ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XVIII, № 2 РАДИОФИЗИКА 1975

УДК 621.385.6

ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ МЦР-МОНОТРОНА. I

М. И. Петелин, В. К. Юлпатов

Изложена линейная теория однорезонаторного мазера на циклотронном резонансе, позволяющая анализировать его стартовые условия при любых допустимых в эксперименте распределениях полей в резонаторе и учитывать разброс параметров электронного пучка. Рассмотрены некоторые общие свойства стартовых соотношений.

МЦР-монотрон представляет собой однорезонаторный автогенератор, относящийся к классу мазеров на циклотронном резонансе (МЦР)—сверхвысокочастотных вакуумных электронных приборов, основанных на индуцированном циклотронном излучении электронов (см. обзор [1]).

Первоначально линейная теория МЦР-монотрона строилась либо при условии медленного (по сравнению с процессом установления колебаний) пролета электронов через резонатор [2], что, как правило, не оправдано, либо без учета деталей структуры поля [3, 4]. Позднее [5–8] были рассмотрены некоторые модели с удобными для вычислений распределениями высокочастотных полей. Выявив ряд особенностей поведения МЦР-монотрона в стартовом режиме, эти работы дали возможность ориентировочно рассчитывать экспериментальные генераторы [3, 9, 7].

Изложенная в данной работе линейная теория МЦР-монотрона позволяет анализировать его стартовые условия при любых допустимых с практической точки зрения распределениях поля в резонаторе, а также учитывать разброс скоростей и координат центров вращения электронов. Рассмотрение проведено для редкого спектра высокодобротных мод резонатора, когда возможно резонансное возбуждение отдельной моды или небольшого числа вырожденных и близких к вырождению мод.

1. ВОЗБУЖДЕНИЕ РЕЗОНАТОРА ПОТОКОМ ЭЛЕКТРОНОВ, ДВИЖУЩИХСЯ ПО КРИВОЛИНЕЙНЫМ ТРАЕКТОРИЯМ

Пренебрегая возбуждением нерезонансных мод и полем пространственного заряда электронного потока, представим высокочастотное поле $\boldsymbol{E}, \boldsymbol{H}$ в резонаторе линейной комбинацией полей $\boldsymbol{E}_s, \boldsymbol{H}_s$ конечного числа высокодобротных мод, собственные частоты которых ω_s близки к частоте ω тока, возбуждающего резонатор ($|\omega - \omega_s| \ll \omega_s$):

$$\boldsymbol{E} = \mathrm{Re}\left\{e^{i\omega t} \sum_s A_s \boldsymbol{E}_s\right\}, \quad \boldsymbol{H} = \mathrm{Re}\left\{e^{i\omega t} \sum_s A_s \boldsymbol{H}_s\right\}. \tag{1}$$

Согласно [10]

$$A_s = -\frac{a_s}{2i(\omega - \omega_s) + \omega_s Q_s^{-1}}, \quad a_s = \left(\frac{4\pi}{V}\right) \int_V \boldsymbol{j}^{\omega} \boldsymbol{E}_s^* dV, \tag{2}$$

где $\boldsymbol{j}^{\omega}$ — комплексная амплитуда переменной составляющей плотности тока j в пучке, Q_s — добротность s-й моды. Функции E_s, H_s предполагаются нормированными на объем резонатора V:

$$\int\limits_V |E_s|^2 dV = \int\limits_V |H_s|^2 dV = V.$$

Переменную составляющую плотности тока в односкоростном электронном пучке можно выразить через плотности дипольного P и магнитного M моментов [11]:

$$j = \frac{\partial P}{\partial t} + c \operatorname{rot} M,$$

где M и P связаны между собой, $M = \left[P \frac{v^{(0)}}{c}\right]$, и с малыми смещениями электронов $r^{(1)}$, которыми обусловлен переменный ток: $P = \rho^{(0)} r^{(1)}$. Здесь $v^{(0)}$, $\rho^{(0)}$ — скорость электронов и плотность заряда в пучке при отсутствии переменного тока, c — скорость света в вакууме.

Эти соотношения, а также тождество $E_s^* \operatorname{rot} M = \operatorname{div}[M E_s^*] + M \operatorname{rot} E_s^*$ и уравнение $\operatorname{rot} E_s = -i(\omega_s/c) H_s$ позволяют записать a_s как

$$a_s = i\omega_s \left(\frac{4\pi}{V}\right) \int\limits_V (P^{\omega} E_s^* + M^{\omega} H_s^*)\, dV \tag{3}$$

или

$$a_s = i\omega_s \left(\frac{4\pi}{V}\right) \int\limits_V (P^{\omega} G_s^*)\, dV, \quad G_s = E_s + \left[\frac{v^{(0)}}{c} H_s\right]. \tag{4}$$

Значок ω при P и M означает, что в (3) и (4) входят их комплексные амплитуды. В (3) учтена близость ω к ω_s и равенство $[E_s n] = 0$ на поверхности объема V (n — нормаль к поверхности), справедливое, в частности, для идеально проводящей поверхности.

В (4) перейдем к интегрированию по траектории невозмущенного движения электронов, а затем воспользуемся связью элемента длины траектории Λ с временем пролета по ней τ: $d\Lambda = v^{(0)} d\tau$, $v^{(0)}$ — величина скорости электронов. Для тонкого (в масштабе неоднородности функций E_s, H_s) пучка будем иметь

$$a_s = i\omega_s I \left(\frac{4\pi}{V}\right) \int (r^{\omega} G_s^*)\, d\tau. \tag{5}$$

В (5) I — постоянная составляющая тока пучка, не зависящая от τ; r^{ω} — комплексная амплитуда вектора $r^{(1)}$. Такой же результат нетрудно получить и с использованием методики работы [2].

Как и в [2], (5) легко обобщить на поток с произвольным стационарным распределением электронов по координатам и скоростям, введя нормированную на единицу функцию распределения тока по траекториям электронов $w(\gamma)$:

$$a_s = i\omega_s I \left(\frac{4\pi}{V}\right) \int \left[w(\gamma) \int (r^{\omega} G_s^*)\, d\tau\right] d\gamma. \tag{5a}$$

Совокупность интегралов движения γ (не содержащая интеграла, аддитивного времени) характеризует траектории электронов в пучке при отсутствии в нем переменного тока.

2. СТРУКТУРА ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ПОЛЯ В РЕЗОНАТОРЕ МЦР-МОНОТРОНА

Будем считать, что резонатор МЦР-монотрона представляет собой открытый с обоих концов отрезок слабонерегулярного волновода (рис. 1), длина которого L значительно превосходит рабочую длину волны λ ($L \gg \lambda$). Наибольшей добротностью в таком резонаторе обладают моды с наибольшим—порядка L—продольным размером неоднородности поля l, т. е. моды, которые образованы волнами, имеющими малую групповую скорость в продольном направлении ($v_{гр} \ll c$) и претерпевающими относительно большие отражения от концов резонатора [12]. Поскольку фазовая скорость этих волн значительно превосходит скорость света ($v_ф \gg c$), резонансное взаимодействие с ними винтовых электронных пучков обусловлено главным образом фазовой (поперечной) группировкой электронов. Кроме того, при малых поступательных скоростях электронов ($v_z^{(0)} \ll c$) и, в частности, при нерелятивистских скоростях ($v^{(0)} \ll c$) поперечно-магнитные (ТМ) моды резонатора существенно уступают поперечно-электрическим (ТЕ) модам по эффективности взаимодействия с электронными потоками [13].

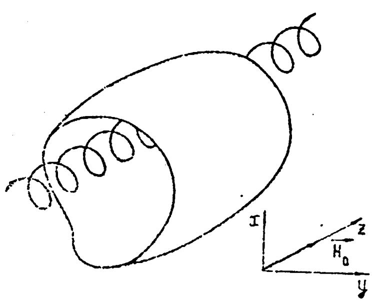

Рис. 1. Резонатор МЦР-монотрона с винтовым электронным пучком.

Электромагнитное поле ТЕ-моды с точностью до членов порядка $c/v_ф$ имеет вид [10, 14]

$$E_s = (c/\omega_s)\,[\nabla_\perp \Phi_s z_0], \quad H_s = i\,\Phi_s z_0, \tag{6}$$

где $\Phi_s = \Psi_s(x, y, z) f_s(z)$. Функция $\Psi_s(x, y, z)$, определяющая поперечную структуру поля, удовлетворяет уравнению мембраны $\Delta_\perp \Psi_s + \varkappa_s^2 \Psi_s = 0$ с граничным условием $\dfrac{\partial \Psi_s}{\partial n} = 0$ на боковой поверхности резонатора (n— нормаль к поверхности). Так как последняя предполагается слабонерегулярной, зависимостью $\Psi_s(x, y, z)$ от z можно пренебречь:

$$\Phi_s(x, y, z) = \Psi_s(x, y) f_s(z). \tag{7}$$

Собственное значение $\varkappa_s^2(z)$ мембранного уравнения входит в уравнение неоднородной струны [14]

$$\frac{d^2 f_s}{dz^2} + \left[\left(\frac{\omega_s}{c}\right)^2 - \varkappa_s^2(z)\right] f_s = 0, \tag{8}$$

которому удовлетворяет функция $f_s(z)$; при отыскании продольной структуры поля в высокодобротном резонаторе (но не при определении его дифракционной добротности) функцию $f_s(z)$ на концах резонатора можно положить равной нулю (более подробно см. [12]).

Если представить $f_s(z)$ в виде интеграла Фурье,

$$f_s(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}_s(h)\, e^{ihz}\, dh, \tag{9}$$

используя преобразование

$$\tilde{f}_s(h) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f_s(z)\, e^{-ihz} dz,$$

поле (6) можно рассматривать как набор плоских неоднородных лн, имеющих тот же вид, но с $\Phi_s = \Psi_s(x, y)\tilde{f}_s(h)e^{ihz}$. В свою очедь, каждую из этих волн, используя интегральное представление мемианной функции [15]

$$\Psi_s(x, y) = \int_{-\pi}^{\pi} \psi_s(\vartheta)\, e^{i\varkappa_s(x\cos\vartheta + y\sin\vartheta)}\, d\vartheta, \tag{10}$$

ожно рассматривать как суперпозицию плоских однородных волн, спространяющихся (в силу $v_ф \gg c$) почти перпендикулярно направлению волновода.

В дальнейшем при анализе воздействия переменного поля на вращающиеся электроны удобно использовать фурье-разложение функции $\Psi_s(x, y)$ по гармоникам угловой переменной θ полярной системы координат r, θ с центром в некоторой произвольной точке X, Y:

$$\Psi_s = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Psi_{sk}(X, Y, r)\, e^{-ik\theta}. \tag{11}$$

Коэффициент этого ряда

$$\Psi_{sk} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \Psi_s(x, y)\, e^{ik\theta}\, d\theta,$$

используя (10), а также связь декартовых и полярных координат $x = X + r\cos\theta$, $y = Y + r\sin\theta$, можно записать в виде произведения двух интегралов:

$$\Psi_{sk} = J_k(\varkappa_s r)\, L_k(X, Y), \tag{12}$$

первый из которых,

$$J_k(\varkappa_s r) = \frac{(-i)^k}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{i\varkappa_s r\cos\xi + ik\xi}\, d\xi \qquad (\xi = \theta - \vartheta),$$

является функцией Бесселя k-го порядка, а второй,

$$L_k = i^k \int_{-\pi}^{\pi} \psi_s(\vartheta)\exp\left[i\varkappa_s(X\cos\vartheta + Y\sin\vartheta) + ik\vartheta\right] d\vartheta,$$

может быть вычислен действием дифференциального оператора на функцию $\Psi_s(X, Y)$:

$$L_k = \left(\frac{k}{|k|}\right)^k \left[\varkappa_s^{-1}\left(\frac{\partial}{\partial X} + i\frac{k}{|k|}\frac{\partial}{\partial Y}\right)\right]^{|k|} \Psi_s(X, Y). \tag{13}$$

Следует отметить, что любая из функций $J_k(\varkappa_s r)\, e^{-ik\theta}$ в отдельности является решением мембранного уравнения $\Delta_\perp \Psi_s + \varkappa_s^2 \Psi_s = 0$.

Таким образом, поле (6) может быть представлено в виде линейной комбинации полей, каждое из которых описывается формулой (6) с $\Phi_s = f_s(z)\, J_k(\varkappa_s r)\, e^{-ik\theta}$, т. е. обладает вращающейся структурой, причем угловая частота вращения равна ω/k.

3. ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ В МЦР-МОНОТРОНЕ

Движение электронов будем описывать уравнением

$$\frac{d}{dt}(m\dot{r}) + \frac{e}{c}[\dot{r}H_0] = -eG,$$

где $m = m_0 (1 - \dot{r}^2/c^2)^{-1/2}$, m_0 — масса покоя электрона, $-e$ — его заряд, $H_0 = H_0 z_0$ — статическое магнитное поле, $-eG$ — высокочастотная сила Лорентца,

$$G = \mathrm{Re}\,\{ e^{i\omega t} \sum_s A_s G_s \}.$$

В отсутствие высокочастотного поля электроны движутся по винтовым траекториям:

$$r^{(0)} = a = v_\perp/\omega_H, \quad \theta^{(0)} = \omega_H \tau + \theta_0, \quad z^{(0)} = v_\parallel \tau.$$

Здесь r, θ, z — цилиндрические координаты ($r = 0$ — ось траектории), $v_\perp$ и $v_\parallel$ — поперечная и продольная по отношению к однородному магнитному полю H_0 составляющие скорости электрона $v^{(0)} = \dot{r}^{(0)}$,

$$\omega_H = \frac{eH_0}{m_0 c}(1 - \beta^2)^{1/2}$$

— циклотронная частота, a — радиус ларморовской орбиты, $\beta = v^{(0)}/c$.

Комплексная амплитуда силы Лоренца, действующей на электрон со стороны s-й моды, согласно (6), (7), представляет собой произведение

$$G_s = G_{s0}(x^{(0)}, y^{(0)})\, f_s(z^{(0)}), \tag{14}$$

где

$$G_{s0} = r_0 \left[(c/\omega)(\nabla \Psi_s)_\theta + i\beta_\perp \Psi_s\right] - \theta_0 (c/\omega)(\nabla \Psi_s)_r,$$

r_0 и θ_0 — единичные орты цилиндрической системы координат r, θ, z.

Векторную функцию G_{s0} разложим в ряд Фурье:

$$G_{s0} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} G_{sk}\, e^{-ik\theta^{(0)}}, \tag{15}$$

где в соответствии с (11), (12)*

$$\begin{aligned} G_{s\theta k} &= -L_k(X, Y)\frac{dJ_k(\varkappa_s a)}{d(\varkappa_s a)}, \\ G_{srk} &= iL_k(X, Y)\left(\beta_\perp - \frac{k}{\varkappa_s a}\right) J_k(\varkappa_s a), \end{aligned} \tag{16}$$

а интеграл Фурье (9) для функции, описывающей продольное распределение поля в резонаторе, преобразуем к виду

$$\begin{aligned} f_s(z^{(0)}) &= \int_{-\infty}^{\infty} \bar{f}_s(\Omega)\, e^{i\Omega\tau}\, d\Omega, \\ \Omega &= hv_\parallel, \quad \bar{f}_s(\Omega) = v_\parallel \tilde{f}_s(h). \end{aligned} \tag{17}$$

Смещение электрона со стационарной траектории, обусловленное переменной силой малой амплитуды, можно искать в виде

$$r^\omega = \sum_s A_s R_s(\tau), \tag{18}$$

---

* Выражения для G_{sk} с точностью до постоянного множителя совпадают с аналогичными выражениями, выведенными в Приложениях 1 и 2 работы [16], если в последних осуществить переход $v_\phi/c \to \infty$.

где комплексная функция $R_s(\tau)$ имеет структуру, сходную со структурой комплексной амплитуды силы Лоренца (14), (15):

$$R_s = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\overline{f}_s(\Omega)\, e^{i\Omega\tau} \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_{sk}(\Omega)\, e^{-ik\vartheta^{(0)}} \right] d\Omega. \tag{19}$$

Используя соотношение (12) работы [17], опуская малые члены, описывающие продольную группировку электронов, для $r_{sk}(\Omega)$ имеем

$$\begin{gathered} r_{sk} = \frac{e}{m} \frac{G_{srk}\,\Delta\omega'_k - iG_{s\theta k}\,\omega_H}{\Delta\omega'_{k-1}\,\Delta\omega'_k\,\Delta\omega'_{k+1}}, \\ a^{()}_{sk} = \frac{e}{m}\left[\frac{iG_{srk}\,\omega_H + G_{s\theta k}\,\Delta\omega'_k}{\Delta\omega'_{k-1}\,\Delta\omega'_k\,\Delta\omega'_{k+1}} - \frac{G_{s\theta k}\,\beta_\perp^2}{(\Delta\omega'_k)^2} \right], \\ \Delta\omega'_k = \Omega + \Delta\omega_k, \quad \Delta\omega_k = \omega - k\,\omega_H. \end{gathered} \tag{20}$$

Здесь члены с резонансными знаменателями $\Delta\omega'_k$ соответствуют линейной, а с резонансными знаменателями $(\Delta\omega'_k)^2$ — квадратичной группировке электронов.

4. СТАРТОВЫЙ РЕЖИМ МЦР-МОНОТРОНА

Подстановка выражений для координат электронов (18) в формулы возбуждения резонатора электронным потоком (2), (5а) приводит к системе однородных линейных уравнений относительно комплексных амплитуд A_s собственных мод резонатора

$$\sum_s \left[\delta_{ss'} + \frac{4\pi\omega_s\,\chi_{ss'}}{2(\omega-\omega_s) - i\,\omega_s\,Q_s^{-1}} \right] A_s = 0, \tag{21}$$

где $\delta_{ss'}$ — символ Кронекера,

$$\chi_{ss'} = \frac{I}{V} \int \left[w(\gamma) \int (R_{s'}, G_s^*)\, d\tau \right] d\gamma \tag{22}$$

— эффективный тензор восприимчивости электронного потока.

В связи с тем, что характерный продольный размер неоднородности поля у высокодобротных мод резонатора существенно превышает рабочую длину волны ($l \gg \lambda$), ширина спектра высокочастотной силы, действующей на электрон, $\overline{\Delta\Omega} \sim v_\parallel / l$ мала по сравнению с рабочей частотой ω:

$$\overline{\Delta\Omega} \ll \omega.$$

Поэтому подынтегральное выражение в $\chi_{ss'}$ имеет достаточно большую величину лишь тогда, когда частота ω близка к одной из гармоник циклотронной частоты:

$$|\Delta\omega_n| = |\omega - n\,\omega_H| \ll \omega_H. \tag{23}$$

Опуская в $(R_{s'}, G_s^*)$ нерезонансные члены, имеем

$$(R_{s'}, G_s^*) = \frac{e/m}{2\pi^2} f_s^*(z^{(0)}) \int_{-\infty}^{\infty} \overline{f}_{s'}(\Omega) \left[\frac{M_{ss'}}{\omega_H\,\Delta\omega'_n} - \frac{O_{ss'}}{(\Delta\omega'_n)^2} \right] e^{i\Omega\tau}\, d\Omega,$$

$$O_{ss'} = 2\pi^2\beta_\perp^2\, G_{s'\theta n}\, G^*_{s\theta n},$$

$$M_{ss'} = \pi^2 \left[(S_{ss'})_{n-1} - (S_{ss'})_{n+1} + (T_{ss'})_{n+1} - 2(T_{ss'})_n + (T_{ss'})_{n-1} \right],$$
$$(S_{ss'})_k = G_{s'\theta k} G^*_{s\theta k} + G_{s'rk} G^*_{srk},$$
$$(T_{ss'})_k = i \left(G_{s'rk} G^*_{s\theta k} - G_{s'\theta k} G^*_{srk} \right). \tag{24}$$

Следуя терминологии, принятой в литературе по высокочастотной электронике, можно считать, что коэффициенты $O_{ss'}$ и $M_{ss'}$ характеризуют соответственно эффективность взаимодействий типов «О» и «М» между высокочастотным полем и электронным потоком.

Используя (16) и (13), можно выразить коэффициенты $O_{ss'}$ и $M_{ss'}$ непосредственно через производные мембранных функций в точках, совпадающих с координатами осей электронных траекторий. В частном случае, когда электронный поток взаимодействует с невырожденной модой резонатора,

$$O_{ss} = 2\pi^2 \beta_\perp^2 (J'_n)^2 |L_n|^2,$$
$$M_{ss} = \pi^2 \left[(1 - \beta_\perp^2)(J^2_{n-1} - J^2_{n+1}) |L_n|^2 + \right. \tag{25}$$
$$\left. + (J_n - \beta_\perp J_{n-1})^2 |L_{n-1}|^2 - (J_n - \beta_\perp J_{n+1})^2 |L_{n+1}|^2 \right].$$

Здесь J_k — функция Бесселя с аргументом $\varkappa_s a$, J'_k — ее производная.

Считая высокочастотное поле вне резонатора равным нулю, интегрирование по τ в выражении (22) можно распространить на интервал от $-\infty$ до ∞. Используя представление $f_s(z^{(0)})$ в виде интеграла Фурье (17), с учетом соотношения $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \exp[i(\Omega + \Omega')\tau]\, d\tau = 2\pi\delta(\Omega + \Omega')$ имеем

$$\int (R_{s'} G^*_s)\, d\tau = \frac{e/m}{\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \overline{f}_{s'}(\Omega) \overline{f}^*_s(\Omega) \left[\frac{M_{ss'}}{\omega_H \Delta\omega'_n} - \frac{O_{ss'}}{(\Delta\omega'_n)^2} \right] d\Omega =$$
$$= \frac{e}{m} \left(\frac{M_{ss'}}{\omega_H} + O_{ss'} \frac{d}{d\omega} \right) \eta_{ss'},$$

где

$$\eta_{ss'} = \frac{1}{\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\overline{f}_{s'} \overline{f}^*_s}{\Delta\omega'_n}\, d\Omega.$$

Поскольку выражения для смещений электронов (20) справедливы при $\mathrm{Im}\,\omega \leqslant 0$, интегрирование в комплексной плоскости Ω должно производиться по контуру, лежащему в основном на действительной оси, но огибающему снизу полюс подынтегрального выражения в точке $\Omega = -\Delta\omega_n$:

$$\eta_{ss'} = i \left(\overline{f}_{s'} \overline{f}^*_s \right)_{\Omega = -\Delta\omega_n} + 2 D_{ss'}(-\Delta\omega_n). \tag{26}$$

Здесь

$$D_{ss'}(\overline{\Omega}) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\overline{f}_{s'}(\Omega) \overline{f}^*_s(\Omega)}{\Omega - \overline{\Omega}}\, d\Omega \tag{27}$$

— интеграл в смысле главного значения.

Окончательно для элементов тензора восприимчивости электронного потока имеем

$$\chi_{ss'} = \frac{eI}{mV}\int w(\gamma)\left(\frac{M_{ss'}}{\omega_H} + O_{ss'}\frac{d}{d\omega}\right)\eta_{ss'}\,d\gamma. \qquad (28)$$

Существенно, что подынтегральное выражение не зависит от θ_0. Это является следствием пренебрежения нерезонансными членами в выражениях для высокочастотных смещений электронов. Таким образом, изменение распределения электронов по фазам влета в резонатор при фиксированном распределении их по $v_{\parallel}$, $v_{\perp}$, X, Y не приводит к изменению резонансной восприимчивости электронного потока.

Система уравнений (21) имеет нетривиальное решение при условии

$$\det\left\|\delta_{ss'} + \frac{4\pi\omega_s\chi_{ss'}}{2(\omega-\omega_s) - i\,\omega_s Q_s^{-1}}\right\| = 0. \qquad (29)$$

Если параметры резонатора и электронного потока заданы, соотношение (29) определяет частоту поля, которая в общем случае является комплексной. Однако наибольший практический интерес представляет отыскание величины электронного тока, необходимой для самовозбуждения автоколебаний МЦР-монотрона. В частности, если возбуждаемая мода является невырожденной, незатухающие колебания с действительной частотой (стартовый режим) имеют место при условиях

$$Q_s^{-1} = 4\pi\chi''_{ss}, \qquad \frac{\omega-\omega_s}{\omega_s} = -2\pi\chi'_{ss}, \qquad (30)$$

где χ'_{ss} и χ''_{ss} — действительная и мнимая части восприимчивости. Если вместо эффективной восприимчивости ввести эффективную проводимость электронного потока $\sigma = i\omega\chi_{ss}$, то соотношения (30) становятся эквивалентными приведенным в обзоре [1] (формулы (3), (1б)) условиям самовозбуждения простейшей модели электронного мазера.

5. НЕКОТОРЫЕ ОБЩИЕ СВОЙСТВА СТАРТОВЫХ СООТНОШЕНИЙ

В заключение целесообразно провести общий анализ соотношений (30), не конкретизируя структуры высокочастотного поля в резонаторе.

Для простоты ограничимся рассмотрением случая, когда невырожденная мода возбуждается потоком электронов, имеющих общую ось вращения и обладающих одинаковыми продольными и поперечными скоростями.

Согласно первому из уравнений (30) незатухающие автоколебания в МЦР-монотроне возможны при $\chi''_{ss} > 0$ ($\mathrm{Re}\,\sigma < 0$), иначе говоря, в случае, когда работа, производимая в среднем высокочастотным полем над электронами, пролетающими через резонатор,

$$\overline{A} = \frac{e}{|I|}\frac{1}{2}\mathrm{Re}\int jE^*\,dV = -\frac{e\omega}{2|I|}V\chi''_{ss}|A_s|^2 \qquad (31)$$

отрицательна. Сравним выражение для работы высокочастотного поля над электронами в МЦР-монотроне (31) с выражением для работы переменного поля над ансамблем возбужденных классических осцилляторов, обладающих одной степенью свободы,

$$\overline{A} = 4\pi^2 n\,\omega_0\frac{d}{d\mathscr{E}}[n\,\omega_0|U(\mathscr{E}, n\,\omega_0)|^2] \qquad (32)$$

— формулой (2.11а) обзора [1], где $n\,\omega_0$ — гармоника собственной частоты осцилляторов $\omega_0(\mathscr{E})$, близкая к средней частоте переменной силы, $\mathscr{E}$ — энергия осциллятора, $U(\mathscr{E}, \Omega)$ — спектральная компонента потенциала переменной силы, действующей на частицы.

Выражение (31) с учетом (28), (26), (25) в общем случае не может быть преобразовано к форме (32) (это следует уже из того, что коэффициенты O_{ss} и M_{ss} представляют собой разные функции координат X, Y). Дело в том, что, хотя при выводе выражения для χ_{ss} и было пренебрежено продольной группировкой электронов, их нельзя рассматривать как осцилляторы с одной степенью свободы: формулы (20) учитывают не только воздействие переменного поля на энергию и фазу вращения электронов, но и возникающий под действием этой силы поперечный дрейф ларморовских орбит.

Последний эффект несуществен, если энергия электронов является слаборелятивистской:

$$\beta^2 \ll 1.$$

Тогда при условии (23) резонансное воздействие на электроны оказывает только синхронная—вращающаяся с частотой ω/n, близкой к частоте вращения электронов ω_H,—азимутальная гармоника высокочастотного поля. Поле этой гармоники (см. (6), (7), (11), (12)), вследствие малости радиуса a электронной орбиты по сравнению с длиной волны $\lambda = 2\pi c/\omega$, имеет в окрестности электронной траектории квазистационарную (потенциальную) структуру; соответственно

$$O_{ss} = \frac{\beta_\perp^2}{2} M_{ss} = 2\pi^2 \beta_\perp^2 \left[\frac{(n\beta_\perp)^{n-1}}{2^n (n-1)!} \right]^2 |L_n(X, Y)|^2 \qquad (33)$$

и выражение (31) может быть записано в форме (32), где $\omega_0 = \omega_H$, $\mathscr{E} = mv_\perp^2/2$ — вращательная энергия электрона,

$$U = \frac{ec}{2\omega_s} [A_s L_n \overline{f}_s (\Delta\omega_n)] \frac{(n\beta_\perp/2)^n}{n!}.$$

Тождество соотношений (31) и (32) при $\beta^2 \ll 1$ позволяет дать выражению для работы высокочастотного поля над электронами, движущимися в однородном магнитном поле, буквально ту же классическую и квантовую интерпретацию, что и для работы переменной силы над ансамблем классических осцилляторов с одной степенью свободы [1]. Более того, классический и квантовый методы, описанные в [1], могут быть использованы и непосредственно для вывода стартовых соотношений слаборелятивистского МЦР-монотрона.

Как следует из (26), (27), тензор восприимчивости электронного потока $\chi_{ss'}$ удовлетворяет соотношениям Крамерса — Кронига [18], являющимся, как известно, следствием принципа причинности. Это дает возможность, определив (классическим или квантовым способом) во всей полосе циклотронного резонанса только работу, производимую высокочастотным полем над электронным потоком, вычислить затем универсальным методом и реактивную составляющую эффективной проводимости электронного потока.

В соответствии с первым из соотношений (30)—уравнением энергетического баланса — при изменении расстройки циклотронного резонанса $\Delta\omega_n$ стартовый ток I принимает наименьшее значение в точке, где χ''_{ss} как функция $\Delta\omega_n$ имеет максимум. При этом второму из уравнений (30), описывающему смещение частоты самовозбуждения МЦР-монотрона относительно собственной частоты резонатора из-за влияния реактивной составляющей восприимчивости электронного потока, можно удовлетворить, подобрав разность $\omega_s - n\omega_{\parallel}$, в экспериментальных условиях это достигается настройкой магнитного поля.

Соглано (30), чем выше добротность моды, тем меньший ток необходим для самовозбуждения колебаний и тем ближе частота самовозбуждения МЦР-монотрона к собственной частоте резонатора.

Более подробный анализ стартовых условий МЦР-монотрона будет приведен во второй части работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Гапонов, М. И. Петелин, В. К. Юлпатов, Изв. высш. уч. зав.— Радиофизика, **10**, № 9—10, 1414 (1967).
2. А. В. Гапонов, В. К. Юлпатов, Радиотехника и электроника, **7**, № 4, 631 (1962).
3. А. В. Гапонов, А. Л. Гольденберг, Д. П. Григорьев, И. М. Орлова, Т. Б. Панкратова, М. И. Петелин, Письма в ЖЭТФ, **2**, № 9, 430 (1965).
4. А. Ф. Курин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **10**, № 8, 1160 (1967).
5. В. А. Жураховский, С. В. Кошевая, Изв. высш. уч. зав. — Радиоэлектроника, **10**, № 11, 1003 (1967).
6. Г. Н. Рапопорт, С. В. Кошевая, Т. А. Грязнова, Изв. высш. уч. зав. — Радиоэлектроника, **11**, № 9, 936 (1968).
7. A. H. W. Beck, Proc. IEE, **120**, № 2, 197 (1973).
8. А. И. Костиенко, Ф. А. Королев, Вестник МГУ, Физ., Астрон., № 1, 48 (1973).
9. Ф. А. Королев, А. Ф. Курин, Радиотехника и электроника, **15**, № 10, 2141 (1970).
10. Л. А. Вайнштейн, Электромагнитные волны, изд. Сов. радио, М., 1957.
11. D. L. Bobroff, IRE Trans., **ED-6**, № 1, 68 (1959).
12. С. Н. Власов, Г. М. Жислин, И. М. Орлова, М. И. Петелин, Г. Г. Рогачева, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **12**, № 8, 1236 (1969).
13. А. В. Гапонов, В. К. Юлпатов, Радиотехника и электроника, **12**, № 4, 627 (1967).
14. Б. З. Каценеленбаум, Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами, изд. АН СССР, М., 1961.
15. Э. Т. Уиттекер, Дж. Н. Ватсон, Курс современного анализа, ч. II, Физматгиз, М., 1963.
16. И. И. Антаков, А. В. Гапонов, В. К. Юлпатов, Вопросы радиоэлектроники, сер. 1, Электроника, № 12, 33 (1965).
17. А. В. Гапонов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **4**, № 3, 547 (1961).
18. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, Физматгиз, М., 1959.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию 24 сентября 1973 г.

THE LINEAR THEORY OF THE CYCLOTRON RESONANCE MONOTRON. I

M. I. Petelin, V. K. Yulpatov

The linear theory of a cyclotron resonance maser with a single resonator is set forth. It permits to analyse the starting conditions for arbitrary field distribution in the resonator and to take into account the dispersion of the electron beam parameters. Some general properties of starting relations are considered.