5$ . При этом из формул (21) — (24) с учетом значения  $\zeta = \frac{\omega_k \tau}{2Q} = \frac{\pi N}{Q}$  получим удобные для практики соотношения

$$\gamma_{np, \omega_k} = \left( \frac{\Delta\omega_{np}}{\omega_0} \right)_{\omega_k = var} = \frac{0,268}{N}; \quad (25)$$

$$\gamma_{np, \tau} = \left( \frac{\Delta\omega_{np}}{\omega_0} \right)_{\tau = var} = \frac{1,12}{Q}; \quad (26)$$

$$\xi_{np} = \frac{\Delta\tau_{np}}{\tau_0} = \frac{\Delta\omega_{k np}}{\omega_0} = \frac{0,268}{N} + \frac{1,12}{Q}. \quad (27)$$

В качестве примера использования полученных соотношений рассмотрим два типа СВЧ генераторов с запаздыванием: генератор на отражательном клистроне и генератор на ЛБВ с внешней обратной связью. Задавшись для генератора первого вида типичными величинами  $N = 3$ ,  $Q = 100$ , а для второго —  $N = 50$ ,  $Q = 80$  [14], найдем, что в первом случае  $\gamma_{np, \omega_k} = 0,09$ ,  $\gamma_{np, \tau} = 0,011$ ,  $\xi_{np} = 0,101$ , а во втором —  $\gamma_{np, \omega_k} = 0,0054$ ,  $\gamma_{np, \tau} = 0,014$ ,  $\xi_{np} = 0,0194$ . Полученные результаты показывают, что в генераторе на клистроне диапазон механической перестройки частоты, производимой перестройкой контура, намного превышает диапазон электронной перестройки, производимой изменением напряжения на отражателе. В генераторе на ЛБВ имеет место обратное положение — здесь большую величину имеет диапазон электронной перестройки, производимой изменением напряжения на спирали. При этом относительное изменение времени запаздывания, необходимое для

перестройки частоты в пределах всего диапазона, здесь меньше, чем в клистроне.

В заключение отметим, что экспериментальное исследование пределов перестройки, проведенное нами на автогенераторе с ЛБВ, полностью подтвердило теоретические выводы.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

Значения коэффициентов  $K_{rs}$  для двухчастотного режима:

$$K_{00}=1, K_{10}=2, K_{20}=1+\alpha_1+\alpha_2, K_{30}=\alpha_1+\alpha_2, K_{40}=\alpha_1\alpha_2, K_{11}=-4+x_1+x_2,$$

$$K_{21}=x_1(2+\alpha_1)+x_2(2+\alpha_2)-2\alpha_1-2\alpha_2-6,$$

$$K_{22}=-3x_1x_2-x_1(\alpha_1+3)-x_2(\alpha_2+3)+\alpha_1+\alpha_2+6,$$

$$K_{31}=(x_1+x_2)(\alpha_1+\alpha_2+1)-4(\alpha_1+\alpha_2)-2,$$

$$K_{32}=-x_1x_2(4\beta_1+4\beta_2-\alpha_1-\alpha_2-2)-x_1(3\alpha_1+2\alpha_2+4)-x_2(3\alpha_2+2\alpha_1+4),$$

$$K_{33}=x_1x_2(4\beta_1+4\beta_2-\alpha_1-\alpha_2-2)+x_1(2\alpha_1+\alpha_2+3)+ \\ +x_2(2\alpha_2+\alpha_1+3)-2\alpha_1-2\alpha_2-4,$$

$$K_{41}=(x_1+x_2)\alpha_1\alpha_2+x_1\alpha_2+x_2\alpha_1-4\alpha_1\alpha_2-\alpha_1-\alpha_2,$$

$$K_{42}=x_1x_2(-4\beta_1\beta_2+\alpha_1\alpha_2+\alpha_1+\alpha_2+1)-3(x_1+x_2)\alpha_1\alpha_2- \\ -x_1(3\alpha_2+2\alpha_1+1)-x_2(3\alpha_1+\alpha_2+1)+6\alpha_1\alpha_2+3\alpha_1+3\alpha_2+1,$$

$$K_{43}=2x_1x_2(4\beta_1\beta_2-\alpha_1\alpha_2-\alpha_1-\alpha_2-1)+3(x_1+x_2)\alpha_1\alpha_2+ \\ +x_1(3\alpha_2+2\alpha_1+2)+x_2(3\alpha_1+2\alpha_2+2)-4\alpha_1\alpha_2-3\alpha_1-3\alpha_2-2,$$

$$K_{44}=x_1x_2(-4\beta_1\beta_2+\alpha_1\alpha_2+\alpha_1+\alpha_2+1)+(1-x_1-x_2)(\alpha_1\alpha_2+\alpha_1+\alpha_2+1),$$

$$\alpha_i = \operatorname{tg}^2 \omega_i \tau, \quad \beta_i = \frac{1}{\cos^2 \omega_i \tau},$$

$$x_1 = \frac{2}{3} \left( \mu_1 \cos \omega_1 \tau + 1 - 2 \frac{\cos \omega_1 \tau}{\cos \omega_2 \tau} \right), \quad x_2 = \frac{2}{3} \left( \mu_1 \cos \omega_2 \tau + 1 - 2 \frac{\cos \omega_2 \tau}{\cos \omega_1 \tau} \right).$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. И. С. Гоноровский, Радиотехника, 13, № 5, 19 (1958).
2. В. С. Понкратов, Изв. высш. уч. зав. — Радиотехника, № 6, 705 (1958).
3. К. Н. Козловский, С. П. Пошехонов, НДВИШ, Радиотехника и электроника, № 2, 138 (1959).
4. К. Н. Козловский, С. П. Пошехонов, Изв. высш. уч. зав. — Радиотехника, № 4, 454 (1960).
5. Е. А. Котырев, Вопросы радиоэлектроники, серия ОТ, № 5, 28 (1961).
6. П. А. Перепелятник, Радиотехника и электроника, 6, № 10, 1601 (1961).
7. П. А. Перепелятник, Радиотехника и электроника, 6, № 11, 1832 (1961).
8. В. П. Рубаник, Колебания квазилинейных систем с запаздыванием, изд. Наука, М., 1969.
9. М. И. Букатарь, Е. Ф. Царьков, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 13, № 8, 1117 (1970).
10. Т. А. Панина, Г. М. Уткин, М. М. Филатова, Радиотехника и электроника, 14, № 7, 1329 (1969).
11. Ю. И. Неймарк, Прикладная математика и механика, 13, 4 (1949).
12. В. Г. Соколинский, Радиотехника и электроника, 17, № 8, 1607 (1972).
13. М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат, Методы теории функции комплексного переменного, Физматгиз, М., 1958.
14. К. И. Кукк, В. Г. Соколинский, Передающие устройства многоканальных радиорелейных систем связи, Связьиздат, М., 1968.

---

POTENTIAL LIMITS OF FREQUENCY RETUNING AND OSCILLATION  
STABILITY IN A SELF-OSCILLATOR WITH DELAYED FEEDBACK

*V. G. Sokolinskii*

Potential limits of frequency retuning of a single-circuit delayed self-oscillator with a single-frequency operation are considered with taking into account the possibility of exciting spurious multi-frequency oscillations. A mutual location of self-excitation and stability regions of single and multi-frequency oscillation regimes is investigated in the system of the oscillator parameters. The potential limits of the frequency retuning are determined when the resonant frequency of the circuit and the delayed time are varied.

---

УДК 621.396.668

## О ШИРИНЕ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЛИНИИ КОЛЕБАНИЯ С ФЛИККЕРНЫМИ ФЛУКТУАЦИЯМИ ЧАСТОТЫ

*Л. П. Зачепацкая, Л. Ю. Цедиленкова*

С помощью аппарата мгновенных спектров мощности получена зависимость ширины спектральной линии колебания от времени, которая в предельном случае достаточно больших времен переходит в известную ранее.

1. Известно [1], что долговременная стабильность автоколебаний определяется техническими флуктуациями параметров автогенераторов, которые приводят в конечном итоге к фликкерным флуктуациям частоты автоколебаний. Наглядной характеристикой стабильности является ширина спектральной линии автоколебаний. Известно, что благодаря фликкерным флуктуациям частоты спектральная линия автоколебаний неуклонно расширяется со временем. Для количественного описания долговременной стабильности представляет интерес найти зависимость ширины спектральной линии от времени и от параметров фликкерных флуктуаций частоты. Эта задача решалась рядом авторов как теоретически (см., например, [1-3]), так и экспериментально (см., например, [4]). Решение, полученное в каждой из этих работ, является в большей или меньшей степени приближенным. Получение строгого решения затруднительно, в частности, в связи с тем, что фликкерные флуктуации частоты являются существенно нестационарным процессом. Чтобы обойти эти затруднения в [2], при расчете ширины спектральной линии фликкерные флуктуации заменялись некоторым стационарным процессом, параметры которого полагались в окончательном результате зависящими от времени. В [1] ширина спектральной линии рассчитывалась через структурную функцию приращений фазовых флуктуаций, которые можно полагать стационарными.

В настоящей работе зависимость ширины спектральной линии автоколебаний от времени вычислена с помощью адекватного нестационарным процессам аппарата мгновенных спектров мощности. Благодаря использованию численного интегрирования, найденную зависимость удается проанализировать для произвольного времени. Для больших времен эта зависимость оказывается совпадающей с асимптотической зависимостью ширины спектральной линии от времени, полученной в работе [1].

2. Рассмотрим колебание  $x(t)$ , возникающее в момент  $t = 0$ , обладающее флуктуациями частоты  $\nu(t)$ :

$$x(t) = A_0 1(t) \cos \left[ \omega_0 t + \int_0^t \nu(\alpha) d\alpha + \varphi_n \right]. \quad (1)$$

Здесь  $A_0$  — амплитуда колебаний, которую будем считать постоянной;  $\varphi_n$  — начальная фаза, имеющая равномерный закон распределения

в интервале  $[-\pi, +\pi]$ ;  $1(t)$  — единичная функция ( $1(t) = 1$  при  $t > 0$ ,  $1(t) = 0$  при  $t < 0$ ,  $1(0) = 1/2$ ).

Определим ширину спектральной линии  $\Delta\Omega(t)$  колебания (1) как ширину прямоугольника, эквивалентного по площади кривой мгновенного спектра мощности  $S_x(t, \omega)^*$  колебания  $x(t)$ , т. е.

$$\Delta\Omega(t) = \int_0^{\infty} S_x(t, \omega) d\omega / S_x(t, \tilde{\omega}), \quad (2)$$

где  $\tilde{\omega}$  — значение частоты, при котором мгновенный спектр мощности принимает максимальное значение.

При вычислении ширины спектральной линии (2) воспользуемся тем, что мгновенный спектр мощности  $S_x(t, \omega)$  связан преобразованием Фурье по переменной  $\tau$  ( $0 \leq \tau \leq t$ ) с корреляционной функцией  $K_x[t, t - \tau] = \langle x(t)x(t - \tau) \rangle$  нестационарного процесса  $x(t)$  (см., например, [5]), т. е.

$$S_x(t, \omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} K_x[t, t - \tau] \cos \omega \tau d\tau. \quad (3)$$

Предположим, что флуктуации частоты  $\nu(t)$  имеют гауссово вероятностное распределение. Тогда корреляционная функция процесса (1) может быть записана в виде [1]

$$K_x[t, t - \tau] = \frac{A_0^2}{2} 1(t) 1(t - \tau) \cos \omega_0 \tau \exp \{ - \langle [\Delta\varphi(t, t - \tau)]^2 \rangle / 2 \}, \quad (4)$$

где  $\Delta\varphi(t, t - \tau) = \int_{t-\tau}^t \nu(\alpha) d\alpha$  — случайный набег фазы на интервале времени  $[t - \tau, t]$ , вызванный флуктуациями частоты  $\nu(t)$ .

3. Вычислим среднеквадратичный набег фазы, а затем, используя соотношения (3), (4) и определение (2), найдем зависимость ширины спектральной линии от времени.

Ограничимся рассмотрением фликкерных флуктуаций частоты со стационарными приращениями. В этом случае флуктуации частоты  $\nu(t)$  можно представить как интеграл от некоторого стационарного процесса  $\xi(t)$ :

$$\nu(t) = \int_0^t \xi(\alpha) d\alpha. \quad (5)$$

При этом для рассмотрения нестационарных фликкерных флуктуаций  $\nu(t)$  с усредненным по времени спектром мощности вида

$$S_\nu(\omega) = \frac{B_0}{\omega^\gamma} \quad (1 < \gamma < 3)$$

\* Мгновенный спектр мощности  $S_x(t, \omega)$ , как известно (см., например, [5]), вводится следующим образом:

$$S(t, \omega) = \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial t} \langle |C(t, \omega)|^2 \rangle,$$

где  $C(t, \omega)$  — текущий спектр процесса  $x(t)$ , определяемый соотношением  $C(t, \omega) = \int_{-\infty}^t x(\alpha) e^{-j\omega\alpha} d\alpha$ , а операция  $\langle \dots \rangle$  означает усреднение по ансамблю.

достаточно положить, что спектральная плотность мощности флуктуаций  $\xi(t)$  имеет вид

$$S_{\xi}(\omega) = \frac{1}{\pi} D\omega^k, \quad (6)$$

где  $-1 < k < +1$  (так как  $\gamma = 2 - k$ ).

Производя фурье-преобразование  $S_{\xi}(\omega)$ , можно получить, что корреляционная функция процесса  $\xi(t)$  со спектром (6) описывается выражением

$$K_{\xi}(\tau) = \frac{D}{\pi} \Gamma(k+1) \operatorname{Re} [(-j)^{k+1}] \tau^{-1-k}. \quad (7)$$

Если воспользоваться представлением процесса  $v(t)$  в виде (5), то выражая средний квадрат набега фазы  $\langle [\Delta\varphi(t, t-\tau)]^2 \rangle$  через  $K_{\xi}(\tau)$ , можно показать (в предположении, что  $K_{\xi}(\tau)$  имеет вид (7)), что  $\langle [\Delta\varphi(t, t-\tau)]^2 \rangle$  имеет следующий вид\*:

$$\langle [\Delta\varphi(t, t-\tau)]^2 \rangle = aB(k)G(t, \tau), \quad (8)$$

где

$$a = \frac{\omega_0^2 D}{2\pi}, \quad B(k) = \Gamma(k+1) \operatorname{Re} [(-j)^{k+1}],$$

$$G(t, \tau) = \frac{\tau(t-\tau)^{2-k}}{k(1-k)(2-k)} - \frac{t^{3-k} - (t-\tau)^{3-k}}{k(1-k)(2-k)(3-k)} + \\ + \frac{1}{2} \frac{t\tau^{2-k}}{k(1-k)(2-k)} - \frac{1}{2} \frac{\tau^{3-k}}{k(1-k)(3-k)}.$$

На основании соотношений (3), (4) и (8) мгновенный спектр мощности процесса (1) может быть записан в виде

$$S_x(t, \Omega) = \frac{1}{\pi} A_0^2 \int_0^t \cos \Omega\tau e^{-aB(k)G(t, \tau)} d\tau,$$

где  $\Omega = \omega - \omega_0$ , а  $t \geq 0$ .

Из этого выражения видно, что  $S_x(t, \Omega)$  имеет максимум при  $\Omega = 0$ .

Учитывая, что  $\int_0^{\infty} S_x(t, \Omega) d\Omega = A_0^2/2$ , на основании (2) имеем

$$\Delta\Omega(t) = \frac{A_0^2}{2} / S_x(t, 0) = \frac{\pi}{2} \left[ \int_0^t e^{-aB(k)G(t, \tau)} d\tau \right]^{-1}. \quad (9)$$

Аналитическое выражение интеграла в (9) получить не удастся, поэтому дальнейшее исследование зависимости ширины спектральной линии от времени было произведено с помощью численного интегрирования на ЭВМ выражения (9) для нескольких значений параметров  $a$ ,  $k$  и  $t$  ( $a = 2\pi \cdot 10^{-5}$ ;  $k = -0,25; 0; 0,25; 0,50; 0,75$ ). Полученные путем численного интегрирования зависимости  $\Delta\Omega(t)$  представлены на графиках рис. 1.

\* При  $k = 0$  выражение (8) представляет неопределенность типа 0/0, раскрывая которую нетрудно получить, что

$$\langle [\Delta\varphi(t, t-\tau)]^2 \rangle = \frac{\omega_0^2 D}{8} \left( \frac{t\tau^2}{2} - \frac{\tau^3}{3} \right).$$

Как видно из этих графиков, эффективная ширина спектральной линии сначала сужается с ростом времени, а затем, достигнув при некотором  $t$  минимального значения, начинает монотонно расширяться. Такая зависимость может быть объяснена следующим образом. Ширина спектральной линии колебания (1) определяется, в основном, двумя факторами. Первый из них связан с конечной длительностью рассматриваемого колебания (согласно (1) колебание возникает в момент  $t = 0$ ). Действие этого фактора приводит к уменьшению ширины спектральной линии колебания со временем. Вторым фактором — расширение спектральной линии колебания благодаря фликкерным флуктуациям частоты. Для малых времен ширина спектральной линии определяется в основном первым фактором, поскольку при малой длительности реализации оказывается еще чрезвычайно малым среднеквадратичный набег фазы, вызванный флуктуациями. Начиная с некоторого момента времени, зависящего от  $k$ , второй фактор становится преобладающим. С этого момента начинается монотонное расширение спектральной линии.

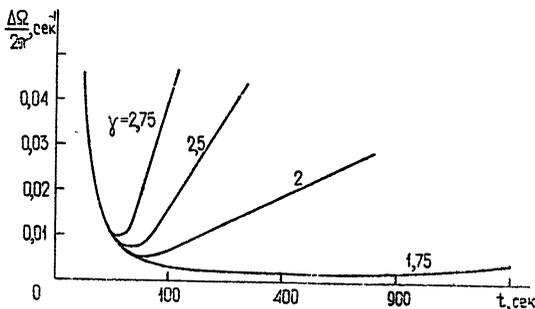


Рис. 1.

Для описания зависимости  $\Delta\Omega(t)$  при достаточно больших значениях  $t$  можно воспользоваться приближенной записью функции  $G(t, \tau)$  в предположении  $t \gg \tau$ . Получающаяся при этом зависимость  $\Delta\Omega(t)$  совпадает с соответствующей зависимостью, полученной с помощью аппарата структурных функций в [1].

В заключение авторы выражают свою признательность В. И. Волошину за полезные критические замечания.

## ЛИТЕРАТУРА

1. А. Н. Малахов, Флуктуации в автоколебательных системах, изд. Наука, М., 1968
2. Р. Л. Стратонович, Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике, изд. Сов. радио, М., 1961.
3. В. С. Троицкий, Изв. высш. уч. зав. — Радиопизика, 2, № 4, 573 (1959).
4. В. А. Зверев, Е. Ф. Орлов, И. К. Спиридонова, В. В. Семенов, Изв. высш. уч. зав. — Радиопизика, 12, № 8, 1169 (1969).
5. Б. Р. Левин, Теоретические основы статистической радиотехники, изд. Сов. радио, М., 1966.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию  
1 февраля 1973 г.,  
после доработки  
23 сентября 1974 г.

## ON THE SPECTRAL LINE WIDTH WITH FLIKKER FREQUENCY FLUCTUATIONS

L. P. Zacheptsckaja, L. Yu. Tsedilenkova

The\* problem is solved using the method of instantaneous power spectra. The dependence of the spectral line width of oscillations on time which in the limit case of great enough times converts into the early known dependence is obtained.

УДК 621.317 : 538 56

## К ОПРЕДЕЛЕНИЮ И ОЦЕНКЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СПЕКТРОВ НЕКОТОРЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

*О. Л. Соколов, О. Ю. Боренштейн*

Вводится определение и рассматриваются статистические оценки энергетических спектров случайных процессов. В качестве примеров получены точные выражения для энергетических спектров стационарного и мультипликативно-аддитивных случайных процессов. Получено неравенство для дисперсии оценки энергетических спектров в частном случае мультипликативно-аддитивного нестационарного случайного процесса.

В настоящее время хорошо известна теория оценок спектральных функций стационарных случайных процессов (ССП). Очевидно, что прямое обобщение понятия спектральной функции на класс нестационарных случайных процессов (НСП) перестает быть содержательным в том смысле, что не несет значительной части информации о случайном процессе [1]. Именно это обстоятельство приводит к необходимости рассматривать частотные спектры как функции не менее чем двух переменных: увеличение числа переменных позволяет в ряде случаев дать адекватное описание случайного процесса.

Предлагаемое ниже определение применимо к классу случайных процессов с  $[C, 1]$ -суммируемыми преобразованиями Фурье траекторий [2] и позволяет указать аппроксимацию энергетического спектра с помощью статистических оценок.

Определим энергетический спектр случайного процесса как предел

$$G(f_1, f_2) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T dt_1 dt_2 \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} B(\tau_1, \tau_2) e^{-2\pi i(f_1 \tau_1 - f_2 \tau_2)} d\tau_1 d\tau_2, \quad (1)$$

где  $B(\tau_1, \tau_2)$  — ковариационная функция случайного процесса.

Определение (1) энергетического спектра по сравнению с известным выражением [1]

$$G(f_1, f_2) = \int_0^\infty \int_0^\infty B(\tau_1, \tau_2) e^{-2\pi i(f_1 \tau_1 - f_2 \tau_2)} d\tau_1 d\tau_2 \quad (2)$$

имеет ряд преимуществ. Наиболее существенными из них являются следующие.

1) Более широкая область применимости. Ниже на примере показано, что если процесс допускает энергетический спектр, определяемый (2), то он допускает энергетический спектр, определяемый (1), и эти спектры совпадают.

2) Лучшая сходимость при  $T \rightarrow \infty$ , обусловленная операцией интегрального усреднения.

3) Возможность получения оценок для соответствующих статистик.

В частности, для статистики вида

$$\frac{1}{T^2} \int_{t_0}^{t_0+T} \int_{t_0}^{t_0+T} dt_1 dt_2 \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} x(\tau_1) x(\tau_2) e^{-2\pi i(f_1 \tau_1 - f_2 \tau_2)} d\tau_1 d\tau_2$$

можно одновременно указать оценки для смещения и дисперсии, в то время как для статистик вида

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(\tau_1) x(\tau_2) e^{-2\pi i(f_1 \tau_1 - f_2 \tau_2)} d\tau_1 d\tau_2$$

такая задача не может быть решена даже в классе стационарных случайных процессов, которые допускают определение энергетического спектра (2) лишь как обобщенную функцию.

Следующие условия являются достаточными для того, чтобы случайный процесс допускал определение (1) энергетического спектра.

1) Интегрируемость почти всех реализаций  $x(t, q)$  процесса  $X(t)$  на каждом множестве  $[t_1 t_2] \times Q$  по мере  $dt \times P\{dq\}$ , где  $Q$  — пространство элементарных событий с мерой  $P$ , индуцированной случайным процессом  $X(t)$ .

2) Существование предела для почти всех реализаций  $x(t, q)$  и для каждого  $t$  ( $-\infty < t < \infty$ ), т. е.

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt \int_0^t x(\tau, q) e^{-2\pi i f \tau} d\tau.$$

Используя указанные условия, можно показать, что

$$G(f_1 f_2) = M\{x(f_1) x^*(f_2)\}, \tag{3}$$

где  $M\{\dots\}$  — операция математического ожидания, а

$$x(f_1) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt \int_0^t x(\tau, q) e^{-2\pi i f \tau} d\tau.$$

На основании выражения (3) получим статистическую оценку энергетического спектра случайного процесса.

Определим текущую сумму интеграла Фурье функции  $X(t)$  выражением

$$\hat{x}_q(f, T, t_0) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} dt \int_0^t x(\tau, q) e^{-2\pi i f \tau} d\tau.$$

Тогда текущая оценка энергетического спектра равна

$$\hat{G}(f_1, f_2, t_0, T) = M\{\hat{x}_q(f_1, t_0, T) \hat{x}_q^*(f_2, t_0, T)\}.$$

Оценка энергетического спектра, полученная при одновременном использовании  $N$  реализаций процесса  $q_1 \dots q_N$ , имеет вид

$$\hat{G}^{(N)}(f_1, f_2, t_0, T) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \hat{x}_{q_j}(f_1, t_0, T) \hat{x}_{q_j}^*(f_2, t_0, T). \tag{4}$$

## 1. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СПЕКТРЫ НЕКОТОРЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

1) Найдем выражение для энергетического спектра ССП с математическим ожиданием  $a$  и ковариационной функцией  $B(\tau)$ . Применяя определение (1), после ряда преобразований получаем

$$G(f_1, f_2) = \frac{C(f_1) + C(-f_2)}{2\pi i(f_1 - f_2)} \quad (f_1 \neq f_2),$$

где

$$C(f) = \int_0^{\infty} (B(\tau) - a^2) e^{-2\pi i f \tau} d\tau.$$

В предположении об аналитической продолжимости функции  $C(f)$  на комплексную плоскость справедлива следующая формула, выражающая  $\operatorname{Re} C(f)$  через контурный интеграл от  $G$ :

$$\operatorname{Re} C(f) = \frac{1}{2} \oint_{\Gamma} G(z, f) dz, \quad (5)$$

где  $\Gamma$  — простой спрямляемый контур в комплексной плоскости, охватывающий точку  $z_0 = f$  вещественной оси.

С другой стороны, очевидно, что спектральная плотность  $S(f)$  процесса  $X(t)$  равна

$$\int_{-\infty}^{\infty} (R(\tau) - a^2) e^{-2\pi i f \tau} d\tau = 2\operatorname{Re} C(f),$$

поэтому

$$\oint_{\Gamma} G(z, f) dz = S(f). \quad (6)$$

Выражение (6) показывает, что в энергетическом спектре  $G(f_1, f_2)$  заключена не меньшая информация о центрированном ССП, чем в его спектральной плотности  $S(f)$ . В то же время, как было отмечено выше, спектр  $G(f_1, f_2)$  допускает обобщение на указанный класс НСП. Следовательно, энергетический спектр, определяемый (1), является также содержательным обобщением понятия спектральной плотности мощности ССП. Рассмотрим, в частности, обобщенный белый шум  $Z(t)$ , спектральная плотность которого  $S(f) = S_0 = \text{const}$  и  $a = 0$ . Убедимся в справедливости выражения (5). Для этого заметим, что  $C(f) = S(f) = S_0$  аналитически продолжима на всю комплексную плоскость по формуле  $C(z) = S_0$ . В этом случае по теореме Коши о вычетах имеем

$$\operatorname{Re} S(f) = \frac{1}{2} \oint_{\Gamma} \frac{C(z)}{\pi i(z-f)} dz = S_0,$$

что и требовалось доказать.

2) Рассмотрим энергетический спектр мультипликативно-аддитивного случайного процесса

$$X(t) = \varphi(t)Z(t) + g(t), \quad (7)$$

где  $Z(t)$  — обобщенный процесс белого шума,  $\varphi(t)$  и  $g(t)$  — неслучайные функции (ограниченные и измеримые по Борелю).

После преобразований находим, что

$$G(f_1, f_2) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt \int_0^t \varphi^2(\tau) e^{-2\pi i \tau (f_1 - f_2)} d\tau + \hat{g}(f_1) \hat{g}^*(f_2), \quad (8)$$

где

$$\hat{g}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt \int_0^t g(\tau) e^{-2\pi i f \tau} d\tau.$$

В качестве примера предположим, что  $\varphi(t) = e^{-\beta t}$ ,  $g(t) = e^{-\gamma t}$ . Произведя необходимые вычисления по формуле (8), приходим к соотношению

$$G(f_1, f_2) = \{2[\beta + \pi i(f_1 - f_2)]\}^{-1} + \{(2\pi i f_1 + \gamma)(2\pi i f_2 + \gamma)\}^{-1}.$$

## 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСПЕРСИИ ОЦЕНОК $\sigma^2[\hat{G}^{(N)}]$ МУЛЬТИПЛИКАТИВНО-АДДИТИВНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Рассмотрим мультипликативно-аддитивные случайные процессы вида (7), где  $Z(t)$  — стационарный гауссов процесс.

Дисперсию оценок двойного по частоте спектра, полученную при одновременном использовании  $N$  реализаций, с учетом выражения (4) можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} \sigma^2[\hat{G}^{(N)}(f_1, f_2, t_0, T)] &= \frac{1}{N} [M\{\hat{x}_q(f_1, t_0, T) \hat{x}_q^*(f_1, t_0, T) \times \\ &\times \hat{x}_q(f_2, t_0, T) \hat{x}_q^*(f_2, t_0, T)\} - |M\{\hat{x}_q(f_1, t_0, T) \hat{x}_q^*(f_2, t_0, T)\}|^2]. \end{aligned} \quad (9)$$

Положим  $\bar{\tau} = (\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4)$  и обозначим  $\bar{\tau}^k$  вектор, получаемый из  $\bar{\tau}$  путем удаления  $k$ -й компоненты, а  $\bar{\tau}^k, k_2$  — аналогичный вектор без компонент  $\tau_{k_1}$  и  $\tau_{k_2}$ . В этом случае математическое ожидание произведения текущих сумм интеграла Фурье функции  $X(t)$  равно [2]

$$\begin{aligned} M\{\hat{x}_q(f_1, t_0, T) \hat{x}_q^*(f_1, t_0, T) \hat{x}_q(f_2, t_0, T) \hat{x}_q^*(f_2, t_0, T)\} &= \\ = \frac{1}{T^4} \int_0^{\bar{t}_0 + T} d\bar{t} \int_0^{\bar{t}} M_x(\bar{\tau}) \exp\{-2\pi i [f_1(\tau_1 - \tau_2) - f_2(\tau_3 - \tau_4)]\} d\bar{\tau}, \end{aligned}$$

где  $M_x(\bar{\tau})$  — четвертый момент  $M(x(\tau_1) x(\tau_2) x(\tau_3) x(\tau_4))$ ,  $\bar{t} = (t_1, t_2, t_3, t_4)$ ,  $\bar{t}_0 + T$  — вектор четвертой размерности, имеющий числа  $t_0 + T$  своими компонентами.

С целью дальнейшего нахождения дисперсии оценки спектра  $G(f_1, f_2)$  заметим, что

$$\begin{aligned} |M\{\hat{x}_q(f_1, t_0, T) \hat{x}_q^*(f_2, t_0, T)\}|^2 &= \frac{1}{T^4} \int_{\bar{t}_0}^{\bar{t}_0 + T} d\bar{t} \int_0^{\bar{t}} B_x(\tau_1, \tau_3) \times \\ &\times B_x(\tau_2, \tau_4) \exp\{-2\pi i [f_1(\tau_1 - \tau_2) - f_2(\tau_3 - \tau_4)]\} d\bar{\tau}. \end{aligned}$$

Запишем произведение

$$\prod_{j=1}^4 x(\tau_j) = \prod_{j=1}^4 [\varphi(\tau_j) z(\tau_j) + g(\tau_j)] = \prod_{j=1}^4 \varphi(\tau_j) z(\tau_j) +$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{k=1}^4 g(\tau_k) \prod_{j \neq k} \varphi(\tau_j) z(\tau_j) + \sum_{k_1 \neq k_2} g(\tau_{k_1}) g(\tau_{k_2}) \times \\
& \times \prod_{j \neq k_1, k_2} \varphi(\tau_j) z(\tau_j) + \sum_{j=1}^4 \varphi(\tau_j) z(\tau_j) \prod_{k \neq j} g(\tau_k) + \prod_{j=1}^4 g(\tau_j).
\end{aligned}$$

С учетом последнего выражения находим, что

$$\begin{aligned}
M_x(\bar{\tau}) &= M_z(\bar{\tau}) \prod_{j=1}^4 \varphi(\tau_j) + \sum_{k=1}^4 g(\tau_k) M_z(\bar{\tau}^k) \prod_{j \neq k} \varphi(\tau_j) + \\
& + \sum_{k_1 \neq k_2} g(\tau_{k_1}) g(\tau_{k_2}) M_x(\bar{\tau}^{k_1, k_2}) \prod_{j \neq k_1, k_2} \varphi(\tau_j) + \prod_{j=1}^4 g(\tau_j).
\end{aligned}$$

Здесь  $M_z(\bar{\tau}^k)$  и  $M_x(\bar{\tau}^{k_1, k_2})$  обозначают соответственно третий и второй моменты.

Учитывая значение 4-го смешанного момента и равенство нулю 3-го смешанного момента для гауссова случайного процесса [3], убеждаемся в равенстве

$$\begin{aligned}
M_x(\bar{\tau}) &= [B_z(\tau_1 - \tau_2) B_z(\tau_3 - \tau_4) + B_z(\tau_2 - \tau_3) B_z(\tau_4 - \tau_1) + \\
& + B_z(\tau_1 - \tau_3) B_z(\tau_2 - \tau_4)] \prod_{j=1}^4 \varphi(\tau_j) + \sum_{k_1 \neq k_2} \varphi(\tau_{k_1}) \varphi(\tau_{k_2}) \times \\
& \times B(\tau_{k_1} - \tau_{k_2}) \prod_{j \neq k_1, k_2} g(\tau_j) + \prod_{j=1}^4 g(\tau_j).
\end{aligned} \quad (10)$$

С другой стороны, имеем

$$\begin{aligned}
B_x(\tau_1, \tau_3) B_x(\tau_2, \tau_4) &= \prod_{j=1}^4 \varphi(\tau_j) B_z(\tau_1 - \tau_3) B_z(\tau_2 - \tau_4) + \\
& + \varphi(\tau_1) \varphi(\tau_3) g(\tau_2) g(\tau_4) B_z(\tau_1 - \tau_3) + g(\tau_1) g(\tau_3) \times \\
& \times \varphi(\tau_2) \varphi(\tau_4) B_z(\tau_2 - \tau_4) + \prod_{j=1}^4 g(\tau_j).
\end{aligned} \quad (11)$$

Таким образом, по формуле (9) с учетом (10) и (11) получаем после ряда преобразований

$$\begin{aligned}
\sigma^2[\hat{G}^{(N)}] &= \frac{1}{N} \{ \hat{G}_{\varphi z}(f_1, f_2, t_0, T) \hat{G}_{\varphi z}(f_2, f_2, t_0, T) + \\
& + \hat{G}_{\varphi z}(-f_1, f_2, t_0, T) \hat{G}_{\varphi z}(f_1, -f_2, t_0, T) + \hat{G}_{\varphi z}(f_1, f_1, t_0, T) \times \\
& \times |\hat{g}(f_2, t_0, T)|^2 + \hat{G}_{\varphi z}(-f_1, f_2, t_0, T) \hat{g}(f_2, t_0, T) \times \\
& \times \hat{g}(f_1, t_0, T) + \hat{G}_{\varphi z}(f_2, f_2, t_0, T) |\hat{g}(f_1, t_0, T)|^2 + \\
& + \hat{G}_{\varphi z}(f_1, -f_2, t_0, T) \hat{g}(-f_1, t_0, T) \hat{g}(-f_2, t_0, T) \},
\end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\hat{G}_{\varphi z}(f_j, f_k, t_0, T) = \frac{1}{T^2} \int_{t_0}^{t_0+T} dt_j \int_{t_0}^{t_0+T} dt_k \times$$

$$\times \int_0^{t_j} \int_0^{t_k} \varphi(\tau_1) \varphi(\tau_2) B_z(\tau_1 - \tau_2) \exp[-2\pi i(f_j \tau_1 + f_k \tau_2)] d\tau_1 d\tau_2,$$

$$\hat{g}(f_j, t_0, T) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} dt_j \int_0^{t_j} g(\tau) \exp(-2\pi i f_j \tau) d\tau.$$

Нетрудно показать, что оценку  $\hat{G}_{\varphi z}(f_1, f_2, t_0, T)$  можно представить в виде

$$\begin{aligned} \hat{G}_{\varphi z}(f_1, f_2, t_0, T) &= \int_{t_0}^{t_0+T} \int_{t_0}^{t_0+T} \left(1 + \frac{t_0}{T} - \frac{\tau_1}{T}\right) \left(1 + \frac{t_0}{T} - \frac{\tau_2}{T}\right) \varphi(\tau_1) \times \\ &\quad \times \varphi(\tau_2) B_z(\tau_1 - \tau_2) \exp[-2\pi i(f_1 \tau_1 - f_2 \tau_2)] d\tau_1 d\tau_2 + \\ &+ \int_{t_0}^{t_0+T} d\tau_2 \int_0^{t_0} \varphi(\tau_1) \varphi(\tau_2) B_z(\tau_1 - \tau_2) \left(1 + \frac{t_0}{T} - \frac{\tau_2}{T}\right) \exp[-2\pi i(f_1 \tau_1 - f_2 \tau_2)] d\tau_1 + \\ &+ \int_{t_0}^{t_0+T} d\tau_1 \int_0^{t_0} \varphi(\tau_1) \varphi(\tau_2) B_z(\tau_1 - \tau_2) \left(1 + \frac{t_0}{T} - \frac{\tau_1}{T}\right) \exp[-2\pi i(f_1 \tau_1 - f_2 \tau_2)] \times \\ &\quad \times d\tau_2 + \int_0^{t_0} \int_0^{t_0} \varphi(\tau_1) \varphi(\tau_2) B_z(\tau_1 - \tau_2) \exp[-2\pi i(f_1 \tau_1 - f_2 \tau_2)] d\tau_1 d\tau_2. \end{aligned} \tag{13}$$

Для упрощения расчетов полученную формулу (13) можно заметить на приближенную, используя соотношение  $1 + t \approx e^t$ :

$$\begin{aligned} \hat{G}_{\varphi z}(f_1, f_2, t_0, T) &\approx \int_{t_0}^{t_0+T} \int_{t_0}^{t_0+T} \exp\left[-\frac{\tau_1 - t_0}{T} - \frac{\tau_2 - t_0}{T} - 2\pi i(f_1 \tau_1 - \right. \\ &\quad \left. - f_2 \tau_2)\right] \varphi(\tau_1) \varphi(\tau_2) B_z(\tau_1 - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \int_{t_0}^{t_0+T} d\tau_2 \int_0^{t_0} \times \\ &\quad \times \exp\left[-\frac{\tau_2 - t_0}{T} - 2\pi i(f_1 \tau_1 - f_2 \tau_2)\right] \varphi(\tau_1) \varphi(\tau_2) B_z(\tau_1 - \tau_2) d\tau_1 + \\ &+ \int_{t_0}^{t_0+T} d\tau_1 \int_0^{t_0} \exp\left[-\frac{\tau_1 - t_0}{T} - 2\pi i(f_1 \tau_1 - f_2 \tau_2)\right] \varphi(\tau_1) \varphi(\tau_2) B_z(\tau_1 - \tau_2) d\tau_2 + \\ &\quad + \int_0^{t_0} \int_0^{t_0} \varphi(\tau_1) \varphi(\tau_2) B_z(\tau_1 - \tau_2) \exp[-2\pi i(f_1 \tau_1 - f_2 \tau_2)] d\tau_1 d\tau_2. \end{aligned} \tag{14}$$

При этом погрешность не превосходит величины

$$\frac{1}{T^2} \max_{0 < \tau < \infty} |B_z(\tau)| \int_{t_0}^{t_0+T} |\varphi(\tau)| (t_0 - \tau)^2 d\tau \int_{t_0}^{t_0+T} |\varphi(\tau)| d\tau. \tag{15}$$

Оценку  $\hat{g}(f, t_0, T)$  можно найти по формуле

$$\begin{aligned} \hat{g}(f, t_0, T) &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} dt \int_0^t g(\tau) e^{-2\pi i f \tau} d\tau = \\ &= \int_{t_0}^{t_0+T} \left(1 + \frac{t_0}{T} - \frac{\tau}{T}\right) g(\tau) e^{2\pi i f \tau} d\tau + \int_0^{t_0} g(\tau) e^{-2\pi i f \tau} d\tau. \end{aligned} \quad (16)$$

### 3. НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕРЫ ОЦЕНОК ДИСПЕРСИИ $\sigma^2[\hat{G}^{(N)}]$

Применим полученные выражения для оценки дисперсии в двух случаях.

1) Пусть рассматривается процесс вида (7), заданный уравнениями

$$B_z(\tau) = e^{-\alpha(\tau)}, \quad \varphi(t) = e^{-\beta t}, \quad g(t) = e^{-\gamma t^2}.$$

Используя выражения (14) и (15), можно найти неравенство для  $\hat{G}_{\varphi z}(f_1, f_2, t_0, T)$ , путем некоторого ухудшения которого получаем простую оценку:

$$\hat{G}_{\varphi z}(f_1, f_2, t_0, T) \leq T^2 + \frac{4T}{3|\beta - \alpha|} + \frac{1}{|\beta + \alpha|} \left( \frac{1}{\beta + \alpha} + \frac{1}{2\beta} \right) + \frac{2}{T^2 \beta^4}. \quad (17)$$

Из формулы (16) находим, что

$$|\hat{g}(f_1, t_0, T)| \leq \frac{e^{-2\gamma t_0}(1 - e^{-1-\gamma T})}{1/T + \gamma} + \frac{\sqrt{\pi}}{2\gamma} \leq \frac{2}{3} T + \frac{\sqrt{\pi}}{2\gamma}. \quad (18)$$

Подставляя найденные оценки (17) и (18) в формулу (12), имеем

$$\begin{aligned} \sigma^2[\hat{G}^{(N)}] &\leq \frac{1}{N} \left\{ 2 \left[ T^2 + \frac{4T}{3|\beta - \alpha|} + \frac{1}{|\beta - \alpha|} \left( \frac{1}{\beta + \alpha} + \frac{1}{2\beta} \right) + \right. \right. \\ &+ \left. \frac{2}{T^2 \beta^4} \right]^2 + 4 \left( \frac{2}{3} T + \frac{\sqrt{\pi}}{2\gamma} \right)^2 \left[ T^2 + \frac{4T}{3|\beta - \alpha|} + \frac{1}{|\beta - \alpha|} \times \right. \\ &\left. \left. \times \left( \frac{1}{\beta + \alpha} + \frac{1}{2\beta} \right) + \frac{2}{T^2 \beta^4} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

2) Рассмотрим аддитивный случайный процесс, получаемый из процесса вида (7) при  $\beta = 0$ .

В этом случае упрощенная оценка (19) оказывается бессодержательной, и на основании выражений (14) и (15) находим, что

$$\begin{aligned} \hat{G}_{\varphi z}(f_1, f_2, t_0, T) &\leq \left[ \left( \sqrt{4\pi^2 f_1^2 + \left( \frac{1}{T} - \alpha \right)^2} \right)^{-1} + \right. \\ &+ \left. \left( \sqrt{4\pi^2 f_2^2 + \left( \frac{1}{T} - \alpha \right)^2} \right)^{-1} \right] \left( \frac{1 - e^{-\alpha T}}{1/T + \alpha} + \right. \\ &+ \left. \frac{1 - e^{-2}}{\sqrt{(2/T)^2 + (f_1 - f_2)^2 4\pi^2}} \right) + 2e^{-\alpha t_0} \frac{(1 - e^{\alpha t_0})(1 - e^{-1 - \alpha t_0})}{\alpha(1/T + \alpha)} + \end{aligned}$$

$$+ \frac{2}{\alpha} \left( \frac{1 - e^{-\alpha t_0}}{\alpha} + t_0 \right) + \frac{T^2}{3}.$$

Дисперсия  $\sigma^2[\hat{G}^{(N)}]$  может быть оценена теперь по формуле (12).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. Бендат, Л. Пирсол, Измерение и анализ случайных процессов, изд. Мир, М., 1970.
2. Е. Титчмарш, Введение в теорию интегралов Фурье, ОГИЗ, Гостехиздат, М., 1948.
3. Ю. В. Прохоров, Ю. А. Розанов, Теория вероятностей, справочная математическая библиотека, изд. Наука, М, 1967.

Северо-западный заочный политехнический институт

Поступила в редакцию  
9 июля 1973 г.,  
после доработки  
1 октября 1974 г.

#### ON THE DETERMINATION AND ESTIMATION OF ENERGY SPECTRA OF SOME NONSTATIONARY RANDOM PROCESSES

*O. L. Sokolov, O. Yu. Borenshtein*

The determination is introduced and statistical estimations of energy spectra of random processes are considered. As an example, explicit expressions are obtained for energy spectra of stationary and multiplicative-additive random processes. The inequality is obtained for the dispersion of an estimate of energy spectra in a particular case of multiplicative-additive nonstationary random process.

---

УДК 535.214;535.36

## РАДИАЦИОННАЯ СИЛА, ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА ЧАСТИЦУ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ СООТНОШЕНИИ МЕЖДУ РАЗМЕРОМ ЧАСТИЦЫ И ДЛИНОЙ ВОЛНЫ

А. В. Кац

Найдена радиационная сила, действующая на частицу в высокочастотном электромагнитном поле. Она выражается в общем случае через матрицу рассеяния. Получено простое выражение для радиационной силы в приближении Рэлея—Ганса, включающем предельные случаи как больших, так и малых (по сравнению с длиной волны) частиц. Показано, что в слабосходящемся пучке света радиационная сила сводится к световому давлению и градиентной силе. Найдено, что градиентная сила действует на частицу, оптически более плотную, чем окружающая среда, в направлении возрастания интенсивности поля. Полученные результаты согласуются с экспериментами [3,4].

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Давно известно, что на сферическую частицу, помещенную в поле плоской электромагнитной волны, действует радиационная сила в направлении распространения волны — световое давление, найденное еще Дебаем, которое пропорционально интенсивности и транспортному сечению рассеяния [1,2].

В ограниченном пучке света возникает также и поперечная сила, пропорциональная градиенту интенсивности. Это было продемонстрировано в недавних экспериментах Эшкина, где радиационная сила использовалась для ускорения шариков [3] и удержания их во взвешенном состоянии [4]. Наряду с продольной наблюдалась поперечная сила, ответственная за втягивание шариков с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon > 1$  в приосевую область лазерного пучка и выталкивание шариков с  $\epsilon < 1$  на периферию пучка [3]. Последний эффект аналогичен втягиванию диэлектрика в область большей интенсивности поля излучения, обсуждаемому в [5] (ср. также [6] для заряженных частиц). В то время как величину продольной силы, действующей на частицу в широком пучке света, можно обычно с достаточной точностью оценить по световому давлению, для нахождения поперечной компоненты радиационной силы необходимо специальное рассмотрение, учитывающее наличие в пучке многих пространственных гармоник поля и фазовые соотношения между ними.

В настоящей работе в приближении упругого рассеяния получено общее выражение для радиационной силы, которая действует на частицу произвольного размера и формы в монохроматическом электромагнитном поле (разд. 2). Сила выражается через матрицу рассеяния и пространственный спектр поля. Общее выражение для силы удастся существенно упростить в предельных случаях. В разд. 3 получены выражения для продольной и поперечной компонент радиационной силы для шарика с малой диэлектрической и магнитной проницаемостью в том случае, когда рассеяние описывается теорией Рэлея—Ган-

са [1, 2]. Размер шарика может быть как больше, так и меньше длины волны излучения. Результаты обсуждаются в разд. 4. В разд. 5 показано, что в приближении геометрической оптики направление градиентной силы также определяется знаком  $\varepsilon - 1$ .

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИАЦИОННОЙ СИЛЫ ПО ДАННЫМ РАССЕЯНИЯ

Поскольку плотность потока импульса поля вне рассеивающего тела определяется максвелловским тензором  $\Pi_{ik} = -1/4\pi \left[ E_i E_k + H_i H_k - \frac{1}{2} \delta_{ik} (E^2 + H^2) \right]$  ( $E$  и  $H$  — электрическое и магнитное поля), то радиационная сила  $F$ , равная изменению импульса поля, может быть найдена интегрированием  $\Pi_{ik}$  по бесконечно удаленной поверхности [9]

$$F_i = - \int \bar{\Pi}_{ik} n_k dS. \quad (1)$$

Здесь интегрирование ведется по сфере радиуса  $r \rightarrow \infty$  с центром в месте расположения частицы,  $n$  — внешняя нормаль, черта означает усреднение по периоду поля.

Считая пучок монохроматическим, представим полное поле в вакууме  $E(r, t) = \text{Re } E(r) \exp(-i\omega t)^*$  в виде суммы падающего  $\mathcal{E}(r)$  и рассеянного  $\mathcal{E}'(r)$  полей. Разлагая падающее поле в ряд Фурье

$$\mathcal{E}(r) = \sum_k \mathcal{E}(k) \exp(ikr) \quad (2)$$

(в силу предполагаемой монохроматичности  $\mathcal{E}(k) \sim \delta(k - \omega/c)$ , так что суммирование в (2) ведется, фактически, по углам волнового вектора  $k$ ), получаем рассеянное поле в волновой зоне:

$$\mathcal{E}'(r) = - (ikr)^{-1} \exp(ikr) \sum_k S_{ij} \left( \frac{r}{r}, \frac{k}{k} \right) \mathcal{E}_j(k). \quad (3)$$

Здесь  $S_{ij}(n, \kappa)$  — трехмерная матрица рассеяния плоской волны, распространяющейся в направлении  $\kappa \equiv k/k$ , в сферическую волну в направлении  $n \equiv r/r^{**}$  (см. Приложение 1, а также [1]). Представляя подынтегральное выражение в (1) в виде суммы по  $k_1, k_2$ , выделим в нем после усреднения по периоду поля три слагаемых: квадратичное по падающему полю  $\sim \exp[\pm i(k_1 - k_2)r]$ , билинейное по падающему и рассеянному полю  $\sim (ikr)^{-1} \exp[\pm i(k_{1,2}r - kr)]$  и квадратичное по рассеянному полю  $\sim (kr)^{-2}$ . Первое слагаемое не дает вклада в силу. Действительно, когда рассеяния нет ( $\mathcal{E}' = 0$ ), радиационная сила, равная, согласно (1), интегралу от первого слагаемого, обращается в нуль, так как импульс поля сохраняется. Интеграл от второго слагаемого вычисляется методом стационарной фазы (см., например, [12]). Таким образом, получаем выражение для радиационной

\* Изменением частоты вследствие эффекта Доплера будем пренебрегать ( $v \ll c$ ). Вклад неупругого рассеяния (например, комбинационного или мандельштам-бриллюэновского [10]) в радиационную силу мал, если не превышает порог вынужденного рассеяния. Нестационарными эффектами (релаксация поляризуемости, изменение формы частицы из-за стрикционных сил и т. п. [11]) также пренебрегаем.

\*\* Обозначения близки к использованным в [1] Отличие связано с другим выбором знака в  $\exp(-i\omega t)$ . Амплитуда рассеяния  $\overset{\Delta}{S}$  отличается от введенной в [1] комплексным сопряжением.

силы через матрицу рассеяния и пространственный спектр падающего поля (см. также краткое сообщение [13]):

$$F = (8\pi k^2)^{-1} \operatorname{Re} \sum_{k_1, k_2} \varepsilon_i(k_1) \varepsilon_j^*(k_2) [4\pi \kappa_2 S_{ji}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) - \int d\Omega_n n S_{mi}(\mathbf{n}, \mathbf{x}_1) S_{mj}^*(\mathbf{n}, \mathbf{x}_2)] \quad (\mathbf{x}_{1,2} \equiv k_{1,2}/k). \quad (4)$$

Интегрирование в (4) ведется по углам единичного вектора  $\mathbf{n}$ , звездочка означает комплексное сопряжение. Внеинтегральный член в (4) соответствует интерференции рассеянных волн с падающими, второе же слагаемое обусловлено интерференцией рассеянных волн.

Выражение (4) позволяет определить радиационную силу, действующую в вакууме на ограниченное тело произвольной формы, помещенное в неоднородное электромагнитное поле, если известна матрица рассеяния  $\hat{S}$ . В однородной среде без поглощения радиационная сила получается из (4) умножением правой части на диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon_1$  окружающей среды. Матрица рассеяния  $\hat{S}$  при этом зависит от относительных проницаемостей  $\varepsilon, \mu$  частицы.

В случае рассеяния плоскополяризованной волны  $\mathcal{E}(\mathbf{k})$  с волновым вектором  $\mathbf{k} = \mathbf{k}_0$  и компонентами  $(\mathcal{E}, 0, 0)$  на сферической частице радиуса  $a$  радиационная сила (4) сводится к световому давлению [1]

$$F_{\text{св}} = \pi a^2 Q_d \frac{|\mathcal{E}|^2}{8\pi} \mathbf{x}_0, \quad (5)$$

где  $Q_d$  — безразмерное сечение давления [1],

$$Q_d = (ka)^{-2} \left[ 4 \operatorname{Re} S_{xx}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0) - \frac{1}{\pi} \int d\Omega(\mathbf{n}, \mathbf{x}_0) |S_{mx}(\mathbf{n}, \mathbf{x}_0)|^2 \right] = \\ = (ka)^{-2} \left\{ 4 \operatorname{Re} S_1(0) - \int_0^\pi d\theta \sin \theta \cos \theta [ |S_1(\theta)|^2 + |S_2(\theta)|^2 ] \right\}, \quad (6)$$

$\theta \equiv (\mathbf{n}, \hat{\mathbf{x}}_0)$  — угол рассеяния,  $\mathbf{x}_0$  — направление распространения волны,  $S_{1,2}(\theta)$  — диагональные элементы матрицы рассеяния (см. Приложение 1).

Если поле в среднем пространственно однородно:  $\langle \varepsilon_i(\mathbf{r}) \varepsilon_j^*(\mathbf{r}') \rangle = g_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ , или для фурье-компонент  $\langle \varepsilon_i(\mathbf{k}) \varepsilon_j^*(\mathbf{k}') \rangle = \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} (\delta_{ij} - \mathbf{x}_i \mathbf{x}_j) g(\mathbf{k})$ , где скобки означают среднее по ансамблю, то (4) сводится к сумме радиационных сил по пространственному спектру интенсивности поля:

$$F = (8\pi k^2)^{-1} \operatorname{Re} \sum_{\mathbf{k}} \left\{ \mathbf{x} g(\mathbf{k}) \left[ 4\pi S_{ii}(\mathbf{x}, \mathbf{x}) - \int d\Omega(\mathbf{n}, \mathbf{x}) |S_{mi}(\mathbf{n}, \mathbf{x})|^2 \right] + \right. \\ \left. + g(\mathbf{k}) \int d\Omega[\mathbf{x}[\mathbf{x}\mathbf{n}]] |S_{mi}(\mathbf{n}, \mathbf{x})|^2 \right\}. \quad (7)$$

Для сферических частиц последний член обращается в нуль и (7) сводится к сумме сил светового давления:

$$F = 2\pi a^2 Q_d \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{x} g(\mathbf{k}) / 8\pi, \quad (8)$$

причем дополнительный по сравнению с (5) множитель 2 возникает из-за суммирования по двум независимым поляризациям.

3. БОЛЬШИЕ ШАРИКИ. ПРИБЛИЖЕНИЕ РЭЛЕЯ—ГАНСА

Представляет интерес, особенно в связи с экспериментами Эшкина [3, 4], получение простых выражений для радиационной силы в том случае, когда размер частиц  $a$  не мал в сравнении с длиной волны ( $ka \gg 1$ ,  $a \gg \lambda \equiv 1/k$ ). При этом амплитуда рассеяния существенно зависит от электрических и магнитных свойств частицы, являясь сложной функцией  $\epsilon$ ,  $\mu$  и  $ka$ . Ситуация существенно упрощается для «мягких» и не слишком больших частиц, для которых  $|\epsilon - 1|$ ,  $|\mu - 1| \ll 1$ ,  $ka|\epsilon - 1|$ ,  $ka|\mu - 1| \ll 1$  и рассеяние описывается теорией Рэлея—Ганса [1, 2]. Последние неравенства обеспечивают малость фазовых сдвигов при рассеянии, так что амплитуда рассеяния может быть найдена по теории возмущений в борновском приближении [2].

Рассмотрим радиационную силу, действующую на шарик радиуса  $a$  с точностью до  $(\epsilon - 1)^2$  и  $(\mu - 1)^2$  (световое давление квадратично по этим параметрам). В линейном по  $\epsilon - 1 \equiv \tilde{\epsilon}$ ,  $\mu - 1 \equiv \tilde{\mu}$  приближении матрица рассеяния  $\hat{S}$  (см. (П.1.5)) имеет вид

$$\hat{S}(\mathbf{n}, \mathbf{x}) = -i(ka)^3 F(ka|\mathbf{n} - \mathbf{x}|) [\tilde{\epsilon} \hat{a}(\mathbf{n}, \mathbf{x}) + \tilde{\mu} \hat{b}(\mathbf{n}, \mathbf{x})], \quad (9)$$

где  $F(z) = \frac{\sin z - z \cos z}{z^3}$ . Для малых шариков  $ka \ll 1$  и  $F = 1/3$ , при

$z \gg 1$   $F(z) = -\cos z/z^2$ ,  $\hat{a}$  и  $\hat{b}$  — поперечные тензоры порядка единицы. Из-за наличия в подынтегральном выражении (4) произведения двух быстро осциллирующих при  $ka \gg 1$  функций  $F(ka|\mathbf{n} - \mathbf{x}_1|) F(ka|\mathbf{n} - \mathbf{x}_2|)$  выражение для радиационной силы не удается упростить без дальнейших предположений (исключая случай рэлеевского рассеяния  $ka \ll 1$ ). Ограничимся рассмотрением широкого светового пучка (поперечный размер  $d \gg a$ ) с малой угловой расходимостью  $\max|\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1| \sim \Delta\theta \ll (\Delta\theta \gg a/d)$  (рис. 1). При условии  $ka\Delta\theta \ll 1$  можно в интегральном члене (4), квадратичном по  $\tilde{\epsilon}$  и  $\tilde{\mu}$ , положить  $F(ka|\mathbf{n} - \mathbf{x}_1|) \approx F(ka|\mathbf{n} - \mathbf{x}_2|) \approx F(ka|\mathbf{n} - \mathbf{x}_0|)$ , где  $\mathbf{x}_0$  — направление распространения пучка.

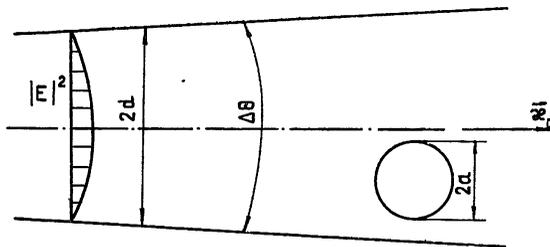


Рис. 1.

Выполняя в (4) интегрирование по азимутальному углу, получаем:

$$\int d\Omega n S_{mi}(\mathbf{n}, \mathbf{x}_1) S_{mj}^*(\mathbf{n}, \mathbf{x}_2) \mathcal{E}_i(\mathbf{k}_1) \mathcal{E}_j^*(\mathbf{k}_2) = \quad (10)$$

$$= \kappa_0 \pi (ka)^6 (\mathcal{E}(\mathbf{k}_1), \mathcal{E}^*(\mathbf{k}_2)) \int_0^\pi d\theta \sin \theta \cos \theta F^2 \left( 2ka \sin \frac{\theta}{2} \right) \rho(\theta),$$

$$\rho(\theta) \equiv (|\tilde{\epsilon}|^2 + |\tilde{\mu}|^2)(1 + \cos^2\theta) + 4 \cos \theta \operatorname{Re} \tilde{\epsilon} \tilde{\mu}^*.$$

В силу линейности первого слагаемого в (4) по амплитуде рассеяния, для вычисления силы во втором порядке по  $\tilde{\epsilon}$  и  $\tilde{\mu}$  нужно знать  $\hat{S}$  с той же точностью. Однако фактически нет необходимости вычислять амплитуду рассеяния во втором порядке теории возмущений, а можно воспользоваться оптической теоремой. Действительно, в силу малой расходимости пучка первое слагаемое в (4) пропорционально амплитуде рассеяния вперед  $\hat{S}(\mathbf{x}, \mathbf{x})$ , причем согласно оптической теореме [1]

$$4 \operatorname{Re} S_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = (ka)^2 (\delta_{ij} - x_i x_j) (Q_n + Q_{\text{pac}}), \quad (11)$$

где  $Q_n = \frac{4}{3} ka (\epsilon'' + \mu'')$  — безразмерное сечение поглощения,  $\epsilon = \epsilon' + i\epsilon''$ ,  $\mu = \mu' + i\mu''$ ,

$$Q_{\text{pac}} = (ka)^4 \int_0^\pi d\theta \sin \theta F^2 \left( 2ka \sin \frac{\theta}{2} \right) \rho(\theta) \quad (12)$$

— сечение рассеяния [1]. Мнимую часть амплитуды рассеяния вперед достаточно взять в линейном приближении\*. Таким образом, используя (9)—(11), получаем из (4) после суммирования по спектру падающего поля простое выражение для радиационной силы\*\*:

$$F = \pi a^2 \left[ W Q_n x_0 + \frac{2}{3} (\epsilon' + \mu' - 2) a \nabla W \right] \equiv F_{\text{св}} x_0 + F_\nabla. \quad (13)$$

Здесь  $Q_n = Q_{\text{тр}} + Q_n$ ,  $Q_{\text{тр}} = (1 - \overline{\cos \theta}) Q_{\text{pac}}$  — транспортное сечение:

$$Q_{\text{тр}} = (ka)^4 \int_0^\pi d\theta \sin \theta (1 - \cos \theta) F^2 \left( 2ka \sin \frac{\theta}{2} \right) \rho(\theta), \quad (14)$$

$W = \epsilon_1 |E|^2 / 8\pi$  — плотность энергии в пучке,  $\epsilon_1$  — диэлектрическая проницаемость окружающей шарик среды,  $\rho(\theta)$  приведено в (10),  $\epsilon$  и  $\mu$  — относительные проницаемости.

Формула (13) справедлива при малом поглощении:  $\epsilon'' \ll |\epsilon' - 1|$ ,  $\mu'' \ll |\mu' - 1|$ . Поглощение приводит к дополнительной силе, пропорциональной градиенту медленной фазы поля:

$$F' = \pi a^2 W Q_n a \nabla \varphi, \quad (15)$$

где фаза  $\varphi$  определяется соотношением  $\mathcal{E}(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \exp [ikx_0 r + i\varphi(\mathbf{r})]$ ,  $A(\mathbf{r})$  — медленно меняющаяся вещественная амплитуда,  $a \nabla_\perp \varphi \sim a/d$ ,  $a(x_0 \nabla) \varphi \sim \Delta \theta \frac{a}{d}$ . Вблизи точек, где  $\nabla_\perp W = 0$ , этот член может быть

существенным. При дальнейшем анализе будем предполагать поглощение малым и пренебрегать силой (15) по сравнению с градиентной силой в (13).

Таким образом, радиационная сила, действующая на «мягкий»

\* Поскольку мнимая часть амплитуды рассеяния вперед в первом слагаемом (4) приводит после суммирования по спектру к силе, пропорциональной градиенту интенсивности (13), то учет квадратичных по  $\tilde{\epsilon}$  и  $\tilde{\mu}$  членов в ней дает малые по  $|\tilde{\epsilon} + \tilde{\mu}|$  добавки к градиентной силе, которыми пренебрегаем.

\*\* В частном случае немагнитного шарика, помещенного в плоский пучок света, радиационная сила (13) сводится к полученному в [13] выражению.

шарик (размер которого может быть как меньше, так и больше длины волны) в слаборасходящемся пучке света, равна сумме светового давления  $F_{св}$  и силы, пропорциональной градиенту интенсивности поля  $F_{\nabla}$ , т. е. имеет такую же структуру, как и в случае рэлеевского рассеяния (см. [7], а также ниже). Нетрудно убедиться, что градиентная сила соответствует потенциальной энергии поляризующегося диполя, направление ее зависит как от электрических, так и от магнитных свойств шарика. Так, при  $\epsilon' + \mu' > 2$  шарик вытягивается в область большей интенсивности поля, при  $\epsilon' + \mu' < 2$  направление градиентной силы противоположное, что и наблюдалось в эксперименте [3].

Прежде чем переходить к оценке относительной роли двух слагаемых в радиационной силе, рассмотрим подробнее выражение для  $F_{св}$ . Последняя обусловлена как поглощением ( $Q_{п}$ ), так и рассеянием ( $Q_{тр}$ ). Поглощение приводит к силе, пропорциональной объему, а вклад рассеяния существенно зависит от размера шарика, увеличиваясь с его ростом. Численные результаты для величины  $Q_{тр}$  при  $\mu = 1$  приведены в [1] ( $ka = 0,2 \div 6$ ), здесь же приведем аналитическое выражение для  $Q_{тр}$  при  $\mu \neq 1$ , получаемое после несложного, но громоздкого интегрирования в (14):

$$Q_{тр} = \frac{1}{4} (|\tilde{\epsilon}|^2 + |\tilde{\mu}|^2) I_1(ka) + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \tilde{\epsilon} \tilde{\mu}^* I_2(ka); \quad (16)$$

$$\begin{aligned} I_1(x) &= -3 + \sin 4x/x - 3(1 - \cos 4x)/4x^2 + 9(1 - \cos 4x - 8x^2)/32x^4 + \\ &\quad + 9(4x - \sin 4x)/8x^3 + (2 - x^{-2}) I_0(x), \\ I_2(x) &= -4 + (1 - \cos 4x)/x^2 + (2 - x^{-2}) I_0(x), \\ I_0(x) &\equiv 2 \int_0^{2x} dz \sin^2 z/z = C + \ln 4x - \operatorname{Ci}(4x), \end{aligned} \quad (17)$$

где  $C = 0,577$  — постоянная Эйлера,  $\operatorname{Ci}(z)$  — интегральный косинус. При малом поглощении ( $\epsilon'' \ll |\tilde{\epsilon}'|$ ,  $\mu'' \ll |\tilde{\mu}'|$ ) можно в (16) положить  $\tilde{\epsilon} = \tilde{\epsilon}'$ ,  $\tilde{\mu} = \tilde{\mu}'$ . Для  $ka \ll 1$   $Q_{тр} \approx \frac{8}{27} (ka)^4 (\tilde{\epsilon}^2 + \tilde{\mu}^2 - \tilde{\epsilon} \tilde{\mu})$ , а для  $ka \gg 1$   $Q_{тр} \approx \frac{1}{2} (\tilde{\epsilon} + \tilde{\mu})^2 \ln ka$ .

#### 4. ЗАВИСИМОСТЬ РАДИАЦИОННОЙ СИЛЫ ОТ ПАРАМЕТРОВ СВЕТОГО ПУЧКА И РАССЕИВАТЕЛЯ ПРИ РАССЕЯНИИ РЭЛЕЯ—ГАНСА

Рассмотрим теперь относительную роль силы светового давления и градиентной силы (как продольной, так и поперечной), зависящую от соотношения между параметрами  $|\epsilon' - 1|$ ,  $|\mu' - 1|$ ,  $ka|\epsilon' - 1|$ ,  $ka|\mu' - 1|$ ,  $\epsilon'' \ll |\epsilon' - 1|$ ,  $\mu'' \ll |\mu' - 1|$ ,  $\Delta\theta \ll 1$ ,  $ka\Delta\theta \ll 1$ . Градиентная сила  $F_{\nabla}$  не зависит от длины волны и пропорциональна объему шарика. По порядку величины ее поперечная компонента  $F_{\perp} \approx \pi a^2 W(\epsilon' + \mu' - 2) \frac{a}{d}$ , а продольная  $F_{\parallel} \sim \Delta\theta F_{\perp} \ll F_{\perp}$ . Соотношение между  $F_{\perp}$ ,  $F_{\parallel}$  и  $F_{св}$  может быть любым в зависимости от параметров пучка и сечения давления (но всегда  $F_{\perp} > F_{\parallel}$ ). Условием того, что  $F_{\perp} > F_{св}$  и  $F_{\parallel} > F_{св}$ , являются соответственно неравенства  $|\epsilon' + \mu' - 2| a/d > Q_x$  и  $|\epsilon' + \mu' - 2| \Delta\theta a/d > Q_x$ . Ограничимся рассмотрением немагнитных шариков, когда  $Q_x (= Q_{п} + Q_{тр})$  зависит лишь от  $\epsilon''$ ,  $\epsilon' - 1$  и  $ka$ . Выделим два предельных случая.

1) «Большое» поглощение —  $(\epsilon' - 1)^2 \ll \epsilon'' \ll |\epsilon' - 1|$ , когда  $Q_{\text{п}} > Q_{\text{тр}}$  при любом размере шарика (см. рис. 2 а). При этом поперечная градиентная сила  $F_{\perp}$  больше светового давления, если  $d < \lambda |\epsilon' - 1| / \epsilon''$ , а  $F_{\parallel} > F_{\text{св}}$  при  $d < \lambda \Delta\theta |\epsilon' - 1| / \epsilon''$  (или  $d < \lambda (|\epsilon' - 1| / \epsilon'')^{1/2}$  для пучка с дифракционной расходимостью  $\Delta\theta \sim \lambda/d$ ),  $\lambda \equiv 1/k$ . При промежуточных значениях  $d$  ( $\lambda \Delta\theta |\epsilon' - 1| / \epsilon'' < d < \lambda |\epsilon' - 1| / \epsilon''$ ) имеем  $F_{\parallel} < F_{\text{св}} < F_{\perp}$ . Для очень широких пучков ( $d \gg \lambda |\epsilon' - 1| / \epsilon''$ )  $F_{\nabla} \ll F_{\text{св}}$  и радиационная сила, как и в случае плоской волны, сводится к световому давлению (см. рис. 2 а).

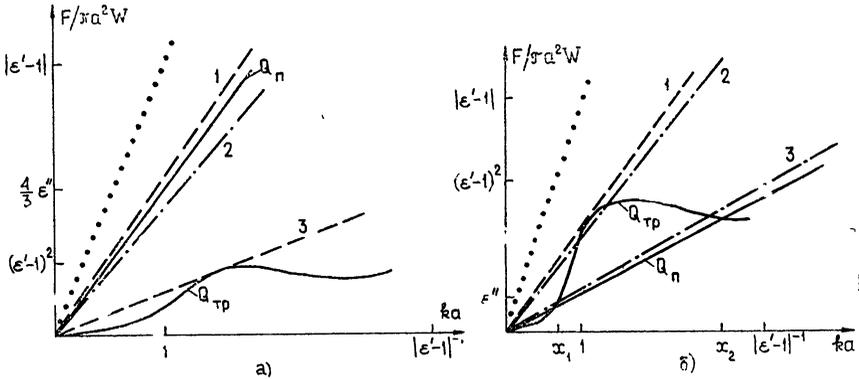


Рис. 2. Зависимость радиационной силы от размера шарика и параметров пучка.

Пунктир —  $F_{\perp}$ , штрих-пунктир —  $F_{\parallel}$  (для пучка с дифракционной расходимостью); точки — предельное значение  $F_{\nabla}$  ( $d \approx a$ ,  $\Delta\theta \sim 1$ ), сплошные линии — вклады в  $F_{\text{св}}$  от поглощения ( $Q_{\text{п}}$ ) и рассеяния ( $Q_{\text{тр}}$ ).

- а) 1 —  $d = \lambda |\epsilon' - 1| / \epsilon''$ , 2 —  $d = \lambda (|\epsilon' - 1| / \epsilon'')^{1/2}$ , 3 —  $d = \lambda |\epsilon' - 1|^{-1}$ ;
- б) 1 —  $d = \lambda |\epsilon' - 1|^{-1}$ , 2 —  $d = \lambda |\epsilon' - 1|^{-1/2}$ , 3 —  $d = \lambda (|\epsilon' - 1| / \epsilon'')^{1/2}$ .

2) «Малое» поглощение —  $\epsilon'' \ll (\epsilon' - 1)^2$  (рис. 2 б). Здесь возможны два варианта в соответствии с различным расположением точек пересечения  $x_1, x_2$  графиков  $Q_{\text{п}}$  и  $Q_{\text{тр}}$ :

2а)  $\epsilon'' \ll |\epsilon' - 1|^3$  — предельное малое поглощение;  $x_1 \equiv [9\epsilon'' / 2(\epsilon' - 1)^2]^{1/3}$ , а  $x_2 \approx (\epsilon' - 1)^2 / \epsilon'' > |\epsilon' - 1|^{-1}$ , т. е.  $x_2$  лежит вне области применимости приближения Рэлея—Ганса.

2б)  $|\epsilon' - 1|^3 \ll \epsilon'' \ll (\epsilon' - 1)^2$ . При этом  $x_1 \leq 1$ ,  $x_2 \ll |\epsilon' - 1|^{-1}$ , так что  $Q_{\text{тр}} < Q_{\text{п}}$  при  $ka < x_1$  и  $x_2 < ka \ll |\epsilon' - 1|^{-1}$ , а  $Q_{\text{тр}} > Q_{\text{п}}$  при  $x_1 < ka < x_2$  (см. рис. 2 б).

В соответствии с (16)  $Q_{\text{тр}}$  в области  $ka \gg 1$  логарифмически растет ( $Q_{\text{тр}} \approx \frac{(\epsilon' - 1)^2}{2} [\ln 4ka + 2C - 3]$ ), а при  $ka \rightarrow 0$  убывает как  $(ka)^4$ .

Максимальное значение  $Q_{\text{тр}} \approx 0,76 (\epsilon' - 1)^2$  достигается при  $ka \approx 3 [1]$ . Таким образом, при  $ka \gg 1$   $Q_{\text{тр}} \sim (\epsilon' - 1)^2$  и слабо зависит от  $ka$  (рис. 2).

Сравнение градиентной силы с  $F_{\text{св}}$  в случае «малого» поглощения показывает (см. рис. 2 б), что для узких пучков ( $d < \lambda |\epsilon' - 1|^{-1}$ )  $F_{\perp} > F_{\text{св}}$  при любом размере шарика ( $a \ll d$ ), а если угловая расходимость не слишком мала ( $\lambda \Delta\theta > |\epsilon' - 1|/d$ ), то и  $F_{\parallel} > F_{\text{св}}$ . Переходу от широкого пучка к плоской волне отвечает ширина пучка  $d \gg \lambda |\epsilon' - 1|^{-1}$ .

Таким образом, в широкой области изменения параметров как поперечная, так и продольная компоненты  $F_{\nabla}$  могут превосходить  $F_{\text{св}}$ . Особо отметим, что если  $F_{\parallel} > F_{\text{св}}$ , то шарик с  $\epsilon' + \mu' > 2$  должен

двигаться навстречу расходящемуся пучку ( $\kappa_0 \nabla W < 0$ ), а при  $\epsilon' + \mu' < 2$  — навстречу сходящемуся.

В заключение сравним радиационную силу с весом шарика  $P = \frac{4\pi}{3} a^3 \rho g$  ( $\rho$  — плотность,  $g$  — ускорение свободного падения). Для поперечной компоненты получаем  $F_{\perp}/P = (\epsilon' + \mu' - 2) \nabla_{\perp} W / 2\rho g \sim (\epsilon' + \mu' - 2) W / \rho g d$ , откуда следует, что уже при умеренных интенсивностях  $J = cW$  поперечная сила может существенно превышать вес шарика. Так, для  $J = 10^5$  Вт/см<sup>2</sup>,  $\epsilon = 1,1$ ,  $\mu = 1$ ,  $d = 3 \cdot 10^{-4}$  см  $F_{\perp}$  равна весу шарика с плотностью  $\rho \approx 5$  г/см<sup>3</sup>. При тех же условиях сила светового давления, действующая на шарик радиуса  $a = 3 \cdot 10^{-5}$  см в пучке света с  $k = 10^5$  см<sup>-1</sup> будет того же порядка:  $F_{\text{св}} \approx F_{\perp} \approx 10^{-9}$  дн. Следовательно, сила светового давления достаточно велика для удержания шариков микронного размера во взвешенном состоянии, что было впервые продемонстрировано в эффектном эксперименте Эшкина [4]. Градиентная сила при этом также существенна, поскольку она обеспечивает устойчивость равновесия шарика в максимуме интенсивности поля в пучке.

### 5. ПРЕДЕЛЬНО БОЛЬШИЕ ШАРИКИ. ПРИБЛИЖЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

Для достаточно больших шариков  $ka \gg 1$  набег фазы преломленного луча велик и рассеяние можно описывать в приближении геометрической оптики. Если при этом размер пучка  $d$  много больше радиуса шарика ( $a/d \leq ka \Delta\theta \ll 1$ ), то выражение (4) также удается существенно упростить, используя малый параметр  $ka \Delta\theta$ . Из-за специфических трудностей, возникающих при переходе от волнового описания к геометрической оптике, этот случай будет рассмотрен особо. Здесь отметим лишь, что продольная сила, действующая на большой шарик, обусловлена только световым давлением  $F_{\text{св}} = \pi a^2 W Q_d$ ,  $Q_d \sim 1$  [1], а поперечная сила  $F_{\perp}$  порядка  $F_{\text{св}} \Delta\theta \ll F_{\text{св}}$ . Направление поперечной силы, так же как и в рассмотренном выше случае, определяется знаком  $\epsilon - \frac{1}{2}$  ( $\mu = 1$ ). В этом можно убедиться без вычислений с помощью простых качественных соображений (см. также [4, 14]).

При прохождении света через границу раздела двух диэлектриков возникает сила светового давления, направленная вдоль нормали к поверхности в сторону оптически менее плотной среды [5]. Если показатель преломления  $n = \sqrt{\epsilon}$  близок к единице, то коэффициент отражения  $R \ll 1$ , и достаточно ограничиться однократным прохождением луча через шарик. Рассматривая два симметричных относительно центра шарика луча, убеждаемся, что полная сила, получаемая суммированием по всем лучам, будет направлена в сторону большей (меньшей) интенсивности поля при  $\epsilon > 1$  ( $\epsilon < 1$ ). Используя явное выражение для светового давления [5], можно найти и величину поперечной силы.

В заключение отметим, что в настоящей работе поглощение света считалось малым. При достаточно большом поглощении становится существенным неоднородный нагрев, что приводит к возникновению радиометрических сил [15], а при больших интенсивностях света — к испарению вещества шарика и значительным реактивными силам [16, 17]. Однако при малом поглощении и не слишком больших интенсивностях этими эффектами можно пренебречь по сравнению с радиационной силой, что было реализовано в экспериментах Эшкина [3, 4].

Автор благодарен В. М. Конторовичу за постоянное внимание и интерес к работе.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Нам удобно использовать амплитуду рассеяния  $\hat{S}$  в тензорном (трехмерном) виде (3). Она выражается через двумерную матрицу рассеяния, определяемую равенством [1]

$$\begin{pmatrix} \mathcal{E}'_{\parallel} \\ \mathcal{E}'_{\perp} \end{pmatrix} = \frac{\exp(ikr)}{-ikr} \begin{pmatrix} S_2 & S_3 \\ S_4 & S_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{E}_{\parallel} \\ \mathcal{E}_{\perp} \end{pmatrix},$$

где  $\mathcal{E}_{\perp}$  и  $\mathcal{E}_{\parallel}$  — компоненты поля, ортогональные и параллельные плоскости рассеяния:  $\mathcal{E} = e_{\perp} \mathcal{E}_{\perp} + e_{\parallel} \mathcal{E}_{\parallel}$ ,  $\mathcal{E}' = e'_{\perp} \mathcal{E}'_{\perp} + e'_{\parallel} \mathcal{E}'_{\parallel}$ ,  $e_{\perp}(n, \kappa) = e'_{\perp}(n, \kappa) = [n, \kappa] / | [n, \kappa] |$ ,  $e_{\parallel}(n, \kappa) = [\kappa, e_{\perp}]$ ,  $e'_{\parallel}(n, \kappa) = [n, e_{\perp}]$ ,  $n$  и  $\kappa$  — единичные орты соответственно в направлении рассеяния и вдоль волнового вектора падающей волны. Для сферически симметричного рассеивателя  $S_3 = S_4 = 0$ , а  $S_1 = S_1(\theta)$  и  $S_2 = S_2(\theta)$  зависят лишь от угла рассеяния  $\theta = (\hat{n}, \hat{\kappa})$  [1].

Компоненты трехмерной матрицы рассеяния равны

$$S_{ij}(n, \kappa) = e_i^{\prime\rho}(n, \kappa) e_j^{\nu}(n, \kappa) S_{\rho\nu}, \quad (\text{П.1.1})$$

где  $i, j = x, y, z$ ;  $\rho, \nu = \parallel, \perp$ ;  $S_{\parallel, \parallel} \equiv S_2$ ,  $S_{\perp, \perp} \equiv S_1$ ,  $S_{\parallel, \perp} \equiv S_3$ ,  $S_{\perp, \parallel} \equiv S_4$  (суммирование по повторяющимся индексам подразумевается).

В случае рэлеевского рассеяния  $ka \ll 1$  на частице произвольной формы с точностью до членов порядка  $(ka)^3$

$$S_{ij} = S_{ij}^{(1)}(n, \kappa) = -ik^3 \alpha_{mi} (\delta_{im} - n_i n_m) (\delta_{jl} - \kappa_j \kappa_l) + ik^3 \varepsilon_{ikl} n_k \beta_{ls} \varepsilon_{spj} \kappa_p, \quad (\text{П.1.2})$$

где  $\hat{\alpha}(\hat{\beta})$  — коэффициенты пропорциональности между электрическим (магнитным) дипольным моментом частицы и электрическим (магнитным) полем падающей на частицу волны. При этом для однородного шарика радиуса  $a$   $\alpha_{ij} = a \delta_{ij}$ ,  $\beta_{ij} = \beta \delta_{ij}$  и компоненты двумерной матрицы рассеяния равны [1]

$$\left. \begin{matrix} S_1(\theta) \\ S_2(\theta) \end{matrix} \right\} = ik^3 \begin{cases} a + \beta \cos \theta \\ a \cos \theta + \beta \end{cases}, \quad S_3 = S_4 = 0, \quad \alpha = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} a^3, \quad \beta = \frac{\mu - 1}{\mu + 2} a^3. \quad (\text{П.1.3})$$

При рассеянии Рэлея—Ганса  $S_1(\theta)$  и  $S_2(\theta)$  имеют аналогичный вид [1, 2]:

$$\left. \begin{matrix} S_1(\theta) \\ S_2(\theta) \end{matrix} \right\} = -i(ka)^3 F \left( 2ka \sin \frac{\theta}{2} \right) \begin{cases} \tilde{\varepsilon} + \tilde{\mu} \cos \theta \\ \tilde{\varepsilon} \cos \theta + \tilde{\mu} \end{cases}, \quad (\text{П.1.4})$$

$$F(z) = j_1(z)/z = (\sin z - z \cos z)/z^3,$$

$j_1(z)$  — функция Рикатти—Бесселя. Отсюда для трехмерной матрицы рассеяния получаем

$$S_{ij}(n, \kappa) = - (ika)^3 F(ka |n - \kappa|) [\tilde{\varepsilon} a_{ij}(n, \kappa) + \tilde{\mu} b_{ij}(n, \kappa)], \quad (\text{П.1.5})$$

$$a_{ij}(n, \kappa) \equiv (\delta_{im} - n_i n_m) (\delta_{jm} - \kappa_j \kappa_m), \quad b_{ij}(n, \kappa) \equiv (n \kappa) \delta_{ij} - \kappa_i n_j.$$

Отметим, что тензорная структура (П.1.5) такая же, как у (П.1.2) при  $\alpha_{ij} = a \delta_{ij}$ ,  $\beta_{ij} = \beta \delta_{ij}$ .

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Приведем выражение для радиационной силы в предельном случае рэлеевского рассеяния ( $ka \equiv x \ll 1$ ), не предполагая частицу сферической и изотропной, как это делается в [7, 8]. Для нахождения силы с точностью до  $x^6$  ( $F_{\nabla} \sim x^3$ ,  $F_{\text{св}} \sim x^6$ ) необходимо использовать амплитуду рассеяния  $\hat{S}$  с той же точностью. Учитывая малое поглощение в линейных по  $x^3$  членах, определяем поправку второго порядка к  $\text{Re } \hat{S}$  из обобщенной оптической теоремы [2],

$$4\pi \text{Re } S_{ji}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) = \int d\Omega_n S_{mi}(\mathbf{n}, \mathbf{x}_1) S_{mj}^*(\mathbf{n}, \mathbf{x}_2), \quad (\text{П.2.1})$$

и получаем для силы

$$F = \frac{1}{2} \text{Re} [\varepsilon_1 P_j \nabla \mathcal{E}_j^* + \mu_1 M_j \nabla H_j^*] - \frac{1}{3} k^3 \text{Im} [\varepsilon_1 P_j \nabla P_j^* + \mu_1 M_j \nabla M_j^*] - \frac{1}{3} k^4 \text{Re} [P, M^*] \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}. \quad (\text{П.2.2})$$

Здесь  $P_j = \alpha_{jm} \mathcal{E}_m$ ,  $M_j = \beta_{jm} H_m$  — электрический и магнитный дипольные моменты,  $\mathcal{E} = \mathcal{E}(\mathbf{r})$ ,  $H = H(\mathbf{r})$ ;  $\hat{\alpha}$ ,  $\hat{\beta} \sim a^3$  — тензоры поляризуемости,  $|\alpha''| \ll |\alpha'|$ ,  $|\beta''| \ll |\beta'|$ . Формула (П.2.2) справедлива в произвольном (сильно неоднородном) поле. Первый член пропорционален объему частицы и соответствует градиенту потенциальной энергии диполя. Два последних слагаемых  $\sim a^6$ , однако они могут быть малы в сравнении с первым. В случае сферической изотропной частицы из (П.2.2) следуют известные результаты для градиентной силы  $F_{\nabla} = 2\pi(\alpha' + \beta') \nabla W$  и силы светового давления  $F_{\text{св}} = 4\pi k(\alpha'' + \beta'') W + \frac{8\pi k^4}{3}(\alpha'^2 + \beta'^2 - \alpha'\beta') W$  [7, 8].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ван де Хюлст, Рассеяние света малыми частицами, ИЛ, М., 1961.
2. Р Ньютон, Теория рассеяния волн и частиц, изд. Мир, М., 1969.
3. А. Ashkin, Phys. Rev. Lett., 24, 156 (1970).
4. А. Ashkin, J. M. Dziedzic, Appl. Phys. Lett., 19, 283 (1971); А. Эшвин, УФН, 110, 101 (1973).
5. А. В. Кац, В. М. Конторович, Письма в ЖЭТФ, 9, 192 (1969).
6. А. В. Гапонов, М. А. Миллер, ЖЭТФ, 34, 242, 751 (1958).
7. Г. А. Аскарьян, ЖЭТФ, 42, 1567 (1962); УФН, 110, 115 (1973).
8. В. И. Никитенко, Докл. АН УССР, сер. А, № 6, 517 (1973).
9. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, изд. Наука, М., 1967.
10. И. Л. Фабелинский, Молекулярное рассеяние света, изд. Наука, М., 1965.
11. Г. А. Аскарьян, Письма в ЖЭТФ, 9, 404 (1969).
12. М. Борн, Э. Вольф, Основы оптики, изд. Наука, М., 1970, стр. 720.
13. А. В. Кац, Докл. АН УССР, сер. А, № 5, 447 (1974).
14. А. В. Кац, В. М. Конторович, Тезисы III Республиканского семинара по квантовой электронике, Харьков, 1973, стр. 103.
15. Н. А. Фукс, Механика аэрозолей, изд. АН СССР, М., 1955.
16. Г. А. Аскарьян, Е. М. Мороз, ЖЭТФ, 43, 2319 (1962).
17. В. И. Букатый, Ю. Д. Копытин, В. А. Погодаев, С. С. Хмелевцов, Л. К. Чистякова, Изв. высш. уч. зав. — Физика, № 3, 41 (1972).

THE RADIATIVE FORCE, ACTING UPON A PARTICLE IN AN  
ELECTROMAGNETIC FIELD WITH AN ARBITRARY RATIO OF PARTICLE  
SIZE AND FIELD WAVELENGTH

*A. V. Kats*

The radiative force acting upon a particle in a high frequency electromagnetic field is found. It is expressed in the common case in terms of scattering matrix.

The simple formula for the radiative force in the Rayleigh—Gans approximation is obtained. The latter includes extreme cases of large and small particles in comparison to the field wavelength.

In a weakly divergent light beam the radiative force is shown to be reduced to the light pressure and the gradient force. The gradient force is found to act upon the particles being optically denser than the medium in the direction of the greater field intensity. The results obtained agree with experimental data [3, 4].

---

УДК 621 372.8

## ОТРАЖЕНИЕ ОТ НАКЛОННОЙ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ

Б. Ю. Капилевич

Решается задача об отражении электромагнитных волн от наклонной границы раздела двух сред в прямоугольном волноводе. Получено выражение для расчета коэффициента отражения при любых значениях угла  $\theta$  наклона границы. Обнаружено, что при достаточно больших значениях  $\theta$  зависимость модуля коэффициента отражения  $|\Gamma|$  от  $\theta$  носит осциллирующий характер. Амплитуда этих осцилляций убывает с уменьшением  $\theta$ . Приводятся результаты численных расчетов  $|\Gamma|$  при изменении различных параметров, обсуждаются экспериментальные данные.

1. Исследование отражения электромагнитных волн от наклонной границы раздела двух сред в прямоугольном волноводе представляет интерес при решении широкого круга задач, связанных с продольно неоднородными линиями передачи. Информация, полученная в результате такого исследования, необходима для проектирования плавных диэлектрических трансформаторов, нагрузок и других элементов волноводного тракта.

В работах [1, 2] проводится анализ отражения от плоской наклонной границы раздела, ориентированной перпендикулярно широким стенкам волновода. Другой интересный для практики случай, когда наклонная граница раздела двух диэлектриков перпендикулярна узким стенкам волновода (рис. 1), исследован менее подробно. Отдельные результаты, рассмотренные в работах [3-5], относятся к различным частным случаям и не позволяют выявить ряд важных особенностей в поведении коэффициента отражения. Ниже получено выражение для коэффициента отражения в структуре рис. 1, пригодное для произвольных значений угла наклона границы раздела  $\theta$ . Приводятся результаты численных расчетов, обсуждаются экспериментальные данные.

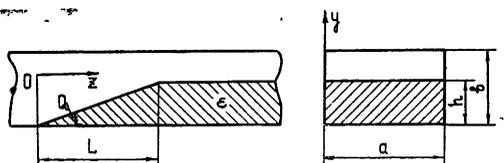


Рис. 1.

2. В предположении, что на участке  $0 < z < L$  неоднородного в продольном направлении волновода распространяется волна, близкая по структуре к волне типа  $TE_{10}$ , уравнение для составляющей электрического поля  $E_y$  согласно [6] можно записать в виде

$$\frac{d^2 E_y}{dz^2} + \beta^2(z) E_y = 0, \quad (1)$$

где  $\beta(z)$  — локальная, зависящая от координаты, постоянная распространения.

Общее решение (1) можно представить в следующей форме:

$$E_y = Ae^{-j\beta_1 z} + Be^{j\beta_2 z} \quad (z < 0); \quad (2)$$

$$E_y = CF_1(z) + DF_2(z) \quad (0 < z < L); \quad (3)$$

$$E_y = Ee^{-j\beta_2(z-L)} \quad (z > L), \quad (4)$$

где  $\beta_1, \beta_2$  — постоянные распространения в волноводах, расположенных соответственно слева и справа от неоднородно заполненного волновода,  $F_1, F_2$  — функции, являющиеся решением (1) на участке неоднородного волновода.

Амплитудные коэффициенты  $A, B, C, D, E$  находятся из требования непрерывности  $E_y$  и  $\frac{dE_y}{dz}$  в точках  $z = 0, z = L$ . Выполнение этих требований с учетом (2) — (4) приводит к следующей системе линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} A + B &= CF_1(0) + DF_2(0), \\ j\beta_1(-A + B) &= CF'_1(0) + DF'_2(0), \\ CF_1(L) + DF_2(L) &= E, \\ CF'_1(L) + DF'_2(L) &= -j\beta_2 E. \end{aligned} \quad (5)$$

Из (5) непосредственно получаем выражение для определения коэффициента отражения  $\Gamma = B/A$ :

$$\frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} = -j\beta_1 \frac{\rho F_1(0) + F_2(0)}{\rho F'_1(0) + F'_2(0)}, \quad (6)$$

где

$$\rho = -\frac{F'_2(L) + j\beta_2 F_2(L)}{F_1(L) + j\beta_2 F_1(L)}. \quad (7)$$

Объединяя (6) и (7) и используя символику определителей, окончательно получаем

$$\frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} = -j\beta_1 \frac{\alpha + j\beta_2\beta}{\delta + j\beta_2\gamma}, \quad (8)$$

где

$$\alpha = \begin{vmatrix} F'_1(L) & F_2(L) \\ F_1(0) & F_2(0) \end{vmatrix}, \quad \beta = \begin{vmatrix} F_1(L) & F_2(L) \\ F_1(0) & F_2(0) \end{vmatrix}, \quad \delta = \begin{vmatrix} F'_1(L) & F'_2(L) \\ F'_1(0) & F'_2(0) \end{vmatrix}, \quad \gamma = \begin{vmatrix} F_1(L) & F_2(L) \\ F'_1(0) & F'_2(0) \end{vmatrix}.$$

В случае неотражающей границы коэффициент  $\Gamma = 0$  и после выделения из (8) вещественной и мнимой частей приходим к следующей системе из двух уравнений:

$$\delta = \beta_1\beta_2\beta, \quad (9)$$

$$\beta_1\alpha + \beta_2\gamma = 0.$$

В (9) в неявном виде входит угол  $\theta$ , при котором отражение от наклонной границы отсутствует. Однако совместное решение (9) относительно  $\theta$  в общем случае невозможно, так как здесь имеем дело с двумя уравнениями для одной неизвестной величины. В связи с этим обстоятельством для реализации режима согласования требуется вве-

дение еще одной степени свободы. В качестве такого дополнительного параметра можно выбрать, например, ширину волновода  $a$  или длину волны в свободном пространстве  $\lambda$ . Однако данное условие, как известно, является необходимым, но не достаточным, так что вопрос о существовании конкретного решения (9) при произвольных значениях параметров  $\theta$  и  $\lambda$  остается открытым, пока не получены явные выражения для  $F_1$  и  $F_2$ .

3. Определим теперь конкретный вид функций  $F_1$  и  $F_2$ . Согласно [7] в случае структуры рис. 1 на участке продольно неоднородного волновода эквивалентная диэлектрическая проницаемость

$$\epsilon(z) = 1 + (\epsilon - 1) \frac{z \operatorname{tg} \theta}{b}, \quad (10)$$

где  $\epsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость материала, заполняющего волновод.

Тогда с учетом (10) имеем

$$\beta^2 = k_0^2 \left[ 1 + (\epsilon - 1) \frac{z \operatorname{tg} \theta}{b} \right] - \frac{\pi^2}{a^2}, \quad (11)$$

где  $k_0 = 2\pi/\lambda$  — волновое число в свободном пространстве.

Уравнение (1) приобретает следующий вид:

$$\frac{d^2 E_y}{dz^2} + (p + qz) E_y = 0, \quad (12)$$

где

$$p = k_0^2 - \frac{\pi^2}{a^2}, \quad q = \frac{k_0^2(\epsilon - 1)}{b} \operatorname{tg} \theta.$$

Переходя в (12) к новой переменной  $\xi = p + qz$ , получаем

$$\frac{d^2 E_y}{d\xi^2} + \frac{\xi}{q^2} E_y = 0. \quad (13)$$

Как известно [8], общее решение (13) можно представить в виде линейной комбинации двух цилиндрических функций порядка  $1/3$ . Поскольку в рассматриваемой ситуации всегда  $\xi > 0$ , проще всего в качестве линейно независимых решений взять функции Бесселя, тогда

$$F_1(\xi) = \xi^{1/2} J_{1/3} \left( \frac{2}{3q} \xi^{3/2} \right), \quad F_2(\xi) = \xi^{1/2} J_{-1/3} \left( \frac{2}{3q} \xi^{3/2} \right). \quad (14)$$

Воспользовавшись формулами дифференцирования цилиндрических функций [8], находим производные:

$$F'_1 = \frac{dF_1}{dz} = \xi J_{-2/3} \left( \frac{2}{3q} \xi^{3/2} \right), \quad F'_2 = \frac{dF_2}{dz} = -\xi J_{2/3} \left( \frac{2}{3q} \xi^{3/2} \right). \quad (15)$$

Вводя обозначения  $\frac{2}{3q} \xi^{3/2}(0) = \xi_0$ ,  $\frac{2}{3q} \xi^{3/2}(L) = \xi_L$  и учитывая, что  $\xi(0) = \beta_1^2$ ,  $\xi(L) = \beta_2^2$ , из (8), (14) и (15) получаем

$$\frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} = -j \{ \Psi_{-2/3, -1/3}(\xi_L, \xi_0) + \Psi_{2/3, 1/3}(\xi_L, \xi_0) + j [ \Psi_{1/3, -1/3}(\xi_L, \xi_0) - \Psi_{-1/3, 1/3}(\xi_L, \xi_0) ] \} \{ \Psi_{2/3, -2/3}(\xi_L, \xi_0) - \Psi_{-2/3, 2/3}(\xi_L, \xi_0) - \quad (16)$$

$$-j[\Psi_{1/3, 2/3}(\xi_L, \xi_0) + \Psi_{-1/3, -2/3}(\xi_L, \xi_0)]^{-1},$$

где

$$\Psi_{\mu, \nu}(u, v) = J_{\mu}(u)J_{\nu}(v).$$

Выражение (16) является основой для получения различных приближенных формул. Так, например, в случае  $L \rightarrow 0$  (наклонная граница раздела вырождается в плоскую) воспользуемся разложением функций Бесселя в окрестности нуля. Тогда получим:

$$\frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} = -j \frac{\frac{q}{\beta_1 \beta_2^2} + \frac{\beta_1 \beta_2^2}{2q} + j \left( \frac{\beta_2}{\beta_1} - \frac{\beta_1}{\beta_2} \right)}{\frac{1}{2} \left( \frac{\beta_2^2}{\beta_1^2} - \frac{\beta_1^2}{\beta_2^2} \right) - j \left( \frac{\beta_1^2 \beta_2}{2q} + \frac{q}{\beta_1^2 \beta_2} \right)}. \quad (17)$$

После предельного перехода из (17) находим, что  $(1 + \Gamma)/(1 - \Gamma) = \beta_1/\beta_2$ . Это совпадает с хорошо известным результатом, полученным другим путем.

В случае  $L \rightarrow \infty$  (граница раздела составляет очень малый угол с осью волновода) воспользуемся асимптотическим выражением функций Бесселя при больших значениях аргумента [8], тогда:

$$\Psi_{\mu, \nu}(u, v) = \frac{(uv)^{-1/2}}{\pi} \left\{ \cos \left[ (u-v) - \frac{\pi}{2} (\mu - \nu) \right] + \right. \\ \left. + \sin \left[ (u+v) - \frac{\pi}{2} (\mu + \nu) \right] \right\}. \quad (18)$$

Преобразуя (16) с учетом (18), находим, что  $\Gamma \rightarrow 0$  при  $L \rightarrow \infty$ . К этому результату легко прийти также из общих физических рассуждений. Следует отметить, что использование простейших асимптотических формул типа (18) не позволяет получить выражение для  $\Gamma$  как функции параметра  $L$ . Для этой цели необходимо использовать асимптотические выражения, в которых содержатся члены более высокого порядка малости. Последнее приводит к дополнительным осложнениям, так что конечное выражение для  $\Gamma$  получается весьма громоздким и здесь не приводится.

Что касается системы (9), то она принимает следующий вид:

$$\Psi_{1/3, -1/3}(\xi_L, \xi_0) - \Psi_{-1/3, 1/3}(\xi_L, \xi_0) = \Psi_{2/3, -2/3}(\xi_L, \xi_0) - \Psi_{-2/3, 2/3}(\xi_L, \xi_0), \\ \Psi_{1/3, 2/3}(\xi_L, \xi_0) + \Psi_{-1/3, -2/3}(\xi_L, \xi_0) = \Psi_{-2/3, -1/3}(\xi_L, \xi_0) + \Psi_{2/3, 1/3}(\xi_L, \xi_0). \quad (19)$$

По сравнению с (9) система (19) более конкретизирована, однако выяснение условий существования двухпараметрического решения по-прежнему представляет серьезные трудности из-за ее трансцендентного вида. Частично их можно обойти, воспользовавшись численным решением (16).

4. Некоторые результаты численных расчетов зависимости  $|\Gamma|$  от параметра  $1/q$  приведены на рис. 2 для различных значений длины волны в свободном пространстве  $\lambda$ . Значение диэлектрической проницаемости равнялось  $\epsilon = 2$ ,  $a = 2,3$  см,  $h = b = 1$  см. Из приведенных кривых с помощью (12) легко получить информацию о зависимости  $|\Gamma|$  от угла наклона границы раздела или от длины  $L$  неоднородного участка волновода. Из рис. 2 видно, что с ростом  $L$  модуль коэффициента отражения  $|\Gamma|$  квазимоноotonно убывает, испытывая периодические осцилляции. Период этих осцилляций увеличивается с ростом  $\lambda$ ,

последнее приводит также к увеличению «в целом»  $|\Gamma|$ . В то же время, выбирая достаточно большое  $L$ , можно  $|\Gamma|$  всегда сделать меньше любой наперед заданной величины.

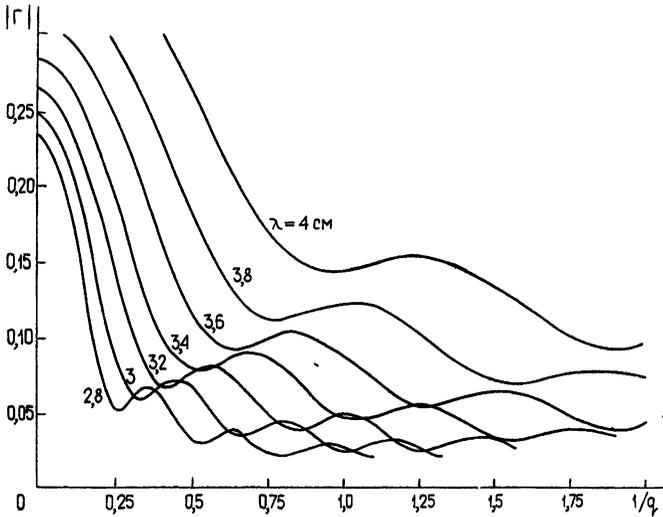


Рис. 2.

На рис. 3 представлены результаты расчета  $|\Gamma|$  в зависимости от  $1/q$  при различных значениях заполнения  $h/b$ . В скобках приведены соответствующие данному заполнению значения эквивалентной диэлектрической проницаемости для материала с  $\epsilon = 2$  при  $\lambda = 3 \text{ см}$ . В области небольших значений параметра  $1/q$ , что соответствует большим углам  $\theta$ , уменьшение диэлектрического заполнения приводит к уменьшению  $|\Gamma|$ . В области малых значений  $\theta$  влияние степени заполнения диэлектриком на  $|\Gamma|$ , как и следовало ожидать, значительно ослаблено. В промежуточной области значений  $\theta$ , соответствующей  $0,2 < 1/q < 1,5$ , наличие осцилляций  $|\Gamma|$  не позволяет выделить какие-либо четкие закономерности. Были рассчитаны также зависимости  $|\Gamma|$  от длины волны  $\lambda$  в свободном пространстве при различных значениях угла  $\theta$  наклона границы. Результаты приведены на рис. 4 для волновода  $2,3 \times 1,0 \text{ см}^2$  при  $h/b = 1$ ,  $\epsilon = 2$ . Здесь наличие заметных осцилляций в коротковолновой области также нарушает «правильный» ход кривых. В длинноволновой области, напротив, наблюдается четкая закономерность: с уменьшением  $\theta$  уменьшается  $|\Gamma|$ .

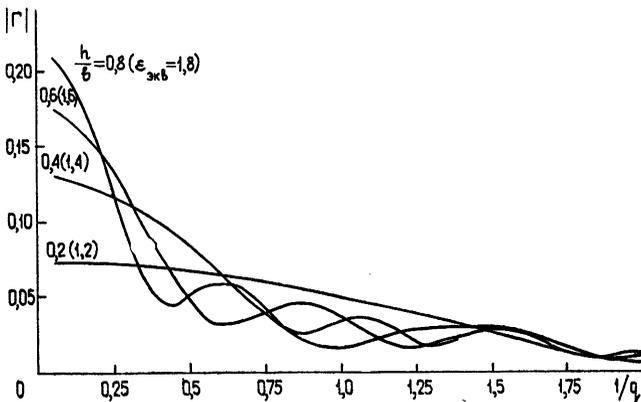


Рис. 3.

Наряду с уже рассмотренными результатами, были проведены расчеты  $|\Gamma|$  для других значений параметров  $\epsilon$ ,  $\lambda$  и  $a$ , которые из-за ограниченного объема статьи здесь не рассматриваются. Однако общие закономерности поведения  $|\Gamma|$  оказались во многом аналогичны обсужденным выше случаям. Исключая предельный случай  $L \rightarrow \infty$  ( $\theta \rightarrow 0$ ), нигде при конечных  $L$  (или  $\theta \neq 0$ ) коэффициент отражения  $\Gamma$  не обращается в нуль. Это указывает на то, что система (19) в исследованном интервале значений  $\epsilon$ ,  $\lambda$ ,  $a$  несовместна.

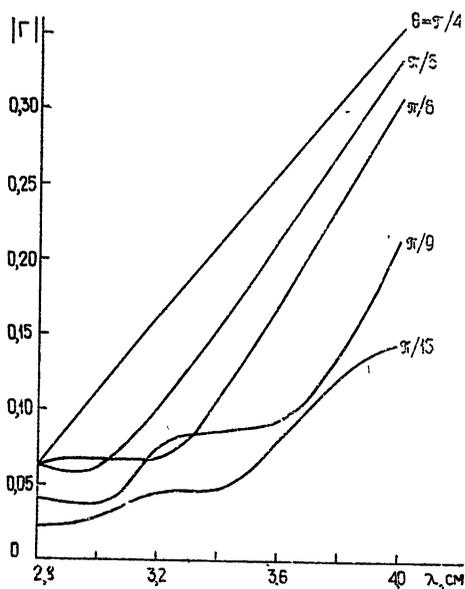


Рис. 4.

Отметим, что наличие минимумов  $|\Gamma|$  не связано с появлением угла Брюстера. В этом можно убедиться из рассмотрения рис. 1: с уменьшением угла наклона  $\theta$  периодически обнаруживаются минимумы  $|\Gamma|$ , а расстояние между ними зависит от длины волны  $\lambda$ . Данные особенности характерны для «интерференционных» волновых процессов, при которых может возникнуть компенсация волн, отраженных от различных участков неоднородного волновода. Последнее и будет как раз соответствовать минимуму  $|\Gamma|$ .

Полученные выше данные могут быть использованы для других величин проницаемости диэлектрика и степени заполнения при условии равенства эквивалентных значений проницаемости и соблюдении одноволнового

режима. Последнее обстоятельство будет определять величину максимальной диэлектрической проницаемости, для которой волны высших типов еще не распространяются.

5. С целью проверки результатов расчета был экспериментально определен модуль коэффициента отражения  $|\Gamma|$ . Типичные данные в диапазоне частот 7 — 12 ГГц приведены на рис. 5. Они соответствуют волноводу  $2,3 \times 1,0 \text{ см}^2$ , заполненному фторопластом-4 ( $\epsilon \approx 2$ ), длина неоднородного участка  $L = 2 \text{ см}$ . Теоретические (сплошная кривая) и экспериментальные (пунктирная кривая) значения  $|\Gamma|$  находятся в хорошем соответствии.

Проведенный анализ позволяет сделать следующие выводы.

Выражение (16) справедливо при любых углах  $\theta$ . Аналогичные выражения для коэффициента отражения  $|\Gamma|$ , полученные в [3, 4], применимы при малых углах  $\theta$ , так как при их выводе использовалось

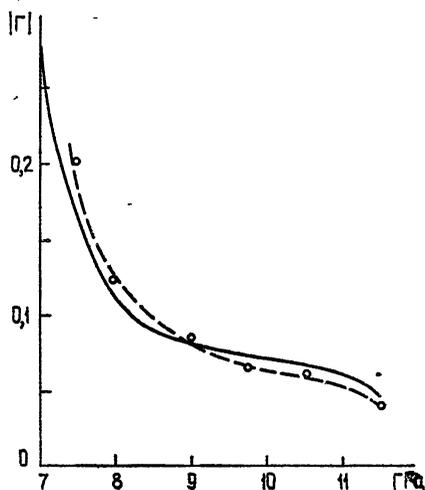


Рис. 5.

ограничение, связанное с требованием достаточно медленного изменения эквивалентной проницаемости на участке неоднородного волновода. В области малых  $\theta$  оба метода расчета  $\Gamma$  дают примерно одинаковый результат. При больших  $\theta$  использование (16) более предпочтительно, поскольку позволяет выявить осциллирующие особенности в поведении модуля коэффициента отражения. Сравнение теоретических и экспериментальных значений  $|\Gamma|$  показало их хорошее совпадение.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. G. De Jong, W. Offringa, International J. Electronics, **34**, № 4, 453 (1973).
2. Y. L. Chow, S. C. Wu, Trans. IEEE, MTT-21, № 5, 333 (1973).
3. Е. И. Нефедов, Радиотехника и электроника, **7**, № 5, 801 (1962).
4. А. Ч. Ким, Е. И. Нефедов, Е. И. Попов, Радиотехника (республиканский межведомственный тематический научно-технический сборник), Харьков, вып. 21, 170 (1972).
5. Ю. В. Шаворыкин, Б. Н. Бондаренко, Радиотехника (республиканский межведомственный тематический научно-технический сборник), Харьков, вып. 22, 3 (1972).
6. Л. М. Бреховских, Волны в слоистых средах, изд. Наука, М., 1973
7. A. D. Berg, Trans. IRE, AP-4, № 2, 104 (1956).
8. Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Лёш, Специальные функции, изд. Наука, М., 1964.

Новосибирский электротехнический институт связи

Поступила в редакцию  
21 декабря 1973 г.

#### REFLECTION FROM AN OBLIQUE INTERFACE IN A RECTANGULAR WAVEGUIDE

*B. Yu. Kapilevich*

The problem of reflection of electromagnetic waves from an oblique interface in a rectangular waveguide is solved. An expression is derived for calculating the reflection coefficient at any values angle of the interface inclination  $\theta$ . For sufficiently large values of  $\theta$  the dependence of the modulus of the reflection coefficient  $|\Gamma|$  versus  $\theta$  is discovered to be oscillating. The amplitude of these oscillations decreases with decreasing  $\theta$ . The results of numerical calculations of  $|\Gamma|$  are presented for different parameter variations. The experimental data are discussed.

УДК 621.314.21.123

## ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ВОЛНОВОДНОМ ТРАНСФОРМАТОРЕ С СОЕДИНИТЕЛЬНОЙ ПОЛОСТЬЮ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

В. М. Онуфриенко, И. Г. Прохода, В. П. Чумаченко

Методика решения краевой задачи для электромагнитного поля волноводных трансформаторов на основе представления сложной области определения поля в виде простых частичных пересекающихся областей обобщена на случай, когда частичные области не являются простыми. Рассчитаны с помощью ЭВМ матрицы рассеяния некоторых  $H$ -плоскостных волноводных соединений.

1. В работе [1] рассмотрена методика решения краевой задачи для электромагнитного поля волноводно-резонаторных систем на основе представления сложной области определения поля в виде простых частичных пересекающихся областей (ЧПО), для которых общие решения известны. В случае задачи о многоплечих волноводных соединениях (волноводных трансформаторах (ВТ)) численная реализация этой методики была осуществлена для простых соединительных полостей квадратного [2] и круглого [3] сечений.

В настоящей работе с помощью функций Грина расширенных областей [4] указанная методика обобщается на случай, когда ЧПО не являются простыми.

2. Для вывода интегральных уравнений задачи рассмотрим случай, когда сложную область определения поля, ограниченную поверхностью  $\sigma_1 \cup \sigma_2$ , можно разбить на две ЧПО (рис. 1), одна из которых (область II, ограниченная поверхностью  $\sigma_2 \cup S_{21}$ ) является простой, а другая (область I, ограниченная поверхностью  $\sigma_1 \cup S_{12}$ ) простой не является, но с помощью  $\sigma'_1$  может быть дополнена до простой расширенной области I, ограниченной поверхностью  $S_{12} \cup (\sigma_1 \setminus S^{(1)}) \cup \sigma'_1$ , где  $S^{(1)} \subset \sigma_1$ . Обобщение на произвольное число ЧПО очевидно.

Решение векторного уравнения Гельмгольца для потенциала Герца  $\Pi(\mathbf{r})$ , удовлетворяющего граничным условиям  $\mathbf{n} \times \Pi(\mathbf{r}) = 0$  и  $\nabla \cdot \Pi(\mathbf{r}) = 0$  при  $\mathbf{r} \in (\sigma_1 \setminus S^{(1)}) \cup \sigma'_1 \cup \sigma_2$ , с учетом векторного аналога второго тождества Грина [5] можно записать в виде

$$\begin{aligned} \Pi_1(\mathbf{r}) = & - \int_{S_{12}} [(\mathbf{n} \times \Pi_2(\mathbf{r}')) (\nabla' \times \vec{G}_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')) - \mathbf{n} \vec{G}_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \times \\ & \times (\nabla' \cdot \Pi_2(\mathbf{r}'))] dS'_{12} + \int_{S^{(1)}} [(\mathbf{n} \times \nabla' \times \Pi_1(\mathbf{r}')) \vec{G}_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \\ & + \mathbf{n} \Pi_1(\mathbf{r}') (\nabla' \cdot \vec{G}_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}'))] dS^{(1)}, \end{aligned} \quad (1)$$

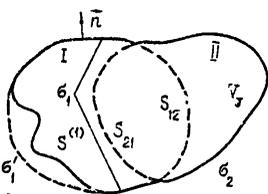


Рис. 1.

$$\Pi_2(\mathbf{r}) = \frac{1}{j\omega\epsilon} \int_{V_J} \mathbf{J}(\mathbf{r}') \vec{G}_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dV'_J - \int_{S_{21}} [(\mathbf{n} \times \Pi_1(\mathbf{r}')) (\nabla' \times \vec{G}_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}')) - \mathbf{n} \vec{G}_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}') (\nabla' \cdot \Pi_1(\mathbf{r}'))] dS'_{21}.$$

Здесь  $\vec{G}_q$  ( $q = 1, 2$ ) — аффинорная функция Грина,  $q$ -й области, удовлетворяющая на границе простой области тем же граничным условиям, что и  $\Pi_q$  на  $S$ ,  $V_J$  — объем, занимаемый источником  $\mathbf{J}$ , расположенным в ЧПО II,  $\mathbf{n}$  — внешняя нормаль к граничной поверхности ( $\mathbf{n}$  является внутренней для поверхности  $S^{(1)}$ ). Отклонение области, ограниченной поверхностью  $\sigma_1 \cup S_{12}$ , от простой расширенной области I учтено интегралом по поверхности  $S^{(1)}$ .

Представим функцию Грина  $\vec{G}_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  в виде разложения по собственным векторным функциям  $\Phi_{qn}(\mathbf{r})$  [6]  $q$ -й области:

$$\vec{G}_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_n \frac{\Phi_{qn}(\mathbf{r}') \Phi_{qn}^*(\mathbf{r})}{k_{qn}^2 - k_0^2}, \quad (2)$$

где  $k_0^2 = \omega^2 \epsilon \mu$ , а  $k_{qn}$  — собственные числа однородного уравнения Гельмгольца  $q$ -й области.

Решение системы интегродифференциальных уравнений (1) ищем в виде ряда

$$\Pi_q(\mathbf{r}) = \sum_m X_{qm} \Phi_{qm}^*(\mathbf{r}). \quad (3)$$

Подставляя (2) и (3) в (1) и приравнявая коэффициенты при одинаковых функциях слева и справа от знака равенства, приходим к системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных комплексных коэффициентов  $X_{1m}$  и  $X_{2m}$ :

$$\begin{aligned} X_{2m} + \sum_n f_{mn} X_{1n} &= a_{2m}, \\ X_{1m} + \sum_n g_{mn} X_{2n} + \sum_n h_{mn} X_{1n} &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$f_{mn} = \frac{1}{k_0^2 - k_{2m}^2} \int_{S_{21}} [(\mathbf{n} \times \Phi_{1n}) (\nabla' \times \Phi_{2m}) - \mathbf{n} \Phi_{2m} (\nabla' \cdot \Phi_{1n})] dS'_{21},$$

$$g_{mn} = \frac{1}{k_0^2 - k_{1m}^2} \int_{S_{12}} [(\mathbf{n} \times \Phi_{2n}) (\nabla' \times \Phi_{1m}) - \mathbf{n} \Phi_{1m} (\nabla' \cdot \Phi_{2n})] dS'_{12},$$

$$h_{mn} = \frac{1}{k_0^2 - k_{1m}^2} \int_{S^{(1)}} [(\mathbf{n} \times \nabla' \times \Phi_{1n}) \Phi_{1m} + \mathbf{n} \Phi_{1n} (\nabla' \cdot \Phi_{1m})] dS^{(1)},$$

$$a_{2m} = - \frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{1}{k_0^2 - k_{2m}^2} \int_{V_J} \mathbf{J} \Phi_{2m} dV'_J.$$

Полученная бесконечная система линейных алгебраических уравнений (4) может быть решена методом редукции.

3. Вышеизложенный подход был использован для численного расчета с помощью ЭВМ матриц рассеяния  $H$ -плоскостных ВТ с соединительной полостью сложной формы. В этом случае задача определения электромагнитного поля сводится к двумерной скалярной задаче, что

позволило при численном решении использовать собственные функции расширенной области, выбранной в виде круга. Составленная и реализованная на ЭВМ М-222 программа численного расчета позволяет провести расчет матриц рассеяния ВТ с соединительной полостью в виде кругового цилиндра, усеченного плоскостями, параллельными образующей.

В качестве примера в табл. 1 приведены некоторые результаты численного расчета параметров трехплечего соединения прямоугольных волноводов в  $H$ -плоскости, изображенных на рис. 2. Задача решена для случая возбуждения устройства волной  $H_{10}$  в предположении идеальной проводимости стенок системы. В табл. 1 обозначено:  $2a$  — размер шириной стенки боковых волноводов,  $\lambda$  — длина волны в свободном пространстве,  $|S_{ir}|$  — модули элементов матрицы рассеяния,  $\beta_{ir}$  — их фазы ( $S_{ir} = |S_{ir}| \exp(j\beta_{ir})$ ). При расчетах в рядах (2), преобразованных для скалярной задачи, учитывались 12 слагаемых во внутренней полости и 5 — в боковых волноводах. Для рассмотренной конфигурации трехплечего волноводного соединения видно уменьшение модуля коэффициента отражения в боковые плечи по сравнению с приведенными в [1] расчетными данными.

Таблица 1

$R/a = \sqrt{2}, \quad \varphi_1 = 0^\circ, \quad \varphi_2 = 135^\circ, \quad \varphi_3 = 225^\circ, \quad \theta = 45^\circ, \quad \psi = 45^\circ$								
$\lambda/a$	$ S_{11} $	$\beta_{11}$	$ S_{21} $	$\beta_{21}$	$ S_{22} $	$\beta_{22}$	$ S_{23} $	$\beta_{23}$
2,2	0,313	-1,145	0,697	+1,128	0,638	-0,143	0,377	-0,502
2,4	0,115	+0,178	0,718	-1,342	0,513	-1,460	0,493	-1,237
2,6	0,135	-1,538	0,713	-0,864	0,441	-0,546	0,559	-0,455
2,8	0,204	-0,935	0,703	-0,485	0,401	-0,053	0,599	-0,038
3,0	0,259	-0,548	0,691	-0,174	0,371	+0,295	0,629	+0,255

Как частный случай рассмотренного устройства, было исследовано симметричное  $Y$ -соединение прямоугольных волноводов. Результаты расчета совпадают с данными, полученными в [1], и хорошо согласуются с приведенными в [7] экспериментальными параметрами эквивалентной  $Y$ -соединению электрической схемы.

4. В табл. 2 приведены результаты численного исследования зависимости элементов матрицы рассеяния от угла излома прямоугольного волновода (рис. 3) для случая  $\lambda/a = 2,785$ . Результаты расчета хорошо

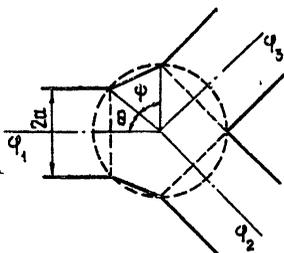


Рис. 2.

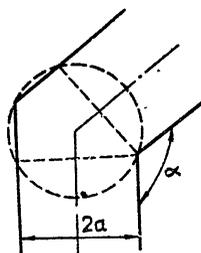


Рис. 3.

согласуются с известными [8]. При расчетах строго выполнялось свойство унитарности матрицы рассеяния:

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1, \quad \beta_{11} - \beta_{21} = \pm 90^\circ.$$

Таблица 2

$\alpha$ , град	$ S_{11} $	$\beta_{11}$	$ S_{21} $	$\beta_{21}$
160	0,019	+0,962	0,999	-0,608
150	0,037	+0,701	0,999	-0,869
140	0,130	+0,442	0,991	-1,128
130	0,215	+0,140	0,976	-1,431
120	0,259	-0,268	0,965	+1,303
110	0,302	-0,813	0,953	+0,757
100	0,481	+1,555	0,876	-0,016
90	0,697	+0,889	0,717	-0,682

В заключение отметим, что подобным образом может быть решена задача и для случая сложных волноводных соединений в  $E$ -плоскости.

## ЛИТЕРАТУРА

1. И. Г. Прохода, В. П. Чумаченко, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 16, № 10, 1578 (1973).
2. И. Г. Прохода, В. П. Чумаченко, Изв. высш. уч. зав. — Радиоэлектроника, 16, № 10, 143 (1973).
3. И. Г. Прохода, В. П. Чумаченко, Радиотехника и электроника, 19, № 3, 608 (1974).
4. В. В. Никольский, Вариационные методы для внутренних задач электродинамики, изд. Наука, М., 1967.
5. R. E. Collin, Field theory of guided waves, Mc Graw—Hill BC, 1960.
6. Ф. М. Морс, Г. Фешбах, Методы теоретической физики, ИЛ, М., 1960.
7. Справочник по волноводам, изд. Сов. радио, М., 1952.
8. А. А. Кириленко, Л. А. Рудь, В. П. Шестопапов, VI Всесоюзный симпозиум по дифракции и распространению волн. Тексты докладов, т. 2, Москва—Ереван, 1973.

Днепропетровский государственный университет

Поступила в редакцию  
27 мая 1974 г.

NUMERICAL SOLUTION OF THE PROBLEM OF A WAVEGUIDE  
TRANSFORMATOR WITH A COMPLEX-SHAPE CONNECTING CAVITY

*V. M. Onufrienko, I. G. Prokhoda, V. P. Chumachenko*

The methods of solving the boundary problem for the electromagnetic field of waveguide transformers on the basis of representing the complex region of determination of the field as simple partial crossed regions is generalized for the case when the partial regions are not simple. The matrices of scattering of some  $H$ -plane waveguide connections are calculated by an electron computer.

УДК 621.385.11

## О МОДЕЛИРОВАНИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПЛОСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА С БЕГУЩЕЙ ВОЛНОЙ В СКРЕЩЕННЫХ ПОЛЯХ

*П. В. Романов, А. С. Рошаль, П. Ш. Янкевич*

Методом математического моделирования проанализировано взаимодействие плоского электронного потока с бегущей волной в скрещенных полях. Выбраны оптимальные размеры сетки, используемой при решении уравнения Пуассона, шага моделирования по времени и величины заряда «крупного» электрона. Приведены результаты расчетов.

### ВВЕДЕНИЕ

Методы моделирования процессов взаимодействия плоского инжектированного электронного потока с бегущей электромагнитной волной в скрещенных полях, основанные на использовании «крупных» частиц, описаны в работах [1-4]. Указанное взаимодействие применяется в мощных СВЧ усилителях типа ЛБВМ и ЛОВМ. В результате возникающего в приборе энергетического взаимодействия амплитуда поля и конфигурация потока изменяются вдоль пространства взаимодействия. Сохраняя лишь синхронную гармонику поля с частотой  $\omega'$  и постоянной распространения  $\beta'_r$  и предполагая медленное изменение поля и потока, можно выделить область «квазипериодичности» системы протяженностью в длину замедленной волны  $\lambda'_r = 2\pi/\beta'_r$  и в каждый момент времени моделировать лишь процессы в этой области (ненормированные, размерные величины отмечаются штрихами; соответствующие нормированные, безразмерные величины — нештрихованные). Электрическое поле в области складывается из постоянного и ВЧ полей, создаваемых, соответственно, постоянным  $U'_a$  и ВЧ  $U'_{ст}$  потенциалами анодной структуры, и поля объемного заряда. Полный потенциал находится методом сеток из решения уравнения Пуассона с использованием быстрого преобразования Фурье, причем на электродах задаются соответствующие потенциалы, а на двух открытых границах выделенной области — условия периодичности.

Рассматриваемая область вместе с подвижной системой координат  $x'Oy'$  с синхронной скоростью  $\omega'/\beta'_r$  перемещается относительно лабораторной системы  $x_x O y_x$  от входа в прибор к выходу. Время этого движения и составляет длительность моделирования. Постоянная распространения  $\beta'_r$ , а следовательно, длина бегущей волны  $\lambda'_r$  медленно изменяются вдоль системы под влиянием реактивной мощности взаимодействия. Это изменение учитывается при расчетах. Описанная методика предложена в [1] и используется в данной работе, различия в основных уравнениях указаны ниже.

### 1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Конфигурация исследуемого промежутка, обозначения и безразмерные величины приняты те же, что при расчете взаимодействия

плоского потока со стоячей электромагнитной волной в работе [5]. В начальный момент времени  $t = 0$  на периоде системы  $[0 \leq x_n \leq \leq \lambda'_r(0), 0 \leq y' \leq d']$  ( $d'$  — межэлектродное расстояние) располагается заданное количество  $n(0)$  электронов («крупных») с некоторым заданным распределением по координатам и скоростям. При расчетах практических конструкций начальное распределение электронов в фазовом пространстве должно задаваться по результатам теоретических (численных) или экспериментальных исследований соответствующих пушек. При изучении физических процессов целесообразнее проанализировать влияние некоторых типичных начальных распределений на характер процессов, чтобы сформулировать требования к конструкции как прибора, так и пушки.

Погонный заряд стержня-частицы  $|q_1|$  выбирается так, чтобы  $n(0)$  частиц со средней скоростью  $\overline{v'_{x_n}}(0)$  создавали тот же ток  $I'_0$ , что и в физической системе. При некоторых упрощающих предположениях

$$|q_1| = 2\pi I'_0 / (k_z n(0) \omega'), \quad K/м, \quad (1)$$

где  $k_z$  — протяженность системы в направлении магнитного поля. Приведенные в [5] формулы для уравнения Пуассона, уравнений движения, активной  $P_g$  и реактивной  $WR_g$  мощностей, напряженности поля тепловых потерь и нормировочных коэффициентов сохраняются и для взаимодействия с бегущей волной при замене в них безразмерной частоты  $\omega$  на единицу, а  $\dot{\omega}$  на  $\dot{\beta}_r(t)/\beta_r(t)$ :

$$\beta_r(t) = \beta'_r(t)/\beta'_r(0), \quad \beta'_r(t) = 2\pi/\lambda'_r(t) \quad (2)$$

(точкой отмечаются производные по  $t$ ). Кроме того, поскольку постоянная распространения  $\beta'_r(t)$  зависит от времени, функцией времени являются и все зависящие от нее величины [5]

$$\begin{aligned} Y_a(t) &= \beta'_r(t) d', & H(t) &= \beta'_r(t) k_z, \\ k_x(t) &= \frac{\lambda'_r(t)}{N}, & \alpha(t) &= \frac{Y_a(t) N}{2\pi M}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $N, M$  — количество шагов сетки, используемой при решении уравнения Пуассона, соответственно по  $x$  и  $y$ .

Безразмерные координаты  $x_n$  и скорость  $v_{x_n}$  в лабораторной системе  $x_n O y_n$  связаны с безразмерными координатой  $x$  и скоростью  $v_x$  в подвижной системе  $x O y$  соотношениями

$$x_n = x + \beta t, \quad v_{x_n} = v_x + \beta, \quad \beta = \gamma N / 2\pi, \quad \gamma = \omega' / \omega'_c, \quad (4)$$

$\omega'_c = \frac{|e|}{m} B'_0$  — циклотронная частота. Скорость движения подвижной системы координат, т. е. фазовая скорость синхронной гармоники  $\omega' / \beta'_r(t)$ , медленно меняется вдоль системы, тогда как ее безразмерная величина постоянна и равна  $\beta$ , благодаря соответствующему изменению масштаба (нормировочного коэффициента  $k_x$ ).

Уравнения взаимодействия имеют вид

$$\frac{dU_{cr}(t)}{dt} = \pm \frac{\gamma}{\beta_r(t)} \left( \frac{Z \langle P_g \rangle}{U_{cr}(t)} - x U_{cr}(t) \right); \quad (5)$$

$$\beta_r(t + \Delta t) = 1 + \frac{Z \langle R_g \rangle}{U_{\text{ст}}^2(t + \Delta t)}; \quad (6)$$

$$Z' = \frac{\beta_r'(0)}{\varepsilon_0 \omega_c'} Z, \quad x' = \beta_r'(0) x, \quad (7)$$

где  $U_{\text{ст}}$  — безразмерная амплитуда ВЧ потенциала на структуре,  $\Delta t$  — шаг моделирования,  $Z' \text{ Ом}$  — сопротивление связи,  $x' \text{ м}^{-1}$  — постоянная затухания. В (5) знак плюс берется для прямой волны структуры, минус — для обратной. В отличие от [1] в уравнениях (5) и (6) используются не мгновенные значения мощностей  $P_g(t)$ ,  $R_g(t)$ , а временные средние  $\langle P_g \rangle$ ,  $\langle R_g \rangle$  по нескольким предыдущим шагам моделирования. Время усреднения естественно принять равным периоду основной частоты  $2\pi/\omega'$ . В приведенных далее в разд. 2 расчетах этот период составляет около 15 шагов  $\Delta t$ . Выполненное таким образом временное усреднение соответствует усреднению по периоду колебаний в уравнениях Вайнштейна [6]. Оно позволило сгладить мелкие и быстрые пульсации моделируемых процессов, наблюдавшиеся при использовании в уравнениях взаимодействия мгновенных значений мощностей, особенно на начальном этапе усиления, т. е. при малых сигналах  $U_{\text{ст}}$ . Входящие в (5) и (6) сопротивление  $Z$  и постоянная затухания  $x$  могут медленно меняться вдоль прибора.

В ходе моделирования вычисляется расстояние  $l'$ , пройденное подвижной системой координат, и количество длин замедленных волн  $N_b$ , укладываемых вдоль пространства взаимодействия:

$$l' = \int_0^x \frac{\omega'}{\beta_r} dt', \quad N_b = l'/\lambda_r'(0). \quad (8)$$

В конечно-разностном виде

$$N_b(t + \Delta t) = N_b(t) + \frac{\beta \Delta t}{N \beta_r(t)} \left( 1 - \frac{\dot{\beta}_r(t) \Delta t}{\beta_r(t) 2} \right), \quad (9)$$

причем  $N_b(0) = 0$ ,  $\dot{\beta}_r(0) = 0$ . В разд. 2 на рисунках в качестве абсциссы вместо расстояния  $l'$  используется величина  $DN_b$ , где  $D$  — параметр усиления [7].

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

При моделировании и решении основных уравнений используются методы, изложенные в [5] для случая стоячей волны (магнетрон). При  $t < 0$  полагается  $P_g \equiv R_g \equiv 0$ . При этом из уравнений (5) и (6) можно получить несколько значений  $U_{\text{ст}}$  и  $\beta_r$  при  $t < 0$ , необходимых при численном интегрировании уравнения (5) и численном дифференцировании  $\beta_r$  для получения  $\dot{\beta}_r$  на начальных шагах моделирования.

Для получения с помощью численного моделирования правильных количественных характеристик необходим предварительный выбор оптимальных взаимосвязанных параметров модели, определяющих дискретизацию заряда, времени и пространства, т. е. количества частиц  $n(0)$  (или, что то же самое,  $|q_1|$ ), шага по времени  $\Delta t$  и количества шагов сетки  $N$ ,  $M$ . На рис. 1—6 представлены результаты моделирования процессов в ЛБВМ диапазона 10 см. Сетка, используемая при решении уравнения Пуассона, имеет  $M=48$  шагов по  $y$ , т. е. рассматривается период  $[0 \leq x \leq N, 0 \leq y \leq 48]$  области взаимодействия. Поскольку электрическое поле быстро меняется в направлении  $y$ , меньшее значение  $M$  не использовалось. Холодный катод имеет нулевой потен-

циал. На входе в начальный момент  $t = 0$  однородный по плотности электронный поток заполняет прямоугольную область  $[0 \leq x \leq N, 19 \leq y \leq 24]$ . Это соответствует толщине потока на входе в прибор  $2\Delta' = 0,256 \cdot 10^{-3}$  м, т. е. величина  $Y_s = \beta'_r(0)\Delta' = 0,146$ . Все кривые,

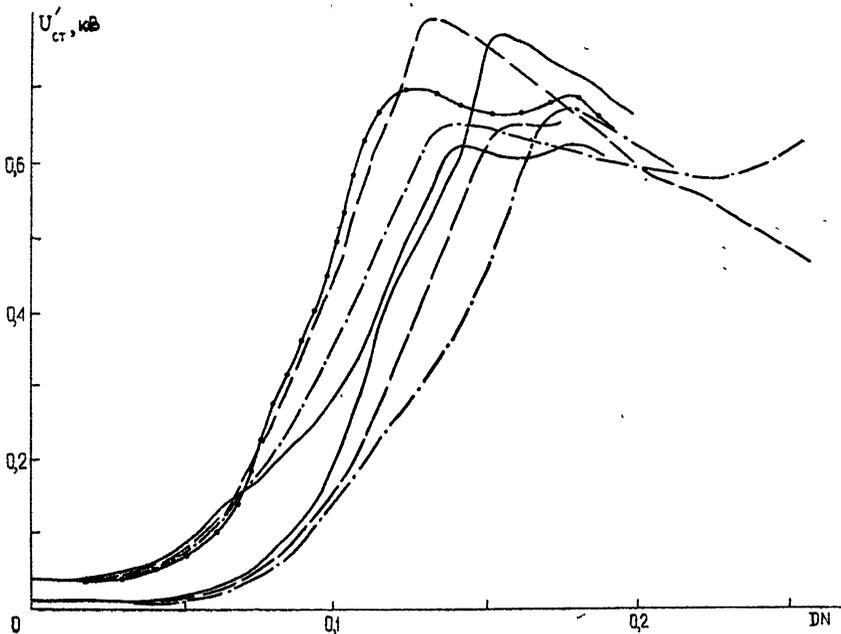


Рис. 1.

кроме кривой с точками на рис. 1, рассчитаны для случая, когда в начальный момент времени все электроны движутся с синхронной скоростью

$$v_{lx}(0) = \beta, \quad v_y(0) = 0. \quad (10)$$

При расчетах ЛБВМ протяженность системы в направлении  $O_{lx}$  предполагается неограниченной, определение оптимальной длины прибора является одной из целей расчета.

На рис. 1—3 изображены результаты расчетов, выполненных для выбора параметров модели. При расчетах

$$\begin{aligned} U'_a &= 9,22 \text{ кВ}, & I'_0 &= 2 \text{ А}, & Z' &= 55 \text{ Ом}, \\ \kappa' &= 10 \text{ м}^{-1}, & Y_s(0) &= 2,8, & D &= 0,01, \\ \gamma &= 0,543, & B'_0 &= 0,21 \text{ Тл}, & \beta'_r &= 1,14 \cdot 10^8 \text{ м}^{-1}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$H(0) = 17.$$

Рис. 1 показывает влияние количества шагов сетки  $N$  по  $x$  на процесс усиления при разных начальных амплитудах сигнала  $U'_{ст}(0)$  ( $n(0) = 1000$ ). На начальном участке прибора поток не сгруппирован, мощность  $P_g$  мала и амплитуда ВЧ потенциала структуры  $U'_{ст}$  несколько уменьшается. По мере группировки потока и смещения его к аноду мощность взаимодействия нарастает, что приводит к все более быстрому росту ВЧ потенциала. Далее вследствие постепенного оседания электронов на электродах, главным образом на аноде, ток луча уменьшается,  $U'_{ст}$

достигает максимума, а затем начинает падать, так как потери в структуре уже не восполняются мощностью, отдаваемой потоком.

Полагая допустимой погрешность 10—15%, можно видеть по рис. 1, что вполне удовлетворительно значение  $N = 48$  (сплошная линия). Действительно, увеличение  $N$  до 96 (пунктирная линия) меняет величину максимума  $U_{ст}$  и его положение в пределах допустимой погрешности. Как видно из рис. 1, при больших входных сигналах  $U_{ст}(0)$  удовлетворительная точность достигается уже при  $N = 24$  (штрих-пунктирная линия).

Кривая с точками на рис 1 рассчитана также для случая  $N = 48$ ,  $n(0) = 1000$ , как и другие сплошные кривые, однако в отличие от (10) начальная скорость электронов

$$v_{lx}(0) = \beta + \tilde{\alpha}(0) \left( \frac{\omega'_p}{\omega'_c} \right)^2 [y(0) - \overline{y(0)}], \quad v_y(0) = 0, \quad (12)$$

где  $\omega'_p$  — плазменная частота,  $y(0)$  — начальная координата данного электрона,  $\overline{y(0)} = 21,5$  — координата середины потока. Формула (12) учитывает скольжение слоев в реальном потоке [8], в исследуемой ЛБВМ  $(\omega'_p/\omega'_c)^2 = 0,424$ ,  $\alpha(0) = 0,891$ . Из рис. 1 видно, что инжекция потока со скоростью (12) ускоряет рост ВЧ потенциала; максимум  $U'_{ст}$  увеличивается и достигается при меньшей длине прибора.

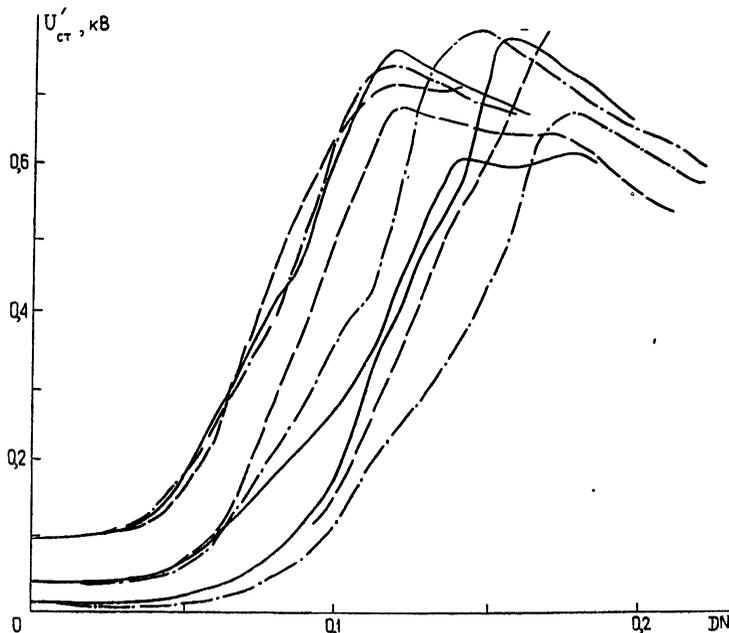


Рис. 2.

Используемое при расчетах количество крупных частиц составляло от 250 до 3000. Большое число частиц позволяет полнее исследовать такие важные физические характеристики, как распределение плотности объемного заряда в приборе, токооседание, динамику и конфигурацию электронного облака и другие. Оптимальное количество частиц следует определять для выбранного количества ячеек сетки, так как при выбранном способе вычисления плотности объемного заряда в узлах сетки эти величины взаимосвязаны. Действительно, если при том же числе частиц, т. е. единичном заряде, увеличивать количество ячеек

сетки, возрастает плотность объемного заряда, создаваемая одним электроном в ячейке, а следовательно, возрастают флуктуации объемного заряда и погрешности в его вычислении. Как видно из рис. 2, иллюстрирующего процесс усиления при различных входных сигналах ( $N = 48$ ), для большинства режимов допустимая погрешность достигается при числе инжектированных электронов  $n(0) = 1000$  (сплошная линия), при больших входных сигналах достаточно  $n(0) = 500$  (пунктирная линия); штрих-пунктирная линия соответствует  $n = 2000$ .

Из рис. 1 и 2 видно, что с ростом входного сигнала  $U_{ст}(0)$  положение максимума ВЧ потенциала несколько смещается к входу лампы, а его величина мало меняется, так что максимально достижимый коэффициент усиления

$$G = U_{ст}(DN_B)/U_{ст}(0) \quad (13)$$

падает.

Оптимальная величина шага по времени  $\Delta t = \omega'_c \Delta t'$  зависит от числа частиц, сетки, а также от моделируемого режима: при больших входных сигналах необходим меньший шаг по времени. В приведенных расчетах хорошие результаты получены, как это видно из кривой усиления, указанной на рис. 3 ( $n = 1000$ ,  $N = 48$ ), при  $\Delta t = \pi/4$  (сплошная кривая), пунктирная кривая соответствует  $\Delta t = \pi/8$ .

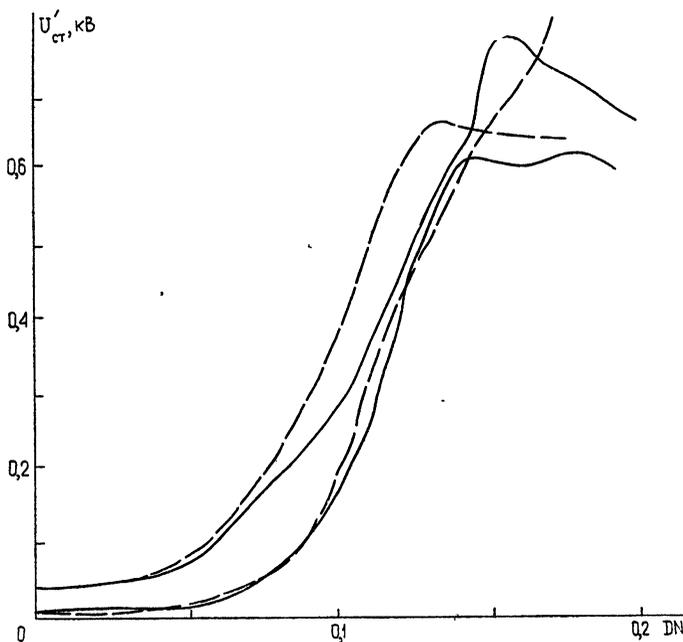


Рис. 3.

На рис. 4, иллюстрирующем процесс усиления, показано изменение вдоль прибора ВЧ потенциала  $U'_{ст}$  (кривые без точек) и количества электронов  $n_a$ , попавших на анод (кривые с точками) при различных анодных потенциалах  $U'_a$  (сплошная линия —  $U'_a = 9,22$  кВ, пунктирная —  $U'_a = 8,71$  кВ, штрих-пунктирная —  $U'_a = 9,94$  кВ); параметры  $n(0) = 2000$ ,  $\Delta t = \pi/4$ ,  $N = 96$ , остальные параметры даются (11). Из рисунка видно, что область быстрого роста потенциала  $U'_{ст}$  хорошо согласуется с областью быстрого роста анодного тока. Усиление продолжается и после ухода большей части электронов потока на анод до

момента, пока активная генерируемая мощность  $P_g$  не станет равной мощности потерь. При этом амплитуда ВЧ потенциала  $U_{ст}$  достигает максимума. Расстояние от входа до точки, в которой  $U_{ст}$  достигает максимума, и будет оптимальной длиной прибора.

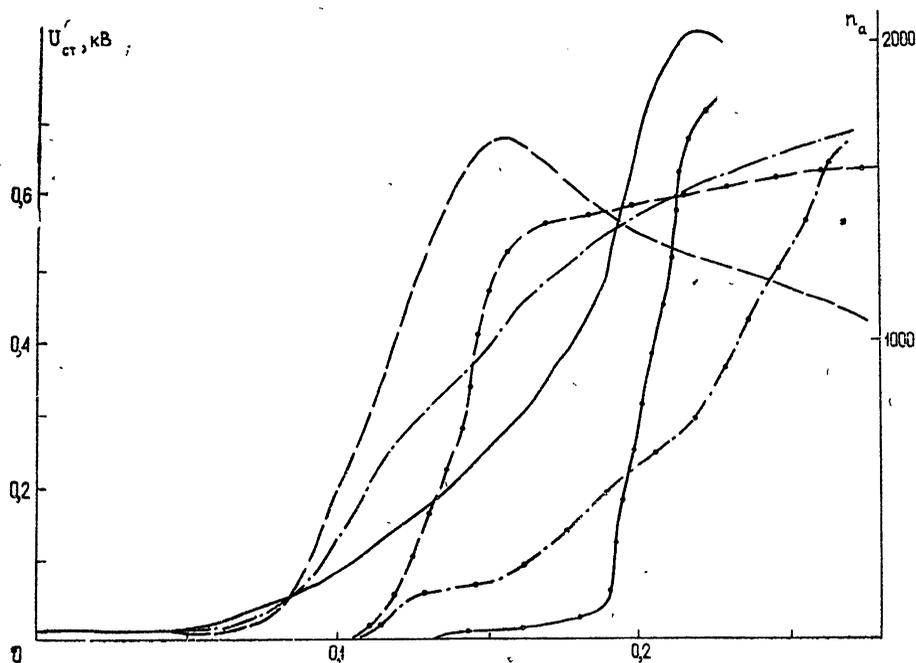


Рис. 4.

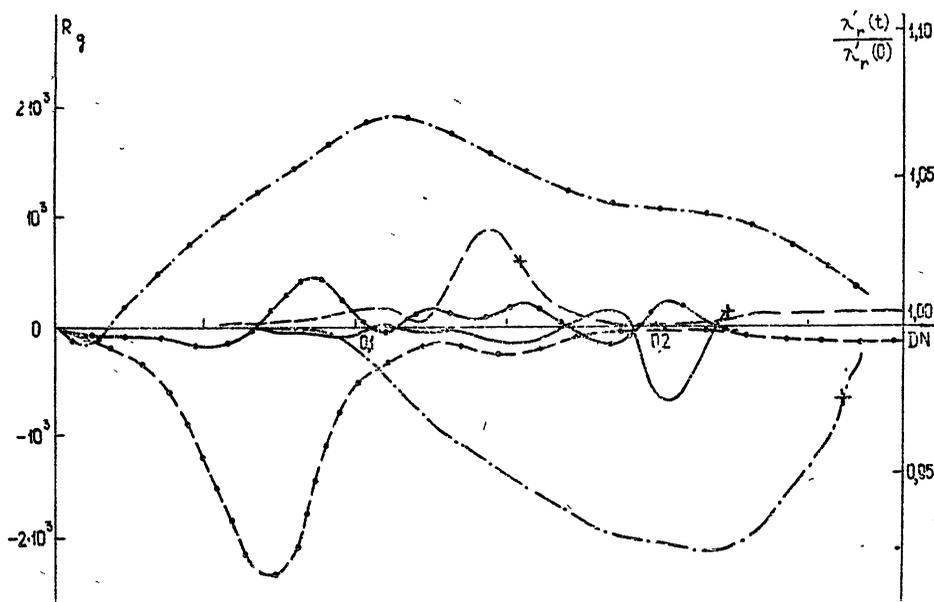


Рис. 5.

На рис. 5 при тех же анодных потенциалах и тех же параметрах представлены реактивная мощность  $R_g$  (кривые без точек) и относи-

тельная длина волны  $\lambda_r'(DN_B)/\lambda_r'(0)$  (кривые с точками). В начале процесса усиления вследствие малости сигнала  $U_{ст}(DN_B)$  наблюдается изменение длины волны  $\lambda_r'(DN_B)$  на несколько процентов даже при небольшой реактивной мощности  $R_g$ , как и следует из уравнения (6). На кривых  $R_g$  крестиками отмечено положение максимума ВЧ потенциала  $U_{ст}$ .

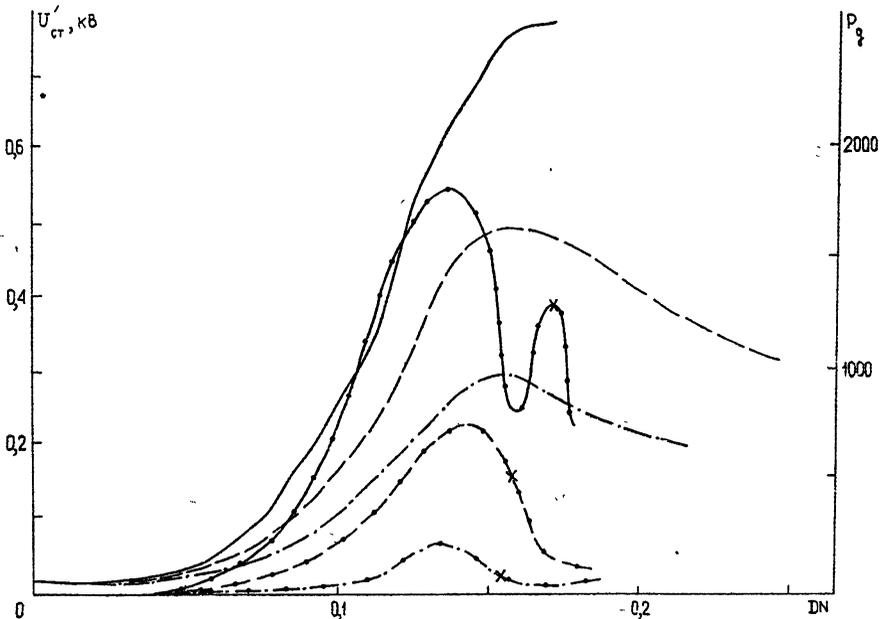


Рис. 6.

На рис. 6 изображено изменение вдоль прибора ВЧ потенциала  $U'_{ст}$  (кривые без точек) и активная мощность  $P_g$  (кривые с точками) при различных токах пучка:  $I'_0 = 2 \text{ A}$  (сплошная кривая),  $I'_0 = 1 \text{ A}$  (пунктирная кривая),  $I'_0 = 0,5 \text{ A}$  (штрих-пунктирная кривая);  $n(0) = 1000$ ,  $\Delta t = \pi/4$ ,  $N = 48$ , остальные параметры даются (11). С уменьшением тока пучка мощность взаимодействия, а следовательно, и усиление быстро падают. Как видно из рисунка, максимум генерируемой мощности  $P_g$  достигается раньше, чем максимум ВЧ потенциала  $U_{ст}$ . Далее наблюдается постепенное падение генерируемой мощности  $P_g$ , но поскольку она при этом все еще превышает мощность потерь, коэффициент усиления продолжает нарастать. Крестиками на кривых  $P_g$  отмечена величина мощности потерь. Расположение крестиков совпадает с положением максимума ВЧ потенциала и является оптимальной длиной прибора для данного режима усиления.

Как показывают расчеты, изменение толщины инжектированного потока  $Y_e$  от 0 (бесконечно тонкий поток) до 0,35 при той же средней координате  $y(0) = 21,5$  слабо влияет на процесс усиления. Это объясняется тем, что даже первоначально бесконечно тонкий поток при движении в скрещенных полях быстро расширяется и уже на входе участка линейного усиления занимает более половины межэлектродного промежутка. Существенное влияние на процесс усиления оказывает поле объемного заряда [3]. Например, в случае бесконечно тонкого потока ( $Y_e = 0$ ), инжектированного при  $y = 21,5$  (остальные параметры даются

(11)), максимальное усиление  $G = 18$  при учете поля объемного заряда и  $G = 12$  без учета этого поля, причем как на участке линейного усиления, так и на участке нелинейного усиления учет кулоновского поля приводит к бóльшим значениям коэффициента усиления  $G$  (на рисунках не показано).

Цифровое моделирование процессов, происходящих при взаимодействии электронного потока с бегущей волной, позволяет рассчитать основные параметры ЛБВМ. На основе проведенных вычислений определяются оптимальная длина замедляющей системы, распределение токов по электродам и по длине замедляющей системы, усиление и другие параметры и их изменение в зависимости от геометрических размеров и режимов работы прибора.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. S. P. Yu, G. P. Kooyers, O. Vineman, J. Appl. Phys., **36**, 2550 (1965).
2. Д. Е. Роу, Теория нелинейных явлений в приборах сверхвысоких частот, перевод с англ. под ред. З. С. Чернова, изд. Сов. радио, М., 1969.
3. М. Б. Цейтлин, И. Т. Цицонь, Изв. высш. уч. зав. — Радиоэлектроника, **12**, 976 (1969).
4. М. Б. Цейтлин, И. Т. Цицонь, Радиотехника и электроника, **14**, 2158 (1971).
5. П. В. Романов, А. С. Рoshаль, В. Н. Галимуллин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **13**, № 7, 1096 (1970).
6. Л. А. Вайнштейн, Сб. Электроника больших мощностей, т. 3, изд. Наука, М., 1964, стр. 36.
7. Фейнштейн, Кайно, Электронные сверхвысокочастотные приборы со скрещенными полями, т. 1, ИЛ, М., 1961, стр. 451.
8. В. С. Стальмахов, Основы электроники сверхвысокочастотных приборов со скрещенными полями, изд. Сов. радио, М., 1963.

Поступила в редакцию  
20 декабря 1973 г.

#### ON MODELLING OF INTERACTION BETWEEN A PLANE ELECTRON BEAM AND A TRAVELING WAVE IN CROSSED FIELDS

*P. V. Romanov, A. S. Roshal', P. Sh. Yankelovich*

The interaction between an electron beam and a traveling wave in crossed fields has been analysed by mathematical modelling method. Optimal sizes of a grid used in the solution of the Poisson equation a time step of modelling and the charge of a „large“ electron are chosen. The results of calculations are given.

УДК 621.373

## ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ СТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ГЕНЕРАТОРОВ С ТОРМОЗЯЩИМ ПОЛЕМ

С. Г. Афанасов, С. Г. Петров, В. И. Чередник

Рассмотрено влияние неоднородности статического поля различной конфигурации на основные параметры генератора с тормозящим полем— активную и реактивную компоненты проводимости, а также на электронный КПД. Показано, что использование неоднородных полей может привести к значительному изменению этих параметров как в сторону улучшения, так и в сторону ухудшения.

Генератор с тормозящим полем (ГТП) является, как показано в работах [1, 2], перспективным маломощным генератором СВЧ диапазона, обладающим рядом таких достоинств, как низковольтность (рабочее напряжение десятки и даже единицы вольт), высокий КПД (до 10%), широкий диапазон электронной перестройки частоты (до 10% на уровне 3 дБ) при уровне выходной мощности свыше 100 мВт в сантиметровом диапазоне волн. Можно предположить, что в результате оптимизации конструкции (после выяснения основных физических особенностей работы ГТП) могут быть достигнуты значительно более высокие результаты.

Одним из возможных путей оптимизации может служить применение неоднородных полей в рабочем промежутке, что может быть продиктовано, например, требованиями электронной оптики с целью уменьшения многопролетности, как это имеет место в отражательных клистронах (см., например, [3]). С другой стороны, применение неоднородных полей может носить и самостоятельный характер, поскольку, как показано в настоящей работе, путем использования той или иной неоднородности поля можно в значительной степени управлять пусковыми свойствами и электронным КПД прибора.

Влияние неоднородности поля на параметры отражательного клистрона достаточно детально исследовано в [4, 5]. Что касается взаимодействия электронного потока с неоднородным полем в ГТП, то здесь имеются лишь качественные соображения [6].

В данной работе приводится расчет взаимодействия электронного потока с однородным высокочастотным полем при наличии неоднородного статического тормозящего поля в рабочем промежутке ГТП (размеры промежутка полагаются много меньше длины волны). Выбор такой комбинации полей объясняется тем, что роль неоднородности СВЧ поля в приборах с динамическим управлением качественно ясна—СВЧ поле должно быть по возможности локализовано в области, где происходит отдача энергии уже сгруппированного потока, а в пространстве группировки СВЧ поле должно быть как можно слабее. Роль неоднородности статического поля не так очевидна и должна быть исследована для каждого конкретного прибора.

В работе исследуются статические поля различной конфигурации\*,

\* Тем самым учитывается влияние характера неоднородности поля, а также появляется возможность аппроксимации реальных полей рассмотренными.

причем, чтобы избежать рассмотрения взаимодействия потока со всеми тремя компонентами полей, рассматриваемые ниже неоднородные поля полагаются аксиально-симметричными (ось симметрии  $x$ ), а пучок электронов — достаточно тонким и направленным вдоль оси  $x$  (одномерное приближение). Рассматриваются случаи как спадающих, так и нарастающих полей с различной степенью неоднородности. Расчеты проводятся для однопролетного режима с учетом фазовой селекции электронов на отражателе. Поле пространственного заряда полагается пренебрежимо малым.

Предположим, что в рабочем промежутке ГТП реализовано статическое тормозящее поле одной из следующих конфигураций:

$$E = E_0 \exp(z \ln \alpha) \quad (1)$$

— экспоненциальная зависимость поля от координаты,

$$E = E_0 [1 + (\alpha - 1) z] \quad (2)$$

— линейная зависимость поля от координаты,

$$E = E_0/z^2 \quad (3)$$

— поле сферического конденсатора,

$$E = E_0/z \quad (4)$$

— поле цилиндрического конденсатора.

Здесь  $z = x/d$  для зависимостей (1) и (2) и  $z = r/r_0$  для полей (3) и (4), (смысл величин  $x$ ,  $r$ ,  $d$  и  $r_0$  очевиден из рис. 1),  $E_0$  — поле на входном электроде,  $E_{отр}$  — поле на отражателе, величина  $\alpha = E_{отр}/E_0$  во всех случаях. Зависимости (1)–(4) справедливы как для спадающих полей ( $\alpha \ll 1$ ), так и для нарастающих ( $\alpha \gg 1$ ).

Уравнение движения электрона в однородном СВЧ поле при наличии неоднородного поля любой конфигурации из (1)–(4) может быть записано в следующем безразмерном виде:

$$\frac{d^2 z}{d\theta^2} = - \frac{\alpha \sigma_0^2 (1 + \varphi_0)}{2} [bf(z) + \xi \sin \theta]. \quad (5)$$

Здесь  $\theta = \omega t$  — безразмерное время,  $\omega$  — частота переменного поля,

$$\xi = \frac{U_{\sim}}{U_0 - U_{отр}} \text{ — приведенная амплитуда переменного напряжения}$$

между электродами,  $U_0$  и  $U_{отр}$  — постоянные потенциалы входного электрода и отражателя,  $\varphi_0 = \frac{|U_{отр}|}{U_0}$

— нормированный потенциал отражателя,  $\sigma_0$  — безразмерная входная скорость,  $\sigma_0 = v_0/\omega d$  для полей (1), (2) и  $\sigma_0 = v_0/\omega r_0$  для полей (3), (4),  $v_0 = \sqrt{2\eta U_0}$ ,  $\eta$  — абсолютная величина удельного заряда электрона.

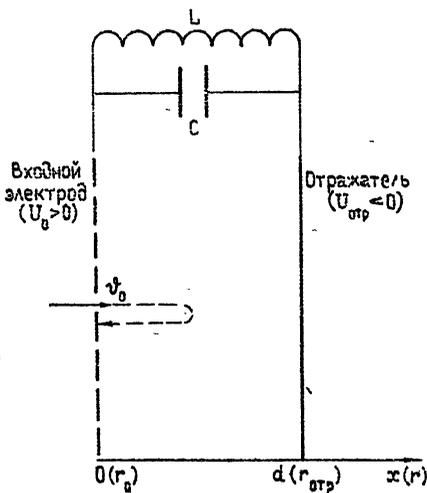


Рис. 1. Схематическое изображение рассматриваемой системы. Принятые обозначения.

Основными параметрами при расчетах принимались:  $\theta_0$  — статический угол в рабочем промежутке,  $\gamma = E_1/E_0$  — параметр неоднородности поля, где  $E_1$  — поле в статической точке поворота ( $\gamma = 1$  соответствует однородному полю),  $\varphi_0$  — параметр, характеризующий электрический режим ГПП.

Формулы, выражающие зависимости остальных параметров, входящих в уравнения (1) — (5), через основные, сведены в табл. 1, в которой приведены также выражения для статических координат поворота электронов  $z_1 = x_1/d$  и  $z_2 = r_1/r_0$  соответственно для полей (1), (2) и (3), (4).

Уравнение (5) решалось на ЭВМ методом Адамса [7] для электронов, входящих в промежуток в различных фазах переменного поля до тех пор, пока электрон не покидал промежуток, вернувшись на входной электрод или попав на отражатель (при больших амплитудах  $\xi$ ). Затем рассчитывались электронный КПД  $\eta_e$ , а также нормированная активная  $G_e/G_0$  и реактивная  $B_e/G_0$  компоненты электронной проводимости, где  $G_0 = I_0/U_0$  ( $I_0$  — входной ток). Вычисления проводимости и КПД проводились одновременно двумя способами по методике, изложенной в [2]; полученные результаты совпали с достаточной для практических целей точностью. Вычисления были выполнены для первой зоны возбуждения.

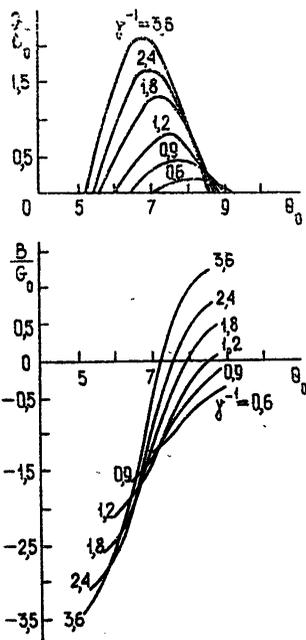


Рис. 2. Зависимость нормированной активной  $G_e/G_0$  и реактивной  $B_e/G_0$  компонент электронной проводимости от статического угла пролета  $\theta_0$  для полей (1) при  $\xi=0,1$  и  $\varphi_0=0,2$  для различных значений параметра  $\gamma$ .

Некоторые результаты выполненных расчетов представлены на рис. 2—4. Анализируя полученные результаты, можно сделать следующие выводы.

1) Как показывают расчеты (рис. 3 и 4), характер влияния неоднородности статического поля на величины  $G_e/G_0$ ,  $B_e/B_0$ ,  $\eta_e$  и  $\theta_{\text{ц}}$  ( $\theta_{\text{ц}}$  — угол пролета в центре зоны возбуждения) для рассмотренных полей качественно одинаков. Из рисунков видно, что при заданном значении параметра  $\varphi_0$  зависимости расчетных величин от  $\gamma$  для полей (1) — (4) оказываются подобными и наблюдаются лишь количественные расхождения. Поэтому описанные ниже закономерности относятся ко всем исследованным полям.

2) При наличии неоднородного статического поля ( $\gamma \neq 1$ ) центр зоны возбуждения смещается от  $\theta_{\text{ц}} \approx 7,6 \text{ рад}$  (для  $\gamma = 1$ ) как в сторону меньших углов пролета ( $\gamma < 1$ ), так и в сторону больших ( $\gamma > 1$ ) (рис. 2). В случае  $\gamma < 1$  точка обращения реактивной компоненты проводимости в нуль лежит ближе к центру зоны возбуждения, чем в случае  $\gamma = 1$ .

3) При значениях параметра  $\gamma > 1$  величина пусковой проводимости  $G_e/G_0$ , а также величина изменения реактивной компоненты проводимости в пределах зоны возбуждения  $\Delta B_e/G_0$  оказываются меньше, чем в случае однородного поля ( $\gamma = 1$ ), причем при увеличении  $\gamma$  величины  $G_e/G_0$  и  $\Delta B_e/G_0$  монотонно уменьшаются (рис. 3). Это связано с тем, что возрастающее (по направлению к отражателю) поле затрудняет процесс группировки по сравнению со случаем  $\gamma = 1$ . Так, например, в случае поля (2) при стремлении  $E_0$  к нулю\* и  $\xi = 0$  поток электронов представляет собой совокупность изохронных осцилляторов, и при скоростной модуляции электронов на входе группировка всегда отсутствует [8]; наличие переменного поля ( $\xi \neq 0$ ) приводит

к некоторой неизохронности системы, однако, как показывают расчеты, и в этом случае поток вносит лишь положительные потери при любых реальных значениях  $\xi$ . При  $E_0 \neq 0$  как в случае (2), так и в случаях (1), (3), (4) группировка не подавляется полностью, но значительно ослабляется.

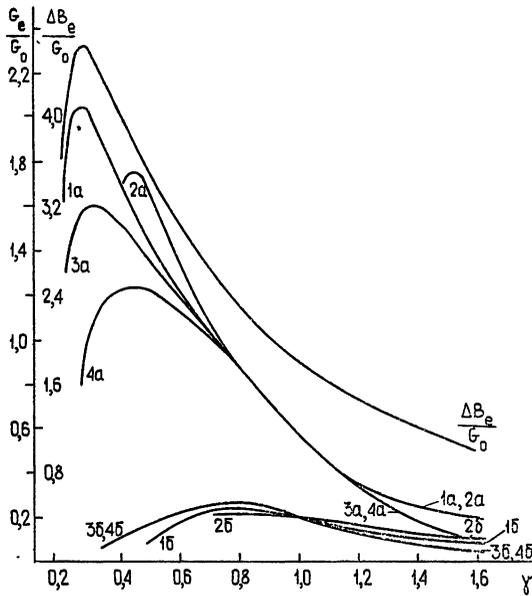


Рис. 3. Зависимость нормированной активной компоненты проводимости  $G_e/G_0$ , а также величины изменения нормированной реактивной компоненты проводимости в пределах зоны возбуждения  $\Delta B_e/G_0$  от параметра  $\gamma$ .

Нумерация кривых соответствует нумерации полей. Индексы а и б соответствуют  $\varphi_0 = 0,2$  и  $\varphi_0 = 1$ .

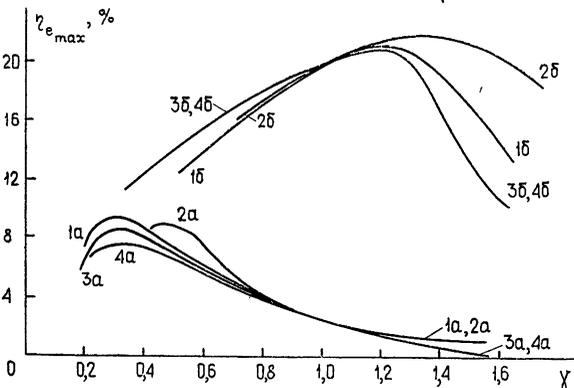


Рис. 4. Зависимость максимального электронного КПД  $\eta_{e \max}$  от параметра  $\gamma$ .

Нумерация кривых соответствует нумерации полей. Индексы а и б соответствуют  $\varphi_0 = 0,2$  и  $\varphi_0 = 1$ .

\* При стремлении  $E_0$  к нулю величины  $\alpha$  и  $\gamma$  стремятся к бесконечности. Однако, раскрывая неопределенность в соотношении (2), можно получить выражение для поля в виде  $E = E_{отр} z$ .

4) При значениях параметра  $\gamma < 1$  величины  $G_e/G_0$  и  $\Delta V_e/G_0$  в определенной области значений  $\gamma$  оказываются больше, чем в случае однородного поля (рис. 3), что обусловлено увеличением эффективности группировки в полях, уменьшающихся по мере приближения к отражателю.

Однако в области значений  $\gamma < 1$  существует фактор, ухудшающий эффективность взаимодействия электронного потока с высокочастотным полем: при уменьшении  $\gamma$  статическая точка поворота электронов приближается к входному электроду (табл. 1) и, поскольку высокочастотное поле полагается однородным, уменьшается его разность потенциалов между входным электродом и точкой поворота, т. е. уменьшается отдача энергии электронного потока высокочастотному полю (аналогично увеличению  $\varphi_0$  [9, 10]). Все это в целом приводит к наличию экстремального значения функций  $G_e/G_0$  и  $\Delta V_e/G_0$  (рис. 3).

5) Зависимость электронного КПД от параметра  $\gamma$  определяется наличием двух факторов — влиянием неоднородного поля на процесс группировки электронов и наличием фазовой селекции электронов на отражателе (при достаточно больших  $\xi$ ).

6) При наличии фазовой селекции (рис. 4, кривые 1а—4а) максимальное значение КПД  $\eta_{e \max}$  достигается при амплитуде  $\xi$ , при которой начинается заброс электронов на отражатель [2]. Поскольку при уменьшении  $\gamma$  координата статической точки поворота электронов удаляется от отражателя, амплитуда  $\xi$ , при которой начинается заброс, увеличивается, что и приводит к выигрышу КПД (по сравнению со случаем однородного поля) при  $\gamma < 1$ . Как показывают расчеты, фазовая селекция является фактором, определяющим КПД в области значений  $\varphi_0 \leq 0,5$ .

7) При достаточно большой величине потенциала отражателя ( $\varphi_0 \geq 1$ ) амплитуда  $\xi$ , при которой имеет место оптимальная группировка, меньше амплитуды, при которой начинается заброс электронов на отражатель, и влияние фазовой селекции на электронный КПД отсутствует. В этом случае при  $\gamma < 1$  оптимальная группировка наблюдается при меньших, а при  $\gamma > 1$  — при больших  $\xi$ , чем в однородном поле. Максимальный электронный КПД  $\eta_{e \max}$  при  $\gamma < 1$  всегда меньше, чем в однородном поле (при  $\gamma = 1$   $\eta_{e \max} = 19,6\%$ ); при  $\gamma > 1$  имеется интервал значений  $\gamma$ , при которых  $\eta_{e \max}$  несколько возрастает по сравнению со случаем однородного поля (рис. 4, кривые 1б—4б). При достаточно больших  $\gamma$  величина  $\eta_{e \max}$  становится меньше, чем в однородном поле, и при достижении определенного значения  $\gamma$  электронный поток вносит лишь положительные потери при любых  $\theta_0$  и  $\xi$ .

Приведенные выше результаты расчетов показывают, что использование тех или иных неоднородных статических полей существенно влияет на процессы группирования электронного потока и вследствие этого позволяет управлять эксплуатационными характеристиками ГТП в довольно широких пределах.

Приближения, положенные в основу расчетов, не ограничивают область использования результатов лишь системами с тонкими электронными пучками и аксиально-симметричными полями. Например, случаи, описанные выражениями (3) и (4), могут быть реализованы в ГТП с концентрическими сферическими или цилиндрическими электродами при радиальном направлении движения электронов. В этих случаях площадь электродов может быть сравнима с площадью сечения известных плоскоэлектродных ГТП, и приведенные в статье сопоставления параметров ГТП с однородным полем и с полями вида (3) и (4) справедливы и для широких пучков.

Таблица 1

Параметр	Вид поля	(1)	(2)	(3)	(4)
$\alpha$		$\gamma(1 + \varphi_0) - \varphi_0$	$\sqrt{(\gamma^2 - 1)(1 + \varphi_0) + 1}$	$[\sqrt{\gamma}(1 + \varphi_0) - \varphi_0]^2$	$\gamma^{(1 + \varphi_0)}$
$a$		1	1	$\sqrt{\alpha}/(1 - \sqrt{\alpha})$	$\alpha/(1 - \alpha)$
$b$		$\ln \alpha/(\alpha - 1)$	$2/(1 + \alpha)$	$1/\sqrt{\alpha}$	$(\alpha - 1)/\alpha \ln \alpha$
$f(z)$		$\exp(z \ln \alpha)$	$1 + (\alpha - 1)z$	$1/z^2$	$1/z$
$\sigma_0$	$\alpha > 1$	$\frac{2}{\theta_0 l} \ln \alpha \ln \frac{l+1}{l-1}$	$\frac{2m}{\theta_0} \arccos \frac{1}{\gamma}$	$-\frac{2}{\theta_0} \left( p + \frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{\gamma}} \ln \frac{1 + \sqrt{p}}{1 - \sqrt{p}} \right)$	$-\frac{4q}{\theta_0 \gamma} \int_0^q e^{u^2} du$
	$\alpha < 1$	$\frac{4}{\theta_0 l} \ln \alpha \left( \operatorname{arctg} l - \frac{\pi}{2} \right)$	$\frac{2m}{\theta_0} \ln \frac{\gamma}{1 - \sqrt{1 - \gamma^2}}$	$\frac{2}{\theta_0} \left( p + \frac{\sqrt{p}}{\gamma} \operatorname{arctg} \sqrt{p} \right)$	$\frac{2\sqrt{\pi} q}{\theta_0 \gamma} \operatorname{erf}(q)$
$l, m, p, q$		$l = \sqrt{\frac{\gamma}{ \gamma - 1 }}$	$m = \frac{\sqrt{ \gamma^2 - 1 }}{ \alpha - 1 }$	$p = \frac{ \gamma - 1 }{\sqrt{\gamma}}$	$q = \sqrt{ \ln \gamma }$
$z_1$		$\ln \gamma / \ln \alpha$	$(\gamma - 1)/(\alpha - 1)$	$1/\sqrt{\gamma}$	$1/\gamma$

В заключение авторы считают своим долгом выразить признательность М. Б. Голанту, беседы с которым в немалой степени способствовали появлению данной работы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. Афанасов, И. Я. Ашбель, Б. М. Жулковский, В. И. Кочетков, С. Г. Петров, В. И. Чередник, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **16**, № 11, 1773 (1973).
2. С. Г. Афанасов, В. И. Чередник, Электронная техника, серия 1, Электроника СВЧ, **4** (1974).
3. Дж. Пирс, Теория и расчет электронных пучков, изд. Сов. Радио, М., 1956.
4. М. Б. Цейтлин, Диссертация, 1951.
5. В. М. Гайдук, К. И. Палатов, Д. М. Петров, Физические основы электроники СВЧ, изд. Сов. радио, М., 1971.
6. O. Heil, J. J. Ebers, Proc. IRE, **38**, № 6, 645 (1950).
7. Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова, Численные методы анализа, изд. Наука, М., 1967.
8. S. Mito, A. Murai, Summaries papers Internat. Conf. Microwave, Circuit Theory and Inform. Theory, Tokyo, part 1, 1964, p. 243.
9. В. И. Калинин, Генерирование дециметровых и сантиметровых волн, Связь-издат, М., 1948.
10. J. J. Ebers, Proc. IRE, **40**, № 2, 138 (1952).

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию  
10 июня 1974 г.

## THE INFLUENCE OF INHOMOGENEITIES OF A STATIC FIELD ON THE CHARACTERISTICS OF RETARDING-FIELD OSCILLATORS

*S. G. Afanasov, S. G. Petrov, V. I. Cherednik*

We consider the influence of inhomogeneities of static fields of different configuration on basic parameters of an oscillator with a retarding field-active and reactive components of conductivity, as well as on the electron efficiency. It is shown that the use of inhomogeneous fields may results in a considerable variation of these parameters both towards bettering and worsening.

---

УДК 539.23

## ВОЛЬТ-АМПЕРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МОЛЕКУЛЯРНЫХ ПЛЕНОК ХОЛЕСТЕРИЛМИРИСТАТА МЕЖДУ МЕТАЛЛИЧЕСКИМИ ЭЛЕКТРОДАМИ

А. С. Бабаев, Г. С. Филатов, Н. С. Саидов, В. И. Стафеев

Молекулярные пленки холестерилмиристора были получены между галлиевыми электродами осаждением поверхностно-активных молекул из раствора в декане. Изучена зависимость вольт-амперных характеристик от концентрации холестерилмиристора в растворе и от температуры. Также показано, что показатель преломления возрастает, а вращение плоскости поляризации убывает с ростом концентрации молекул в растворе.

Молекулярные пленки поверхностно-активных веществ между металлическими электродами могут быть получены по методу, описанному в [1, 2]. В отличие от упомянутых работ нами в качестве металлических электродов использовался жидкий галлий. Холестерилмиристор растворялся в неполярном и нейтральном растворителе — декане с удельным сопротивлением выше  $10^{11}$  Ом·см. В этот раствор помещались электроды из жидкого галлия, на поверхность которых высаживались полярные молекулы холестерилмиристора. Если концентрация молекул в растворе была достаточна, то образовывалась сплошная пленка растворенного вещества. При сближении электродов растворитель вытеснялся. Зазор уменьшается до тех пор, пока не произойдет соприкосновение осажденных молекулярных пленок. Таким образом, толщина полученной пленки примерно равна удвоенной толщине адсорбированного на металле слоя. Если концентрация такова, что на металле образуется только мономолекулярный слой, то тогда пленка будет бимолекулярной. При меньшей концентрации молекул в растворе сплошной пленки не образуется и может происходить слияние металлических электродов. При больших концентрациях толщина образующихся пленок будет больше бимолекулярного слоя. Таким образом, исследование зависимости свойств от концентрации молекул в растворе означает исследование и от толщины пленки.

### 1. СВОЙСТВА РАСТВОРА ХОЛЕСТЕРИЛМИРИСТАТА В ДЕКАНЕ

Для проведения исследований были приготовлены растворы со следующими концентрациями холестерилмиристора:  $1 \cdot 10^{-3}$ ,  $5 \cdot 10^{-3}$ ,  $1 \cdot 10^{-2}$ ,  $5 \cdot 10^{-2}$ ,  $1,5 \cdot 10^{-1}$ , 0,25, 0,4, 0,5 моль/л. Добавление холестерилмиристора изменяет свойства раствора. Наиболее заметно изменяется угол вращения плоскости поляризации света при прохождении через раствор рис. 1. При изменении концентрации холестерилмиристора от  $1 \cdot 10^{-3}$  до 0,5 моль/л удельный угол вращения  $[\alpha]$  изменяется примерно в три раза (от 0,6 до 0,17 град/моль  $\cdot$  л $^{-1}$   $\cdot$  мм). Такая сильная зависимость, по-видимому, связана с тем, что молекулы холестерилмиристора являются оптически активными.

Коэффициент преломления раствора также зависит от концентрации растворенных молекул. Холестерилмиририлат повышает оптическую плотность раствора (рис. 1, кривая  $n$ ) примерно на полпроцента: при изменении концентрации от  $1 \cdot 10^{-3}$  до  $0,5$  моль/л коэффициент преломления возрастает от 1,409 до 1,416.

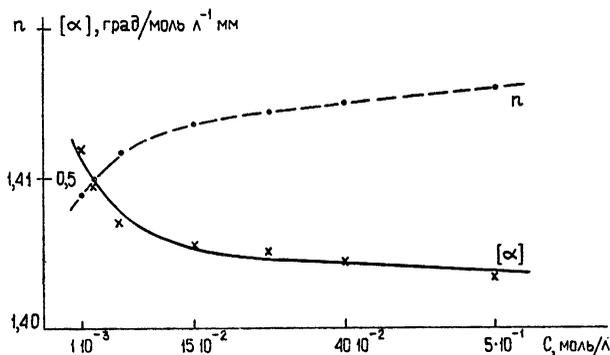


Рис. 1. Зависимость показателя преломления и удельного вращения плоскости поляризации от концентрации холестерилмиририлата в декане.

В исследованной области концентраций удельное вращение можно аппроксимировать следующей формулой:

$$[\alpha] = 0,776 C^{0,412},$$

а зависимость коэффициента преломления формулой

$$n = 1,419 C^{0,002},$$

где  $C$  — концентрация холестерилмиририлата в декане.

## 2. ЗАВИСИМОСТЬ ВОЛЬТ-АМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОТ КОНЦЕНТРАЦИИ

Вольт-амперные характеристики записывались на полярографе ПО-5122. Поскольку оба электрода имеют одинаковые свойства, то они оказались симметричными, поэтому приводятся данные только для одной полярности.

Увеличение концентрации молекул в растворе приводит к значительному возрастанию сопротивления пленки (рис. 2). При изменении концентрации холестерилмиририлата от  $5 \cdot 10^{-3}$  до  $4 \cdot 10^{-1}$  моль/л ток при постоянном напряжении на пленке убывает по закону, близкому к логарифмическому (рис. 3). Например, при напряжении  $U = 0,69$  В

$$I = 1,2 \cdot 10^{-4} \lg 2C,$$

где  $I$  — ток в амперах,  $C$  — концентрация в моль/л.

При меньших концентрациях ток нарастает с уменьшением концентрации, что может свидетельствовать о том, что пленка становится пористой. В порах толщина пленки может быть существенно меньше, так как нет ограничивающего фактора — адсорбированных молекул.

При концентрациях, больших  $C = 5 \cdot 10^{-1}$  моль/л, тоже происходит смена зависимости тока от концентрации молекул в растворе. Возможно, это связано с тем, что при таких концентрациях толщина пленки практически перестает зависеть от концентрации молекул. На электродах образуется такой слой молекул, который может удержаться силами взаимодействия молекул с поверхностью металла.

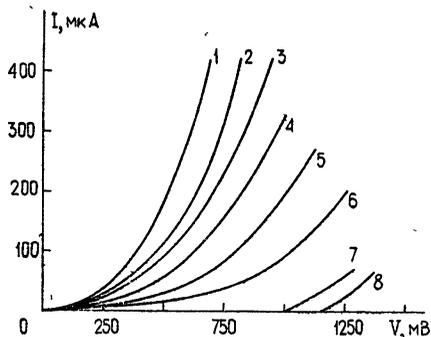


Рис. 2.

Рис. 2. Вольт-амперная характеристика холестерилмиристеата при различных концентрациях в декане ( $T = 22^\circ\text{C}$ ):

1— $1 \cdot 10^{-3}$  моль/л, 2— $5 \cdot 10^{-3}$  моль/л, 3— $1 \cdot 10^{-2}$  моль/л, 4— $5 \cdot 10^{-2}$  моль/л, 5— $15 \cdot 10^{-2}$  моль/л, 6— $25 \cdot 10^{-2}$  моль/л, 7— $4 \cdot 10^{-1}$  моль/л, 8— $5 \cdot 10^{-1}$  моль/л.

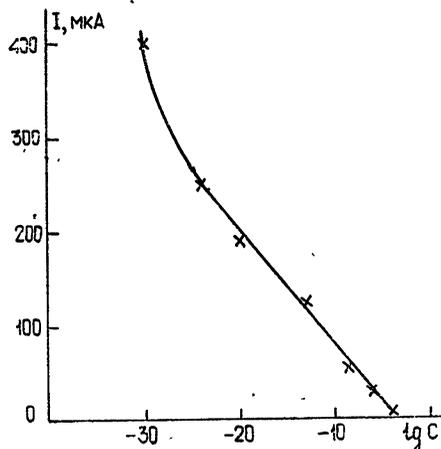


Рис. 3.

Рис. 3. Зависимость  $I$  от  $\lg C$ .

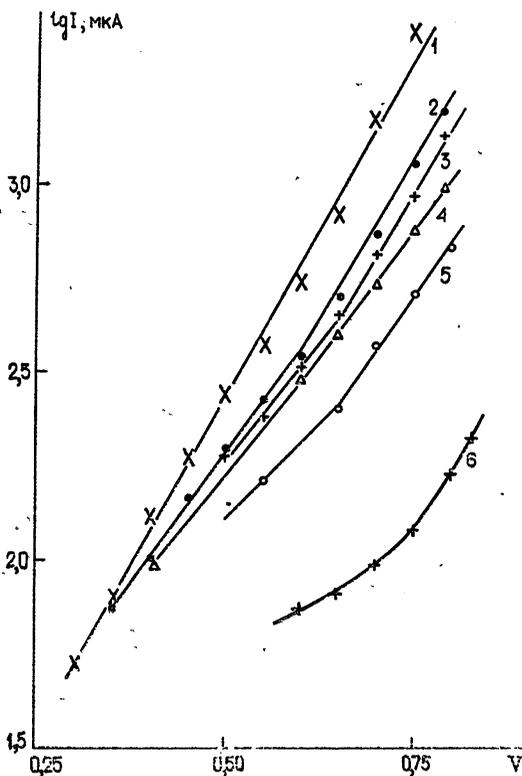
### 3. ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ВОЛЬТ-АМПЕРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

На рис. 4 представлено семейство вольт-амперных характеристик пленок холестерилмиристеата, полученных при концентрации молекул в растворе  $1 \cdot 10^{-3}$  моль/л. При комнатной температуре вольт-амперная характеристика в широком интервале токов описывается формулой

$$I = I_0 \exp(V/V_0),$$

где  $I_0 = 4,7 \cdot 10^{-6}$  А,  $V_0 = 0,114$  В.

При более низких температурах в области достаточно больших смещений вольт-амперная характеристика подчиняется такому же закону, причем величина  $V_0$  практически не изменяется в области температур от  $+20$  до  $-40^\circ\text{C}$ . В то же время значение  $I_0$  в этом же интервале температур убывает примерно на порядок (табл. 1).

Рис. 4. Зависимость  $\lg I$  от  $V$ :

1— $T = 20^\circ\text{C}$ , 2— $T = 0^\circ\text{C}$ , 3— $T = -10^\circ\text{C}$ , 4— $T = -20^\circ\text{C}$ , 5— $T = -30^\circ\text{C}$ , 6— $T = -40^\circ\text{C}$ .

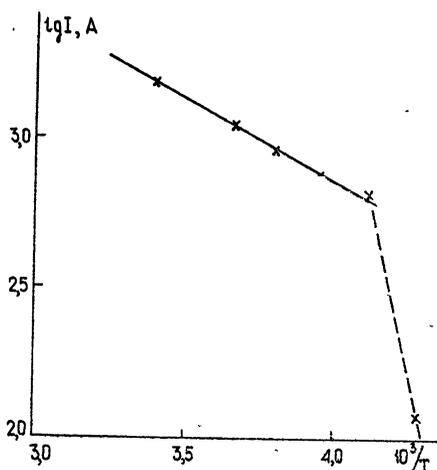
Таблица 1

Т, °С	+20	0	-10	-20	-30	-40
$V_0, В$	0,114	0,128	0,128	0,145	0,145	0,128
$мкА$	4,7	3,5	2,9	4,7	2,8	0,35

Однако разброс этих величин, особенно значений тока, достаточно велик для установления закона изменения с температурой.

На рис. 5 представлена температурная зависимость тока при напряжении на пленке 0,75 В. Экспериментальные точки достаточно хорошо укладываются (кроме точки при  $T = -40^{\circ}C$ ) на прямую на графике  $lg I = f(10^3/T)$ . Если принять экспоненциальную зависимость тока от обратной температуры, то получим значение энергии активации  $\Delta E = 0,12$  эВ. Интересно отметить, что энергия активации практически совпадает со значением  $qV_0$ , т. е. зависимость тока и от температуры и от напряжения определяются, по-видимому, одним и тем же процессом.

Рис. 5. Зависимость  $lg I$  от  $(10^3/T)$ .



При меньших напряжениях, в отличие от прямой ветви обычных полупроводниковых диодов, температурная зависимость тока слабее.

Толщины молекулярных пленок, получаемых описанным выше методом лежат в пределах нескольких длин молекул, т. е. от нескольких десятков до одной-двух сотен ангстрем. Поэтому через такие пленки могут протекать и туннельные токи и токи эмиссионные в зависимости от разности работ выхода металла и пленки, толщины и ряда других свойств пленки. Практическое постоянство  $V_0$  говорит в пользу туннельного механизма. Однако этот механизм вряд ли может объяснить достаточно сильную зависимость от температуры протекающего тока. Тем более трудно объяснить усиление температурной зависимости тока с ростом смещения. Получаемые закономерности также не удается объяснить, предполагая, что токи эмиссионные.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Стафеев, В. В. Кузнецов, В. П. Молчанов, С. С. Серов, В. В. Поспелов, Э. И. Куракушан, С. В. Айрапетян, Л. С. Гасанов, ФТП, 2, 767 (1968).  
 2. А. С. Бабаев, В. В. Кузнецова, В. И. Стафеев, ФТП, 7, 1012 (1973).

Таджикский сельскохозяйственный институт

Поступила в редакцию  
 9 октября 1973 г.,  
 после доработки  
 23 августа 1974 г.

**VOLT-AMPERE CHARACTERISTICS OF CHOLESTERILMIRISTAT MOLECULAR FILMS BETWEEN METAL ELECTRODES**

*A. S. Babaev, G. S. Filatov, N. S. Saidov, V. I. Stafeev*

Molecular cholesterolmiristat films were obtained between gallium electrodes by precipitation of surface-active molecules from the solution in decane. The dependence of volt-ampere characteristics on cholesterolmiristat concentration in the solution and temperature is studied. It is shown that the refractive index increases and the rotation of the polarization plane reduces with the growth of molecular concentration in the solution.

---

## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 539.285

### НАБЛЮДЕНИЕ КВАДРУПОЛЬНОГО СПИНОВОГО ЭХА ПОСЛЕ ОДИНОЧНОГО ИМПУЛЬСА ПРИ ДВУХЧАСТОТНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ В $KReO_4$

Н. Е. Айнбиндер, А. С. Ким

В работе [1] теоретически показана возможность возбуждения спинового эха одиночным импульсом при двухчастотном воздействии на квадрупольную многоуровневую спин-систему\*. Эта возможность следует из общего теоретического рассмотрения явления двухчастотного спинового эха.

В качестве объекта для экспериментального исследования выбран поликристаллический  $KReO_4$  (резонанс ядер  $Re^{185}$  ( $J = 5/2$ ) и  $Re^{187}$  ( $J = 5/2$ )). Этот кристалл удобен для наблюдения двухчастотного эха по следующим причинам: 1) времена поперечной релаксации как при низкой, так и при комнатной температурах достаточно велики ( $\sim 10^2 - 10^3$  мкс); 2) хорошее отношение сигнал/шум на обоих изотопах; 3) удобный диапазон резонансных частот (26—28 МГц для перехода  $1/2 \rightarrow 3/2$  и 53—57 для перехода  $3/2 \rightarrow 5/2$ ); 4) параметр асимметрии градиента электрического кристаллического поля близок к нулю.

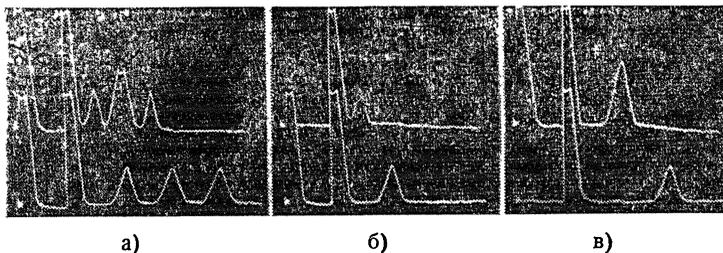


Рис. 1. Осциллограммы двухчастотного квадрупольного спинового эха на ядрах  $Re^{187}$  в  $KReO_4$  при 77 К. Верхний луч—переход  $3/2 \rightarrow 5/2$  (55,651 МГц), нижний луч—переход  $1/2 \rightarrow 3/2$  (27,839 МГц); а) пара импульсов подана одновременно на обоих переходах, б) первый импульс отсутствует на верхнем переходе, в) первый импульс отсутствует на нижнем переходе.

На рис. 1 а приведена картина двухчастотного эха на обоих переходах изотопа  $Re^{187}$  при температуре жидкого азота. Сигналы эха наблюдаются при  $t = 3/2\tau, 2\tau$  и  $5/2\tau$  на верхнем переходе и при  $t = 2\tau, 3\tau$  и  $4\tau$  на нижнем переходе. Обнаружено, что изменение соотношения интенсивностей основного и дополнительных сигналов эха от длительностей 1-го и 2-го радиочастотных импульсов полностью соответствует ранее полученным теоретическим выражениям [3, 4].

На рис. 1 б дана осциллограмма спинового эха после одного импульса по программе 1 (рис. 1 а статьи [1]), т. е. когда отсутствует первый импульс на верхнем переходе  $Re^{187}$ . Рис. 1 в демонстрирует программу 2 (рис. 1 б работы [1]), т. е. когда снят первый импульс на нижнем переходе  $Re^{187}$ . В первом случае, как и следует из теории, наблюдается один сигнал эха при  $t = 3/2\tau$ , во втором случае при  $t = 3\tau$ . При этом на соответствующих соседних переходах обнаруживается лишь сигнал основного эха при  $t = 2\tau$ .

\* Отрицательный результат, отмеченный авторами работы [2], по-видимому, не связан с сущностью рассматриваемого явления, а обусловлен отсутствием в указанной ими ссылке необходимой импульсной программы.

Следует отметить, что отношение сигнал/шум обнаруженных в  $KReO_4$  сигналов дополнительного эха гораздо больше, чем в ранее изученных образцах ( $SbCl_3$ ,  $BiCl_3$  и др.). Изучение релаксационных процессов с помощью обнаруженных сигналов двухчастотного эха может выявить многие интересные особенности поведения многоуровневых неэквидистантных спин-систем.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Е. Айнбиндер, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **16**, № 4, 633 (1973).
2. В. С. Гречишкин, В. С. Кирчанов, Е. М. Шишкин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **16**, № 10, 1618 (1973).
3. Н. Е. Айнбиндер, В. С. Гречишкин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **10**, № 2, 186 (1967).
4. Н. Е. Айнбиндер, Г. А. Волгина, В. С. Гречишкин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **11**, № 5, 775 (1968).

Пермский государственный университет

Поступила в редакцию  
23 июля 1974 г.

УДК 621.371.24

### ЧАСТОТНЫЕ СПЕКТРЫ ФЛУКТУАЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ВОЛНАХ 0,63 и 10,6 мкм В АТМОСФЕРЕ

А. С. Гурвич, Р. А. Казарян, С. О. Ломадзе, К. П. Погосян, Вл. В. Покасов

Исследованию сильных флуктуаций лазерного излучения на различных длинах волны посвящены работы [1, 2]. В этих работах экспериментально определялись и сравнивались уровни насыщения флуктуаций для различных волн излучения и приводились спектры флуктуаций логарифма амплитуды как восстановленные из корреляционных функций, так и полученные непосредственными измерениями с помощью частотного анализатора. Однако данные о спектрах, приведенные в [1, 2], имеют ряд недостатков: они получены для флуктуаций логарифма амплитуды, представляют собой лишь отдельные примеры.

В [3] приводятся результаты измерения спектров флуктуаций интенсивности в широком диапазоне изменения метеоусловий на трассе 1,75 км. Показано, что про-

изведение нормированной спектральной плотности на частоту  $U = fW(f) / \int_0^{\infty} W(f) df$

существенно зависит от параметра  $\beta_0^2(x) = 0,31 C_s^2 k^{7/6} x^{11/6}$ , где  $C_s^2$  — структурная характеристика для поля диэлектрической проницаемости в атмосфере,  $x$  — длина трассы,  $k$  — волновое число. С ростом параметра  $\beta_0^2$  спектр уширяется, максимум смещается в область более высоких частот по сравнению с расчетом по теории возмущений и намечается тенденция к появлению двух характерных частот.

В [4] показано, что для степенного спектра турбулентности можно единственным образом выбирать масштабы — поперечный  $L_T$  и поперечный  $l_T$ , равные

$$L_T = (\pi A C_s^2 k^{7/6})^{-6/11}, \quad l_T = (\pi A C_s^2 k^3)^{-3/11} \quad (A = 0,033).$$

Использование масштабов  $L_T$  и  $l_T$  приводит уравнение для функции когерентности четвертого порядка [5] к универсальному виду. Как следствие этого, спектры флуктуаций интенсивности можно выразить через универсальные функции  $f_U$  безразмерного расстояния  $x/L_T$  и безразмерной частоты  $\Omega_T = \lambda l_T$ :

$$U(x, \Omega) = f_U(x/L_T, \Omega l_T). \quad (1)$$

Формула (1) выражает соотношение подобия для спектров флуктуаций интенсивности. Спектр  $U(x, \Omega)$  связан с коэффициентом корреляции флуктуаций интенсивности  $b_I(x, \rho)$  следующим образом:

$$U(x, \Omega) = \frac{x}{\pi} \int_0^{\infty} b_I(x, \rho) \cos \Omega \rho d\rho,$$

где  $\rho$  — расстояние между двумя точками в плоскости  $x = \text{const}$ , перпендикулярной направлению распространения невозмущенной световой волны. Считая турбулентность «замороженной», можно вычислить  $f_U(x/L_T, \kappa L_T)$  по измерениям частотных спектров  $fW(f)$ , пользуясь очевидным соотношением

$$U(x, \kappa = 2\pi f/v) = fW(f) / \int_0^{\infty} W(f) df,$$

в котором  $v$  — скорость переноса турбулентных неоднородностей поперек направления распространения.

Следует отметить, что масштабы  $L_T$  и  $l_T$  имеют определенный физический смысл. Масштабу  $L_T$  соответствует расстояние, на котором  $\beta_0^2 = 3$  при заданных значениях  $C_\epsilon^2$  и  $k$ , и, следовательно, на этом расстоянии заканчивается переходная область от слабых флуктуаций к сильным. Поперечному масштабу  $l_T$  соответствует радиус первой зоны Френеля на расстоянии  $L_T$ .

В настоящей работе приведены результаты измерений спектров флуктуаций интенсивности лазерного излучения на длинах волн  $\lambda = 0,63$  и  $10,6$  мкм. Эти измерения проводились в 1972—1974 гг. на трассах длиной  $x = 8,5$  км (только  $\lambda = 0,63$  мкм);  $x = 13,5$  км в Цимлянске и  $x = 16,3$  км над оз. Севан с целью получить данные, дополнительные к опубликованным в [3], для экспериментальной проверки соотношений подобия (1) и получения оценок функции  $f_U(x/L_T, \kappa L_T)$ .

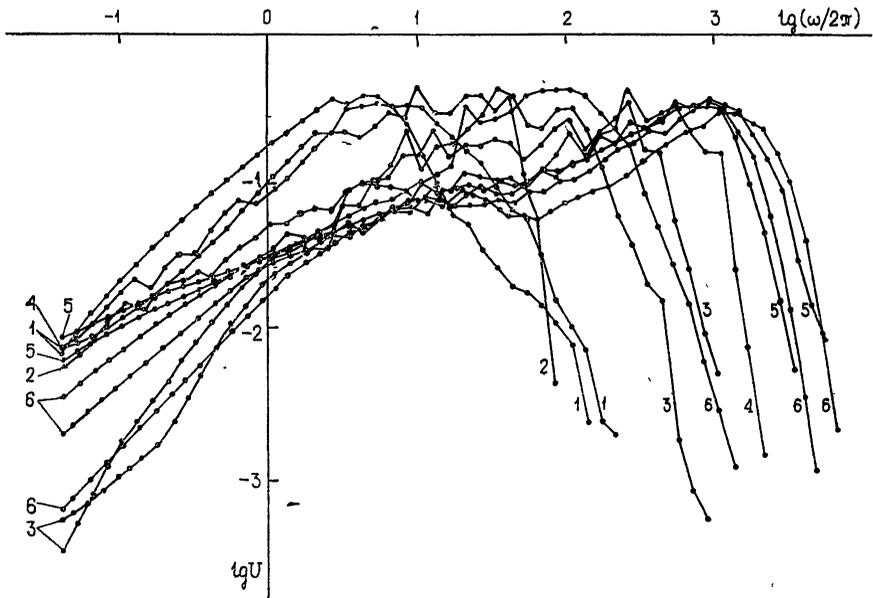


Рис. 1. Примеры отдельных спектров, полученных при работе на трассах: 1 —  $x = 16,3$  км на волне  $\lambda = 10,6$  мкм; 2 —  $x = 13,5$  км,  $\lambda = 10,6$  мкм; 3 —  $x = 16,3$  км,  $\lambda = 0,63$  мкм; 4 —  $x = 13,5$  км,  $\lambda = 0,63$  мкм; 5 —  $x = 8,5$  км,  $\lambda = 0,63$  мкм; 6 —  $x = 1,75$  км,  $\lambda = 0,63$  мкм;  $U = fW(f) / \int_0^{\infty} W(f) df$ .

Методика измерений спектров была такой же, как и в [3]. На рис. 1 приведены примеры частотных спектров, полученных во всех измерениях. Этот рисунок дает представление о широком диапазоне частот, который занимают спектры при изменении волнового числа  $k$ , длины трассы  $x$  и метеоусловий  $C_\epsilon^2$ . Всего в наших измерениях было получено 114 спектров, пригодных для анализа.

Для сравнения результатов измерений с соотношениями подобия (1) оказалось удобным представить спектры как функции безразмерной частоты  $\Omega_T = \kappa L_T$ , а в качестве параметра выбрать  $\beta_0(x)$ , учитывая очевидную связь

$$\beta_0(x) = \beta_0(L_T) (x/L_T)^{11/12} = 1,72 (x/L_T)^{11/22}.$$

Спектры с близкими значениями  $\beta_0$  были сгруппированы и осреднены внутри групп. На рис. 2 представлены осредненные спектры. Прежде всего обращает на себя внимание то, что при переходе к безразмерным частотам различие в положении спектров существенно уменьшается по сравнению с рис. 1. Форма спектров закономерно меняется: с увеличением  $\beta_0$  на спектрах появляется провал, кроме того, растет относительный вклад низких частот. Спектры флуктуаций на длине волны 10,6 мкм, для которых  $\beta_0 < 3$ , приближаются к спектрам флуктуаций на длине волны 0,63 мкм, полученным с небольшими значениями  $\beta_0$ . Последнее обстоятельство свидетельствует в пользу соотношений подобия (1). В [3] при обсуждении высокочастотной части спектра отмечалось, что внутренний масштаб  $\eta_k$  не сказывается на поведении высокочастотной части спектра. Данные 1974 года подтверждают это, поскольку крутизна высокочастотной части спектров флуктуаций инфракрасного и красного излучений при  $\beta_0 > 2$  примерно одинакова, тогда как отношение  $l_T/\eta_k$  отличается для спектров на  $\lambda = 0,63$  и  $\lambda = 10,6$  мкм в десять раз.

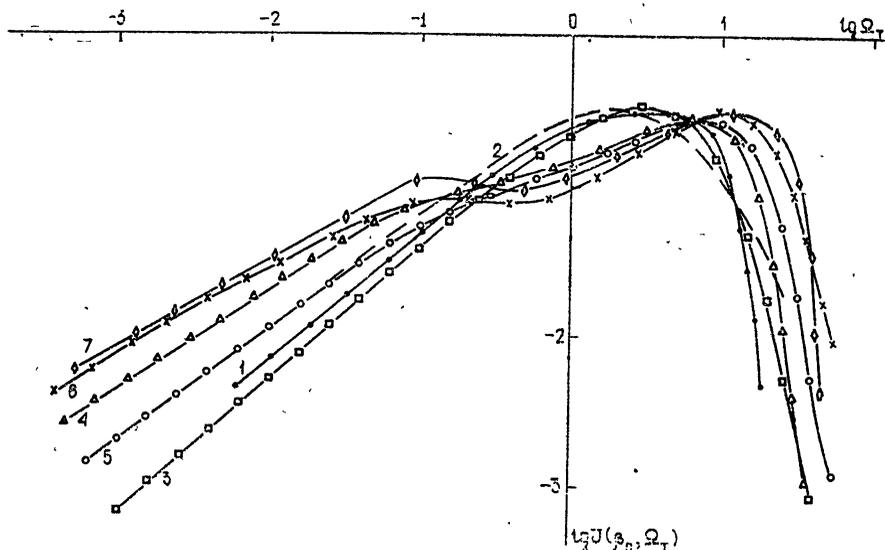


Рис. 2. Осредненные по группам с близкими значениями  $\beta_0$  спектры, полученные на различных трассах и длинах волн в зависимости от безразмерной частоты  $\Omega_T$ :

- |                     |                       |                |                     |
|---------------------|-----------------------|----------------|---------------------|
| 1—Цимлянск 1974 г., | $\lambda = 10,6$ мкм, | $x = 13,5$ км, | $\beta_0 = 2,8$ ;   |
| 2—Севан 1973 г.,    | $\lambda = 10,6$ мкм, | $x = 16,3$ км, | $\beta_0 = 1,1$ ;   |
| 3—Цимлянск 1971 г., | $\lambda = 0,63$ мкм, | $x = 1,75$ км, | $\beta_0 = 0,7-2$ ; |
| 4—Цимлянск 1971 г., | $\lambda = 0,63$ мкм, | $x = 1,75$ км, | $\beta_0 = 4-8$ ;   |
| 5—Цимлянск 1971 г., | $\lambda = 0,63$ мкм, | $x = 1,75$ км, | $\beta_0 = 2-4$ ;   |
| 6—Цимлянск 1972 г., | $\lambda = 0,63$ мкм, | $x = 8,5$ км,  | $\beta_0 = 7$ ;     |
| 7—Цимлянск 1974 г., | $\lambda = 0,63$ мкм, | $x = 13,5$ км, | $\beta_0 = 14$ .    |

Данные, представленные на рис. 2, являются оценкой универсальной функции  $f_U(x/l_T, x/l_T)$ . Для дальнейшего экспериментального уточнения этих оценок будут полезны измерения на более протяженных трассах.

Авторы выражают благодарность В. И. Татарскому за постоянное внимание к работе и Ю. А. Савицкому за предоставленную программу для получения спектров на ЭВМ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. M. W. Fitzmaurice, J. Z. Bufton, P. O. Minott, J. Opt. Soc. America, 59, № 1, 7 (1969).
2. J. R. Dufhy, J. R. Kerr, J. Opt. Soc. America, 63, № 8, 981 (1973).
3. А. С. Гурвич, В. В. Покасов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 15, № 6, 913 (1973).
4. М. Е. Грачева, А. С. Гурвич, С. С. Кашкаров, В. В. Покасов, Соотношения подобия и их экспериментальная проверка при сильных флуктуациях интенсивности лазерного излучения, Препринт, М., 1973.

5. В. И. Татарский, Распространение волн в среде со случайными неоднородностями в приближении марковского случайного процесса. Препринт ООФАГ, АН СССР, М., 1970.

Институт физики атмосферы АН СССР

Поступила в редакцию  
10 июня 1974 г.

УДК 621.391.822

## ВЫЧИСЛЕНИЕ $\omega q$ -ПЛОТНОСТИ СТОРОННИХ ИСТОЧНИКОВ ШУМА В УСИЛИТЕЛЯХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН

В. Г. Полевой

В работе [1] было получено уравнение, позволяющее описать эволюцию шума в усилителе поверхностных волн (УПВ), если известна  $\omega q$ -плотность стороннего поверхностного заряда на границе раздела между полупроводником и пьезокристаллом. Фактически источником шума является объемный сторонний ток, распределенный в толще полупроводниковой пленки, но описание с поверхностной ланжевенской стороной существенно проще. Поэтому возникает вопрос о пересчете этого объемного тока к эквивалентной плотности стороннего поверхностного заряда, вызывающей такие же флуктуации потенциала на границе раздела между полупроводником и пьезокристаллом.

Объемный сторонний ток  $g_j(t, X)$  входит в феноменологическое выражение для плотности полного тока:

$$j_j = \rho V_j - \sigma \frac{\partial}{\partial X_j} \varphi - D \frac{\partial}{\partial X_j} \rho + g_j, \quad (1)$$

где  $\rho$  — плотность заряда,  $\sigma$  — дифференциальная проводимость по постоянному току,  $D$  — коэффициент диффузии электронов,  $V$  — постоянная дрейфовая скорость электронов в приложенном постоянном электрическом поле.

В равновесном случае ( $V = 0$ ) для вычисления корреляционной функции стороннего тока  $g_j$  можно воспользоваться флуктуационно-диссипационной теоремой (ФДТ) [2]:

$$\overline{g_j(t_1, X_1) g_k(t_2, X_2)} = 2\sigma T \delta_{jk} \delta(t_1 - t_2) \delta(X_1 - X_2), \quad (2)$$

где  $T$  — энергетическая температура. Неравновесный случай наличия постоянного дрейфа носителей тока был детально рассмотрен разными методами в ряде работ [3–8]. Было показано, что в низкочастотном и длинноволновом приближении в пренебрежении столкновениями электронов (т. е. когда электронный газ можно считать идеальным) корреляционная функция стороннего тока имеет вид

$$\overline{g_j(t_1, X_1) g_k(t_2, X_2)} = 2\sigma T_e \delta_{jk} \delta(t_1 - t_2) \delta(X_1 - X_2), \quad (3)$$

где  $T_e = \frac{D_e}{\mu}$  — эффективная шумовая температура электронов,  $e$  и  $\mu$  — соответственно абсолютная величина их заряда и подвижности.

Из (2) и (3) видно, что в длинноволновом и низкочастотном пределе (как в равновесном случае, так и при наличии дрейфа носителей тока) корреляционная функция стороннего тока для неограниченного полупроводника пропорциональна  $\delta(t_1 - t_2) \delta(X_1 - X_2)$ . Отсюда следует, что при рассмотрении флуктуаций в полупроводниковой пленке с толщиной, гораздо большей микроскопического радиуса корреляции, имеющего порядок длины свободного пробега электронов, сторонний ток можно взять с такой же корреляционной функцией, как и в неограниченной среде.

В работе [1] было показано, что в равновесном случае, т. е. при использовании ФДТ, для поверхностного заряда  $\sigma$  получается следующая  $\omega q$ -плотность:

$$\sigma_{\omega q}^* = - \frac{T}{(2\pi)^4 \omega} \text{Im } Z_s(\omega, q), \quad (4)$$

где  $Z_s$  — поверхностный адмитанс полупроводникового слоя. При такой  $\omega q$  — плотности стороннего заряда  $\sigma$  флуктуации потенциала на границе получают такие же, как и при стороннем объемном токе  $g_j$  с функцией корреляции (2). Это следует из самосогласованности ФДТ.

Допущение, что вместо (2) в неравновесном случае имеем (3), позволяет легко найти  $\omega q$  - плотность стороннего поверхностного заряда и при наличии дрейфа носителей тока. Результаты будут отличаться от (4), во-первых, тем, что, как это следует из (2) и (3), вместо температуры  $T$  войдет эффективная шумовая температура  $T_e$ . Во-вторых, при наличии дрейфа носителей тока в уравнении непрерывности с плотностью тока (1) скорость  $V$  отлична от нуля. В спектральном представлении это приводит к тому, что вместо  $\omega$  войдет комбинация  $(\omega - qV)$ . Таким образом, мы приходим к следующей  $\omega q$  -плотности для стороннего поверхностного заряда:

$$\overline{\sigma_{\omega q} \sigma_{\omega q}^*} = - \frac{T_e}{(2\pi)^4 (\omega - qV)} \text{Im } Z_s(\omega - qV, q). \quad (5)$$

Мнимая часть  $Z_s$  отрицательна при  $(\omega - qV) > 0$  и меняет знак вместе с  $(\omega - qV)$ , так что выражение (5) в целом положительно.

Остановимся теперь на описании шума в пьезокристалле. В [1] предполагалось, что диссипации энергии в кристалле нет, т. е. мнимая часть поверхностного адмитанса пьезокристалла равна нулю. Если же она отлична от нуля, то проделывая аналогичный вывод, легко показать, что в равновесном случае будет

$$\overline{\sigma_{\omega q} \sigma_{\omega q}^*} = - \frac{T}{(2\pi)^4 \omega} (\text{Im } Z_s + \text{Im } Z_p), \quad (6)$$

т. е. вклады в  $\omega q$  - плотность от пьезокристалла и от полупроводникового слоя аддитивны.

При наличии потерь в пьезокристалле его адмитанс  $Z_p$  сохраняет прежний вид [9]:

$$Z_p = \frac{\sim q - q_\infty}{\varepsilon q} \frac{q - q_\infty}{q - q_m},$$

но волновые числа  $q_\infty$  и  $q_m$  комплексны:

$$q_\infty = q'_{\infty} + i q''_{\infty},$$

$$q_m = q'_m + i q''_m.$$

Очевидно, при малой пьезосвязи в неравновесном случае сохранится аддитивность обоих источников шума (как и в формуле (6)), причем составляющая шума от пьезокристалла может быть взята такой же, как в равновесном случае.

$$\overline{\sigma_{\omega q} \sigma_{\omega q}^*} = - \frac{T}{(2\pi)^4 \omega} \text{Im } Z_p.$$

Автор благодарен С. М. Рытову за постоянное внимание к работе и полезные дискуссии.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. Г. Полевой, Изв. высш. уч. зав — Радиофизика, 17, № 12, 1868 (1974).
2. М. Л. Левин, С. М. Рытов, Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике, изд. Наука, М., 1967.
3. С. В. Ганцевич, В. Л. Гуревич, Р. Катилюс, ЖЭТФ, 57, № 2 (8), 503 (1969).
4. С. В. Ганцевич, В. Л. Гуревич, Р. Катилюс, ФТТ, 11, № 2, 308 (1969).
5. В. И. Пустовойт, ЖЭТФ, 55, № 5 (11), 1784 (1968).
6. С. В. Ганцевич, В. Л. Гуревич, Р. Катилюс, ЖЭТФ, 59, № 2 (8), 533 (1970).
7. Ш. М. Коган, А. Я. Шильман, ЖЭТФ, 56, № 3, 862 (1969).
8. Ш. М. Коган, А. Я. Шильман, ЖЭТФ, 57, № 12, 2112 (1969).
9. K. A. Ingebrigtsen, J. Appl. Phys., 40, № 7, 2681 (1969).

УДК 535.1

## О ВЛИЯНИИ ОТРАЖЕННОЙ ВОЛНЫ НА САМОФОКУСИРОВКУ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ В СРЕДЕ С КУБИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

С. Н. Власов

1. В этой заметке сообщается о влиянии отраженной волны на самофокусировку световых пучков в среде с кубичной нелинейностью, где диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  зависит от интенсивности поля:

$$\epsilon = \epsilon_0 (1 + \epsilon' |E|^2).$$

Представим решение уравнений поля в виде двух бегущих волн с медленно меняющимися в пространстве амплитудами

$$\tilde{E} = \tilde{E}_1(z', r'_\perp) \exp(-ik_0 z' + i\omega t) + \tilde{E}_2(\bar{z}', \bar{r}'_\perp) \exp(ik_0 z' + i\omega t),$$

$k_0$  — волновое число в среде с  $\epsilon = \epsilon_0$ . Лучевые амплитуды линейно-поляризованных пучков  $\tilde{E}_1$  и  $\tilde{E}_2$  в такой среде удовлетворяют системе связанных уравнений параболического типа [1], которая в единицах  $r_\perp = k_0 r'_\perp$ ,  $z = k_0 z'$ ,  $E_{1,2} = a \sqrt{\epsilon'} \tilde{E}_{1,2}$  имеет вид

$$\begin{aligned} -2i \frac{\partial E_1}{\partial z} + \Delta_\perp E_1 + (|E_1|^2 + 2|E_2|^2) E_1 &= 0, \\ 2i \frac{\partial E_2}{\partial z} + \Delta_\perp E_2 + (|E_2|^2 + 2|E_1|^2) E_2 &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $2a$  — ширина пучка в безразмерных единицах. При получении системы (1), как обычно, предполагалось, что ширина пучков много больше длины волны, а нелинейность слабая [1]. Систему (1) необходимо дополнить условиями на границах нелинейной среды. Рассмотрим слой толщиной  $L$ . Отражением от одной границы ( $z = 0$ ) мы пренебрежем, считая ее либо просветленной, либо срезанной под углом Брюстера и предположим, что поле падающего пучка на этой границе имеет гауссову форму  $E_1(0, r_\perp) = E_1^0 \exp(-r^2/2a^2)$ . Мы учтем отражение от второй границы  $z = L$ , предполагая, что  $E_1$  и  $E_2$  связаны на ней следующим образом:  $E_2 = E_1 |R| \exp(i\varphi(r_\perp))$ , где  $|R|$  и  $\varphi$  — соответственно модуль и фаза коэффициента отражения.

2. Отметим сначала, что при входном гауссовом пучке и плоской границе ( $\varphi = 0$ ) решения системы зависят от трех параметров: френелевского числа пучка  $a^2/L$ , отношений мощностей падающего и отраженного пучков к критической мощности самофокусировки

$$\frac{P_1}{P_{кр}} = \frac{E_1^0{}^2 a^2}{3,7}, \quad \frac{P_2}{P_{кр}} = |R|^2 \frac{P_1}{P_{кр}}.$$

Как и уравнение для одного пучка, система (1) инвариантна относительно линзового преобразования [2]

$$\eta = \frac{zF}{z+F}, \quad \rho_\perp = \frac{\eta(z)}{z} r_\perp,$$

$$E_{1,2}(\eta, \rho_\perp) = \frac{z(\eta)}{\eta} E_{1,2}\left(z(\eta), \frac{z(\eta)}{\eta} \rho_\perp\right) \exp\left[-ik_0 \left(1 - \frac{z(\eta)}{\eta}\right) \frac{\rho_\perp^2}{2\eta}\right].$$

Это значит, что решение системы (1) в плоском случае можно сопоставить решению в слое со сферической отражающей границей; при сопоставлении изменяется толщина слоя и кривизна фронта падающего пучка.

3. Для численного решения системы (1) использовался метод итераций. В качестве начального приближения на входе слоя задавался падающий пучок в виде

$E_1^{(0)}(0, r_\perp) = E_1^0 \exp(-r^2/2)$  с  $a = 1$  и отраженный  $E_2^{(0)}(0, r_\perp) = |R| \cdot E_1^{(0)}(0, r_\perp)$ . По системе уравнений (1) поля  $E_1$  и  $E_2$  пересчитывались на конец слоя, где, однако, они не удовлетворяли граничному условию  $E_2^{(0)}(L, r_\perp) \neq RE_1^{(0)}(L, r_\perp)$ . Отраженный пучок  $E_2^{(0)}(L, r_\perp)$  заменялся на пучок  $\bar{E}_2^{(0)}$ , удовлетворяющий условию  $\bar{E}_2^{(0)}(L, r_\perp) = RE_1^{(0)}(L, r_\perp)$ . Далее по системе (1) определялись  $\bar{E}_1^{(1)}(0, r_\perp)$  и  $E_2^{(1)}(0, r_\perp)$  в начале слоя ( $z = 0$ ). Получающееся поле  $E_1^{(1)}$  не удовлетворяло условию  $E_1(0, r_\perp) = E_1^0 \exp(-r^2/2)$ , налагаемому на падающий пучок. Поэтому функцию  $\bar{E}_1^{(1)}(0, r_\perp)$  заменяли на  $E_1^0 \exp(-r^2/2)$ . Значения  $E_1^{(0)}(0, r_\perp)$  и  $E_2^{(1)}(0, r_\perp)$  использовались в качестве первого приближения, и далее расчет повторялся до тех пор, пока граничные условия не удовлетворялись\*.

4. Результаты расчетов показали, что наличие встречной волны ведет к распаду гауссова пучка на кольца. Это видно из рис. 1, где приведены амплитудные распределения полей  $E_1$  и  $E_2$  при  $R = 0,25$ ,  $a^2/L = 10$ ,  $P_1/P_{кр} = 6,8$ . В основной максимум локализуется при  $|R|^2 \ll 1$  мощность порядка критической

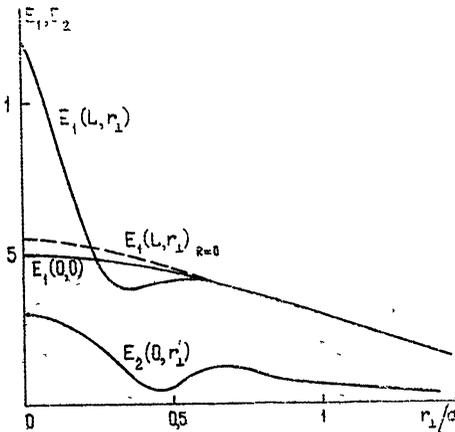


Рис. 1.

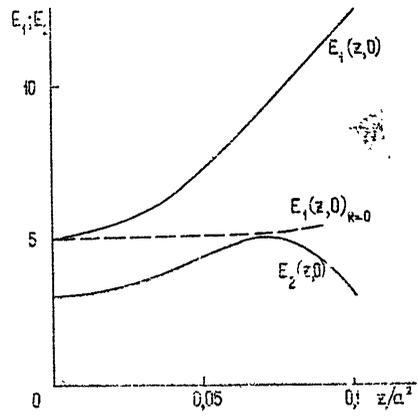


Рис. 2.

Рис. 1. Амплитудное распределение в проходящем и отраженном пучках в начале и конце слоя при  $P_1 = 6,8 P_{кр}$ ,  $R = 0,25$ ,  $a^2/L = 10$  (пунктир—структура проходящего пучка в конце слоя при  $R = 0$ ).

Рис. 2. Амплитуды прямого и отраженного пучков как функции расстояния от начала слоя при  $a^2/L = 10$ ,  $R = 0,25$ ,  $P_1/P_{кр} = 6,8$  (пунктир — та же зависимость при  $R = 0$ ).

На рис. 2 показана зависимость амплитуды поля падающего и отраженного пучков от координаты вдоль слоя пучка при  $P_1/P_{кр} = 6,8$ ,  $R = 0,25$  и  $a^2/L = 10$ . Интенсивность поля на оси в падающем пучке растет при  $R \neq 0$  значительно быстрее, чем при  $R = 0$ ; интенсивность отраженного пучка испытывает колебания.

Увеличение интенсивности поля на оси пучка на конце слоя в зависимости от  $P_1/P_{кр}$  при различных коэффициентах отражения и  $a^2/L = 10$  иллюстрируется рис. 3. Для увеличения поля в конце слоя до тех же интенсивностей, что без отражения, требуется мощность существенно меньше (при  $R = 0,2$  меньше в два раза).

\* При  $R = 0,25$ ,  $a^2/L = 10$  и превышениях мощности над критической ( $P_1 < 6,8 P_{кр}$ ) процесс сходится после нескольких итераций. При повышении мощности процесс не сходил (при  $P_1 > 6,8 P_{кр}$ ), что объясняется, по-видимому, недостаточной точностью пересчета полей по слою. Сходимость метода требует исследования, которая усложняется отсутствием доказательств единственности решения (1).

Приведенные расчеты свидетельствуют о том, что безабберационное приближение [3], которое дает качественно верное описание при отсутствии отражений, даже в случае слабого отражения искажает картину взаимодействия пучков. Результаты безабберационного приближения имеет смысл рассматривать только при интерпретации ширины пучков как усредненных [4].

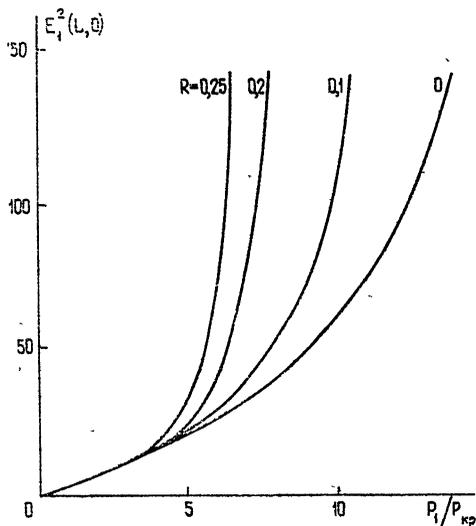


Рис. 3. Зависимость интенсивности проходящего пучка на оси в конце слоя от мощности при разных коэффициентах отражения и  $a^2/L = 10$ .

5. Исследовалось взаимодействие встречных пучков при отражении от слегка наклонной плоскости. В этом случае рассматривались двумерные пучки, удовлетворяющие системе

$$\frac{\partial^2 E_1}{\partial x^2} - 2i \frac{\partial E_1}{\partial z} + (|E_1|^2 + 2|E_2|^2) E_1 = 0,$$

$$\frac{\partial^2 E_2}{\partial x^2} + 2i \frac{\partial E_2}{\partial z} + (|E_2|^2 + 2|E_1|^2) E_2 = 0$$

при коэффициенте  $R = |R| e^{i\beta x}$ , где  $\beta$  выражается через угол  $\alpha$  между пучками при отражениях и безразмерную ширину пучка  $\beta = \alpha a$ . Структура амплитуд полей прошедшей и отраженной волн при входном гауссовом пучке  $E_1(0, x) = E_1^0 \exp(-x^2/2)$  для  $R = 0,2$  и значений  $a^2/L = 10$ ,  $\beta = 0; 10$ ,  $E_1^{(0)} = 6$  показана на рис. 4. Взаимодей-

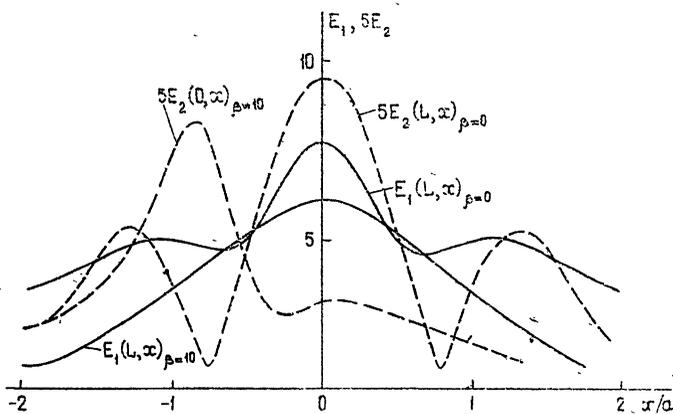


Рис. 4. Амплитудное распределение на концах слоя в проходящем и отраженном пучках для двух углов наклона отражающей поверхности при  $E_1^0 = 6$  и  $a^2/L = 10$ .

ствие проявляется в распаде пучка на отдельные слои. Характерные масштабы слоев совпадают с размерами наиболее быстрорастущих возмущений в плоской волне [3]. Взаимодействием встречных волн можно пренебречь, если отличие угла между ними

от  $\pi$  становится больше граничного угла  $\beta_{гр}$  между плоскими волнами малой амплитуды, которые еще экспоненциально нарастают в поле сильных волн

$$\beta_{гр} \approx \tilde{E}_1^0 \sqrt{\epsilon'} (1 + |R|^2 + \sqrt{(1 + |R^2|)^2 + 12|R^2|})^{1/2}.$$

В заключение укажем, что аналогичным методом могут быть решены и другие задачи, где существенна поперечная структура встречных пучков.

Автор выражает благодарность В. И. Таланову за критические замечания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Таланов, Аннотации докладов, представленных на III Всесоюзный симпозиум по нелинейной оптике, Ереван, 1967.
2. В. И. Таланов, Письма в ЖЭТФ, 11, 303 (1970).
3. А. Г. Литвак, Г. М. Фрайман, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 15, № 9, 1341 (1972).
4. С. Н. Власов, В. А. Петрищев, В. И. Таланов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 14, № 9, 1353 (1971).
4. В. И. Беспалов, В. И. Таланов, Письма в ЖЭТФ, 3, 471 (1966).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию  
1 августа 1974 г.

УДК 621.371

### УСКОРЕННО ДВИЖУЩАЯСЯ ГРАНИЦА КАК «ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ ЛИНЗА»

Л. А. Островский

В настоящем сообщении кратко обсуждается один своеобразный эффект, возникающий при взаимодействии волны с неравномерно движущейся границей раздела двух диспергирующих сред. Хорошо известно, что движение границы приводит к доплеровскому изменению частоты, различному для отраженной и прошедшей волн и зависящему от скорости границы. Ясно, что при неравномерном движении границы эти волны будут частотно-модулированными (ЧМ), даже если падающая волна монохроматична. Для диспергирующих сред это обстоятельство оказывается интересным по следующей причине: дисперсия создает возможность сжатия ЧМ волн (аналогичного компрессии ЧМ импульсов в дисперсионной линии задержки). В одномерном случае такой процесс удобно представить как сближение отдельных участков (волновых групп), движущихся с различными групповыми скоростями, определяемыми локальным значением частоты [1]. При определенном законе модуляции траектории групп на плоскости  $x, t$  (пространственно-временные лучи) сходятся в одной точке, как это видно из рис. 1. В результате граница «фокусирует» излучение в пространстве-времени, играя роль линзы (для прошедшей волны) или фокусирующего зеркала (для отраженной).

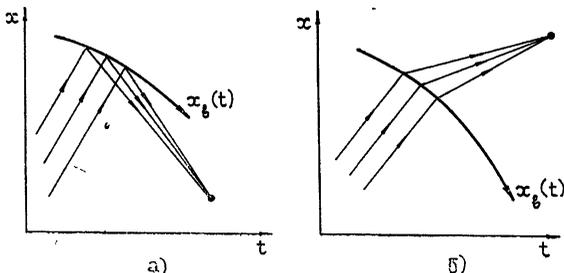


Рис. 1.

Чтобы определить закон изменения скорости границы  $V(t)$ , необходимой для такой фокусировки, ограничимся для простоты нерелятивистским случаем  $V \ll v_{ф}, v_{гр}$ .

где  $v_{\phi}$ ,  $v_{гр}$  — наименьшие в данной задаче значения фазовой и групповой скоростей волны. Частоты волн в одномерном случае находятся, как обычно, из условия непрерывности функций  $\omega = V\tilde{k}(\omega)$  для всех волн на границе. Если  $V$  мало, то изменения частоты на границе также малы:

$$\omega_s - \omega_l = \Delta(x_b) = V(t)(\tilde{k}_s - k_l), \quad (1)$$

где  $x = x_b(t)$  — траектории границы ( $\dot{x}_b = V$ ), индекс  $i$  относится к падающей волне, а  $s$  — к каждой из вторичных волн (прошедшей или отраженной);  $\tilde{k}_s = k_s(\omega_i)$ .

Пусть рассматриваемые волны имеют вид импульсов (волновых пакетов) с длительностями  $T_s$ . Как известно, при малых девиациях оптимальное сжатие реализуется в том случае, когда частота волны в фиксированной точке модулирована линейно, а именно [1]

$$\Delta(x, t) = \frac{\Delta_0 + (\Delta_m/T)(t - x/v_{гр})}{1 - x/x_*}, \quad (2)$$

где  $\Delta_0$ ,  $\Delta_m$ ,  $T$  — параметры импульса при  $x = 0$ , причем длительность импульса равна  $T/(1 - x/x_*)$ , а координата наибольшего сжатия  $x_* = Tv_{гр}^2/\Delta_m \frac{dv_{гр}}{d\omega}$ ; значение  $v_{гр}$  берется при  $\omega = \omega_l$ . В окрестности точки  $x_*$  формула (2), разумеется, применима, однако она правильно описывает процесс сжатия.

Приравняв выражения (1) и (2) при  $x = x_b(t)$ , учтем, что  $V$  мало. Тогда если  $x_b(0) = 0$ , а  $T$  — время движения границы, то  $x_b(t) \ll v_{гр} t$  на протяжении всего процесса, и  $x_b(t) \ll x_*$ . В результате имеем

$$V(t) = \frac{\Delta_0 + \Delta_m t/T}{\tilde{k}_s - k_l} \quad (0 < t < T). \quad (3)$$

Следовательно, в этом приближении движение границы должно быть равноускоренным. Параметры  $\Delta_m$  и  $T$  здесь произвольны, однако дальнейшее существенное сжатие возможно только при  $\Delta_m T \gg 1$  (когда общий фазовый сдвиг на протяжении волны существенно превышает  $\pi$ ). Согласно (3), это означает, что за время  $T$  граница должна пройти расстояние, много большее длины волны, т. е. процесс должен быть достаточно длительным.

Эффект сжатия возможен как для прошедшей, так и для отраженной волн. В последнем случае в (3) можно положить  $\tilde{k}_s = -k_l$ , а условием сжатия является  $\Delta_m \frac{dv}{d\omega} > 0$ , т. е. требуемое направление ускорения границы по отношению к падающей волне (знак  $\dot{V}$ ) зависит от характера дисперсии среды. Именно, при  $\frac{dv_{гр}}{d\omega} > 0$  граница должна ускоряться навстречу падающей волне, а при  $\frac{dv_{гр}}{d\omega} < 0$  — ускоряться в направлении распространения этой волны. Для прошедшей волны эти направления зависят еще от знака разности  $k_s - k_l$ .

На рис. 1 а, б показаны траектории групп при фокусировке соответственно отраженной и прошедшей волн для случая встречного движения границы и падающей волны. Заметим, что рассмотренный выше случай равноускоренного движения границы отвечает безаберрационной фокусировке в обычных линзах.

Рассмотренные здесь эффекты могут быть реализованы, например, для радиоволн в линзах с нелинейными параметрами. Кроме того, спорадические «пространственно-временные линзы» могут, вероятно, возникать в космических условиях.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Островский, Радиотехника и электроника, 10, 1176 (1965).