

СОДЕРЖАНИЕ

Задачи подготовки молодых специалистов	1723
Алексеев Б. Ф. Запрещенные переходы в магнитном резонансе (Обзор)	1727
Гельфрейх Г. Б., Снегирев С. Д., Фридман В. М., Шейнер О. А. Исследование магнитных полей солнечного флоккула по радиоастрономическим наблюдениям	1764
Кисляков А. Г., Кротиков В. Д., Щуко О. Б. О диэлектрических свойствах вещества верхнего покрова Марса по результатам наземных измерений его радиоизлучения	1770
Алексеев В. А., Гатэлюк Э. Д., Липатов Б. Н., Никонов В. Н., Сизов А. С., Чикин А. И., Щекотов Б. В. Синхронизация шкал времени в пунктах РСДБ по наблюдениям мазерных источников космического радиоизлучения	1777
Орлов А. Б., Пронин А. Е. Об учете зависимости коэффициента отражения от угла падения волны на ионосферу при расчете СДВ полей на коротких трассах	1786
Овегельдыев О., Келов Г. О некоторых особенностях отражения радиоволн от слоя E_s	1794
Григорьев Г. И. О перемещающихся ионосферных возмущениях, возникающих при работе мощных передатчиков	1801
Благовещенская Н. Ф., Благовещенский Д. В., Курченко Ю. А. Комплексные радиофизические исследования на высокоширотных КВ радиотрассах	1806
Бартенев О. А., Зверев В. В., Новиков Л. Н., Показаньев В. Г. Аномальный сдвиг пересечения энергетических уровней атомов, взаимодействующих с двумя радиочастотными полями	1810
Бурштейн А. И., Темкин С. И. Коллапс вращательной структуры микроволновых спектров	1818
Родионов Я. Г. Об оценке вероятности аномальных ошибок (скачков фазы на $\pm 2\pi$) в следящем фильтре	1826
Солин Н. Н. Применение асимптотических методов теории колебаний к анализу стохастических нелинейных сосредоточенных колебательных систем. II	1831
Мартынов А. М., Мирер И. С. Расчет дифракции света на ультразвуке методом возмущений	1845
Класс В. А., Красильников В. Н. К формальному решению задач дифракции на сферах и цилиндрах с меняющимися во времени радиусами	1855
Вертий А. А., Попенко Н. А., Скрыник Б. К., Шестопалов В. П. Исследование влияния фазовой неоднородности в виде отражательной дифракционной решетки на характеристики генератора дифракционного излучения	1865

Краткие сообщения и письма в редакцию

Апресян Л. О применении уравнения переноса излучения для описания свободного электромагнитного поля	1870
Афанасов С. Г., Ашбель И. Я., Жулковский Б. М., Конетков В. И., Петров С. Г., Чередник В. И., Чириманов А. П. Экспериментальное исследование работы лизковольтного генератора с тормозящим полем при наличии начальной модуляции электронного потока	1874

Информация

Содержание т. XVIII журнала «Известия высших учебных заведений МВ и ССО СССР» по разделу «Радиофизика» за 1975 г.	1876
Именной указатель — т. XVIII журнала «Известия высших учебных заведений МВ и ССО СССР» по разделу «Радиофизика», за 1975 г.	1885

НАВСТРЕЧУ ХХV СЪЕЗДУ КПСС

ЗАДАЧИ ПОДГОТОВКИ МОЛОДЫХ СПЕЦИАЛИСТОВ

Советский народ, завершая IX пятилетку строительства нового общества, идет навстречу ХХV съезду КПСС. Сегодня быть на уровне требований времени — значит мерить свою работу и свои дела мерой, предъявляемой подготовкой к ХХV съезду партии. И уже сегодня, еще до открытия этого очередного съезда Коммунистической партии, можно видеть некоторые задачи, которые будут в центре его внимания. Выступая на заседании, посвященном 50-летию образования Молдавской ССР и создания Коммунистической партии Молдавии, генеральный секретарь ЦК КПСС тов. Л. И. Брежнев говорил: «Каждая из наших пятилеток — это важная веха в истории Родины. Каждая из них по-своему примечательна, несет на себе неповторимые черты своего времени, и каждая навсегда запечатлена в памяти народа. В то же время они неотделимы друг от друга. Это замечательные главы одной великой книги, повествующей о героическом труде нашего народа во имя социализма и коммунизма». И здесь же он дает ответ на вопрос: какой же будет новая глава этой книги. Это должна быть прежде всего пятилетка качества, пятилетка эффективности во имя дальнейшего роста народного благосостояния. Эту особенность новой пятилетки Л. И. Брежнев связывает в первую очередь с соединением успехов современной научно-технической революции с преимуществами социалистической системы хозяйства. В речи, посвященной 250-летию Академии Наук СССР, Л. И. Брежnev указывал: «Социализм и наука неразделимы, и в этом одна из причин победы социализма. Только социализм сделал возможным использование завоеваний науки в интересах народа, позволил раскрыть творческие потенции и таланты, которые в изобилии имеются у каждого народа. И только опираясь на новейшие достижения науки о природе и обществе, можно успешно строить социализм и коммунизм». И далее в том же выступлении он так характеризует роль науки и ученых в развитии как материальных, так и духовных сил социалистического общества, в решении его настоящих и будущих задач. «Наука должна все активнее служить и развитию главной производительной силы общества — развитию самого человека, его способностей и дарований, увеличению пользы, которую он приносит обществу. Ученые призваны активно участвовать в большом деле распространения научного мировоззрения среди самых широких масс трудящихся, содействовать дальнейшему подъему народного образования, физическому, нравственному и эстетическому развитию населения в соответствии с высокими и благородными нормами коммунизма».

В условиях вуза качество работы — это прежде всего качество подготовки молодого специалиста. А качество в деле подготовки молодого специалиста — это его высокая профессиональная квалификация, это овладевание им научным, т. е. коммунистическим мировоззрением и соответствующее ему поведение в жизни. Поэтому проблема качества в деле подготовки специалистов в вузе — это проблема единства обучения и воспитания. Обе эти задачи, можно сказать, совпадают в одной

точке, а именно, в формировании специалиста как творческого работника. Поэтому в условиях научно-технической революции в условиях всеобщего среднего образования в стране важнейшая задача подготовки молодого специалиста предстает как задача: учить учиться. Так сформулировал эту задачу министр высшего и среднего специального образования СССР В. П. Елютин. В своей речи перед участниками встречи студентов социалистических стран он говорил о том, что необходимым качеством современного специалиста является его способность адаптироваться к непрерывно меняющимся условиям деятельности (новые знания, новая техника, новая организация и т. д.). Следовательно, в этом плане решающее значение для него приобретает не столько овладевание суммой конкретных знаний и навыков, сколько выработка способности к их получению и формированию в нужную систему. Поэтому наряду с задачей — передать студентам необходимый объем систематизированных знаний — перед высшей школой выдвигается сейчас на первый план задача — научить мыслить, выработать у студентов способность к самостоятельной активной деятельности, направленной на непрерывное обновление и обогащение научного багажа. Этому подчиняется вся система организации учебного процесса и, прежде всего, самостоятельная работа студентов. Речь идет, таким образом, прежде всего об усилении внимания к развитию у студентов творческого мышления.

С другой стороны, в любую эпоху идеиная убежденность является показателем качества личности. Готовность к пассивному изучению делает человека беспомощным перед чуждым влиянием. «Послушный ум» — это как будто и хорошо, но такой ум можно зарядить любой информацией. Доступность чуждым влияниям является возмездием за неумение самостоятельно мыслить.

Один из аспектов проблемы «учить учиться» заключается в том, что сегодня надо учить не только тех студентов, которые хотят и могут учиться. Задача по отношению ко многим студентам состоит в том, чтобы воспитать, сформировать желание и умение учиться. Но к этому нередко не готовы не только студенты, но и многие преподаватели вузов. Преподаватели вузов в своей массе все еще не могут освоиться с этой объективной необходимостью, с этим велением времени. Но именно такая постановка проблем обучения с очевидностью обнаруживает единство, совпадение обучения и воспитания. В этом случае каждый шаг нравственного формирования, воспитания характера и воли является условием овладения знаниями.

Современный молодой специалист социалистического общества — это твердые коммунистические убеждения, высокие моральные качества и фундаментальные знания. Только в этом случае подготовка специалиста будет соответствовать требованиям научно-технического прогресса и уровню развития нашего общества.

В условиях вуза решение этой проблемы зависит от многих факторов. Прежде всего, нужна единая система преподавания общественных и специальных дисциплин. Специальные, особенно общетеоретические, дисциплины являются не только источником фундаментальных знаний, но и существенным фактором формирования личности студента, его убеждений и нравственных ценностей. Но возможности здесь используются пока далеко не полностью. Сказанное не исключает, а, напротив, предполагает, что социально-политические курсы в деле формирования коммунистической личности занимают особое место. При их изучении дело обучения и воспитания в принципе совпадает. Поэтому проблема сочетания обучения и воспитания в преподавании социально-экономических дисциплин — это проблема качества преподавания этих наук.

Серьезным фактором подготовки современного специалиста является также оптимальное сочетание общетеоретической и специальной подготовки студентов. Единство обучения и воспитания предполагает под-

готовку молодых специалистов как организаторов производства и политических воспитателей коллектива, владеющих научными методами решения организационных и управленческих задач, умеющих использовать свои научные знания в условиях производства.

Вузами в течение IX пятилетки немало было сделано для повышения качества подготовки молодых специалистов. Основой этой работы послужили как решения XXIV съезда партии, так и последующие решения партии и правительства (постановление ЦК КПСС и Совета министров СССР «О мерах по дальнейшему совершенствованию высшего образования в стране», постановление ЦК КПСС «О работе в Московском высшем техническом училище им. Н. Э. Баумана и Саратовском государственном университете им. Н. Г. Чернышевского по повышению идеино-теоретического уровня преподавания общественных наук»).

С одной стороны, был принят ряд мер по повышению профессионального уровня профессорско-преподавательского состава: создана при крупнейших вузах система факультетов повышения квалификации преподавателей (ФПК), широко применяется стажирование преподавателей в исследовательских институтах и на предприятиях; в вузах функционируют университеты марксизма-ленинизма для преподавателей, философские семинары.

С другой стороны, ведется постоянная работа по совершенствованию учебных планов под углом зрения подготовки специалистов широкого профиля, хорошо приспособленных к адаптированию в быстро меняющихся условиях и легко приобретающих узкую специализацию уже в начальном периоде работы на производстве. Перед кафедрами поставлена задача непрерывного обновления учебных программ за счет введения в них новейших научно-технических достижений. Большое внимание уделяется созданию учебной литературы, стоящей на уровне современной науки. Воспитанию молодого специалиста как организатора и руководителя коллектива служат как массовое участие студентов в «трудовых семестрах», так и занятия на факультетах общественных профессий и общественно-политическая практика, совмещаемая с производственной практикой на предприятиях.

Для решения важнейшей задачи — развития у молодых специалистов навыков исследовательской работы, умения творчески мыслить, способности принимать самостоятельные решения — есть много путей. Это участие, начиная с младших курсов, в научных кружках и семинарах, обучение (для естественных и технических специальностей) технике лабораторного эксперимента в учебных лабораториях, выполнение реальных, используемых в практике курсовых и дипломных проектов, организация студенческих конструкторских бюро, самостоятельно выполняющих заказы, предприятий, наконец, воспитание потребности обращаться к научным журналам и умение работать с научной библиографией и справочной литературой.

Весьма эффективным средством формирования творческого мышления студентов является их участие, рядом с научными работниками, в исследовательской работе, выполнение ими, пусть небольших по объему, индивидуальных исследований. Предоставить такую возможность всем студентам и внести выполнение исследовательских заданий в учебные планы пока в состоянии только вузы, располагающие квалифицированными преподавательскими кадрами, хорошей материальной базой и имеющие широкие связи с научными учреждениями и предприятиями промышленности. Расширение круга таких вузов, распространение их опыта является одной из очередных задач высшей школы.

Свое место в решении задач, стоящих перед вузами, должны занять и научные журналы высшей школы. Не снижая требований к научной ценности публикаций журнала, не прекращая работы по привлечению авторов из преподавательской среды, следует постоянно думать о доступности журнала для вступающей в науку молодежи, для студентов. Существенную помощь в этом может оказать систематическая публикация обзорных статей по вопросам, актуальным для современного состояния науки, которые, несомненно, будут использованы и работающими над созданием учебных пособий, особенно по быстро развивающимся разделам науки и техники.

УДК 538.69

ЗАПРЕЩЕННЫЕ ПЕРЕХОДЫ В МАГНИТНОМ РЕЗОНАНСЕ

(Обзор)

Б. Ф. Алексеев

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	1727
2. Контактное взаимодействие	1729
3. Слабое дипольное взаимодействие	1733
4. Дополнительные резонансы в системе одинаковых дипольно связанных спинов	1738
5. Анизотропное взаимодействие	1740
6. Другие механизмы возникновения запрещенных переходов	1748
7. Эффекты в магнитном резонансе, связанные с запрещенными переходами .	1753
8. Заключение	1759

1. ВВЕДЕНИЕ

Причиной возникновения запрещенных переходов (ЗП) в магнитном резонансе (МР) являются спин-спиновые взаимодействия. Обусловленность ЗП этими взаимодействиями, которые обычно меньше по величине других взаимодействий (зеемановского, штарковского), позволяет отнести ЗП к эффектам «высших» порядков. В простейших ситуациях ЗП проявляются как дополнительные линии, накладывающиеся на спектр МР нулевого (или низших) приближения. Положение линий ЗП по оси магнитного поля (частоты возбуждения МР) и соотношение интенсивностей компонент позволяют определять во многих случаях параметры спин-спинового взаимодействия. Помимо отмеченного внешнего проявления, ЗП обуславливают ряд «тонких» эффектов в МР, значительно расширяющих информативные и технические возможности метода. Наиболее представительными из таких эффектов являются вынужденная динамическая поляризация ядер, дискретное насыщение линий электронного парамагнитного резонанса (ЭПР), модуляция амплитуды электронного спинового эха, кросс-релаксация и др.

Известно несколько механизмов происхождения ЗП, подробно изученных к настоящему времени теоретически и экспериментально. Ниже обобщаются основные теоретико-экспериментальные результаты, относящиеся к ЗП и к их проявлениям в магнитном резонансе.

Описание ЗП во многих случаях возможно с использованием теории возмущения. [1, 2]. На первом этапе задача сводится к нахождению собственных волновых функций ψ_n и собственных значений E_n гамильтониана \hat{H}^* :

* «Шляпка» над буквой обозначает оператор. В очевидных ситуациях для упрощения набора символы операторов опущены (например, S_z , I_z , S_{\pm} , I_{\pm} и др.)

$$\hat{H} \psi_n = E_n \psi_n. \quad (1)$$

К сожалению, даже для простых взаимодействующих спин-систем точного решения уравнения (1) не найдено. Если, однако, гамильтониан \hat{H} можно представить в виде

$$\hat{H} = \hat{H}^0 + \hat{V}, \quad (2)$$

где \hat{V} , называемый гамильтонианом возмущения, мал по сравнению с \hat{H}^0 , и если известны собственные функции ψ_n^0 и собственные значения E_n^0 невозмущенного гамильтониана \hat{H}^0 ,

$$\hat{H}^0 \psi_n^0 = E_n^0 \psi_n^0, \quad (3)$$

то решение уравнения (1) можно искать в виде рядов методом последовательных приближений:

$$\psi_n = \psi_n^0 + \sum_{m \neq n} a_{mn}^{(1)} \psi_m^0 + \dots; \quad (4)$$

$$E_n = E_n^{(0)} + E_n^{(1)} + \dots \quad (5)$$

Подставляя (4) и (5) в уравнение (1) и выделяя из него члены первого порядка малости, получаем

$$\hat{V} \psi_n^0 + \sum_{m \neq n} a_{mn}^{(1)} E_m^{(0)} \psi_m^0 = E_n^{(1)} \psi_n^0 + E_n^{(0)} \sum_{m \neq n} a_{mn}^{(1)} \psi_m^0. \quad (6)$$

Умножая слева обе части этого выражения на ψ_n^{0*} и замечая, что функции ψ_n^0 ортонормированы, получаем*

$$E_n^{(1)} = \langle \psi_n^0 | \hat{V} | \psi_n^0 \rangle = V_{nn}, \quad (7)$$

где V_{nn} — матричный элемент оператора возмущения \hat{V} . Если умножим слева каждый член соотношения (6) на ψ_m^{0*} , то найдем коэффициент примешивания $a_{mn}^{(1)}$ первого приближения:

$$a_{mn}^{(1)} = \frac{\langle \psi_m^0 | \hat{V} | \psi_n^0 \rangle}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} = \frac{V_{mn}}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}}. \quad (8)$$

Из (8) легко усмотреть границы применимости теории возмущений: необходимо, чтобы

$$|a_{mn}^{(1)}| \ll 1, \quad |V_{mn}| \ll |E_n^{(0)} - E_m^{(0)}|. \quad (9)$$

Подобно (6), можно построить уравнения для членов второго и высших порядков малости, из которых с учетом приведенных выше соотношений удается найти соответствующие поправки к собственным функциям и собственным значениям гамильтониана \hat{H} . Отметим, что изложенная здесь методика применима лишь для случая, когда собственные состоя-

* Функции ψ_n^{0*} и ψ_n^0 соответствуют «бра» $\langle \psi_n^0 |$ и «кет» $| \psi_n^0 \rangle$ векторам. Объединение этих векторов означает интегрирование по всей области изменения переменных.

ния невозмущенного гамильтониана \hat{H}^0 невырождены; при вырождении применение теории возмущений сильно усложняет расчетную процедуру.

Как видно из (4), уже в первом приближении теории возмущений (и, конечно, в высших) к волновой функции n -го состояния примешиваются с весовыми коэффициентами $a_{mn}^{(1)}$ функции других состояний (если $a_{mn}^{(1)} \neq 0$). Из-за эффекта смешивания состояний в системе возможны переходы (при определенных условиях), вероятности которых в нулевом приближении равны нулю. Такие переходы обычно называют запрещенными.

Ниже рассматриваются, в основном, электронно-ядерные спин-системы, на которые наложено магнитное поле. Результаты легко обобщаются и на другие спин-системы. Обозначим I и S — спины ядра и взаимодействующего с ним электрона. Гамильтониан спин-системы в магнитном поле $H = H_0 + H_\sim$ для гиромагнитных отношений $\gamma_s < 0$, $\gamma_I > 0$ имеет вид

$$\hat{H} = \gamma_S \hbar HS - \gamma_I \hbar HI + \hat{H}_{IS} \quad (10)$$

(H_\sim — осциллирующее поле, с помощью которого возбуждают магнитный резонанс; ниже считаем $H_\sim \ll H_0$). В гамильтониане (10) не учтены энергии электрон-электронного и ядерно-ядерного взаимодействий, которые предполагаются малыми по сравнению с остальными слагаемыми. Такой подход, во многих случаях оправданный, называют часто двухчастичным. Характер и закономерности ЗП зависят сильно от вида гамильтониана взаимодействия \hat{H}_{IS} . Рассмотрим подробнее следующие, часто встречающиеся ситуации.

2. КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Гамильтониан взаимодействия имеет вид

$$\hat{H}_{IS} = ASI. \quad (11)$$

В сильном статическом поле H_0 проекции M и m векторов S и I на поле H_0 (ось z) являются хорошими квантовыми числами, поэтому невозмущенный гамильтониан \hat{H}^0 и оператор возмущения \hat{V} можно представить как

$$\hat{H}^0 = \gamma_S \hbar S_z H_0 - \gamma_I \hbar I_z H_0 + AS_z I_z; \quad (12)$$

$$\hat{V} = A(S_x I_x + S_y I_y) = \frac{1}{2}(S_+ I_- + S_- I_+), \quad (13)$$

где S_\pm , I_\pm — «повышающие» и «понижающие» операторы. В выражениях (12) и (13) в силу малости пренебрежено энергией взаимодействия спинов с переменным полем H_\sim . Собственные значения невозмущенного гамильтониана определяются тогда соотношением

$$E^{(0)}(M, m) = \gamma_S \hbar H_0 M - \gamma_I \hbar H_0 m + AMm. \quad (14)$$

В рассматриваемом случае возникает $(2S + 1)(2I + 1)$ энергетических уровней*, каждый из которых характеризуется определенными числами

* Представление об энергетических уровнях справедливо до тех пор, пока энергетический зазор между уровнями больше ширины уровня.

M и *m*. Обозначим волновые функции каждого состояния в нулевом приближении $(M, m)^0$. Из (13) следует, что недиагональные матричные элементы оператора \hat{V} отличны от нуля только для состояний, которые разделены энергетическим интервалом $\sim \gamma_s \hbar H_0$. Таким образом, применение теории возмущений в данной задаче корректно лишь при условии $A \ll \gamma_s \hbar H_0$.

В первом приближении теории возмущений для волновых функций каждого состояния получаем

$$(M, m) = \lambda_0(M, m)^0 + \lambda_+ \begin{bmatrix} M \\ m \end{bmatrix} (M+1, m-1)^0 + \lambda_- \begin{bmatrix} M \\ m \end{bmatrix} (M-1, m+1)^0, \quad (15)$$

где постоянные смешивания*

$$\lambda_{\pm} \begin{bmatrix} M \\ m \end{bmatrix} = \mp \frac{AR_{\pm}[M]r_{\mp}[m]}{2\gamma_s \hbar H_0}; \quad (16)$$

$$R_{\pm}[M] = [S(S+1) - M(M \pm 1)]^{1/2}, \quad (17)$$

$$r_{\pm}[m] = [I(I+1) - m(m \pm 1)]^{1/2},$$

причем

$$S_{\pm}(M)^0 = R_{\pm}[M](M \pm 1)^0, \quad I_{\pm}(m)^0 = r_{\pm}[m](m \pm 1)^0.$$

В силу нормировки волновой функции

$$\lambda_0^2 + \lambda_+^2 + \lambda_-^2 = 1, \quad \lambda_0 \approx 1.$$

Поправки к энергиям состояний в первом приближении равны нулю (все $V_{nn}=0$).** Во втором приближении положение энергетических уровней находится из соотношения

$$E(M, m) = \gamma_s \hbar H_0 M - \gamma_j \hbar H_0 m + AMm + \quad (18)$$

$$+ \frac{A^2}{2\gamma_s \hbar H_0} \{[I(I+1)-m^2]M - [S(S+1) - M^2]m\}.$$

Пусть на спин-систему в плоскости *xz* наложено переменное магнитное поле вида

$$\mathbf{H}_{\sim} = 2(iH_{1x} + kH_{1z}) \cos \omega t, \quad (19)$$

причем частота ω близка к частоте переходов электронов, *i* и *k* — единичные орты по осям *x* и *z* лабораторной системы координат. Взаимодействие поля (19) с компонентами магнитного момента электронов описывается гамильтонианом

$$\hat{V}_{\sim} = \gamma_s \hbar (H_{1x} S_x \cos \omega t + H_{1y} S_y \sin \omega t + H_{1z} S_z \cos \omega t) =$$

$$= -\frac{1}{2} \gamma_s \hbar H_{1x} (S_+ e^{-i\omega t} + S_- e^{i\omega t}) + \gamma_s \hbar H_{1z} S_z \cos \omega t = \quad (20)$$

$$= \hat{V}_+ e^{-i\omega t} + \hat{V}_- e^{i\omega t} + \hat{V}_{\sim z} (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$$

* В квадратных скобках после λ , R и r указаны квантовые числа, от которых эти величины зависят.

** Если в качестве оператора возмущения принять гамильтониан $H_{IS} = ASI$, то поправки первого приближения к энергиям составят AMm (см. (14)).

(взаимодействием поля H_\sim с компонентами спина I пренебрегаем, поскольку частота ω далека от частоты переходов для этих спинов).

Предположим также, что $\hat{V}_\sim \ll \hat{V}$, т. е. возмущение (20) не меняет заметным образом волновых функций (15).

Под действием зависящего от времени возмущения (20) в системе возможны переходы, вероятности (в единицу времени) которых рассчитываются по формуле

$$W = \frac{2\pi}{\hbar^2} |\langle (M', m') | \hat{V}_\sim | (M, m) \rangle|^2 \delta(\omega' - \omega). \quad (21)$$

Матричные элементы оператора (20) в рассматриваемом приближении отличны от нуля лишь для переходов, которым отвечают следующие правила отбора:

1. $\Delta M = \pm 1, \Delta m = 0$ (разрешенные переходы);
2. $\Delta M = -\Delta m = \pm 1$ (запрещенные флип-флоп переходы).

Разрешенные переходы (РП) индуцируются компонентой переменного поля $H_{1x} \perp H_0$, а ЗП — компонентой $H_{1z} \parallel H_0$. В условиях постоянства частоты ω поля H_\sim из выражения (18) легко определить [3-5] значения статического поля H_0 , при которых эти переходы наблюдаются. Для РП имеем

$$H_{M, m}^{M+1, m} = H_0^* + \frac{A}{\gamma_S \hbar} m + \frac{A^2}{2\gamma_S^2 \hbar^2 H_0^*} [I(I+1) - m^2 + (2M+1)m], \quad (22)$$

где $H_0^* = \omega/\gamma_S$ — значение поля, в котором бы наблюдалась линия ЭПР при отсутствии ядер. Для ЗП получаем

$$H_{M, m}^{M+1, m-1} = H_0^* \left(1 + \frac{\gamma_I}{\gamma_S} \right) + \frac{A}{\gamma_S \hbar} (m - M - 1) + \frac{A^2}{2\gamma_S^2 \hbar^2 H_0^*} \times \\ \times [I(I+1) + S(S+1) - m^2 - M^2 + 4Mm - 3M + 3m - 2]. \quad (23)$$

Вероятности переходов, рассчитанные по формуле (21), в которой $\delta(\omega' - \omega)$ заменена обычным образом [6-8] на функцию формы резонансной кривой, удовлетворяющую условиям

$$\int_0^\infty G(H) dH = 1, \quad G_{\max} = \gamma_S T_{2S}/\pi$$

(T_{2S} — параметр, характеризующий ширину линии), составляют:

$$W_1 = W_{M, m}^{M \pm 1, m} = \frac{\pi}{2} \gamma_S H_{1x}^2 \lambda_\pm^2 R_\pm^2 [M] G_p(H - H_0^*); \quad (24)$$

$$W_2 = W_{M, m}^{M \pm 1, m \mp 1} = 2\pi \gamma_S H_{1z}^2 \left| \{M \pm 1\} \lambda_\pm \left[\begin{matrix} M \\ m \end{matrix} \right] + M \lambda_\mp \left[\begin{matrix} M \pm 1 \\ m \mp 1 \end{matrix} \right] \right|^2 G_s(H - H_s^*). \quad (25)$$

Отношение вероятностей, если принять $H_{1x} = H_{1z}$, а функции формы разрешенного и запрещенного резонансов одинаковыми, равно

$$\alpha = \frac{W_2}{W_1} = 4 \left| \{M \pm 1\} \lambda_\pm \left[\begin{matrix} M \\ m \end{matrix} \right] + M \lambda_\mp \left[\begin{matrix} M \pm 1 \\ m \mp 1 \end{matrix} \right] \right|^2 / \lambda_0^2 R_\pm^2 [M] \quad (26)$$

и увеличивается с уменьшением поля H_0 и увеличением константы A ; последняя определяется формулой Ферми;

$$A = -\frac{8\pi}{3} \gamma_s \gamma_I \hbar^2 |\psi_s(0)|^2,$$

где $|\psi_s(0)|^2$ — плотность s -доли волновой функции электрона в месте расположения ядра. При $S = I = 1/2$ из (26) следует хорошо известное соотношение:

$$\alpha \approx (A/\gamma_s \hbar H_0)^2. \quad (27)$$

Наибольшее значение A характерно для $1s$ -электрона водородоподобных атомов; в атоме водорода $A/h \sim 1420$ МГц. В большинстве других случаев константа $A/h \sim 100$ МГц. При экспериментах в X -диапазоне ($\omega_s/2\pi \sim 10$ ГГц) отношение (26) вероятностей составляет $\sim 10^{-5}$. Эта оценка показывает, что прямое детектирование рассматриваемых ЗП, несмотря на возможность исключения маскирующего эффекта от РП тщательной юстировкой полей $H \sim \parallel H_0$, является технически сложной задачей. Во многих случаях возможно детектирование ЗП косвенными методами, используя явление значительного увеличения ядерной поляризации (сигналов ЯМР) при насыщении ЗП интенсивным СВЧ полем H_{1z} (эффект Джейффриса [5, 9, 10]).

Для принципиальной осуществимости рассматриваемых ЗП необходимо, чтобы неспаренные электроны взаимодействовали контактно с ядрами и время корреляции движения (теплового или обменного) электронов было больше периода их ларморовой прецессии. Примерами могут служить атомы щелочных металлов, полупроводники с малыми концентрациями донорной или акцепторной примесей при низких температурах, соединения элементов группы железа или редких земель с заметной долей конфигурационного перемешивания [11] и др.

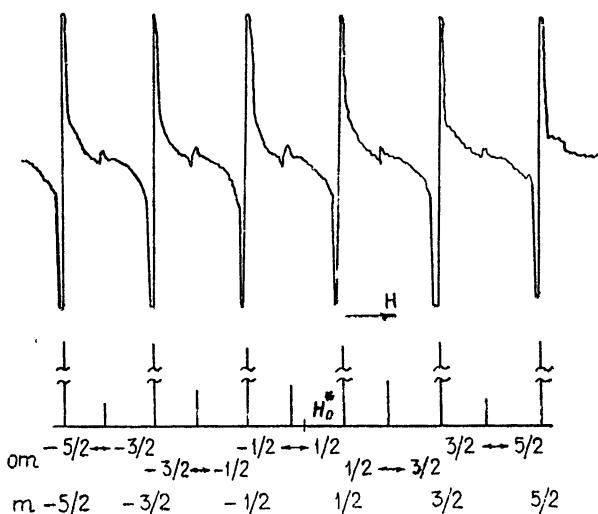


Рис. 1.

На рис. 1 приведена часть спектра ЭПР в X -диапазоне $^{55}\text{Mn}^{+4}$, замещающего ион Ti в монокристалле SrTiO_3 [4], соответствующая переходу $M = -1/2 \leftrightarrow 1/2$ (эффективный спин $S = 3/2$). Образец охлаждался до температуры жидкого воздуха; магнитное поле H_0 ориентировано вдоль направления [111] кристалла. Из-за ядерного спина $I = 5/2$ каждая линия спектра расщепляется на $2I + 1 = 6$ компонент сверхтонкой структуры.

(СТС). Между линиями СТС отчетливо наблюдаются 5 линий флип-флоп ЗП с относительными интенсивностями 5:8:9:8:5. Под спектром на рис. 1 изображены рассчитанные по формулам (22) и (23) положения на оси магнитного поля линий СТС и ЗП ($A/\gamma_s \hbar = 75 \text{ Гс}$, $g_s = 1,994$); совпадение с экспериментальным спектром хорошее. Линии ЗП для указанного образца наблюдались и при других ориентациях поля [12].

Андерсон и Пиетте [13] наблюдали флип-флоп ЗП в хелате ванадилацетилацетоната (ион VO^{+2} , $S = 1/2$, $I = 7/2$). Джейфрисом и др. [14] изучен спектр РП и ЗП иона Ra^{+4} в Cs_2ZrCl_6 . Сведения об экспериментальном изучении косвенными методами рассматриваемых ЗП в кремнии, легированном мышьяком и сурьмой, имеются в работах [15–18].

3. СЛАБОЕ ДИПОЛЬНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Дипольное взаимодействие между электроном и ядром, принадлежащими одному атому, возникает всегда, за исключением s -состояния электрона, при котором оно усредняется до нуля. Для электрона и ядра, принадлежащих разным атомам, дипольное взаимодействие отлично от нуля и для s -состояния электрона. Наиболее распространенная форма представления гамильтонiana этого взаимодействия имеет вид [7]

$$\hat{H}_{IS} = - \frac{\gamma_s \gamma_I \hbar^2}{r^3} (\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} + \hat{F}), \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned}\hat{A} &= S_z I_z (1 - 3 \cos^2 \theta), \\ \hat{B} &= - \frac{1}{4} (S_+ I_- + S_- I_+) (1 - 3 \cos^2 \theta), \\ \hat{C} &= - \frac{3}{2} (S_z I_+ + S_+ I_z) \sin \theta \cos \theta \exp(-i\varphi), \\ \hat{D} &= - \frac{3}{2} (S_z I_- + S_- I_z) \sin \theta \cos \theta \exp(i\varphi), \\ \hat{E} &= - \frac{3}{4} S_+ I_+ \sin^2 \theta \exp(-i2\varphi), \\ \hat{F} &= - \frac{3}{4} S_- I_- \sin^2 \theta \exp(i2\varphi).\end{aligned}$$

В этих формулах r — радиус-вектор, проведенный от электрона к ядру, а θ и φ — полярный и азимутальный углы вектора r относительно внешнего поля (оси z).

Из-за наличия в гамильтониане слагаемых, пропорциональных \hat{B} , \hat{C} , \hat{D} , ..., к волновой функции $(M, m)^0$ каждого состояния примешиваются волновые функции других состояний. Поскольку матричные элементы любого из операторов \hat{B} , \hat{C} , \hat{D} , ... по порядку величины одинаковы и составляют $\sim \gamma_s \gamma_I \hbar^2 / r^3$, то с наибольшими коэффициентами примешиваются состояния, связываемые с данным операторами $S_z I_{\pm}$ в слагаемых \hat{C} и \hat{D} . Энергетический зазор $(E_n^0 - E_m^0)$ между смешиваемыми состояниями не меньше, чем $\gamma_I \hbar H_0$, поэтому условием применимости

метода возмущений для описания ЗП является, как следует из (8), неравенство вида

$$\gamma_s \gamma_i \hbar^2 / r^3 \ll \gamma_i \hbar H_0 \text{ или } H_s \ll H_0, \quad (29)$$

где $H_s \sim \gamma_s \hbar / r^3$ — поле, создаваемое электроном в месте расположения ядра.

Наличие в гамильтониане (28) слагаемых, включающих в себя операторы $S_z I_{\pm}$, $S_{\pm} I_z$, $S_{\pm} I_{\pm}$ и др., является следствием анизотропности дипольного взаимодействия, поэтому его гамильтониан может быть представлен также в виде

$$\hat{H}_{IS} = SDI, \quad (30)$$

где тензор дипольного взаимодействия

$$D = -\frac{\gamma_s \gamma_i \hbar^2}{r^5} \begin{pmatrix} (r^2 - 3x^2) & -3xy & -3xz \\ -3xy & (r^2 - 3y^2) & -3yz \\ -3xz & -3yz & (r^2 - 3z^2) \end{pmatrix} \quad (31)$$

— аксиально симметричен.

Электронный спин квантуется, в основном, вдоль поля H_0 , в то время как ядерный спин — вдоль результирующего поля $H_0 + H_s$. Из-за анизотропности дипольного взаимодействия изменение ориентации электронного спина приводит к изменению величины и направления локального поля H_s , т. е. направления квантования ядра [6, 19]. Изменением направления квантования ядра при переориентациях электронного спина можно пренебречь лишь в случаях слабого дипольного взаимодействия, когда локальное поле $H_s \ll H_0$. Это же условие является критерием применимости теории возмущений (см. (29)).

Предполагая ниже взаимодействие слабым, для энергетических уровней спин-системы приближенно получаем

$$E(M, m) \approx \gamma_s \hbar H_0 M - \gamma_i \hbar H_0 m - \left[\frac{\gamma_s \gamma_i \hbar^2 (1 - 3 \cos^2 \theta)}{r^3} Mm \right], \quad (32)$$

где слагаемое в скобках обусловлено членом \hat{A} в гамильтониане (28).

Принимая во внимание в первом приближении лишь эффекты смешивания между состояниями, относящимися к одному числу M , для волновых функций получаем

$$(M, m) \approx \lambda_0 (M, m)^0 + \lambda_+ \left[\begin{matrix} M \\ m \end{matrix} \right] (M, m+1)^0 + \lambda_- \left[\begin{matrix} M \\ m \end{matrix} \right] (M, m-1)^0, \quad (33)$$

где постоянные смешивания

$$\lambda_{\pm} \left[\begin{matrix} M \\ m \end{matrix} \right] = \pm \left(\frac{3\gamma_s \hbar}{2r^3 H_0} \right) \sin \theta \cos \theta e^{\mp i\varphi} M r_{\pm}[m].$$

Радиочастотное поле (19) возбуждает в спин-системе переходы со следующими правилами отбора:

1) $\Delta M = \pm 1$, $\Delta m = 0$, резонансное поле $H_0^* = \omega / \gamma_s$. Вероятность этих переходов, рассчитанная по формуле (21) с использованием волновых функций (33), составит

$$W_{\pm} = W_{M, m}^{M \pm 1, m} = \frac{\pi}{2} \gamma_s H_{\text{rf}}^2 \lambda_0^2 R_{\pm}^2 [M] G_p (H - H_0^*); \quad (34)$$

2) $\Delta M = -\Delta m = \pm 1$ (флип-флоп ЗП), резонансное поле в рассматриваемом приближении $H_- = H_0^*(1 - \gamma_I/\gamma_S)$. Вероятность переходов составляет

$$W_2 = W_{M, m}^{M \pm 1, m \mp 1} = \frac{\pi}{2} \gamma_S H_{1x}^2 R_\pm^2 [M] \left| \lambda_\mp \begin{bmatrix} M \\ m \end{bmatrix} + \right. \\ \left. + \lambda_\pm \begin{bmatrix} M \pm 1 \\ m \mp 1 \end{bmatrix} \right|^2 G_3(H - H_-); \quad (35)$$

3) $\Delta M = \Delta m = \pm 1$ (флип-флип ЗП). Резонансное поле $H_+ = H_0^*(1 + \gamma_I/\gamma_S)$, а вероятность равна

$$W_3 = W_{M, m}^{M \pm 1, m \pm 1} = \frac{\pi}{2} \gamma_S H_{1x}^2 R_\pm^2 [M] \left| \lambda_\pm \begin{bmatrix} M \\ m \end{bmatrix} + \right. \\ \left. + \lambda_\mp \begin{bmatrix} M \pm 1 \\ m \pm 1 \end{bmatrix} \right|^2 G_3(H - H_+). \quad (36)$$

Заметим, что в рассматриваемом приближении компонента H_{1z} переходов не возбуждает. Только в высших приближениях теории возмущений, учитывающих перемешивание состояний с различными числами M и m , эта компонента способна индуцировать ЗП.

Отношение вероятностей РП и ЗП составляют

$$\alpha_{2,1} = \frac{W_2}{W_1} \approx \left| \lambda_\mp \begin{bmatrix} M \\ m \end{bmatrix} + \lambda_\pm \begin{bmatrix} M \pm 1 \\ m \mp 1 \end{bmatrix} \right|^2 \quad (G_p \approx G_3). \quad (37)$$

При $S = I = 1/2$ из (37) получаем хорошо известный результат:

$$\alpha \approx \alpha_{2,1} \approx \alpha_{3,1} \approx \frac{9}{4} \left(\frac{\gamma_S \hbar}{r^3 H_0} \right)^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta. \quad (38)$$

Если электрон взаимодействует с несколькими ядрами в неупорядоченной матрицей, то, усредняя по углам θ (среднее $\langle \sin^2 \theta \cos^2 \theta \rangle = 2/15$), получаем

$$\alpha_{2,1} \approx \alpha_{3,1} = \frac{3}{10} \left(\frac{\gamma_S \hbar}{H_0} \right)^2 \left\langle \sum_i \frac{1}{r_i^6} \right\rangle = 10^2 H_0^{-2} [\kappa \vartheta] r^{-6} [\text{\AA}]. \quad (39)$$

Так, при $H_0 = 3 \text{ к}\vartheta$, $r = 3 \text{ \AA}$ ($H_S \approx 3 \cdot 10^2 \vartheta$, условие (29) выполнено) отношение $\alpha \sim 10^{-2}$. Вероятность рассматриваемых ЗП очень быстро уменьшается с увеличением расстояния электрон—ядро.

Оптимальная ориентация полей \mathbf{H}_\sim и \mathbf{H}_0 , необходимая для возбуждения рассматриваемых здесь ЗП и РП, одинакова ($H_{1x} \perp H_0$), поэтому при детектировании ЗП возникают трудности, связанные с выделением слабых сигналов ЗП на фоне интенсивных линий РП. Во многих случаях линии ЗП поэтому практически не наблюдаются. С увеличением напряженности поля H_{1x} интенсивности разрешенных линий ЭПР из-за их насыщения уменьшаются, а интенсивности компонент ЗП увеличиваются; таким приемом удается иногда увеличить относительную интенсивность ЗП. Как и при контактном СТВ, рассматриваемые ЗП можно детектировать косвенным методом по эффекту изменения ядерной поляризации при их сильном насыщении (эффект Абрагама—Проктора: [7, 9, 10, 20, 21]).

Рассмотрим влияние третьего слагаемого в выражении (32) на форму сигналов РП и ЗП. Примем $S = I = 1/2$ и будем пренебрегать зависимостью этого слагаемого от угла θ . Структура энергетических уровней для этого случая изображена на рис. 2. Видно, что частоты РП (1, 3), (2, 4) изменяются при уменьшении расстояния электрон—ядро, тогда как частоты ЗП (1, 4), (2, 3) в рассматриваемом приближении не зависят от расстояния [22]. При малых расстояниях линия РП расщепляется на две компоненты (см. рис. 2), а линии ЗП остаются неизменными по форме. В реальных кристаллах компоненты центральной линии, конечно, перекрываются и по отдельности не наблюдаются; результатом расщепления является уширение линии РП и уменьшение ее интенсивности. При увеличении доли дипольного взаимодействия форма линии РП претерпевает, следовательно, большие изменения, чем форма сигналов ЗП.

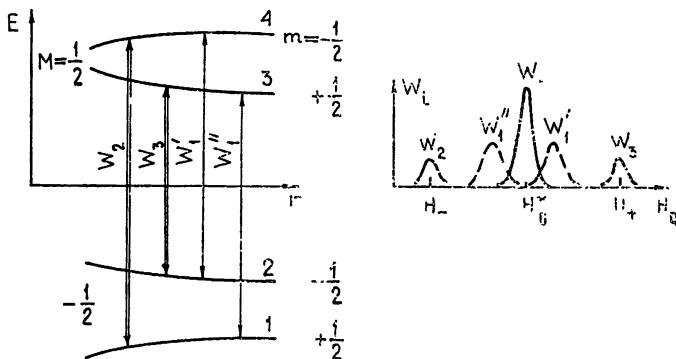


Рис. 2. Зависимость уровней энергии от расстояния электрон—ядро. Справа изображен спектр резонансного поглощения в перпендикулярных полях. Пунктиром показан спектр поглощения при малых расстояниях электрон—ядро.

Рассмотрим ЗП в дипольно-взаимодействующей спин-системе, связанные с одновременной переориентацией электрона и нескольких ядер. Допустим для простоты, что электрон взаимодействует с двумя одинаковыми ядрами, спины которых $I_1 = I_2 = 1/2$. В нулевом приближении в системе возникают 6 уровней; состояния, соответствующие $m_1 + m_2 = 0$, двукратно вырождены. Спин-спиновым взаимодействием ядер вырождение снимается следующей составляющей результирующего гамильтонiana:

$$A_{S1}S_zI_{1z} + A_{S2}S_zI_{2z} + A_{12}\left[I_{1z}I_{2z} - \frac{1}{2}(I_{1+}I_{2-} + I_{1-}I_{2+})\right],$$

где

$$A_{ik} = (\gamma_i \gamma_k \hbar^2 / r_{ik}^3)(1 - 3\cos^2 \theta).$$

Энергетический зазор между уровнями, которым отвечали вырожденные состояния, составляет

$$d = \frac{1}{2} A_{12} \left[1 + \left(\frac{A_{S1} - A_{S2}}{A_{12}} \right)^2 \right]^{1/2}.$$

Структура энергетических уровней для рассматриваемого случая изображена на рис. 3. Если принимать во внимание, как и ранее, лишь эффекты перемешивания между состояниями, относящимися к одному числу M , то радиочастотным полем (19) в системе могут быть индуци-

рованы переходы, показанные стрелками на рис. 3. Отношение вероятностей этих переходов [23, 24] составляет

$$W_1 : W_2 : W_4 = W_1 : W_3 : W_5 = 1 : \lambda^2 : \sigma^2, \quad (40)$$

где

$$\lambda^2 = 2(|b_{S1}|^2 + |b_{S2}|^2),$$

$$\sigma^2 = \frac{|(b_{S1} + b_{12})(b_{S2} + b_{12})|^2 (A_{S1} - A_{S2})^2}{A_{12}^2 + (A_{S1} - A_{S2})^2}, \quad (41)$$

$$b_{ik} = -(3\gamma_I\gamma_k\hbar/4r_{ik}^3\gamma_I H_0)\sin\theta_{ik}\cos\theta_{ik}\exp(-i\varphi_{ik}).$$

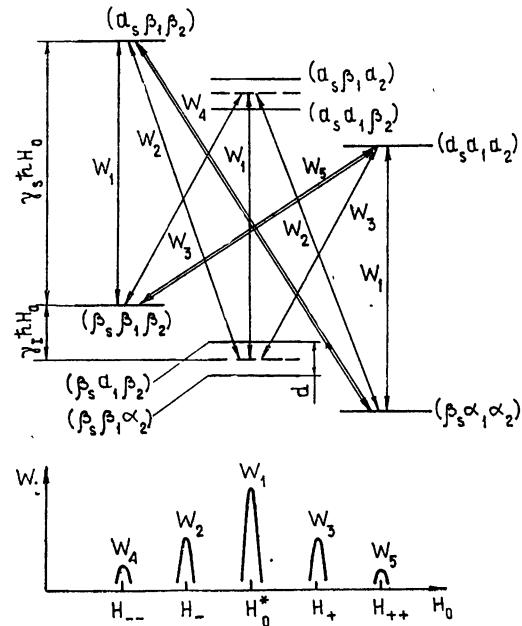


Рис. 3. Уровни энергии, волновые функции (неперемешанные) и возможные переходы в трехспиновой системе, состоящей из электрона и двух ядер ($I_1 = I_2 = 1/2$). Внизу изображен спектр поглощения такой системы; $\alpha_S(\alpha_i)$ и $\beta_S(\beta_i)$ —волновые функции состояний, которым соответствуют значения чисел $M(m_i)$, равные $+1/2$ и $-1/2$.

Для вероятностей возможных переходов соответственно имеем:

$$W_1(\Delta M = \pm 1; \Delta m_1 = \Delta m_2 = 0) \approx \frac{\pi}{2} \gamma_S H_{1x}^2 G_p(H - H_0^*),$$

$$W_2(\Delta M = \pm 1; \Delta(m_1 + m_2) = \mp 1) \approx \frac{\pi}{2} \lambda^2 \gamma_S H_{1x}^2 G_s(H - H_-), \quad (42)$$

$$W_3(\Delta M = \pm 1; \Delta(m_1 + m_2) = \pm 1) \approx \frac{\pi}{2} \lambda^2 \gamma_S H_{1x}^2 G_s(H - H_+),$$

$$W_4(\Delta M = \pm 1; \Delta m_1 = \Delta m_2 = \mp 1) \approx \frac{\pi}{2} \sigma^2 \gamma_S H_{1x}^2 G_s(H - H_{--}),$$

$$W_5(\Delta M = \pm 1; \Delta m_1 = \Delta m_2 = \pm 1) \approx \frac{\pi}{2} \sigma^2 \gamma_S^2 H_{1x}^2 G_s(H - H_{++}).$$

Здесь резонансные поля $H_{\pm\pm} = H_0^*(1 \pm 2\gamma_I/\gamma_S)$. Положение линий на оси поля и их относительные интенсивности показаны на рис. 3. Переходы W_4 и W_5 соответствуют переориентации спинов электрона и двух ядер одновременно, поэтому их иногда называют «двойжды»

запрещенными». Вероятность таких переходов много меньше вероятности «обычных» ЗП (по порядку величины $\sigma^2 \sim \lambda^4$), поэтому их детектирование возможно только в условиях интенсивного поля H_\sim . Экспериментально переходы типа W_4 и W_5 наблюдались в монокристаллах CaF_2 [25] с встроенным в них атомарным водородом, в кристаллах $\text{La}_2\text{Mg}_3(\text{NO}_3)_{12} \cdot 24 \text{H}_2\text{O}$ с примесью Nd^{+3} [23], в замороженных водно-кислотных матрицах [26], где долгоживущий атомарный водород возникает в реакциях фотопереноса электрона, и других объектах [27]. Отметим, что в работе [26] наблюдались отчетливо также ЗП, связанные с переориентацией спинов электрона и трех протонов одновременно. Буркерсроде [24] изучал эффект Абрагама—Проктора (солид-эффект) в кристаллах $\text{CaF}_2:\text{H}$ и $\text{CaF}_2:\text{D}$ при насыщении обычных и дважды запрещенных переходов.

4. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ РЕЗОНАНСЫ В СИСТЕМЕ ОДИНАКОВЫХ ДИПОЛЬНО СВЯЗАННЫХ СПИНОВ

Неоднократно отмечалось [7, 28–30], что система одинаковых спинов, связанных с дипольным взаимодействием, поглощает резонансно энергию от поля H_\sim не только на ларморовой частоте $\omega_0 = \gamma H_0$, но и на кратных ларморовой частотах $\omega = q\omega_0$, $q = 0, 2, 3, \dots$ Избирательное поглощение на частотах $q\omega_0$, разрешенное только в первом и последующих приближениях теории возмущений, обусловливает в спектре сигнала дополнительные резонансные линии (ДРЛ). Из качественного рассмотрения [7, 28, 30] механизма происхождения ДРЛ следовало, что в перпендикулярных полях интенсивности линий на частотах $0\omega_0$, $2\omega_0$ и $3\omega_0$ примерно одинаковы и примерно в $(H_L/H_0)^2$ раз меньше интенсивности линии на ларморовой частоте. Здесь $H_L \approx \gamma\hbar/r^3$ — напряженность локального поля.

Экспериментально резонансное поглощение на частотах $q\omega_0$, $q = 0, 1, 2$ как в перпендикулярных, так и параллельных полях исследовалось подробно Андерсоном [31, 32] на ядрах ${}^7\text{Li}$ в металлическом литии и в литий-магниевых сплавах ($\sim 56\% \text{ Li}$); статическое поле $H_0 \sim 10 \div 20 \text{ Гц}$. В экспериментах, вопреки качественным предсказаниям, заметного поглощения на частоте $3\omega_0$ в перпендикулярных полях не наблюдалось. Теоретическое объяснение результатам дано в работах [8, 33, 31], из которых следует, что поглощение на частотах $q\omega_0$ должно быть примерно в $(H_L/H_0)^{2(q-1)}$ раз меньше поглощения на ларморовой частоте. Для $q = 3$ интенсивность линии, следовательно, несравненно меньше, чем для $q = 2$. Ченг [33] исследовал также вопрос о форме и ширине линий ДР. Если основными частями гамильтониана являются зеемановская и дипольная составляющие, то форма и ширина линий на частотах ω_0 и $2\omega_0$ при любой ориентации полей примерно одинаковы, в хорошем согласии с экспериментальными данными [32]. С появлением заметной доли обменного взаимодействия линия на ларморовой частоте при $H_1 \perp H_0$ сужается, в то время как линии ДР на частотах $0\omega_0$ и $2\omega_0$ при $H_1 \perp H_0$ и частотах ω_0 и $2\omega_0$ при $H_1 \parallel H_0$ уширяются.

В рамках метода возмущений вопрос об относительных интенсивностях линий на частотах ω_0 , $2\omega_0$ и $3\omega_0$ детально рассмотрен Дэйком и Джонесом [8]. Переходы на частоте $2\omega_0$ возможны уже в первом приближении теории возмущений, а на частоте $3\omega_0$ — лишь во втором приближении. Выражения для вероятностей переходов можно представить в виде

$$\begin{aligned} W_1(\omega_0) &= k_1 H_{1x}^2, & W_2(2\omega_0) &= k_2 H_{1x}^2 (H_L/H_0)^2, \\ W_3(3\omega_0) &= k_3 H_{1x}^2 (H_L/H_0)^4, \end{aligned} \tag{43}$$

где $k_{1,2,3}$ — постоянные при прочих неизменных условиях коэффициенты. Из (43) следует, что

$$W_1: W_2: W_3 = 1:(H_L^2/H_0)^2:(H_L/H_0)^4. \quad (44)$$

Тщательная проверка соотношений (43) и (44) проведена в работе [8] с использованием следующей нестационарной методики:

Образец (порошкообразный 2-метил антрацен) поляризовался в течение ~ 100 с ($\gg T_1 \approx 10$ с) в сильном поле $H_0 \approx 6$ кЭ, затем за время $\sim 0,3$ с перемещался в слабое поле $H'_0 \sim 20 \div 50$ Э. Изменение поля, действующего на образец в таком процессе, можно было считать адиабатическим; намагниченность и спиновая температура непосредственно после адиабатического размагничивания ($t = 0$) составляют [35]

$$M'_0(0) = M_0 H'_0 / (H'^2_0 + H_L^2)^{1/2}, \quad \theta'_L(0) = \theta_L (H'^2_0 + H_L^2)^{1/2} / H_0,$$

где $M_0 = c H_0 / \theta_L$ — равновесная намагниченность в сильном поле H_0 , θ_L — температура решетки, $c = n \gamma^2 \hbar^2 I(I+1) / 3k$ — постоянная Кюри.

Сразу после адиабатического размагничивания отношение заселенности двух состояний β и α определяется фактором Больцмана:

$$\frac{n_\beta(0)}{n_\alpha(0)} = \exp\left(-\frac{\gamma \hbar H'_0}{k \theta'_L(0)}\right), \quad \Delta n(0) = n_\alpha(0) - n_\beta(0).$$

Если при $t = 0$ включить радиочастотное поле $2H_{1x} \cos \omega t$ на время $\tau \ll T_1$, индуцирующее переходы между состояниями m и $m \pm q$ с вероятностью W_q , то скорость изменения разности населенностей этих состояний будет описываться уравнением

$$\frac{d(\Delta n)}{dt} = -2qW_q \Delta n(t),$$

откуда для $t = \tau$ получаем

$$\Delta n(\tau) = \Delta n(0) \exp(-2qW_q \tau).$$

Намагниченность образца в слабом поле H'_0 после окончания действия высокочастотного (ВЧ) поля составит

$$M'_0(\tau) = M'_0(0) \exp(-2qW_q \tau).$$

Если образец далее быстро перенести из слабого поля в сильное, т. с. адиабатически намагнитить, то получим

$$M_0(\tau) = M'_0(\tau) (H'^2_0 + H_L^2)^{1/2} / H'_0 = M_0 \exp(-2qW_q \tau).$$

Намагниченность $M_0(\tau)$ измерялась в работе [8] по начальной амплитуде сигнала свободной прецессии, возбуждаемой 90°-импульсом. Описанная процедура, принципиально схожая с использованной ранее Андерсоном [32], позволяет изучать резонансные свойства спин-систем в слабом поле, с уменьшением которого вероятности W_q увеличиваются, по сигналам M_0 , детектируемым в сильном поле.

Спектр протонного резонанса в 2-метил антрацене [8, 36], полученный описанным методом в поле $H'_0 = 22$ Э с детектированием сигнала в поле $H_0 = 6$ кЭ, приведен на рис. 4. Поглощение на частотах ω_0 и $2\omega_0$ хорошо видно уже при $H_{1x} \approx 40$ мЭ. «Тройные» переходы становятся наблюдаемыми только при $H_{1x} \approx 1$ Э. Зависимости вероятностей исследованных переходов от полей H_{1x} и H'_0 для $H'_0 > H_L$ хорошо совпадают с предсказываемыми выражениями (43).

Множественные переходы в электронных спин-системах индуцировать проще, чем в ядерных. Переходы на частоте $2\omega_0$ в ЭПР в параллельных и перпендикулярных полях описаны в работах [37–41, 43–45]. «Тройные» переходы в ЭПР наблюдались Букмастером [46], Чиарини и др. [45].

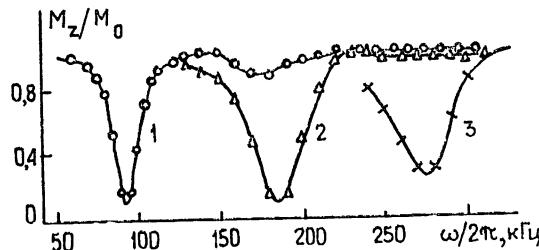


Рис. 4. Спектр протонного поглощения [8] в 2-метил антрацене в поле 22Э при комнатной температуре:
1— $H_{1x}=40$ мЭ, 2—240 мЭ, 3—900 мЭ.

В некоторых случаях при действии на систему одинаковых спинов интенсивным ВЧ полем наблюдаются сходные с описанными дополнительные резонансы, обусловленные многоквантовыми процессами, никаким образом не связанные с спин-спиновыми взаимодействиями. Восприимчивость спин-системы нелинейна (особенно при заметном насыщении), поэтому система способна поглощать энергию на комбинациях частот, которыми ее облучают. В таких процессах (равно и других) должны выполняться законы сохранения: а) энергии, $\omega_0 = n\omega_1 \pm \pm k\omega_2 \pm \dots$ ($n, k = 0, 1, 2, \dots$); б) вращательного импульса. Эти условия означают, например, что двухуровневая спиновая система может резонансно поглотить два фотона только взаимно перпендикулярных поляризаций, причем результирующий эффект будет абсорбционным, если $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$, и эмиссионным, если $\omega_0 = |\omega_1 - \omega_2|$. Явления смешивания частот спин-системами при воздействии на них сильными ВЧ полями аналогичны родственным эффектам в нелинейной оптике [179] и хорошо изучены теоретически [179–181] и экспериментально [181–183]. Если на систему действует одно интенсивное ВЧ поле частоты ω , то многоквантовые процессы возможны [42, 184] при $\omega_0 = q\omega$ и ориентации поля под углом $(\pi/2 - \theta) \neq 0$ или $\pi/2$ к статическому полю H_0 . Из качественных представлений можно видеть, что вероятность наиболее интенсивного из многоквантовых двухквантового ($\omega_0 = 2\omega$) процесса $\sim H_1^4 (\sin \theta \cos^2 \theta)^2$; этот результат получен квантовостатистически в работе [185] и подтвержден экспериментально [185, 186].

Отметим различие между ДРЛ, возникающими за счет спин-спиновых взаимодействий и за счет многоквантовых процессов: первые происходят при $\omega = q\omega_0$, вторые — при $\omega_0 = q\omega$, или $\omega = \omega_0/q$.

5. АНИЗОТРОПНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Гамильтониан анизотропного СТВ $\hat{H}_{IS} = STI$, где T — тензор*, может быть представлен в виде

$$\hat{H}_{IS} = S_x T_{xx} I_x + S_x T_{xy} I_y + \dots + S_z T_{zy} I_y + S_z T_{zz} I_z. \quad (45)$$

Из-за наличия в гамильтониане слагаемых $T_{\alpha\beta} S_\alpha I_\beta$ ($\alpha, \beta = x, y, z$), которые введением «повышающих» и «пониживающих» операторов со-

* Тензор T не всегда является истинным тензором. Этот вопрос подробно обсуждается в книге Абрагама и Блини [85], (т. 2, гл. 15).

дятся к членам, содержащим произведения $S_z I_{\pm}$, $S_{\pm} I_z$, $S_{\pm} I_{\pm}$ и $S_{\pm} I_{\mp}$, к волновым функциям каждого состояния примешиваются функции многих других состояний. Спектр ЭПР в силу этого сильно обогащается линиями ЗП, положение и интенсивность которых зависит от ориентации образца относительно внешних полей. В рамках применимости метода возмущений спектр ЗП может быть довольно точно рассчитан. При сильном СТВ, сравнимом с энергетическим зазором между смешиваемыми состояниями, для описания ЗП используется подход, связанный с определением изменения направления квантования ядра при изменении ориентации электронного спина. Ниже оба подхода рассматриваются подробнее.

A. Метод возмущений. Аксимально-симметричное СТВ. Уже отмечалось, что при слабом СТВ методом возмущений можно рассчитать резонансный спектр сколь угодно точно. Мы рассмотрим здесь лишь ситуации, когда СТВ велико, но метод возмущений приводит к корректным результатам. Пусть компоненты тензора T действительны и симметричны ($T_{\alpha\beta} = T_{\beta\alpha}$); для такого тензора можно указать систему координат x' , y' , z' (главные оси тензора), в которых он диагонален. Если тензор является аксиально-симметричным, то в системе главных осей он будет описываться двумя компонентами $A = T_{z'z'}$, $B = T_{x'x'} = T_{y'y'}$ (ось z' направлена вдоль оси симметрии взаимодействия). Примером рассматриваемого СТВ является дипольное взаимодействие, тензор которого дан ранее выражением (31). Легко видеть из (31), что ось z' этого взаимодействия совпадает с направлением радиус-вектора \mathbf{r} . В системе главных осей компоненты дипольного взаимодействия имеют тогда вид

$$A = D_{z'z'} = \frac{2\gamma_I \gamma_S \hbar^2}{r^3}, \quad B = D_{x'x'} = D_{y'y'} = -\frac{\gamma_S \gamma_I \hbar^2}{r^3}. \quad (46)$$

След тензора дипольного взаимодействия инвариантен относительно преобразования системы координат и равен нулю.

Учтем далее возможную анизотропность гиромагнитного отношения носителя спина S . Для простоты ограничимся практически важным случаем аксиально-симметричного внутрикристаллического поля, причем будем считать оси симметрии поля и тензора T совпадающими. Обозначим, как это обычно принято в подобных задачах, $g_{\parallel} = g_{z'z'} = \gamma_S \hbar / \beta$ и $g_{\perp} = g_{x'x'} = g_{y'y'} = \gamma_{S\perp} \hbar / \beta$ — главные значения g -фактора электрона (β — магнетрон Бора). Анизотропией g -фактора ядра из-за сильной локализации пространственной части его волновой функции будем пренебречь. Гамильтониан электронно-ядерной пары в системе главных осей тензора T и g имеет тогда вид

$$\begin{aligned} \hat{H} = & g_{\parallel} \beta H_{z'} S_{z'} + g_{\perp} \beta (H_{x'} S_{x'} + H_{y'} S_{y'}) + A S_{z'} I_{z'} + \\ & + B (S_{x'} I_{x'} + S_{y'} I_{y'}) - \gamma_I \hbar (H_{x'} I_{x'} + H_{y'} I_{y'} + H_{z'} I_{z'}). \end{aligned} \quad (47)$$

Введем лабораторную систему координат x , y , z , так чтобы $z \parallel H_0$, и рассмотрим следующие две [10] ориентации кристалла относительно поля H_0 : 1) $z' \parallel z$, $x' \parallel x$, $y' \parallel y$; 2) $z' \parallel -x$, $x' \parallel z$, $y' \parallel y$. В первом случае поле H_0 и ось симметрии СТВ параллельны, а во втором — перпендикулярны. Гамильтониан (47), преобразованный к новым осям, имеет вид

$$z' \parallel H_0: \hat{H}_{\parallel} = g_{\parallel} \beta H_0 S_z + A S_z I_z + \frac{1}{2} B (S_{-} I_{+} + S_{+} I_{-}) - \gamma_I \hbar H_0 I_z; \quad (48a)$$

$$\begin{aligned} z' \perp H_0: \hat{H}_\perp = g_\perp \beta H_0 S_z + B S_z I_z + \frac{1}{4} (A+B)(S_- I_+ + S_+ I_-) + \\ + \frac{1}{4} (A-B)(S_- I_- + S_+ I_+) - \gamma_I \hbar H_0 I_z. \end{aligned} \quad (48b)$$

Из (48) видно, что недиагональные матричные элементы операторов возмущения отличны от нуля только для состояний, разделенных энергетическим интервалом $\sim g \beta H_0$. Следовательно, применение метода возмущений для рассматриваемых ориентаций корректно при условии $A, B \ll g \beta H_0$, т. е. и для сильных СТВ. Волновые функции первого приближения имеют вид

$$\begin{aligned} (M, m)_\parallel = \lambda_0 (M, m)_\parallel^0 + \lambda_+ \left[\begin{matrix} M \\ m \end{matrix} \right] (M+1, m-1)_\parallel^0 + \\ + \lambda_- \left[\begin{matrix} M \\ m \end{matrix} \right] (M-1, m+1)_\parallel^0; \end{aligned} \quad (49a)$$

$$\begin{aligned} (M, m)_\perp = a_0 (M, m)_\perp^0 + a_+ \left[\begin{matrix} M \\ m \end{matrix} \right] (M+1, m-1)_\perp^0 + a_- \left[\begin{matrix} M \\ m \end{matrix} \right] \times \\ \times (M-1, m+1)_\perp^0 + b_+ \left[\begin{matrix} M \\ m \end{matrix} \right] (M+1, m+1)_\perp^0 + b_- \left[\begin{matrix} M \\ m \end{matrix} \right] (M-1, m-1)_\perp^0, \end{aligned} \quad (49b)$$

где

$$\begin{aligned} \lambda_+ \left[\begin{matrix} M \\ m \end{matrix} \right] = \mp \frac{BR_+ [M] r_\pm [m]}{2g_\parallel \beta H_0}, \\ a_\pm \left[\begin{matrix} M \\ m \end{matrix} \right] = \mp \frac{(A+B)R_\pm [M] r_\mp [m]}{4g_\perp \beta H_0}, \\ b_\pm \left[\begin{matrix} M \\ m \end{matrix} \right] = \mp \frac{(A-B)R_\pm [M] r_\mp [m]}{4g_\perp \beta H_0}. \end{aligned} \quad (50)$$

Поправки к собственным значениям энергии в первом приближении равны нулю. Во втором приближении имеем:

$$E_\parallel (M, m) = g_\parallel \beta H_0 M + AMm + (B^2/2g_\parallel \beta H_0) \times \quad (51a)$$

$$\times \{[I(I+1)-m^2]M - m[S(S+1)-M^2]\} - \gamma_I \hbar H_0 m;$$

$$\begin{aligned} E_\perp (M, m) = g_\perp \beta H_0 M + BMm + [(A^2+B^2)/4g_\perp \beta H_0] \times \\ \times [I(I+1)-m^2]M - (AB/2g_\perp \beta H_0)[S(S+1)-M^2]m - \gamma_I \hbar H_0 m. \end{aligned} \quad (51b)$$

Если на спин-систему наложено радиочастотное поле с компонентами $H_{1x} \cos \omega t$, $H_{1y} \cos \omega t$, $H_{1z} \cos \omega t$, то взаимодействие этого поля с магнитным моментом электрона описывается гамильтонианом

$$\hat{V}_\perp(t) = \hat{V} \cos \omega t,$$

$$\hat{V}_\parallel = g_\parallel \beta H_{1z} S_z + \frac{1}{2} g_\perp \beta [(H_{1x}-iH_{1y})S_+ + (H_{1x}+iH_{1y})S_-]; \quad (52a)$$

$$\hat{V}_\perp = g_\perp \beta H_{1z} S_z + \frac{1}{2} \beta [(H_{1x}g_\parallel - iH_{1y}g_\perp)S_+ + (H_{1x}g_\parallel + iH_{1y}g_\perp)S_-]. \quad (52b)$$

При фиксированной частоте ω и в случае $S = 1/2$ линии ЗП $(1/2, m) \leftrightarrow (-1/2, m)$ наблюдаются, согласно (51), при значениях поля [10]

$$H_{\parallel} = H_0^* - \frac{Am}{g_{\parallel}\beta} - \left(\frac{B^2}{2g_{\parallel}^2\beta^2 H_0^*} \right) [I(I+1) - m^2]; \quad (53a)$$

$$H_{\perp} = H_0^* - \frac{Bm}{g_{\perp}\beta} - \left(\frac{A^2 + B^2}{4g_{\perp}^2\beta^2 H_0^*} \right) [I(I+1) - m^2]. \quad (53b)$$

Для возможных в рассматриваемом приближении линий ЗП $(1/2, m) \leftrightarrow (-1/2, m \pm 1)$ имеем также

$$H_{\parallel} = H_0^* - \frac{A}{g_{\parallel}\beta} \left(m \pm \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{B^2}{2g_{\parallel}^2\beta^2 H_0^*} \right) \times \quad (54a)$$

$$\times \left[I(I+1) - (m \pm 1)m \pm \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right] \pm H_0^* \gamma_I \hbar / \beta g_{\parallel};$$

$$H_{\perp} = H_0^* - \frac{B}{g_{\perp}\beta} \left(m \pm \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{A^2 + B^2}{4g_{\perp}^2\beta^2 H_0^*} \right) \times \quad (54b)$$

$$\times \left[I(I+1) - (m \pm 1)m + \frac{1}{2} \right] \pm \frac{AB}{4g_{\perp}^2\beta^2 H_0^*} \pm H_0^* \gamma_I \hbar / \beta g_{\perp}.$$

Вероятности переходов при ориентации поля $H_0 \parallel z'$ даются формулами (24) и (25), в которых γ_S надо заменить соответственно на $g_{\perp}\beta/\hbar$ и $g_{\parallel}\beta/\hbar$, а коэффициенты λ_{\pm} — на определяемые выражением (50). При $H_0 \perp z'$ вероятности переходов получаются равными

$$W_1 = W_{M, m}^{M \pm 1, m} = \frac{\pi\beta}{2\hbar} (g_{\parallel} H_{1x}^2 + g_{\perp} H_{1y}^2) \lambda_0^2 R_{\pm}^2 [M] G_p (H - H_0^*),$$

$$W_2 = W_{M, m}^{M \pm 1, m \mp 1} = \frac{2\pi\beta}{\hbar} g_{\perp} H_{1z}^2 \left| (M \pm 1) a_{\pm} \left[\begin{matrix} M \\ m \end{matrix} \right] + M a_{\mp} \left[\begin{matrix} M \pm 1 \\ m \mp 1 \end{matrix} \right] \right|^2 G_s (H - H_3^*), \quad (55)$$

$$W_3 = W_{M, m}^{M \pm 1, m \pm 1} = \frac{2\pi\beta}{\hbar} g_{\perp} H_{1z}^2 \left| (M \pm 1) b_{\pm} \left[\begin{matrix} M \\ m \end{matrix} \right] + M b_{\mp} \left[\begin{matrix} M \pm 1 \\ m \pm 1 \end{matrix} \right] \right|^2 G_s (H - H_3^*).$$

При обеих рассматриваемых ориентациях ЗП индуцируются только компонентой радиочастотного поля, параллельной статическому полю. При $H_0 \parallel z'$ возможны только флип-флоп ЗП ($W_3 = 0$ всегда), в то время как при $H_0 \perp z'$ разрешены как флип-флоп, так и флип-флип переходы. Отношение вероятностей этих переходов

$$\frac{W_3}{W_2} \sim \left(\frac{A - B}{A + B} \right)^2 \quad (56)$$

сравнимо с единицей, если только $|A| \gg |B|$ или $|B| \gg |A|$, т. е. анизотропия СТВ велика.

Из ряда работ, относящихся к изучению рассматриваемых ЗП, отметим здесь лишь эксперименты Джейффриса и др. [47, 48], выполненные на монокристаллах $\text{La}_2\text{Mg}_3(\text{NO}_3)_{12} \cdot 24 \text{D}_2\text{O}$ с добавками Со при ориентациях $H_1 \parallel H_0 \perp z'$ и $H_1 \perp H_0 \parallel z'$ ($H_0 \sim 1,2 \div 1,7 \text{ кЭ}$, $\omega/2\pi = 9,4 \text{ ГГц}$).

Спектр ЭПР детектировался от изотопа ^{59}Co ($S = 1/2, I = 7/2$); линии, соответствующие ЗП, прямым методом не обнаруживались. Однако при ориентации $H_1 \parallel H_0 \perp z'$ возникала заметная анизотропия γ -излучения радиоактивного ^{60}CO , объясняемая [10, 48] динамической поляризацией ядер этого изотопа ($I = 5$) при насыщении ЗП типа W_2 . Ролью флип-флип переходов в рассматриваемом эксперименте можно было пренебречь, поскольку для образца характерно $A \sim B \approx 50\text{ Гц}$ [47], так что $W_3 \approx 10^{-3} W_2 \ll W_2$.

В рамках метода возмущений описание ЗП при произвольных ориентациях оси симметрии тензора СТВ и статического поля H_0 сильно усложняется; соответствующие расчеты имеются в работах [49, 50]. Сукхэя и Наршал [51] рассчитали также в первом приближении теории возмущений вероятности переходов при произвольной ориентации оси симметрии и поля H_0 для спин-системы с начальным расщеплением уровней спинов S (к гамильтониану (47) добавлен член $D[S_z^2 - S(S + 1)/3]$); ядерной зеемановской энергией пренебрегалось. Из-за громоздкости соответствующие выражения здесь не приводим. Отметим только, что из-за наличия взаимодействия, пропорционального D , становятся возможными ЗП с правилом отбора $\Delta M = \pm 2, \dots$. Вероятность этих переходов сравнима с вероятностью флип-флоп или флип-флип ЗП, если $D \sim A, B$.

Эффекты второго приближения теории возмущений для спин-системы с одновременно присутствующими сверхтонким ASJ и тонким DS_z^2 взаимодействиями описаны ниже.

Б. Изменение направления квантования ядерного спина. Аксимально-симметричное СТВ. За исключением рассмотренных выше двух ориентаций поля H_0 и оси симметрии сильного СТВ, $H_0 \parallel z'$ и $H_0 \perp z'$, применение метода возмущений к описанию ЗП корректно лишь при условии, что компоненты тензора T много меньше зеемановской энергии ядер. В общем случае описание ЗП осуществляют, исходя из представлений об изменении направления квантования ядерного спина при переориентациях электронного спина. Детали такого подхода изложены в работах [19, 52-70].

Гамильтониан взаимодействия ядра с внешним полем H_0 и полем H_S , создаваемым электроном, имеет вид

$$\hat{H} = -\gamma_s \hbar H_0 I + STI. \quad (57)$$

Пусть далее g -фактор носителя спина S изотропен.

Если при этом $STI \ll \gamma_s \hbar H_0 S$, то можно с хорошим приближением считать, что вектор S квантуется на направление поля H_0 . Если не учитывать, кроме того, эффекты от поперечных составляющих вектора S , то его в выражении (57) можно заменить на $(Sn)n = Mn$, где n — единичный орт вдоль поля H_0 . Тогда вместо (57) получаем

$$\hat{H} = -\gamma_s \hbar H_{\text{эфф}}^M I, \quad (58)$$

где эффективное поле, в котором находится ядро, составляет

$$H_{\text{эфф}}^M = H_0 + MH_S = H_0 n - (M/\gamma_s \hbar) n T. \quad (59)$$

Величина и направление эффективного поля зависят от проекции M вектора S на поле H_0 . При электронном переходе $M \rightarrow M \pm 1$ направление эффективного поля изменяется, следовательно, изменяется направление, на которое квантуется спиновый вектор ядра. Может оказаться, что при электронном переходе направление квантования вектора

I изменяется таким образом, что вероятность запрещенных переходов станет сравнимой с вероятностью разрешенных переходов. Иначе, для рассматриваемых ЗП можно считать, что ориентация вектора **I** на самом деле не изменяется, но до и после электронного перехода ядерный спиновый вектор проектируется на разные направления.

Представим, следуя [52, 62], вектор $M\mathbf{H}_S$ в виде

$$M\mathbf{H}_S = M\mathbf{H}_{S\parallel} + M\mathbf{H}_{S\perp}, \quad (60)$$

где $\mathbf{H}_{S\parallel}$ и $\mathbf{H}_{S\perp}$ — составляющие вектора $\mathbf{H}_S = -(\gamma/\hbar)^{-1}\mathbf{n}T$ соответственно вдоль поля \mathbf{H}_0 (вектора \mathbf{n}) и в плоскости, перпендикулярной \mathbf{n} . Введем далее единичный вектор t_M вдоль составляющей вектора \mathbf{H}_S на плоскость, перпендикулярную \mathbf{n} :

$$\mathbf{t}_M = -\frac{\mathbf{H}_S - \mathbf{H}_{S\parallel}}{|\mathbf{H}_S - \mathbf{H}_{S\parallel}|} \operatorname{sgn} M. \quad (61)$$

Угол, который составляет вектор эффективного поля $\mathbf{H}_{\text{эфф}}$ с направлением внешнего поля \mathbf{H}_0 , равен

$$\theta_M = \operatorname{arctg} \frac{|M\mathbf{H}_{S\perp}|}{(H_0 + M\mathbf{H}_{S\parallel})}. \quad (62)$$

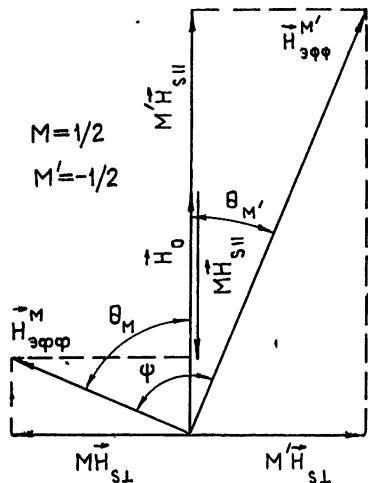
Азимутальные углы φ векторов $\mathbf{H}_{\text{эфф}}$ и \mathbf{t}_M , очевидно, совпадают. Модуль эффективного поля равен

$$H_{\text{эфф}} = [(M\mathbf{H}_{S\perp})^2 + (H_0 + M\mathbf{H}_{S\parallel})^2]^{1/2}. \quad (63)$$

На рис. 5 изображены составляющие вектора $H_{\text{эфф}}^M$ и направления этого вектора, соответствующие значениям $M=1/2$ и $M'=-1/2$. Каждому значению M (поля $H_{\text{эфф}}^M$) соответствуют $2I+1$ возможных состояний ядерного спина. Волновые функции этих состояний (m)_M зависят от числа M , а значения энергии ядра в эффективном поле равны $E_I(M) = -m\varepsilon_M$, где

$$\varepsilon_M = \gamma/\hbar H_{\text{эфф}} = \gamma/\hbar [(M\mathbf{H}_{S\perp})^2 + (H_0 + M\mathbf{H}_{S\parallel})^2]^{1/2}, \quad (64)$$

Рис. 5. Составляющие эффективного поля, в котором находится ядро, при анизотропном СТВ.



причем m является проекцией вектора **I** не на поле \mathbf{H}_0 , а на поле $\mathbf{H}_{\text{эфф}}^M$.

При $I=1/2$ для ситуации, изображенной на рис. 5, получаем 4 возможных состояния электрон-ядерной пары, волновые функции которых обозначим как $(M)(1/2)_M$, $(M')(-1/2)_{M'}$, $(M')(-1/2)_{M''}$, $(M)(-1/2)_{M''}$. Радиочастотное поле в плоскости, перпендикулярной \mathbf{H}_0 , способно индуцировать переходы между этими состояниями. В вероятность, например, запрещенного перехода $(M)(1/2)_M \leftrightarrow (M')(-1/2)_{M'}$ войдет квадрат следующего матричного элемента:

$$\langle (M')(-1/2)_{M'} | S_- | (M)(1/2)_M \rangle = \langle (M') | S_- | (M) \rangle \langle (-1/2)_{M'}(1/2)_M \rangle.$$

Хорошо известно, что произведение $\langle (-1/2)(1/2) \rangle$ равно нулю, если волновые функции ядра относятся к неизменной по направлению оси квантования. Если, однако, оси квантования не параллельны, а образуют между собой угол $0 < \psi \leq \pi$ (см. рис. 5), то $|\langle (-1/2)_{M'}(1/2)_M \rangle|^2 = \sin^2 \psi / 2 \neq 0$. Следовательно, рассматриваемый ЗП становится «разрешенным». При этом, конечно, вероятность разрешенного перехода $(M)(1/2)_M \leftrightarrow \leftrightarrow (M')(1/2)_{M'}$ уменьшается в $\cos^2 \psi / 2$ раз.

Выражения для вероятностей переходов при любом S , но $I = 1/2$, приведены в работе [62]. Если обозначить через $p_M^{M\pm 1}$ и $q_M^{M\pm 1}$ вероятности переходов $(M)(\pm 1/2)_{M\pm 1} \leftrightarrow (M \pm 1)(\pm 1/2)_{M\pm 1}$ и $(M)(\pm 1/2)_M \leftrightarrow \leftrightarrow (M \pm 1)(\mp 1/2)_{M\pm 1}$ относительно вероятности перехода $(M, \pm 1/2) \leftrightarrow \leftrightarrow M \pm 1, \pm 1/2$ в отсутствие СТВ, то, согласно [62], имеем

$$p_M^{M\pm 1} = \cos^2 \frac{\theta_M - \theta_{M\pm 1}}{2} \cos^2 \frac{\varphi_M - \varphi_{M\pm 1}}{2} + \cos^2 \frac{\theta_M + \theta_{M\pm 1}}{2} \times \\ \times \sin^2 \frac{\varphi_M - \varphi_{M\pm 1}}{2}; \quad (65)$$

$$q_M^{M\pm 1} = \sin^2 \frac{\theta_M - \theta_{M\pm 1}}{2} \cos^2 \frac{\varphi_M - \varphi_{M\pm 1}}{2} + \sin^2 \frac{\theta_M + \theta_{M\pm 1}}{2} \times \\ \times \sin^2 \frac{\varphi_M - \varphi_{M\pm 1}}{2}. \quad (66)$$

Из (61) видно, что для всех видов электронных переходов, кроме перехода $(M) = (\pm 1/2) \leftrightarrow (\mp 1/2)$, $\varphi_M = \varphi_{M\pm 1}$. Выражения (65) и (66) сводятся тогда к виду

$$p_M^{M\pm 1} = \cos^2 \frac{\theta_M - \theta_{M\pm 1}}{2}, \quad q_M^{M\pm 1} = \sin^2 \frac{\theta_M - \theta_{M\pm 1}}{2}. \quad (67)$$

В случае перехода $(M) = (\pm 1/2) \leftrightarrow (\mp 1/2)$, согласно (61), $|\varphi_M - \varphi_{M\pm 1}| \approx \pi$. Из (65) и (66) при этом получаем

$$p_M^{M\pm 1} = \cos^2 \frac{\theta_M + \theta_{M\pm 1}}{2}, \quad q_M^{M\pm 1} = \sin^2 \frac{\theta_M + \theta_{M\pm 1}}{2}. \quad (68)$$

Отметим следующие два допущения, принятые при написании выражений (65)–(68): 1) g -фактор носителя спина S предполагался изотропным. Обобщение результатов на случай анизотропного g -фактора дано Санадзе и Хуцишвили [63]. В работе Хуцишвили [70] исследованы теоретически ЗП для некрамерсовских ионов с эффективным спином, равным половине (например, ионы Tb^{+3} , Pr^{+3} и др.); 2) при $S \geq 1$ не учитывалась тонкая структура спектра ЭПР, соответствующая составляющей SDS гамильтонiana. Как показано в работе [66], учет этого взаимодействия приводит к различию ЗП, связанных с переходами $(M) = (-1) \leftrightarrow (0)$ и $(M) = (0) \leftrightarrow (+1)$ (для $S = 1$). Отмечено обстоятельство важно, например, при изучении триплетных электронных радикальных пар, возникающих часто при облучении органических кристаллов (см. литературу к работе [66]).

Из соотношений (65)–(68) можно уяснить основные закономерности рассматриваемых ЗП. Если $|MH_{S\parallel}|, |MH_{S\perp}| \ll H_0$, то, как сле-

дует из (62), $\theta_M \ll 1$. Согласно (67) и (68), в этом случае $p \approx 1$, $q \approx 0$. Описание ЗП в данном приближении возможно также в рамках метода возмущений. Спектр ЭПР состоит из линий РП, и его называют часто простым. Для $|MH_S| \gg H_0$ из (62) имеем $\theta_M \approx \theta_{M\pm 1}$ для всех переходов, кроме перехода $(\pm 1/2) \leftrightarrow (\mp 1/2)$. Выражения (67) дают тогда $p \approx 1$, $q \approx 0$, спектр ЭПР опять получается простым. Для перехода же $(\pm 1/2) \leftrightarrow (\mp 1/2)$ имеем $|\theta_M + \theta_{M\pm 1}| = \pi$, поэтому, согласно (68), $p \approx 0$, $q \approx 1$. Направление эффективного поля в этом случае изменяется на противоположное. Спектр ЭПР состоит из линий хорошо разрешенной сверхтонкой структуры и является также простым. Для того, чтобы линии РП и ЗП имели сравнимую интенсивность, необходимо, как видно из приведенных соотношений, чтобы компоненты поля H_S по величине были сравнимы с полем H_0 . Для ядер решетки, далеких от иона, $H_S \ll H_0$. Лишь для ядер ближнего окружения иона возможно $H_S \sim H_0$; эти ядра могут приводить к интенсивным линиям ЗП, т. с. усложнять спектр ЭПР.

Рассмотрим далее зависимость вероятностей p и q от ориентации внешнего поля H_0 и главных осей тензора T на важном примере аксиально-симметричного СТВ. В системе главных осей компоненты тензора T даются выражениями (46). Пусть поле H_0 (ось z лабораторной системы координат) образует с осью симметрии СТВ (осью z') угол θ . Компоненты тензора $T(x, y, z)$ в лабораторной системе координат, выраженные через его главные значения $T(x', y', z')$, могут быть найдены как

$$(T(x, y, z)) = R(\theta)(T(x', y', z')) R^{-1}(\theta), \quad (69)$$

где $R(\theta)$ — известная матрица поворота вокруг осей $y \parallel y'$ на угол θ . Таким образом получаем

$$(T(x, y, z)) = \begin{pmatrix} B + (A - B)\sin^2 \theta & 0 & (A - B)\sin \theta \cos \theta \\ 0 & B & 0 \\ (A - B)\sin \theta \cos \theta & 0 & B + (A - B)\cos^2 \theta \end{pmatrix}. \quad (70)$$

Строчную матрицу поля (MH_S) , принимая во внимание (59) и (70), находим как

$$\begin{aligned} (MH_S) &= -(M/\gamma_I \hbar)(0, 0, 1)(T(x, y, z)) = \\ &= -(M/\gamma_I \hbar)((A - B)\sin \theta \cos \theta, 0, B + (A - B)\cos^2 \theta), \end{aligned} \quad (71)$$

откуда сразу следует, что

$$\begin{aligned} MH_{S\parallel} &= -(M/\gamma_I \hbar)[B + (A - B)\cos^2 \theta], \\ MH_{S\perp} &= -(M/\gamma_I \hbar)(A - B)\sin \theta \cos \theta. \end{aligned} \quad (72)$$

Для угла θ_M тогда получаем

$$\theta_M = \operatorname{arctg} \frac{|(M/\gamma_I \hbar)(A - B)\sin \theta \cos \theta|}{\{H_0 - (M/\gamma_I \hbar)[B + (A - B)\cos^2 \theta]\}}, \quad (73)$$

что позволяет, в конечном итоге, проследить зависимость вероятностей p и q от угла θ . Отметим здесь лишь, что при $\theta = 0$ и $\pi/2$ углы $\theta_M = 0$, следовательно, $q = 0$. Таким образом, при ориентации внешнего поля в направлении главных осей тензора СТВ (любой симметрии) ЗП исключаются. Для разных ядер главные оси СТВ ориентированы, вообще говоря, по-разному, поэтому выбором ориентации поля H_0 можно до-

биться простого спектра ЭПР только при очень высокой симметрии расположения ядер.

Если аксиально-симметричное СТВ является дипольным, т. е. главные значения A и B даны выражениями (46), то из (73) и (68) в приближении $H_0 > (1/2\gamma_1\hbar)[B + (A - B)\cos^2\theta]$ непосредственно следуют выражения (38) или (39), полученные ранее другим способом Трэммелом и др. [19].

Линии ЗП, теоретически интерпретируемые в рамках изложенных выше представлений, наблюдались в УФ-и гамма-облученных низкотемпературных воднокислотных матрицах [26, 71–75], в рентгенооблученном фтористом кальции [57, 58] (см. также [24, 76]), в гамма-облученных полугидрате сульфата кальция [77] и малоновой кислоте [78] и во многих других объектах [27, 52–56, 59–61, 65, 66, 79–83]. На рис. 6 приведена часть спектра ЭПР* в X -диапазоне атомарного водорода, полученного при облучении УФ низкотемпературного (77 К) воднокислотного раствора с добавлением соли металла переменной валентности. Спектр представляет дублет с расщеплением около 505 Э и g -фактором 2,002. По обе стороны каждой линии дублета наблюдаются сателлиты, обязаные ЗП. При увеличении мощности СВЧ в резонаторе отношение интенсивностей сателлитов и линии дублета увеличивается, что связывается, в основном, с легкой насыщаемостью линий дублета. Сателлитная структура спектра хорошо объясняется в рамках изложенных представлений как результат взаимодействия неспаренного s -электрона H -атома с ближайшим протонным окружением водородосодержащих групп.

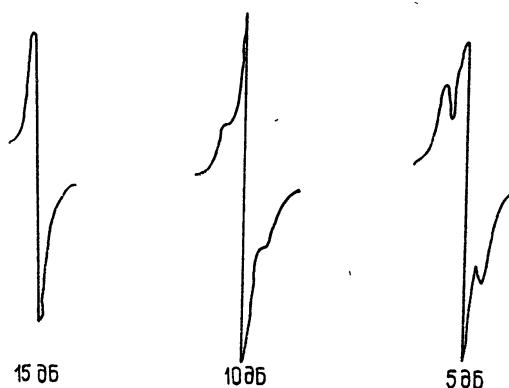


Рис. 6. Сильнополевая линия дублета ЭПР атомарного водорода в облученном УФ воднокислотном растворе (1 объемная часть воды и 0,3 части серной кислоты) с добавкой соли Мора. В децибелах указан уровень ослабления СВЧ мощности, подаваемой от клистрона в резонатор.

6. ДРУГИЕ МЕХАНИЗМЫ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЗАПРЕЩЕННЫХ ПЕРЕХОДОВ

A. Сверхтонкое и тонкое взаимодействие. Для парамагнитных ионов, у которых основной, более чем двукратно вырожденный уровень расщеплен кристаллическим полем на энергетические зазоры, сравнимые с зеемановской энергией электронов, в спектрах ЭПР часто наблюдаются ЗП, положение и интенсивность которых сильно зависят от ориентации кристалла. Механизм возникновения таких переходов, впервые описанный Блини и Рубинсом [84] в рамках теории возмущений, подробно рассмотрен в книге Абрагама и Блини [85]. Здесь для полноты изложения приведем лишь основные результаты.

Блини и Рубинс рассматривали парамагнитный ион с $S > 1/2$, любым I , находящийся в аксиально-симметричном кристаллическом поле. Для изотропных g -фактора иона и сверхтонкого взаимодействия гамильтониан иона в системе собственных осей кристаллического поля (тензора D) имеет вид

* Спектр предоставлен А. С. Сердюком.

$$\hat{H} = g \beta H_0 S + D \left\{ S_{z'}^2 - \frac{1}{3} S(S+1) \right\} + ASI - \gamma_I \hbar H_0 I, \quad (74)$$

причем предполагается, что $D, A \ll g \beta H_0$. Если поле H_0 направлено под углом θ к оси поля, то зеемановская энергия диагонализируется в системе координат x, y, z , где ось z совпадает с направлением поля H_0 . Гамильтониан (74), преобразованный к новой системе координат, имеет тогда вид

$$\begin{aligned} \hat{H} = & g \beta H_0 S_z + \frac{1}{2} D \left\{ S_z^2 - \frac{1}{3} S(S+1) \right\} (3 \cos^2 \theta - 1) + \\ & + D(S_z S_x + S_x S_z) \cos \theta \sin \theta + \frac{1}{4} D(S_+^2 + S_-^2) \sin^2 \theta + ASI - \gamma_I \hbar H_0 I. \end{aligned} \quad (75)$$

Волновые функции $(M, m)^0$ в нулевом приближении перемешиваются недиагональными элементами гамильтониана (75). ЗП от перемешивания в первом приближении теории возмущений рассматривались выше. Во втором приближении возникает перемешивание волновых функций, обусловленное произведениями частей гамильтониана (75), пропорциональных A и D , т. е. произведениями операторов вида $(S_z S_+) (S_- I_+)$, $(S_z S_-) (S_+ I_-)$ и др. Расчет, выполненный Блинки и Рубинсом, показывает, что отношение вероятности ЗП вида $(M, m) \leftrightarrow (M-1, m-1)$ или $(M, m-1) \leftrightarrow (M-1, m)$ к вероятности перехода $(M, m) \leftrightarrow (M-1, m)$ составляет

$$\left(\frac{3D}{4g \beta H_0} \sin 2\theta \right)^2 \left[1 + \frac{S(S+1)}{3M(M-1)} \right]^2 [I(I+1) - m(m-1)]. \quad (76)$$

Наибольшей интенсивностью обладают ЗП, отвечающие переходу $(M) = (1/2) \leftrightarrow (-1/2)$, т. е. центральной компоненте тонкой структуры. Согласно (76), ЗП обнаруживают сильную угловую зависимость: они обращаются в нуль при $\theta = 0$ и 90° и достигают максимума при $\theta = 45^\circ$. Наибольшая интенсивность ЗП может быть сравнима с интенсивностью РП при отношении $D/g \beta H_0 \geq 0.2$.

Последующие применения метода возмущений позволяют рассчитать вероятности ЗП видов: $\Delta M = \pm 1$, $\Delta m = \pm 2, \pm 3$ и т. д. Так, для относительной вероятности перехода $(M, m \pm 1) \leftrightarrow (M-1, m \mp 1)$ можно получить

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{2} \left(\frac{3D \sin^2 \theta}{4g \beta H_0} \right)^2 \left\{ 1 + \frac{S(S+1)}{3M(M-1)} \right\}^2 \pm \frac{3DA \sin^2 \theta}{16(g \beta H_0)^2} \times \right. \\ & \left. \times \left\{ 1 + \frac{S(S+1)}{3M(M-1)} \right\}^2 \{I^2 - m^2\} \{(I+1)^2 - m^2\} \right]. \end{aligned} \quad (77)$$

Соотношения (76) и (77) иллюстрируют тот важный факт, что одновременно присутствующие сверхтонкое и тонкое взаимодействия обогащают спектр ЭПР линиями ЗП, интенсивности которых могут быть сравнимы с интенсивностями линий РП; вид всего спектра сильно зависит от ориентации кристалла в магнитном поле. Очевидно, что и в кристаллических полях других симметрий (для $E(S_x^2 - S_y^2) \neq 0$) возникнут аналогичные эффекты. В работах [86-90] дано, например, описание ЗП кристаллического поля кубической симметрии и проведено сравнение экспериментальных и теоретических результатов.

Корректное сопоставление результатов метода возмущений с наблюдаемыми спектрами возможно только при условии $A, D \sin 2\theta \ll g \beta H_0$.

Во многих случаях это условие не выполняется, поэтому для детального расчёта спектра ЭПР требуются многие приближения метода возмущений. Основная трудность состоит в выборе достаточного порядка приближения. Биром [91–93] развит метод, позволяющий принципиально строго рассчитывать интенсивности линий ЗП и РП для парамагнитных ионов, находящихся в кристаллических полях любой величины и симметрии.

Идея подхода Бира состоит в следующем: при наличии сильного внутрикристаллического поля направление эффективного магнитного поля, действующего на ядро, зависит от ориентации внешнего магнитного поля по отношению к осям кристаллического поля и от состояния электронов. Зависимость направления эффективного поля от состояния электронов приводит к неортогональности ядерных волновых функций, относящихся к различным электронным состояниям. Это, в конечном счете, обуславливает появление ЗП и уменьшение РП, а также зависимость интенсивностей обоих видов переходов от ориентации кристалла в магнитном поле. Детали метода подробно изложены в работах [91, 92].

Рокенбауэр и Саймон [94] рассмотрели ЗП с использованием технологии проективных операторов.

Наибольшее число экспериментальных работ, посвященных исследованию ЗП при сверхтонком и тонком взаимодействиях, относится к Mn^{+2} , внедренному в различные структуры. Укажем здесь лишь сами структуры и соответствующие литературные источники: $CaCO_3$ [44, 45, 95–99], $MgAl_2O_4$ [100], $ZnSiF_6 \cdot 6 H_2O$ [101], ZnO [102], Al_2O_3 [103–105], $BaTiO_3$ [106], ZnS [107], $ZnCO_3$ [108], $\beta-Ga_2O_3$ [109], $CaWO_4$ [110], MgO [88, 89, 111, 112, 164], CaO [113, 114], SrO [114], $CaZrO_3$ [115], $ZnSe$ [87], $BaCO_3$ [116], LiF [117], $NaCl$ [90, 118, 119], $SrCl_2$ [92, 93, 120], $La_2Mg_3(No_3)_{12} \cdot 24H_2O$ [121, 122], $Cd(CH_3COO)_2 \cdot 3H_2O$ [123], $ZnS_{1-x}Se_x$ [124].

ЗП в спектрах ЭПР описаны также для V^{+2} в $ZnSiF_6 \cdot 6 H_2O$ [81], Eu^{+2} в BaF_2 и SrF_2 [36], V^{+3} в ZnO [125], Cd^{+3} в ThO_2 [163] и др.

Б. Сверхтонкое и ядерное квадрупольное взаимодействия. В работах Блини и др. [126, 127] было показано, что ядерное квадрупольное взаимодействие перемешивает волновые функции электронно-ядерной системы. Рассмотрим, следуя Джейфрису [10], упрощенную ситуацию, когда g -фактор электрона и сверхтонкое взаимодействие изотропны. Гамильтониан в системе координат, оси которой совпадают с главными осями тензора квадрупольного взаимодействия, имеет вид

$$\hat{H} = g \beta HS + ASI + P \left[I_z^2 - \frac{1}{3} I(I+1) \right], \quad (78)$$

где $P = 3P_{z'z'}/2$; $P_{z'z'}$, $P_{x'x'}$, $P_{y'y'}$ — главные значения тензора квадрупольного взаимодействия. Гамильтониан (78) записан для случая аксиальной симметрии тензора P , когда параметр асимметрии $\eta = (P_{x'x'} - P_{y'y'})/P_{z'z'} = 0$, $P_{z'z'} = e^2 Q q / 2I(2I-1)$, $eq = \frac{\partial^2 V}{(\partial z')^2}$

— градиент электрического поля на ядре. Считается также, что ядерной зеemanовской энергией можно пренебречь по сравнению с остальными слагаемыми в (78), $\gamma \hbar H \ll A, P$.

В лабораторной системе координат $x, y, z \parallel H_0$, повернутой относительно ядерной системы x', y', z' на угол θ так, что оси y и y' совпадают, слагаемое в (78), ответственное за квадрупольное взаимодействие, преобразовывается к виду

$$\frac{1}{2} P \left\{ \left[I_z^2 - \frac{1}{3} I(I+1) \right] (3\cos^2 \theta - 1) + 2(I_x I_z + I_z I_x) \times \right. \\ \left. \times \cos \theta \sin \theta + \frac{1}{2} (I_+^2 + I_-^2) \sin^2 \theta \right\}. \quad (79)$$

Из-за наличия в (79) операторов $I_x I_z$, $I_z I_x$ и I_{\pm}^2 к волновой функции $(M, m)^0$ примешиваются соответственно функции $(M, m \pm 1)^0$ и $(M, m \pm 2)^0$, относящиеся к неизменному числу M . Считаем ниже, что $A \ll g \beta H_0$, но $A \geq P$, так что в первом приближении следует учитывать только эффекты перемешивания за счет квадрупольного взаимодействия. Энергетический зазор между перемешиваемыми состояниями составляет $\sim AM$. Волновые функции первого приближения приобретают вид

$$(M, m) = p_0(M, m)^0 + p_+(M, m+1)^0 + p_-(M, m-1)^0 + \\ + s_+(M, m+2)^0 + s_-(M, m-2)^0, \quad (80)$$

где коэффициенты примешивания

$$p_{\pm} = \pm P \sin \theta \cos \theta (2m \pm 1) r_{\pm}[m]/2AM, \\ s_{\pm} = \pm P \sin^2 \theta r_{\pm}[m] r_{\pm}[m \pm 1]/8AM, \\ p_0^2 + p_+^2 + p_-^2 + s_+^2 + s_-^2 = 1. \quad (81)$$

СВЧ магнитное поле, перпендикулярное к статическому полю, индуцирует в рассматриваемом приближении переходы с правилами отбора $\Delta M = \pm 1$, $\Delta m = 0, \pm 1, \pm 2$. Вероятность запрещенного перехода $(M, m \pm 1/2) \leftrightarrow (M \pm 1, m \mp 1/2)$, отнесенная к вероятности перехода с $\Delta m = 0$, согласно (80) и (81), составляет

$$\left(\frac{P \sin \theta \cos \theta}{AM(M \pm 1)} \right)^2 m^2 \left[\left(I + \frac{1}{2} \right)^2 - m^2 \right]. \quad (82)$$

Подобным образом для относительной вероятности перехода $(M, m \pm 1) \leftrightarrow (M \pm 1, m \mp 1)$ получаем

$$\left(\frac{P \sin^2 \theta}{8AM(M \pm 1)} \right)^2 [(I+1)^2 - m^2](I^2 - m^2). \quad (83)$$

Как видно из (79), квадрупольное взаимодействие обуславливает сдвиг энергетических уровней на величину

$$\frac{1}{2} P \left[m^2 - \frac{1}{3} I(I+1) \right] (3\cos^2 \theta - 1). \quad (84)$$

Энергия разрешенных переходов ($\Delta m = 0$) не изменяется, в то время как энергии, например, переходов с $\Delta m = \pm 1$ изменяются на величину

$$\frac{1}{2} P(1 \pm 2m)(3\cos^2 \theta - 1). \quad (85)$$

Из соотношений (82) и (83) легко выявить основные свойства рассматриваемых ЗП. Отметим, в первую очередь, сильную угловую зависимость этих ЗП. Переходы с $\Delta m = \pm 1$ исчезают при $\theta = 0$ и 90° , их интенсивность максимальна при $\theta = 45^\circ$. Переходы с $\Delta m = \pm 2$ наиболее

интенсивны при $\theta = 90^\circ$. Оба вида ЗП не возникают в системе главных осей тензора P .

Интенсивности обоих ЗП увеличиваются с увеличением параметра P . При $P \sim A$ интенсивности ЗП и РП могут быть сравнимы (для корректности соотношений (82) и (83) необходимо все же, чтобы $P < A$).

Интенсивные ЗП, обусловленные рассмотренным механизмом, наблюдались в спектрах ЭПР $^{63, 65}\text{Си}$ в солях Туттона [¹²⁷], ^{233}U в кристаллах LaCl_3 [¹²⁸], центров FJ- [¹²⁹], Mn в NaNO_3 [¹³⁰] и ряде других объектов.

Влияние анизотропий g -фактора электрона и сверхтонкого взаимодействия на положение и интенсивность линий ЗП рассмотрены в работах [^{85, 126, 131}].

B. Запрещенные переходы в свободных атомах. Гамильтониан свободного атома, помещенного в магнитное поле H_0 , имеет вид [⁸⁵]

$$\hat{H} = g_J \beta H_0 J + AJI + e^2 Qq \frac{3(JI)^2 + (3/2)JI - I(I+1)J(J+1)}{2I(2I-1)J(2J-1)} - \gamma_I \hbar H_0 I, \quad (86)$$

где $J = S + L$, L — оператор орбитального момента количества движения электрона. Третье слагаемое в (86) описывает взаимодействие между ядерным квадрупольным моментом ядра и градиентом электрического поля электронов на ядре. Из-за наличия в гамильтониане слагаемых, пропорциональных JI и $(JI)^2$, волновые функции различных состояний перемешиваются, благодаря чему становятся возможными ЗП как при параллельной, так и перпендикулярной ориентации полей. Такие ЗП наблюдались для многих галоидных атомов [¹³²⁻¹³⁴].

Г. Акустические переходы. При модуляции ультразвуком дипольного взаимодействия двух неодинаковых ядер возможны переходы, связанные с одновременной переориентацией ядер обоих сортов. Частоты таких переходов удовлетворяют равенству $\omega^\pm = \omega_1 \pm \omega_2$, где $\omega_{1(2)}$ — ларморова частота ядер 1-го (2-го) сорта. Переходы на частотах $\omega_1 \pm \omega_2$ являются разрешенными [⁷], и их вероятность определяется выражением

$$W_{\text{разр}} \sim \gamma_1^2 \gamma_2^2 \hbar^2 g_a(\omega^\pm) S_0^2 / r_{12}^6, \quad (87)$$

где $g_a(\omega^\pm)$ — функция формы акустического ядерного резонанса, S_0 — амплитуда деформации в ультразвуковой волне, r_{12} — расстояние между ядрами 1-го и 2-го сортов. В работе [¹³⁵] акустические разрешенные переходы на частотах ω^\pm детектировались по возникающей при их насыщении вынужденной динамической поляризации ядер. В бинарных спин-системах с сильной спин-фононной связью возможны, кроме того, акустически запрещенные переходы, обусловленные несекуллярными членами дипольного взаимодействия, перемешивающими волновые функции неэквивалентных спиновых состояний. Для тяжелых ядер наиболее эффективным механизмом спин-фононной связи является квадрупольный, т. е. взаимодействие квадрупольных моментов ядер с динамическими градиентами локального электрического поля. Вероятность акустических ЗП, например, на частотах $\omega_q^\pm = q\omega_1 \pm \omega_2$ при сильной квадрупольной связи с решеткой ядра 1-го сорта можно оценить из соотношения [^{136, 137}]

$$W_{q \text{ разр}} \approx W_q (H_L / H_0)^2, \quad (88)$$

где H_L — локальное поле на ядре 2-го сорта, наводимое, ядром 1-го сорта, $W_q = R^2 g_a(\omega) S_0^2$ — вероятность обычных разрешенных квадрупольных переходов $\Delta m_1 = q$ в системе ядер 1-го сорта на частоте $q\omega_1$, R — постоянная квадрупольной спин-фононной связи для ядер 1-го сорта.

Вероятность акустических ЗП может значительно превышать вероятность РП. Так, в кристаллах CsJ, по данным [136, 137], W_q запр./ $W_{\text{разр.}}$ $\sim \sim 10^3$. Если ядра одного сорта быстро релаксируют, то насыщение акустических ЗП приводит к динамической поляризации других ядер. Подобные эксперименты выполнены [136, 137] на монокристаллах CsJ ($T_{1J} \approx 0,01$ с, $T_{1Cs} \approx 500$ с). При насыщении ультразвуком ЗП на частотах $2\omega_J \pm \omega_{Cs}$ наблюдалось изменение поляризации ядер ^{133}Cs , хорошо согласующееся с теоретическими представлениями.

7. ЭФФЕКТЫ В МАГНИТНОМ РЕЗОНАНСЕ, СВЯЗАННЫЕ С ЗАПРЕЩЕННЫМИ ПЕРЕХОДАМИ

Из многих эффектов в МР, обусловленных проявлением ЗП, отметим здесь лишь наиболее представительные.

1. Вынужденная динамическая поляризация ядер (ДПЯ). С этим термином связывают обычно совокупность явлений, состоящих в увеличении (положительном или отрицательном) поляризации ядер в твердых телах (иногда и в жидкостях, адсорбированных на парамагнетиках) при заметном насыщении ЗП. Вынужденная ДПЯ наблюдается как при контактном взаимодействии спинов (эффект Джейфриса [9, 10]), так и при их дипольном взаимодействии (эффект Абрагама—Проктора [20, 21]). В отличие от эффекта Оверхаузера [138], в котором поляризация ядер вызывается «запрещенной» релаксацией с одновременными переворотами двух спинов, при вынужденной ДПЯ поляризация обеспечивается непосредственно насыщающим полем при участии односпиновой релаксации. К настоящему времени различные стороны вынужденной ДПЯ подробно изучены теоретически и экспериментально. Укажем здесь лишь на монографии и обзоры [5, 7, 139–144] по этому вопросу, освещающие в совокупности почти все аспекты явления.

2. Дискретное насыщение линий ЭПР. В ряде экспериментов [145–156, 62–64] было установлено, что при воздействии коротким одиночным импульсом СВЧ на неоднородно уширенную линию ЭПР возникает не только выжигаемая дыра (ВД), но и дополнительные провалы, т. е. индуцированные дыры (ИД). Возникновение системы провалов на контуре линии ЭПР в указанных условиях называют обычно дискретным насыщением (ДН). Выявлены следующие закономерности эффекта: 1) глубина провалов ДН определяется только энергией насыщающего импульса и не меняется при изменении его мощности $P \sim H_1^2$ или длительности τ , если произведение $P\tau \sim H_1^2\tau$ остается постоянным. С увеличением произведения $P\tau$ глубина провалов увеличивается [63, 64, 146, 148]; 2) ширина распространения ДН не зависит от энергии импульса СВЧ [64]; 3) картина ДН не зависит от концентрации парамагнитных центров [62–64, 146]. Образование провалов на контуре линии происходит за время более короткое, чем длительность процессов продольной или кросс-релаксации в спиновой системе. Отмеченные факты дают основание считать, что механизм ДН не связан с явлением спиновой диффузии (спектральной или так называемой «дискретной» [137]), а носит локальный характер, имеющий место только под влиянием и во время действия насыщающего импульса. «Выжигание» дыр СВЧ импульсом возможно только в неоднородно уширенных линиях ЭПР. При

однородном уширении под действием импульса линия насыщается как целое.

В механизмах ДН, по представлениям [62–64, 145–156], важнейшую роль играют запрещенные переходы. Неоднородное уширение линии ЭПР предполагается обусловленным, в основном, взаимодействием электрона с ядрами окружения. Известно, что при взаимодействии электрона с n неэквивалентными ядрами число компонент сложной супер-СТС определяется как 4^n . При этом, как уже отмечалось, вклад в число n будут обуславливать лишь те ядра, для которых $H_s \sim H_0$. Компоненты СТС располагаются в энергетическом интервале $\sim \gamma_1 \hbar H_0$. Большая плотность переходов в малом частотном диапазоне приводит к тому, что под действием мощного импульса СВЧ насыщается одновременно большое число переходов и вместо узкого провала на контуре линии появляется широкая впадина.

В случае n эквивалентных ядер возникает $(n+1)^2$ компонент супер-СТС, меньшее, чем для n неэквивалентных ядер. Плотность переходов при этом уменьшается. Если, кроме того, имеются переходы (разрешенные и запрещенные), совпадающие по частоте, то импульс СВЧ насыщает их одновременно. На контуре линии ЭПР возникают впадины, выявляющие структуру линии.

Рассмотрим подробнее систему [152, 153], состоящую из электрона, анизотропно взаимодействующего с четырьмя эквивалентными протонами. Энергетические уровни системы показаны на рис. 7 (L — собственные значения оператора $\sum_{l=1}^n I_{zl}$). В сложной супер-СТС содержится всего $(4+1)^2 = 25$ компонент. Предположим, что $\epsilon_{1/2} \approx 2\epsilon_{-1/2}$ (рис. 7 а). В этом случае из-за наложения ряда переходов общее число компонент в супер-СТС уменьшится до 13.

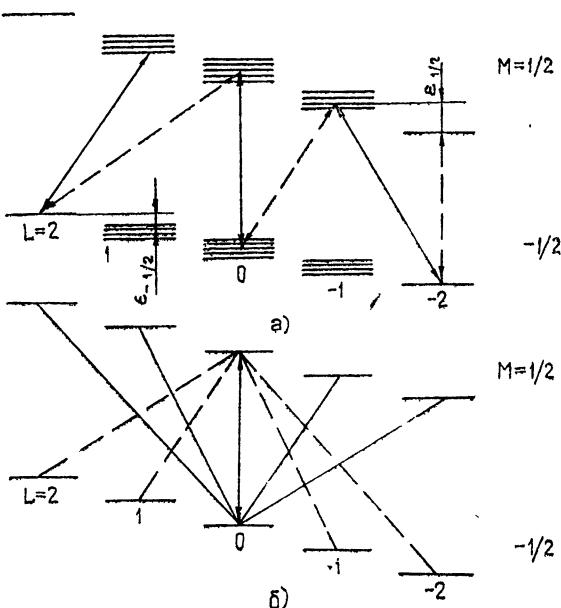


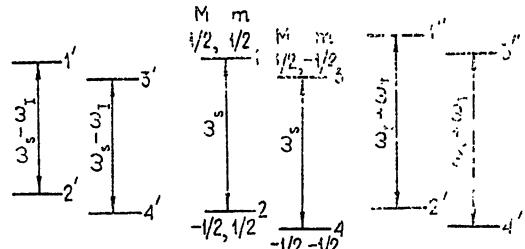
Рис. 7. Схема уровней для электрона и 4 эквивалентных протонов.

Насыщение центрального перехода $(1/2, 0) \leftrightarrow (-1/2, 0)$ кратковременным импульсом СВЧ приводит также к насыщению запрещенных

переходов $(1/2, -1) \leftrightarrow (-1/2, -2)$ и $(1/2, 1) \leftrightarrow (-1/2, 2)$ (сплошные линии на рис. 7 а). Соседняя компонента супер-СТС, которой соответствуют переходы $(1/2, -1) \leftrightarrow (-1/2, -1)$ и $(1/2, 0) \leftrightarrow (-1/2, 1)$, окажется при этом частично насыщенной. То же самое относится и к переходу $(1/2, -2) \leftrightarrow (-1/2, -2)$, наблюдаемому совместно с переходами $(1/2, -1) \leftrightarrow (-1/2, 0)$ и $(1/2, 0) \leftrightarrow (-1/2, 2)$ (пунктирные линии на рис. 7 а). Идентичные ситуации возникают при смещении поля к левому крылу линии относительного центрального насыщающего перехода. Таким образом, в спектре ДН появляются 5 провалов с интервалами $\sim \epsilon_{-1/2}$. Если же $\epsilon_{1/2} \approx \epsilon_{-1/2}$ (рис. 7 б) [62, 64], то СВЧ-импульс, приложенный к центральному переходу, насыщает в одинаковой степени другие разрешенные (вертикальные) переходы. В участках линии ЭПР, соответствующих ЗП (сплошные и пунктирные линии на рис. 7 б), возникнут провалы. Спектр ДН будет состоять из 9 компонент со средним интервалом $(\epsilon_{1/2} + \epsilon_{-1/2})/2$. Расчет [62] показывает, что интенсивности 4 крайних компонент по сравнению с остальными ничтожно малы. Ширина центрального провала составляет $\sim 2(\epsilon_{1/2} - \epsilon_{-1/2})$.

Случай электрона и 4 эквивалентных ядер и рассмотренные выше механизмы ДН реализуются, по мнению авторов работ [62, 64, 152, 153], в облученном полиэтилене. В полимерной цепи $-\text{CH}_2-\text{CH}_2^{\beta}-\text{CH}^{\alpha}-\text{CH}_2^{\beta}-\text{CH}_2-$ неспаренный электрон в X -диапазоне сильно ($H_S \gg H_0$) взаимодействует с 5 почти эквивалентными протонами ближнего окружения (α и β — протоны), благодаря чему в спектре ЭПР возникает 6 компонент простой СТС с биноминальным распределением интенсивностей $1:5:10:10:5:1$. Интервал между компонентами СТС в изотропном полиэтилене составляет $\sim 30 \text{ Э}$, в ориентированном $\sim 33 \text{ Э}$ [62]. Каждая компонента СТС неоднородно уширена вследствие сложной супер-СТС, обусловленной четырьмя дальними протонами в γ -положениях. При воздействии коротким импульсом СВЧ на любую из 6 компонент СТС наблюдается спектр ДН из 5 провалов. Интервал между линиями ДН — 6 Э. Анализируя спектр ДН, удалось [62, 64] определить следующие параметры супер-СТС: $p = 0,75$, $q = 0,25$, $|\gamma_s H_{S\parallel}/\gamma_s| = 0,5 \pm 0,2 \text{ Э}$, $|\gamma_s H_{S\perp}/\gamma_s| = 6 \pm 1 \text{ Э}$. Подобная картина ДН наблюдается [64] также в облученном тefлоне.

Рис. 8. Схема энергетических уровней трех спиновых пакетов, участвующих в образовании ВД и ИД; ω_s — частота СВЧ импульса, ω_l — ларморова частота ядер. Предполагается, что зеемановская энергия ядер больше энергии СТС.



Для интерпретации ДН в линиях ЭПР фосфора в кремнии [151] и азота в ${}^{29}\text{SiC}$ [150] рассматривалась структура уровней, изображенная на рис. 8. В этих образцах ИД отстоит от ВД на интервалах, равных ларморовой частоте ядер ${}^{29}\text{Si}$. Существуют доказательства [150, 151] того, что ИД обусловлены возбуждением ЗП с одновременным переворотом спина донорного электрона и далеких ядер ${}^{29}\text{Si}$, для которых $H_S \ll H_0$. Если линия ЭПР сильно неоднородно уширена ($\Delta H / H \gg 1$, ΔH и δH — полуширины линии и спин-пакета соответственно) и если $2\omega_l \leq \gamma_s \Delta H$, то всегда найдутся три спин-пакета с изображенной на рис. 8 структурой уровней. Пусть импульсом СВЧ насыщаются разре-

шенные переходы $1 \leftrightarrow 2$ и $3 \leftrightarrow 4$. Тогда, во-первых, оказываются насыщенными в такой же степени запрещенные переходы $1 \leftrightarrow 4$ и $3 \leftrightarrow 2$, соответствующие частотам $\omega_s \pm \omega_I$, а во вторых, частично насыщаются ЗП $1' \leftrightarrow 4'$ и $2'' \leftrightarrow 3''$, частоты которых составляют ω_s . Уровни $2'$, $3'$, $1''$ и $4''$ не затрагиваются насыщением. Таким образом, «выжигание» дыры на частоте ω_s приводит к насыщению ЗП $1 \leftrightarrow 4$ и $2 \leftrightarrow 3$ и частичному насыщению РП $1' \leftrightarrow 2'$, $3' \leftrightarrow 4'$, $1'' \leftrightarrow 2''$ и $3'' \leftrightarrow 4''$. Следовательно, должны возникать ИД на частотах $\omega_s \pm \omega_I$, что и наблюдается хорошо в экспериментах.

Еще один механизм ДН рассмотрен в работе [147] для интерпретации ИД в линиях ЭПР феноксильных радикалов, образующих в ионитах типа КУ-1. Допустим, что электрон взаимодействует с двумя неэквивалентными протонами; постоянные взаимодействия обозначим A_1 и A_2 . Схема уровней системы для случая $A_{1,2} > \gamma_e \hbar H_0$ изображена на рис. 9. Пусть импульс СВЧ насыщает ЗП $(1/2, m_1 = -1/2) \leftrightarrow (-1/2, m_1 = 1/2)$, $m_2 = \text{const}$ (сплошная линия на рис. 9). Частота этого перехода $\omega = \omega_s + \omega_I + A_2/2\hbar$. Одновременно с насыщением указанного перехода уменьшаются интенсивности РП на частотах $\omega_s + (A_2 + A_1)/2\hbar$ и $\omega_s + (A_2 - A_1)/2\hbar$ (пунктирные линии на рис. 9). Следовательно, на контуре линии появляются две ИД, отстоящие от ВД на интервалах $\omega_I \pm A_1/2\hbar$.

Из других, не упомянутых ранее экспериментальных результатов, отметим наблюдавшееся ДН в линиях ЭПР U^{+3} в CaF_2 [63, 64, 145, 146, 148, 155], U^{+3} в SrF_2 и BaF_2 [145, 146, 156], F-центров в LiF [145, 146], Fe^{+3} в $\text{Al}(\text{NO}_3)_3 \cdot 9\text{H}_2\text{O}$ и Nd^{+3} в $\text{La}_2\text{Mg}_3(\text{NO}_3)_{12} \cdot 24\text{H}_2\text{O}$ [149]. Внешне сходный с ДН эффект описан также Фсером и Гере [157] в кремнии, легированном мышьяком (концентрация $\sim 2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$), при воздействии на центральную часть линии ЭПР импульсом СВЧ длительностью 10—100 с, но возникновение боковых провалов интерпретировано авторами [157] как результат дискретной спиновой диффузии.

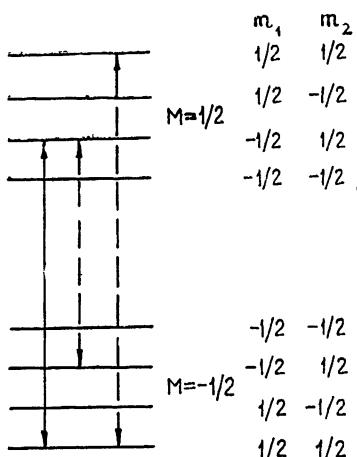


Рис. 9. Энергетические уровни электрона, взаимодействующего с двумя неэквивалентными протонами.

Метод ДН аппаратурио несложен. Его важным достоинством является возможность разрешения сложных структур линий ЭПР и определения параметров супер-СТС.

3. *Кросс-релаксация*. По окончании действия «выжигающих» импульсов образовавшиеся дыры «заплывают». Динамику «заплыивания» дыр определяют, в основном, процессы прямой спин-решеточной релаксации в насыщенных спиновых пакетах и процессы кросс-релаксационного обмена энергией между спиновыми пакетами (спектральная диффузия [158]). Обозначим $T_D = \Delta^* D$ — время спектральной диффузии (СД), Δ^* — неоднородная ширина линий ЭПР, D — коэффициент диф-

фузии. Различают [159] случаи ограниченной ($T_1 \ll T_D$) и быстрой СД ($T_1 \gtrsim T_D$). В первом случае роль СД в процессе восстановления исходной формы сигнала ЭПР пренебрежимо мала. Во втором случае становится существенной передача насыщения от данного спинового пакета к соседним, в силу чего в процессе возвращения к равновесному состоянию искажаются те участки линии, которые ранее насыщением не затрагивались. Если неоднородное уширение обусловлено взаимодействием электрона с ядрами ближнего окружения, то заметный вклад в СД дают запрещенные электронно-ядерные переходы. В работе [160] показано, что динамика формы линии ЭПР позволяет в таких случаях определять константы СТВ, ответственного за уширение линии. В работах [161, 162] изучена роль ЗП при стационарном насыщении линии ЭПР, уширенной неоднородно СТВ.

4. Модуляция амплитуды спинового эха (ЭСЭ). В ЭПР чаще других используются двухимпульсный ($\theta_1 - \tau - \theta_2$) и трехимпульсный ($\theta_1 - \tau - \theta_2 - T - \theta_3$) методы возбуждения эха; θ_i — угол, на который i -й импульс СВЧ поворачивает электронную намагниченность. Фазовая релаксация в электронной спин-системе приводит к монотонному затуханию амплитуды ЭСЭ при увеличении интервалов между импульсами. Иногда на релаксационной кривой обнаруживаются периодические по длительностям интервалам τ и T вариации [165–175] амплитуды ЭСЭ (модуляция огибающей ЭСЭ), которые связываются с анизотропными электронно-ядерными взаимодействиями. Качественная модель эффекта модуляции дана в работах [167, 170, 175]. При переориентировании магнитных моментов электронов под действием импульса СВЧ изменяется величина и направление эффективного поля, действующего на ядра. Если импульс короток по сравнению с периодом прецессии ядер в эффективном поле,

$$t_i \ll 2\pi/\gamma_i |H_{\text{эфф}}|, \quad (89)$$

то поворот эффективного поля неадиабатичен, и ядерные моменты сохраняют первоначальную ориентацию. По окончании СВЧ импульса возникают две группы ядер, прецессирующие вокруг конечных направлений эффективных полей. Осциллирующие компоненты ядерных магнитных моментов создают в местах расположения электронов слабые переменные магнитные поля, составляющие которых вдоль поля H_0 модулируют электронную ларморову прецессию. Модуляционные компоненты электронной прецессии «интерферируют», обуславливая периодические по τ и T вариации амплитуды ЭСЭ.

На основе таких представлений можно просто интерпретировать основные закономерности и условия возникновения эффекта модуляции. Необходимым для существования эффекта является различие осей квантования электронных и ядерных моментов, т. е. заметная анизотропность электронно-ядерного взаимодействия. При уменьшении поля H_0 различие осей квантования увеличивается (см. рис. 5), поэтому увеличивается и эффект модуляции. Эффект сильно зависит от расстояния между электроном и ядром и становится исчезающим для удаленных ядер. Модуляция амплитуды ЭСЭ может возникнуть лишь при условии, что время фазовой памяти* больше периодов прецессии ядер в эффективных полях; в противном случае эхо-сигнал затухает до ненаблюдаемой величины ранее, чем успевает проявиться интерференция ядерных частот.

* Время фазовой памяти T_M определяется приближенно как интервал времени 2τ , за который амплитуда двухимпульсного эха уменьшается в e раз по сравнению с амплитудой эха при $\tau = 0$.

Квантовая теория модуляции амплитуды ЭСЭ дана в работах [167, 170, 176–178]. Следуя Мимису [176], приведем основные результаты строгой теории для случая $S = I = 1/2$. Схема энергетических уровней спин-системы изображена на рис. 10. Из-за наличия в гамильтониане анизотропного электронно-ядерного взаимодействия слагаемых $S_z I_{\pm}$, волновые функции соседних ядерных состояний перемешиваются. Под действием импульса СВЧ частоты ω_0 возбуждаются разрешенные и запрещенные переходы между верхним и нижним дублетами СТС (или ССТС), показанные на рис. 10. Нормированные матричные элементы РП и ЗП обозначены соответственно u и v , $|u|^2 + |v|^2 = 1$. Амплитуда двухимпульсного эха модулирована тогда функцией

$$\begin{aligned} E_{\text{mod}}(\tau) = & |v|^4 + |u|^4 + |v|^2|u|^2[2\cos \omega_a \tau + \\ & + 2\cos \omega_b \tau - \cos(\omega_a + \omega_b)\tau - \cos(\omega_a - \omega_b)\tau]. \end{aligned} \quad (90)$$

Согласно (90), амплитуда ЭСЭ модулирована не только частотами переходов между дублетами ССТС, но и первыми комбинациями этих частот. Если спектр ЭПР простой, т. е. в схеме рис. 10 возможны переходы только одного типа (v или u), то модуляции исключаются. При разрешенности двух типов переходов модуляция возникает лишь в случае, когда зеемановская энергия электрона в поле импульса СВЧ преывает энергию расщепления дублетов ССТС, т. е. при одновременном возбуждении РП и ЗП. Это условие тождественно условию (89) в качественной модели эффекта.

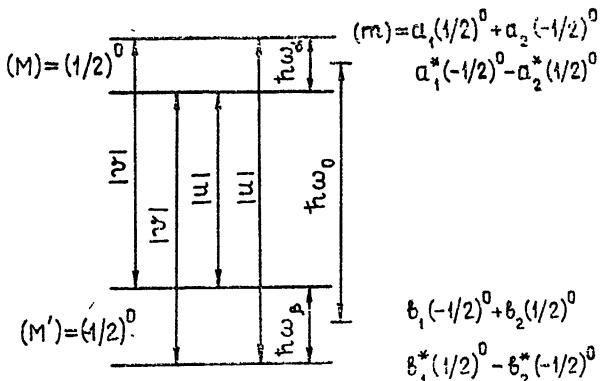


Рис. 10. Энергетические уровни электрона и ядра $I = 1/2$, связанных сильным взаимодействием. Справа изображены смешанные ядерные волновые функции; a и b – коэффициенты примесивания.

Сущность эффекта модуляции не изменяется и в случае $I > 1/2$, когда электронные уровни расщепляются более чем на два подуровня СТС или ССТС. Результаты вычисления амплитуд модуляций для этого случая имеются в работах [176, 177].

Модулирующая функция трехимпульсного (стимулированного) эха имеет вид [176]

$$\begin{aligned} E_{\text{mod}}(\tau, T) = & |v|^4 + |u|^4 + |v|^2|u|^2 \left[\cos \omega_a \tau + \cos \omega_b \tau + \right. \\ & \left. + 2\sin^2 \frac{1}{2} \omega_a \tau \cos \omega_b (\tau + T) + 2\sin^2 \frac{1}{2} \omega_b \tau \cos \omega_a (\tau + T) \right]. \end{aligned} \quad (91)$$

Простой метод нахождения модулирующей функции для трехимпульсного эхо из результатов для двухимпульсного эха описан Мимсом [177].

Отметим следующие особенности модуляции амплитуды трехимпульсного эха: 1) при постоянном τ , но изменяющемся T , модулирующая функция содержит лишь частоты ω_α и ω_β , но не содержит их комбинаций; 2) подходящим выбором τ модуляцию на одной из указанных частот можно подавить. Так, при $\omega_\alpha\tau = 2n\pi$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) ком понента с частотой ω_β исключается.

Соответствие частот модуляции амплитуды ЭСЭ частотам переходов СТС и ССТС может быть использовано для решения тех же задач, как в методе ДЭЯР и дискретного насыщения. Определение спектра ЭПР по временным зависимостям амплитуды ЭСЭ значительно облегчается при применении фурье-преобразования сигналов ЭСЭ. Методические вопросы такого преобразования и соответствующая аппаратура рассматриваются в работе [171].

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Электронно-ядерные взаимодействия в твердых телах приводят, таким образом, к заметным эффектам двух видов: 1) изменяют интенсивности и положение по оси частот (поля) линий разрешенных переходов; 2) обусловливают возникновение дополнительных резонансных линий, принадлежащих запрещенным переходам. Оба эффекта в значительной мере определяются характером и интенсивностью электронно-ядерного взаимодействия, поэтому из сопоставления наблюдаемого спектра с теоретически модулируемым возможно определение параметров этого взаимодействия. Круг вопросов, связанных с такими задачами, довольно велик и недостаточно еще разработан. Заметим только, что частоты компонент ЗП и РП и их вероятности зависят от ориентации пробы в статическом поле (особенно при анизотропном СТВ), ориентации и интенсивности переменного поля, поэтому для увеличения информативности спектров их следует снимать при различных экспериментальных условиях. При расшифровке сложных спектров ЭПР в последнее время часто используются ЭВМ. Достоверность извлекаемой из спектра информации увеличивается с увеличением отношения сигнала к шуму¹; последнее может быть значительно улучшено, например, техникой накопления сигналов. При расшифровке перекрывающихся спектров РП и ЗП эффективными могут оказаться методы фурье-спектроскопии, дискретного насыщения, электронного спинового эха и др. Несомненно, что в ближайшее время появятся новые значительные работы по запрещенным переходам и их информативным возможностям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Квантовая механика, Физматгиз, М., 1963.
2. Дж. Матьюз, Р. Уокер, Математические методы физики, Атомиздат, М., 1972.
3. В. Blealay, *Physica*, 17, 175 (1950).
4. К. А. Müller, *Hochfrequenzspektroskopie*, Berlin, Akademie-Verlag, 1967, S. 138.
5. К. Джеффрис, Динамическая ориентация ядер, изд. Мир, М., 1965.
6. А. Керригтон, Э. Мак-Лечлан, Магнитный резонанс и его применение в химии, изд. Мир, М., 1970.
7. А. Абрагам, Ядерный магнетизм, ИЛ, М., 1963.
8. J. T. Daycock, G. P. Jones, *J. Phys. C: Solid State Phys.*, 2, 998 (1969).
9. C. D. Jeffries, *Phys. Rev.*, 106, 164 (1957).
10. C. D. Jeffries, *Phys. Rev.*, 117, 1056 (1960).
11. A. Abragam, *Phys. Rev.*, 79, 934 (1950); *Physica*, 17, 209 (1950).
12. K. A. Müller, *Phys. Rev. Letters*, 2, 341 (1959).
13. W. A. Anderson, L. H. Piette, *J. Chem. Phys.*, 30, 591 (1959).
14. J. D. Axe, H. J. Stapleton, C. D. Jeffries, *Phys. Rev.*, 121, 1630 (1961).

15. J. W. Culvahouse, F. M. Pipkin, Phys. Rev., **109**, 319 (1958).
16. F. M. Pipkin, J. W. Culvahouse, Phys. Rev., **109**, 1423 (1958).
17. F. M. Pipkin, J. W. Culvahouse, Phys. Rev., **109**, 1123 (1958).
18. F. M. Pipkin, Phys. Rev., **112**, 985 (1958).
19. G. T. Trammell, H. Zeldes, R. Livingston, Phys. Rev., **110**, 630 (1958).
20. A. Abramam, W. G. Proctor, Compt. Rend., **246**, 2253 (1958).
21. E. Egé, J.-L. Motchane, J. Uebersfeld, Compt. Rend., **246**, 2121 (1958).
22. А. Леше, в сб. Парамагнитный резонанс 1944—1969, изд. Наука, М., 1971, стр. 241.
23. T. W. P. Brogden, J. Butterworth, Proc. Phys. Soc., **86**, 877 (1965).
24. W. Burkersrode, Z. Phys., **205**, 118 (1967).
25. J. M. Baker, W. Hayes, M. C. M. O'Brien, Proc. Roy. Soc., **A254**, 273 (1960).
26. W. Köhnlein, J. H. Venable, Nature, **215**, 618 (1967).
27. W. Snipes, W. Bernhard, J. Chem. Phys., **43**, 2921 (1965).
28. Дж. Пейк, Парамагнитный резонанс, изд. Мир, М., 1965.
29. Ч. Сликтэр, Основы теории магнитного резонанса, изд. Мир, М., 1967.
30. С. А. Альтшуллер, Б. М. Козырев, Электронный парамагнитный резонанс соединений элементов промежуточных групп, изд. Наука, М., 1972.
31. A. G. Anderson, Phys. Rev., **115**, 863 (1959).
32. A. G. Anderson, Phys. Rev., **125**, 1517 (1962).
33. H. Cheng, Phys. Rev., **124**, 1359 (1961).
34. R. Deltour, J. Jeener, Proc. XIII Coll. Amp., Amsterdam, North-Holland, 1965, p. 252.
35. М. Гольдман, Спиновая температура и ЯМР в твердых телах, изд. Мир, М., 1972.
36. G. R. Jones, J. T. Daycock, J. Phys. E: Scienc. Instrum., **4**, 641 (1971).
37. Е. Завойский, Докл. АН СССР, **57**, 887 (1947).
38. А. И. Курушин, ЖЭТФ, **32**, 938 (1957).
39. В. А. Кутузов, ЖЭТФ, **35**, 1304 (1958).
40. Н. С. Гарифьянов, ЖЭТФ, **36**, 1957 (1959).
41. H. A. Buckmaster, Canad. J. Phys., **34**, 150 (1956).
42. R. Boscaino, M. Brai, I. Ciccarello, M. W. P. Strandberg, Phys. Rev. B: Solid State, **7**, 50 (1973).
43. R. M. Golding, W. C. Tennant, Molec. Phys., **28**, 167 (1974).
44. W. C. Tennant, J. Magn. Reson., **14**, 152 (1974).
45. F. Chiarini, M. Martinelli, G. Ranieri, J. Magn. Reson., **14**, 60 (1974).
46. H. A. Buckmaster, Canad. J. Phys., **34**, 341 (1956).
47. M. Abraham, R. W. Kedzie, C. D. Jeffries, Phys. Rev., **106**, 165 (1957).
48. M. Abraham, C. D. Jeffries, R. W. Kedzie, Phys. Rev., **117**, 1070 (1960).
49. S. K. Gupta, M. L. Narchal, Phys. Rev. B: Solid State, **2**, 1405 (1970).
50. S. K. Gupta, M. L. Narchal, Progr. Theor. Phys., **44**, 1 (1970).
51. B. D. Sukheeja, M. L. Narchal, J. Phys. Chem. Solids, **33**, 210 (1972).
52. A. M. Clogston, J. P. Gordon, V. Jaccarino, M. Peter, L. R. Walker, Phys. Rev., **117**, 1222 (1960).
53. H. M. McConnell, C. Heller, T. Cole, R. W. Fessenden, J. Amer. Chem. Soc., **82**, 766 (1960).
54. T. Miyacawa, W. Gordy, J. Chem. Phys., **32**, 255 (1960).
55. N. M. Atherton, D. H. Whiffen, Molec. Phys., **3**, 1 (1960).
56. H. H. Woodbury, G. W. Ludwig, Phys. Rev., **124**, 1083 (1961).
57. J. L. Hall, R. T. Schumacher, Phys. Rev., **127**, 1892 (1962).
58. B. Welber, Phys. Rev., **136**, A 1408 (1964).
59. U. Ranon, J. S. Hyde, Phys. Rev., **141**, 259 (1966).
60. M. Iwasaki, J. Chem. Phys., **45**, 990 (1966).
61. S. H. Choh, G. Seidel, Phys. Rev., **164**, 412 (1967).
62. Т. И. Санадзе, Г. Р. Хуцишвили, ЖЭТФ, **56**, 454 (1969).
63. Т. И. Санадзе, Г. Р. Хуцишвили, ЖЭТФ, **59**, 753 (1970).
64. П. И. Бекаури, Б. Г. Берулава, Т. И. Санадзе, О. Г. Хаханашвили, Г. Р. Хуцишвили, в сб. Парамагнитный резонанс 1944—1969, изд. Наука, М., 1971, стр. 44.
65. M. Iwasaki, S. Noda, K. Toriyama, Molec. Phys., **18**, 201 (1970).
66. K. Minakata, M. Iwasaki, Molec. Phys., **23**, 1115 (1972).
67. C. P. Poole, H. A. Farach, J. Magn. Reson., **4**, 312 (1971).
68. C. P. Poole, H. A. Farach, J. Magn. Reson., **5**, 305 (1971).
69. H. A. Farach, C. P. Poole, Adv. Magn. Reson., New-York—London, **5**, 229 (1971).
70. Г. Р. Хуцишвили, в сб. Электронные и ионные процессы в твердых телах изд. Мецниреба, Тбилиси, № 6, 119 (1973).
71. H. Zeldes, R. Livingston, Phys. Rev., **96**, 1702 (1954).
72. R. Livingston, H. Zeldes, E. H. Taylor, Diss. Faraday Soc., **19**, 166 (1955).

73. А. С. Сердюк, А. Г. Граммаков, А. М. Белоногов, Изв. Ленингр. элек-
тротехн. ин-та, № 110, 41 (1972).
74. Б. Ф. Алексеев, А. С. Сердюк, С. Г. Федин, в сб. Спектроскопия диэлек-
тиков и процессы переноса, Л., т. 1, 1973, стр. 38.
75. M. Bowman, L. Kevan, R. N. Schwartz, B. L. Bales, Chem. Phys. Letters,
22, 19 (1973).
76. W. Burkhardt, H. Gabler, H. Schulze, Ann. Physik, 27, 336 (1971).
77. H. Kon, J. Chem. Phys., 41, 573 (1964).
78. M. Nechtschein, J. S. Hyde, Phys. Rev. Letters, 24, 672 (1970).
79. C. Heller, H. M. McConnell, J. Chem. Phys., 32, 1535 (1960).
80. J. A. Weil, J. H. Anderson, J. Chem. Phys., 35, 1410 (1961).
81. D. V. G. L. N. Rao, W. Gordy, J. Chem. Phys., 35, 362 (1961).
82. M. J. Rao, R. S. Anderson, J. Chem. Phys., 42, 2899 (1965).
83. Л. И. Медведев, И. Г. Бикчантаев, Н. К. Андреев, Рукопись № 2058-74,
Деп. ВИНИТИ, 1974.
84. B. Bleapay, R. S. Rubins, Proc. Phys. Soc., 77, 103 (1961).
85. А. Абрагам, Б. Блчини, Электронный парамагнитный резонанс переходных
ионов, изд. Мир, М., т. 1, 1972; т. 2, 1973.
86. В. М. Винокуров, М. М. Зарипов, В. Г. Степанов, Г. К. Чиркин,
Л. Я. Шекун, ФТТ, 5, 1936 (1963).
87. B. C. Cavannett, Proc. Phys. Soc., 84, 1 (1964).
88. S. R. P. Smith, P. V. Auzins, J. E. Wertz, Phys. Rev., 166, 222 (1968).
89. C. V. Wolga, R. Tseng, Phys. Rev., 133, A 1563 (1964).
90. D. W. Rose, J. Magn. Reson., 9, 128 (1973).
91. Г. Л. Бир, ФТТ, 5, 2236 (1963).
92. Г. Л. Бир, Л. С. Сочава, ФТТ, 5, 3594 (1963).
93. Г. Л. Бир, Е. И. Бутиков, Л. С. Сочава, в сб. Радиоспектроскопия твер-
дого тела, Атомиздат, М., 1967, стр. 273.
94. A. Rockenbaier, P. Simon, Molec. Phys., 28, 1113 (1974).
95. C. Kikuchi, L. M. Matarrese, J. Chem. Phys., 33, 601 (1960).
96. L. M. Matarrese, J. Chem. Phys., 34, 336 (1960).
97. I. Ursu, V. Lupei, A. Lupciu, Rev. Roum. Phys., 11, 875 (1966).
98. В. Лупей, И. Урсу, в сб. Парамагнитный резонанс 1944—1969, изд. Наука,
М., 1971, стр. 117.
99. V. Lupei, A. Lupei, I. Ursu, Phys. Rev. B: Solid State, 6, 4125 (1972).
100. F. Waldner, Helv. Phys. Acta, 35, 756 (1962).
101. E. Friedman, W. Low, Phys. Rev., 120, 408 (1960).
102. J. Schneider, S. R. Sircar, Z. Naturforsch., 17a, 651 (1962).
103. V. J. Folen, Phys. Rev., 125, 1581 (1962).
104. P. Mialhe, A. Erbeia, J. Phys. C: Solid State Phys., 6, 1965 (1973).
105. P. Mialhe, J. Phys. and Chem. Solids, 34, 217 (1973).
106. M. Oehnai, Czech. J. Phys., B13, 566 (1963).
107. J. Schneider, S. R. Sircar, A. Räubner, Z. Naturforsch., 18a, 980 (1963).
108. S. P. Burley, Australian J. Phys., 17, 537 (1964).
109. V. J. Folen, Phys. Rev., 139, A 1961 (1965).
110. D. H. Lyons, R. W. Kedzie, Phys. Rev., 145, 148 (1966); R. E. Donovan,
A. A. Vuylsteke, Phys. Rev., 127, 76 (1962).
111. Н. Г. Казаев, Л. А. Сорин, Укр. физ. журн., 13, 1401 (1968).
112. Н. Г. Казаев, Л. А. Сорин, Изв. высш. уч. зав.—Физика, № 4, 149 (1969).
113. J. E. Drumheller, Helv. Phys. Acta, 37, 689 (1964).
114. D. H. Tanimoto, J. C. Kemper, J. Phys. Chem. Solids, 27, 887 (1966).
115. B. Henderson, Proc. Phys. Soc., 92, 1064 (1967).
116. А. М. Белоногов, Г. З. Голубченко, А. Г. Граммаков, А. С. Сер-
дюк, Изв. Ленингр. электротехн. ин-та, вып. 100, 96 (1971).
117. B. C. Gago, V. A. Serra, S. M. Garsia, Acta cient. venez., 23, suppl., 129
(1972).
118. K. N. Shrivastava, P. Venkateswarlu, Proc. Indian Acad. Sci., A63, 311
(1966).
119. A. Serra-Valls, C. Gago-Bousquet, M. Garsia-Sucré, Phys. Rev. B:
Solid State, 9, 4667 (1974).
120. М. И. Корнфельд, Л. С. Сочава, ФТТ, 5, 2232 (1963).
121. M. Abraham, C. D. Jeffries, R. W. Kedzie, O. S. Leifson, Bull. Amer.
Phys. Soc., 2, 382 (1957).
122. R. W. Kedzie, C. D. Jeffries, Bull. Amer. Phys. Soc., 3, 415 (1958).
123. G. C. Upreti, J. Magn. Reson., 13, 336 (1974).
124. А. А. Андреев, М. Ф. Буланый, Ф. Ф. Коджеспиров, Л. А. Можа-
ровский, Л. И. Скипочка, Изв. АН СССР, сер. Неорг. материалы, 10, 927
(1974).

125. A. Hausmann, E. Blaschke, Z. Phys., **230**, 255 (1970).
 126. B. Bleaney, Phil. Mag., **42**, 441 (1951).
 127. B. Bleaney, K. D. Bowers, D. J. E. Ingram, Proc. Roy. Soc., **228**, 147 (1955).
 128. P. B. Dorain, C. A. Hutchison, E. Wong, Phys. Rev., **105**, 1307 (1957).
 129. D. Schoemaker, Phys. Rev., **149**, 693 (1966).
 130. G. C. Upreti, Phys. status solidi, **54b**, 401 (1972).
 131. U. Sakaguchi, Y. Arata, S. Fujiwara, J. Magn. Reson., **9**, 118 (1973).
 132. A. Carrington, D. H. Levy, T. A. Miller, J. Chem. Phys., **45**, 4093 (1966).
 133. M. S. de Groot, C. A. de Lange, A. A. Monster, Chem. Phys. Letters, **11**, 285 (1971).
 134. M. S. de Groot, C. A. de Lange, A. A. Monster, J. Magn. Reson., **10**, 51 (1973).
 135. Г. Л. Антокольский, Л. Н. Ферштат, В. А. Шутилов, Письма в ЖЭТФ, **13**, 404 (1971).
 136. Г. Л. Антокольский, Л. Н. Ферштат, В. А. Шутилов, Письма в ЖЭТФ, **16**, 525 (1972).
 137. Л. Н. Ферштат, В. А. Шутилов, Г. Л. Антокольский, ФТТ, **15**, 1993 (1973).
 138. A. W. Overhauser, Phys. Rev., **92**, 411 (1953).
 139. Г. Р. Хуцишвили, УФН, **71**, 9 (1960); **87**, 211 (1965); **96**, 441 (1968).
 140. W. A. Barker, Rev. Mod. Phys., **34**, 173 (1960).
 141. E. Ambler, Progr. Cryog., **2**, 233 (1960).
 142. R. H. Webb, Amer. J. Phys., **29**, 428 (1961).
 143. J. L. Motchané, Ann. de phys., **7**, 139 (1962).
 144. A. Abramam, M. Borghini, Progr. Low. Temp. Phys., North-Holland Publ., Amsterdam, vol. 4, p. 384 (1964).
 145. P. I. Бекаури, Б. Г. Берулава, О. Г. Хаханашвили, Т. И. Санадзе, Phys. Letters, **24A**, 156 (1967).
 146. П. И. Бекаури, Б. Г. Берулава, Т. И. Санадзе, О. Г. Хаханашвили, ЖЭТФ, **52**, 447 (1967).
 147. А. Н. Ефремов, М. А. Кожушнер, В. Н. Соколов, Письма в ЖЭТФ, **7**, 472 (1968).
 148. П. И. Бекаури, Б. Г. Берулава, Т. И. Санадзе, О. Г. Хаханашвили, Г. Р. Хуцишвили, ЖЭТФ, **59**, 368 (1970).
 149. А. А. Маненков, В. А. Миляев, в сб. Парамагнитный резонанс 1944—1969, изд. Наука, М., 1971, стр. 120.
 150. Б. Д. Шанина, И. М. Зарницкий, А. А. Кончиц, ФТТ, **13**, 2985 (1971).
 151. J. R. Marko, A. Hopfig, Phys. Rev. B: Solid State, **1**, 718 (1970).
 152. G. R. Khutsishvili, T. I. Sanadze, Phys. Letters, **28A**, 79 (1968).
 153. Т. И. Санадзе, Г. Р. Хуцишвили, Письма в ЖЭТФ, **8**, 376 (1968).
 154. И. Б. Баумберг, Т. И. Санадзе, О. Г. Хаханашвили, М. С. Царахов, Сообщ. АН Груз. ССР, **60**, 313 (1970).
 155. Т. А. Абрамовская, Б. Г. Берулава, Т. И. Санадзе, Письма в ЖЭТФ, **16**, 555 (1972).
 156. П. И. Бекаури, Б. Г. Берулава, Р. И. Мирианашвили, Т. И. Санадзе, Сообщ. АН Груз. ССР, **72**, 309 (1973).
 157. G. Feher, E. A. Gere, Phys. Rev., **114**, 1245 (1959) (перевод в сб Электронный спиновый резонанс в полупроводниках, ИЛ, М., 1962, стр 177).
 158. A. M. Portis, Phys. Rev., **104**, 584 (1956).
 159. Л. Л. Буишвили, М. Д. Звиададзе, Г. Р. Хуцишвили, ЖЭТФ, **63**, 1764 (1972).
 160. Н. А. Ефремов, М. А. Кожушнер, Теор. и эксперим. химия, **8**, 53 (1972).
 161. Н. А. Ефремов, М. А. Кожушнер, ЖЭТФ, **57**, 534 (1969).
 162. О. П. Жидков, Труды Кирг. ун-та, сер. физ., № 2, 93 (1973).
 163. G. Vasquiet, J. Dugas, C. Escribe, L. Vassilieff, B. M. Wanklyn, Phys. Rev. B: Solid State, **5**, 2419 (1972).
 164. J. E. Drumheller, R. S. Rubins, Phys. Rev., **133A**, 1099 (1964).
 165. J. A. Cowen, D. E. Kaplan, Phys. Rev., **124**, 1098 (1961).
 166. W. B. Mims, K. Nassau, J. D. McGee, Phys. Rev., **123**, 2059 (1961).
 167. L. G. Rowan, E. L. Hahn, W. B. Mims, Phys. Rev., **137A**, 61 (1965).
 168. J. C. Dymont, Canad. J. Phys., **44**, 637 (1966).
 169. I. M. Brown, J. Chem. Phys., **52**, 3836 (1970).
 170. D. Grischkowsky, S. R. Hartmann, Phys. Rev. Letters, **20**, 41 (1968); Phys. Rev. B: Solid State, **2**, 60 (1970).
 171. W. E. Blumberg, W. B. Mims, D. Zuckerman, Rev. Sci. Instrum., **44**, 546 (1973).
 172. M. K. Bowman, L. Kevan, I. M. Brown, Chem. Phys. Letters, **22**, 16 (1973).
 173. В. Ф. Юданов, А. М. Райцимлинг, Ю. Д. Цветков, Теор. и эксперим. химия, **4**, 520 (1968).

174. В. Ф. Юданов, В. П. Солдатов, Ю. Д. Цветков, Ж. структ. химии, 15, 600 (1974).
175. F. C. Newmann, L. G. Rowan, Phys. Rev. B: Solid State, 5, 4231 (1972).
176. W. B. Mills, Phys. Rev. B: Solid State, 5, 2409 (1972).
177. W. B. Mills, Phys. Rev. B: Solid State, 6, 3543 (1972).
178. Г. М. Жидомиров, К. М. Салихов, Теор. и эксперим. химия, 4, 514 (1968).
179. Н. Бломберген, Нелинейная оптика, изд. Мир, М., 1966.
180. A. Javan, J. Phys. Rad., 19, 806 (1958).
181. J. Burget, M. Odehnal, V. Petricek, J. Sacha, Hochfrequenzspektroskopie, Berlin, Akademie-Verlag, 1967, S. 138.
182. J. M. Winter, J. Phys. Rad., 19, 802 (1958).
183. А. В. Кессених, ЖЭТФ, 40, 32 (1961); ПТЭ, № 3, 107 (1961).
184. D. F. W. von Borries, Z. angew. Phys., 30, 245 (1970).
185. R. Boscaino, I. Ciccarello, C. Cusumano, M. W. P. Strandberg, Phys. Rev. B: Solid State, 3, 2675 (1971).
186. R. Boscaino, I. Ciccarello, C. Cusumano, Phys. Rev. Letters, 20, 421 (1968).

Ленинградский электротехнический институт
им. В. И. Ульянова (Ленина)

Поступила в редакцию
30 апреля 1975 г.

УДК 523.164.32

ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ СОЛНЕЧНОГО ФЛОККУЛА ПО РАДИОАСТРОНОМИЧЕСКИМ НАБЛЮДЕНИЯМ

Г. Б. Гельфрейх, С. Д. Снегирев, В. М. Фридман, О. А. Шейнер

Проведено экспериментальное измерение распределения слабых магнитных полей флоккула радиометодом при одновременном измерении двух параметров солнечного радиоизлучения V и ΔI на одной длине волны. В распределении магнитного поля выделяются участки плавных изменений с величинами до 15 Э , чередующиеся с участками, в которых поле имеет существенно большую величину (до $300 - 600 \text{ Э}$) и испытывает резкие изменения вплоть до смены полярности. Наблюдается определенное соответствие между полученным распределением и распределением магнитных полей на фотосфере.

Для увеличения объема информации, получаемой при радиоастрономических наблюдениях Солнца, в НИРФИ был спроектирован и изготовлен экспедиционный радиотелескоп, позволяющий проводить одновременную регистрацию интенсивности, поляризации и наклона спектра (разности интенсивностей на двух разнесенных частотах) в диапазоне 3 см [1]. С помощью описанного радиотелескопа проводилось наблюдение затмения Солнца в марте 1970 г. в районе Гаваны (о. Куба) (рис. 1), материалы которого используются в данной работе для измерения магнитных полей во флоккульном поле на основе метода, предложенного в работе [4]. Из записей затменных кривых были

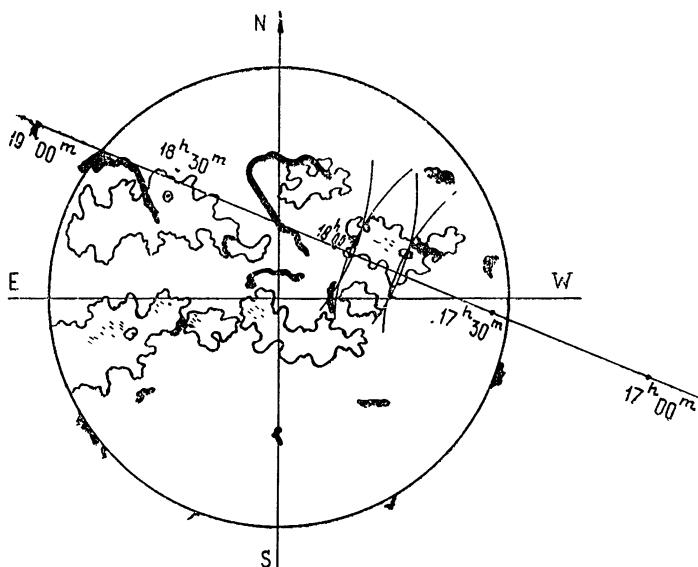


Рис. 1. Карта Солнца на день затмения 7 марта 1970 года с траекторией движения центра Луны по диску Солнца (Гавана, о. Куба).

выбраны участки, соответствующие покрытию и открытию радиоисточника над флоккулой, в которой расположена группа № 98 по бюллетеню «Солнечные данные».

Выбор участков обусловлен, во-первых, тем, что в областях Солнца, покрывавшихся Луной в эти интервалы времени, не было других локальных источников, и, во-вторых, тем, что данная флоккула была расположена почти на траектории центра Луны. Последнее обстоятельство дало нам возможность провести идентификацию деталей, видимых при покрытии и открытии источника.

При обработке записей были исключены ошибки, связанные с наличием паразитных составляющих в каналах по измерению поляризации V^* и наклона спектра ΔI ^[2], был учтен ход изменения кривой ΔI , связанный со «спокойным» Солнцем. Кроме того, учитывался ход, связанный с всплеском радиоизлучения, произошедшем до начала затмения с последействием в течение первой половины затмения. Для этого полагалось, что при покрытии участков «спокойного» Солнца ($16^{\text{h}}54^{\text{m}}$ — $17^{\text{h}}01^{\text{m}}$, $18^{\text{h}}39^{\text{m}}$ — $18^{\text{h}}41^{\text{m}}$) наклон кривой V был обусловлен наличием паразитных составляющих, а наклон кривой ΔI — еще и ходом «спокойного» Солнца. В определенные выше интервалы времени находились средние изменения V и ΔI за минуту, которые учитывались на выбранных для обработки участках (ход изменений предполагается линейным).

В результате обработки было получено совпадение характерных деталей кривых покрытия и открытия источника. Некоторые количественные различия были обусловлены тем, что нами не были найдены пути для корректного учета хода изменения кривых, связанного с последействием вспышки. Поэтому дальнейшее рассмотрение мы основывали на результатах, полученных на открытии радиоисточника.

Поскольку источник радиоизлучения, связан с флоккулой, то мы попытались провести сравнение полученного распределения радиояркости с распределением интенсивности излучения в оптическом диапазоне. Для этого была снята кривая распределения яркости во флоккуле в линии H_{α} . Она была получена непосредственно с фотопленки, представленной советской экспедицией в Мексике, с кадров, сделанных сразу после затмения, что позволило не учитывать движения активных образований по диску Солнца. При этом не производилось учета характеристической кривой фотослоя, так что кривая одномерного распределения яркости в водородной флоккуле представляет некоторую среднюю по яркости кривую распределения площадей флоккулы в направлении движения лунного лимба. Край Луны аппроксимировался прямой, а высота и ширина щели микрофотометра выбирались с таким расчетом, чтобы разрешение снятого распределения совпадало с разрешением в радиодиапазоне. Кроме того, мы пренебрегли незначительными изменениями в распределении яркости, связанными с небольшими различиями в движении края Луны при закрытии и открытии. В результате сопоставления кривых (рис. 2) оказалось, что описанное распределение яркости в линии H_{α} имеет много общего с кривыми распределения радиояркости и наклона спектра.

Известно, что распределение яркости во флоккуле непосредственно связано с наличием магнитных полей^[3]. Указанное отождествление радио и оптических кривых распределения яркости позволяет связать изменения на кривой ΔI непосредственно с областью флоккулы. Таким образом, включая в рассмотрение также поляризационную затменную

* Для поляризаций здесь понимается разность интенсивностей двух круговых поляризаций, параметр Стокса $V = I_{\perp} - I_{\parallel}$.

кривую, мы получаем возможность измерения слабых магнитных полей во флоккуле по методике, предложенной в [4].

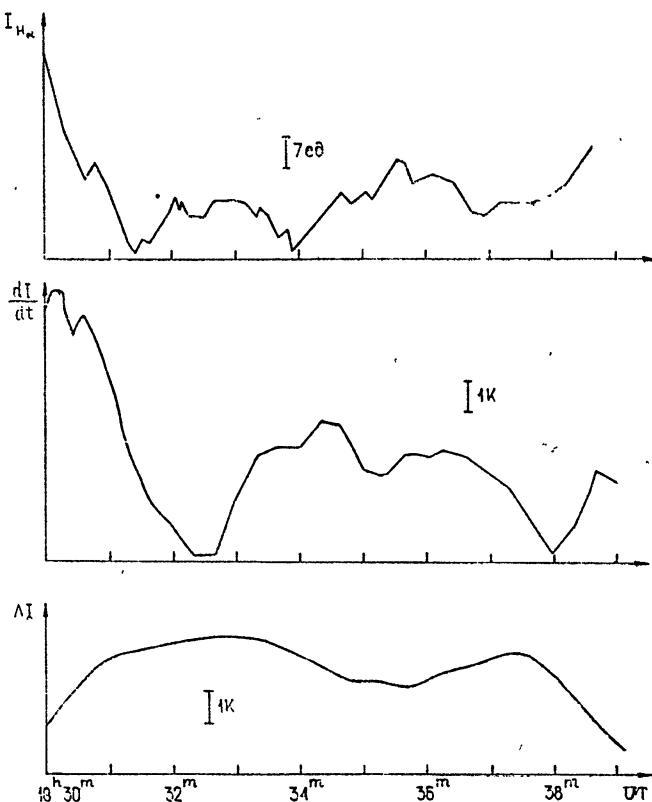


Рис. 2. Распределения яркости в линии H_{α} , радиояркости $\frac{dI}{dt}$ и наклона спектра ΔI на открытии флоккулы группы № 98.

Как показано в [5], генерация радиоизлучения «спокойного» Солнца определяется тормозным механизмом. При наличии слабых магнитных полей (по оценкам $H \leq 1000 \text{ Э}$) излучение продолжает носить тормозной характер, но оказывается слабо поляризованным в силу зависимости коэффициента поглощения от магнитного поля [5]. В работе [4] в предположении тормозного механизма излучения без ограничений на оптическую толщину источника предложена методика измерения слабых магнитных полей флоккулов и невозмущенных областей, основанная на измерениях яркости поляризованной компоненты $T_{B_e} - T_{B_o}$ и наклона спектра $\frac{\partial T_B}{\partial f}$ на одной длине волны. Соотношение

$$f_H |\cos \alpha| = -\frac{1}{2} \frac{T_{B_e} - T_{B_o}}{\frac{\partial T_B}{\partial f}} \quad (1)$$

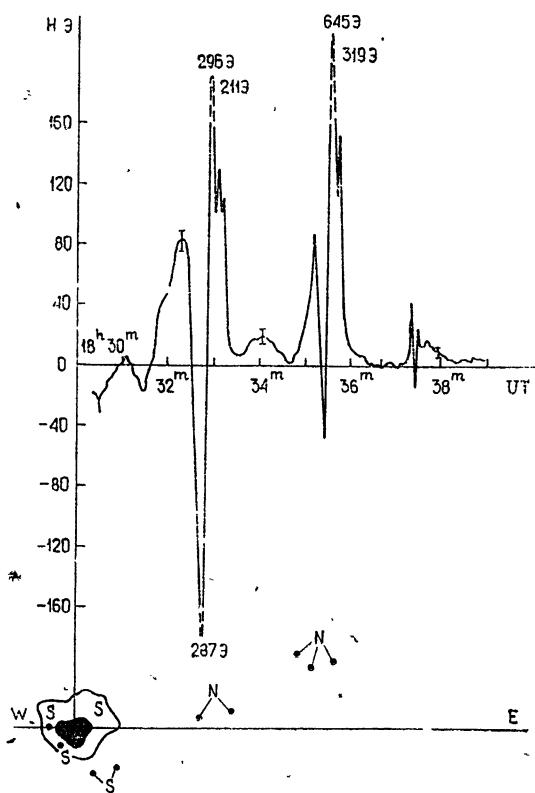
$\left(T_B = \frac{1}{2} (T_{B_e} + T_{B_o}) \text{ — яркостная температура} \right)$, или

$$H_1 = -\frac{\pi m c}{e} \Delta f \frac{V}{\Delta I} \quad (1a)$$

($V = I_+ - I_-$ — разность интенсивностей двух круговых поляризаций (параметр Стокса), $\Delta I = I_1 - I_2$ — разность интенсивностей на двух близких частотах f_1 и f_2 (наклон спектра), $\Delta f = f_1 - f_2$), позволяют найти продольную компоненту поля $H_{\parallel} = H \cos \alpha$ (ее знак определяется знаком поляризации)*.

Используя эту методику, было проведено измерение среднего значения общего магнитного поля флоккулы, в которой находится 98-я группа; оно оказалось равным $\sim 20 \text{ Э}$ [6]. В настоящей работе получено распределение магнитного поля в данной флоккуле (рис. 3). Для вычислений магнитного поля брались приращения значений V и ΔI на временном интервале 40 с, который соответствовал разрешению $\sim 15''$. Каждое получающееся значение H_{\parallel} приписывалось середине этого интервала и отстояло от предыдущего на 4 с ($\sim 1'',5$).

Рис. 3. Распределение магнитного поля во флоккуле группы № 98, определенное по радионаблюдениям, в сопоставлении с картой магнитных пятен на фотосфере.



Ошибки измерений магнитного поля по используемой методике зависят от величины поля. Действительно, поскольку H_{\parallel} выражается соотношением (1 а), то

$$\frac{\Delta H_{\parallel}}{H_{\parallel}} = \frac{\Delta(V_{t_2} - V_{t_1})}{V_{t_2} - V_{t_1}} + \frac{\Delta(\Delta I_{t_2} - \Delta I_{t_1})}{\Delta I_{t_2} - \Delta I_{t_1}}, \quad (2)$$

где V_{t_2} , ΔI_{t_2} ; V_{t_1} , ΔI_{t_1} — значения поляризации и наклона спектра соответственно в моменты времени t_2 и t_1 , $t_2 - t_1 = 40$ с. Или, преобразовав, получим

$$\Delta H = \frac{\sqrt{2} \delta \pi m c \Delta f}{e} \frac{1}{\Delta I_{t_2} - \Delta I_{t_1}} \left[1 + \frac{H}{\frac{\pi m c}{e} \Delta f} \right], \quad (2a)$$

где δ — чувствительность по каналу измерения поляризации и наклона спектра [1]. Тогда для полей $H_{\parallel} \sim 10 \text{ Э}$ находим $\Delta H \sim 5 \text{ Э}$, а для полей $H_{\parallel} \sim 300 \text{ Э}$ имеем $\Delta H \sim 30 \text{ Э}$, т. е. относительная ошибка

* Переход от (1) к (1 а) получен для слабых магнитных полей $H < 100 \text{ Э}$. В более сильных магнитных полях $H \geq 200 \div 300 \text{ Э}$ такая замена может привести к ошибке в определении поля $\sim 25 \div 30\%$.

уменьшается, хотя абсолютная растет с увеличением поля. Величины этих ошибок приведены на рис. 3.

Как видно из данного рисунка, полярность магнитного поля меняется на протяжении источника. В распределении магнитного поля можно выделить участки плавного изменения H , чередующиеся с участками, в которых поле имеет существенно большую величину и испытывает резкие изменения, включая смену полярности.

Было проведено сравнение полученного распределения магнитного поля с распределением магнитных полей пятен на соответствующих участках фотосферы по данным КРАО за 6 марта 1970 года [10]. С учетом масштаба и вращения Солнца это сопоставление приведено на рис. 3. Из рисунка видно, что упомянутые резкие изменения поля по положению близки к двум группам пор северной полярности, что говорит о реальности первых. При этом для восточных пор в распределении магнитного поля доминирует северная магнитная полярность, соответствующая полярности пор на фотосфере. Для другой группы пор радиоданные дают биполярную магнитную структуру, в то время как обе поры этой группы 6 марта относились к N -полярности. Однако к моменту наблюдений ни одна из этих групп пор уже не наблюдалась станциями службы Солнца [10-12]. Таким образом, можно заключить, что мелкомасштабные локальные магнитные поля существуют в хромосфере, по крайней мере, на 0,5 суток дольше, чем на уровне фотосферы. Существование обратной полярности говорит, вероятно, о локальном замыкании магнитных силовых линий для этих пор (мелкомасштабные магнитные петли). Большие напряженности магнитного поля (до 650 Э), полученные несмотря на сделанные усреднения, не исключают возможности того, что для этих деталей был существен также магнитотормозной механизм излучения.

Над большим пятном распределение магнитного поля имеет южный знак полярности, что соответствует знаку магнитного поля пятна и близлежащих участков фотосферы [11]. Однако значения напряженности, достигающие всего 30 Э, не соответствуют оптическим данным (~ 3000 Э в пятне). Мощный локальный источник, расположенный над пятном, обусловлен, как известно [5], магнитотормозным механизмом генерации радиоизлучения. Низкая степень поляризации этого излучения в случае группы № 98, возможно, обусловлена эффектами замыкания поляризации [13]. Отсутствие поляризации может также быть обусловлено особенностями распределения температуры над пятном (если 2-й и 3-й гирорезонансные уровни находятся в солнечной короне). Во всяком случае, наш метод измерения магнитного поля в этой области оказался не эффективен.

Флоккульное пространство между порами дало значение магнитного поля до 20 Э преимущественно северной полярности, что разумно согласуется с данными магнитограмм этой области, опубликованными в [11]. Детальное отождествление магнитограмм провести не удалось из-за ряда методических трудностей. Однако наши усредненные значения полей близки к максимальным полям на уровне фотосферы по этим данным. В целом это не только подтверждает справедливость нашей методики, но и говорит о том, что средние флоккульные поля не падают существенно от уровня фотосферы до уровня верхней хромосферы, где генерируется излучение в диапазоне 3 см. Таким образом, методика измерения наклона спектра и поляризации, являясь по своей сути квазинулевым методом, оказывается чрезвычайно полезной при изучении слабоконтрастных образований на Солнце (например, флоккулов). В работе впервые проведено экспериментальное измерение

распределения слабых магнитных полей по методике, изложенной в [1], и показана эффективность такого способа измерений.

В заключение авторы выражают благодарность М. М. Кобрину за содействие работе и признательность Е. А. Макаровой за предоставление возможности получить снимок Солнца в линии H_{α} .

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Ф. Белов, Е. И. Лебедев, В. Ф. Пивоваров, Б. В. Тимофеев, В. М. Фридман, В. П. Хрулев, Изв. высш. уч. зав — Радиофизика, **17**, № 2, 204 (1974).
2. М. М. Кобрий, Е. И. Лебедев, Б. В. Тимофеев, В. М. Фридман, в сб. докладов серии Научного совета по комплексной проблеме «Радиоастрономия» (ИЗМИРАН, 13—16 окт 1970 г), М., 1972.
3. A. Seeger, Q. Jl. R. Astron. Soc., **12**, 363 (1971).
4. Г. Б. Гельфрейх, Астрономический циркуляр, № 699 (1972).
5. В. В. Железняков, Радиоизлучение Солнца и планет, изд. Наука, М., 1964.
6. П. И. Скворцов, В. М. Фридман, Астрономический циркуляр, № 828 (1974).
7. G. W. Simon, N. O. Weiss, Solar Physics, **13**, № 1, 85 (1970).
8. Н. В. Стешенко, Изв. КрАО, **37**, 21 (1967).
9. Р. Брэй, Р. Лоухед, Солнечные пятна, изд. Мир, М., 1967.
10. Магнитные поля солнечных пятен, № 3 (1970).
11. Solar-Geophysical Data, № 309, part. I (1970).
12. Солнечные данные, № 3, 1970.
13. Н. Г. Петрова, Диссертация, Л., 1974.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
31 марта 1975 г.

Главная астрономическая обсерватория АН СССР

INVESTIGATION OF MAGNETIC FIELDS OF THE SOLAR FLOCCULI BY RADIO ASTRONOMICAL OBSERVATIONS

G. B. Gel'freikh, S. D. Snegirev, V. M. Fridman, O. A. Sheyner

The weak floccula magnetic field distribution is experimentally measured by the radio astronomical method with a simultaneously measurement of two parameters of the solar radio emission V and ΔI at one wavelength. In the magnetic field distribution the sections of smooth variations up to 15 Oe are separated which interchange with the sections in which the field has an essential large value (up to 300—600 Oe) and undergo sharp changes up to the change in the polarity. A definite conformity between the obtained distribution and the photosphere magnetic field distribution is observed.

УДК 523.443

О ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ ВЕЩЕСТВА ВЕРХНЕГО ПОКРОВА МАРСА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ НАЗЕМНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ЕГО РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ*

А. Г. Кисляков, В. Д. Кротиков, О. Б. Щуко

Анализируются результаты измерений эффективной радиотемпературы Марса в диапазоне 0,23—21 см, полученные во время противостояний 1963—1971 гг. Для конкретных дат наблюдений рассчитаны спектры интегрального радиоизлучения планеты и проведено их сопоставление с экспериментальными данными. В результате определены средние диэлектрические характеристики вещества верхнего покрова Марса. Диэлектрическая проницаемость и удельный тангенс угла потерь оказались равными соответственно $\epsilon = 3,4 \pm 0,3$ и $b = (5 \pm 2) \cdot 10^{-3}$. Характерный параметр $M = l_9/l_{T\lambda}$ для Марса равен $4,6 \pm 1,0$, что примерно в два раза больше, чем для Луны.

В настоящее время накоплен обширный экспериментальный материал по собственному тепловому радиоизлучению Марса [1—33]. По мере накопления проводилось обобщение этого материала [34—39], основанное, как правило, на приведении экспериментальных данных к среднему гелиоцентрическому расстоянию и теории радиоизлучения Марса, развитой в работе [34]. Такое приведение позволяет построить лишь приближенный спектр радиоизлучения Марса, поскольку при этом не учитывается неравномерность орбитального движения планеты и наличие сезонных изменений, обусловленных наклоном оси вращения, которые оказывают влияние на измеренные значения эффективной температуры.

Во время противостояния 1971 г. получены новые данные об эффективной температуре Марса на разных волнах [6, 7, 14, 15, 32]. Наряду с этим более точно измерены интенсивности некоторых источников, использовавшихся при калибровке радиоизлучения Марса [40, 41], проведена дальнейшая разработка теории [36, 42, 44], позволяющая учесть влияние неравномерности орбитального движения Марса и наклона его оси вращения на интенсивность радиоизлучения.

Перечисленные факторы заставляют вновь обратиться к анализу данных о радиоизлучении Марса с целью уточнения сведений о диэлектрических свойствах его верхнего покрова.

1. НЕОБХОДИМЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ

Для сопоставления экспериментальных данных, полученных во время различных противостояний, были проведены расчеты временных вариаций интегрального радиоизлучения Марса вблизи ряда противостояний. Расчет производился для различных значений диэлектрической проницаемости ($1,01 \leq \epsilon \leq 5$) при изменении параметра $\delta_{10} = M\lambda$ [36, 45] в пределах $0,4 \leq M\lambda \leq 102,4$.

* Результаты работы докладывались на Всесоюзном симпозиуме по физике Луны и планет, Киев, октябрь 1972 г.

На основании [46] интегральная радиотемпература Марса представлялась следующим образом:

$$\bar{T}_e(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi d\psi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} T_e(t; \varphi, \psi) \sin^2 \psi \cos \varphi d\varphi. \quad (1)$$

В соотношении (1) $T_e(t; \varphi, \psi)$ — яркостная температура участка поверхности с координатами (φ, ψ) на видимой с Земли полусфере Марса. В этой системе начало координат всегда совпадает с центром видимого диска Марса, т. е. положением «подземной» точки*.

Для определения значения $\bar{T}_e(t)$ на видимой полусфере Марса была выбрана координатная сетка (φ_i, ψ_i) с шагом по φ_i и ψ_i , равным 5° . Каждому узлу координатной сетки соответствуют ареографические координаты φ_i^* и ψ_i^* , отсчитываемые соответственно от полуденного меридиана и плоскости марсианского экватора. Формулы преобразования $(\varphi_i, \psi_i) \rightarrow (\varphi_i^*, \psi_i^*)$ приведены нами в работе [48]. В узлах координатной сетки (φ_i, ψ_i) и, следовательно, в соответствующих точках (φ_i^*, ψ_i^*) в ареографической системе координат яркостная температура определялась как сумма членов ряда [42]:

$$\begin{aligned} T_e(t; \varphi_i, \psi_i) = & [1 - R(\varphi_i, \psi_i)] \left[T_{00} + \right. \\ & + \sum_m \frac{T_{0m} \cos(m\Omega t - \Delta_{0m} - \xi_{0m})}{\sqrt{1 + 2\delta_{0m} \cos \rho'_i + 2\delta_{0m}^2 \cos^2 \rho'_i}} + \\ & + \sum_n \frac{T_{n0} \cos(n\omega t - \Delta_{n0} - \xi_{n0})}{\sqrt{1 + 2\delta_{n0} \cos \rho'_i + 2\delta_{n0}^2 \cos^2 \rho'_i}} + \\ & + \sum_m \sum_n \frac{T'_{nm} \cos(n\omega t - m\Omega t - \Delta'_{nm} - \xi'_{nm})}{\sqrt{1 + 2\delta'_{nm} \cos \rho'_i + 2(\delta'_{nm} \cos \rho'_i)^2}} + \\ & \left. + \sum_m \sum_n \frac{T''_{nm} \cos(n\omega t + m\Omega t - \Delta''_{nm} - \xi''_{nm})}{\sqrt{1 + 2\delta''_{nm} \cos \rho'_i + 2(\delta''_{nm} \cos \rho'_i)^2}} \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

В этом соотношении T_{00} , T_{0m} , T_{n0} , T'_{nm} и T''_{nm} — постоянная составляющая и амплитуды гармоник изменений температуры поверхности, Δ_{0m} , Δ_{n0} , Δ'_{nm} и Δ''_{nm} — сдвиги по фазе гармоник изменения температуры поверхности по отношению к соответствующим гармоникам инсоляции. Численные значения T_{nm} и Δ_{nm} получены на основании расчетов теплового режима для $\gamma = (kpc)^{-1/2} = 200 \text{ кал}^{-1} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{1/2} \cdot \text{град}$ [48, 49], ξ_{0m} , ξ_{n0} , ξ'_{nm} и ξ''_{nm} — сдвиги по фазе гармоник яркостной температуры по отношению к гармоникам изменения температуры поверхности. Угол ρ' связан с углом наблюдения ρ законом преломления. Отсчет времени производился от момента местного полдня при прохождении Марса точкой перигелия, ближайшего к дате данного противостояния. Величины δ_{0m} , δ_{n0} , δ'_{nm} и δ''_{nm} представляют собой отношение глубины проникания электромагнитной волны к глубинам проника-

* Соотношение (1) справедливо только при этом условии [46].

ния гармонических составляющих температурной волны с соответствующими частотами $m\Omega$, $n\omega$, $n\omega - m\Omega$, $n\omega + m\Omega$. Поскольку длительность марсианских суток примерно в 670 раз меньше периода орбитального движения планеты, величины δ'_{nm} и δ''_{nm} близки к δ_{n0} и, следовательно, определяются суточными изменениями температуры на Марсе:

$$\delta'_{nm} \approx \delta''_{nm} \approx \delta_{n0} = V\bar{n}\delta_{10}. \quad (3)$$

Величина δ_{0m} определяется сезонными изменениями температуры на Марсе, обусловленными наклоном оси вращения и значительным эксцентриситетом марсианской орбиты.

Сезонные колебания температуры проникают примерно в 26 раз глубже суточных (при $m = n$), поэтому δ_{0m} может быть также выражено через δ_{10} :

$$\delta_{0m} = V\bar{m}\delta_{01} \approx \frac{\sqrt{m}}{26} \delta_{10}. \quad (4)$$

Таким образом, для фиксированного момента времени t интегральная температура зависит только от ϵ и δ_{10} . Сопоставление экспериментальных значений температур с семейством кривых $\bar{T}_e(\delta_{10})$, рассчитанных на даты наблюдений для различных значений ϵ , позволяет оценить диэлектрическую проницаемость и величину параметра $M = \delta_{10}/\lambda$ марсианского прунта, характеризующего его диэлектрические потери. Вариации интегральной радиотемпературы вблизи противостояний 1963—1971 гг., рассчитанные для $\epsilon = 1$ и ряда значений δ_{10} , лежащих в интервале $0,4 \leq \delta_{10} \leq 51,2$, приведены на рис. 1.

Изменения интегральной радиотемпературы для других значений ϵ могут быть получены путем введения среднесферической излучательной способности $1 - R(\epsilon)$ [52]. Зависимость среднесферической излучательной способности Марса от диэлектрической проницаемости ϵ приведена на рис. 2.

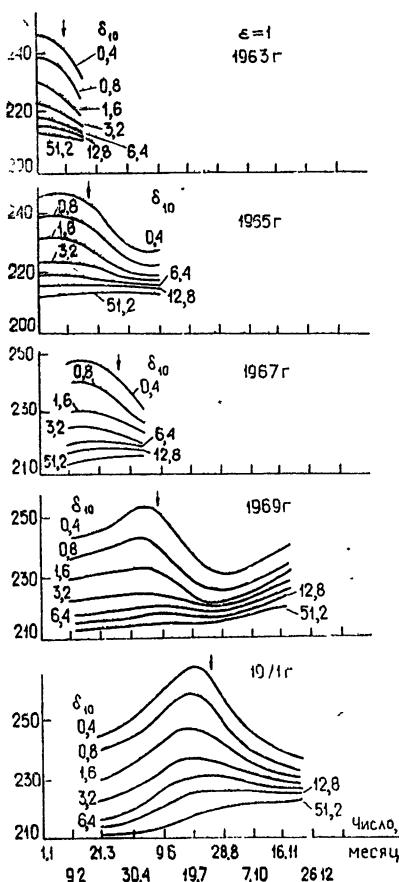


Рис. 1.

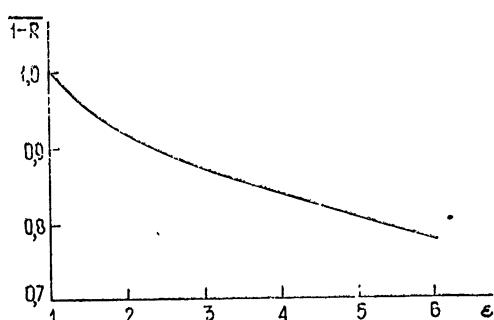


Рис. 2.

2. ОБСУЖДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Сводка результатов измерений интегральной радиотемпературы Марса на разных волнах приведена в табл. 1.

Вслед за длиной волны приводятся значения \bar{T}_e , которые даны в соответствующих экспериментальных работах. В следующем столбце таблицы—их скорректированные значения (если в такой коррекции была необходимость). Пересчет величины \bar{T}_e производился только в том случае, если авторы располагали более надежными данными об интенсивности радиоизлучения опорных источников, чем использовавшиеся в соответствующих экспериментальных работах. Это касается, в первую очередь, результатов наблюдений на волне 3,3 мм, приведенных в работах [9–11].

В [7] дан обстоятельный анализ методов калибровки антенной системы и результатов планетных измерений этой группы авторов и показано, что приводимые в [9–11] абсолютные значения яркостных температур планет занижены на 10–20 %. При наблюдениях Марса авторы [9–11] в качестве источника сравнения использовали Солнце, яркостную температуру которого на волне 3,3 мм принимали равной 6600 ± 200 К. Это значение расходится с результатами прецизионных измерений Солнца на волне 4,1 мм и данными сравнения интенсивностей Луны и Солнца на волнах 3,6–4,0 мм [50]. При коррекции результатов на основании [50] нами была принята $T_S = 7200 \pm 200$ К*. Следует отметить, что результаты измерений радиоизлучения Марса на волне 3,3 мм имеют высокую относительную точность, поскольку, как это видно из рис. 3, экспериментальные точки, за исключением одной (23–30 июля 1969 г.), достаточно хорошо воспроизводят относительные вариации яркостной температуры, рассчитанные для интервала времени вблизи противостояния 1969 г.

Другая группа экспериментальных данных, подвергшихся коррекции, получена сопоставлением интенсивностей радиоизлучения Марса и Юпитера. Новые, более точные данные о яркостной температуре Юпитера [41], использованные нами и в работе [6], позволили принять $T_J = 151 \pm 8$ К в интервале длин волн 8–9,5 мм.

В тех случаях, когда величина \bar{T}_e определялась сравнением с радиоизлучением дискретных источников, как и в работе [38], использованы наиболее надежные данные недавних измерений плотностей их потоков [42].

Результаты измерений на близких волнах и незначительно разнесенные по времени в ряде случаев объединены. При этом вычислялось среднее взвешенное значение яркостной температуры Марса. В качестве весов использовались числа, обратно пропорциональные квадратам ошибок измерений. Ошибка измерений определялась путем суммиро-

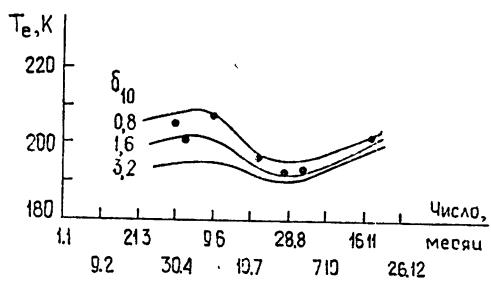


Рис. 3. Изменения интегральной радиотемпературы Марса вблизи противостояния 1969 г., рассчитанные для $\epsilon=3,5$ и различных значений параметра δ_{01} . Точки соответствуют результатам измерений на волне 3,3 мм [9].

* Приводимое в [54] значение $T_C = 7670$ К на волне 3,1 мм не может быть использовано для коррекции результатов [9–11], поскольку оно противоречит ряду работ.

вания флуктуационной ошибки и ошибки, приводимой для интенсивности опорного источника.

Некоторые данные табл. 1 не используются. Это относится, в первую очередь, к результатам измерений радиоизлучения Марса на 1,2 мм [2, 3]. Приводимое в [2] значение $\bar{T}_e = 165 \pm 17$ К является, по-видимому, заниженным, так как в другой работе [3] автор приводит $\bar{T}_e = 196 \pm 60$ К. Низкая точность последнего значения, как и данных измерений на $\lambda = 1,4$ мм [4], делает оправданным их исключение из последующего рассмотрения.

В работах [4, 7, 17] не приведены точные даты измерений, что не позволяет интерпретировать результаты этих работ надлежащим образом.

Наконец, результаты наблюдений Марса в диапазоне дальних инфракрасных волн [1] затруднительно использовать, поскольку рассмотренная выше теория не учитывает возможное в этом диапазоне отклонение от закона Рэлея—Джинса.

3. ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЕЩЕСТВА ВЕРХНЕГО ПОКРОВА МАРСА

Для определения диэлектрической проницаемости вещества верхнего покрова Марса были использованы зависимости интегральной температуры от параметра $\delta_{10} = M\lambda$, рассчитанные для различных значений ϵ на конкретные даты наблюдений. Эти зависимости можно получить из рис. 1 путем снятия сечений для фиксированного момента времени t и последующего пересчета их на основании зависимости $1 - R(\epsilon)$, приведенной на рис. 2.

Экспериментальные значения интегральной температуры сопоставлялись с рассчитанными для различных значений ϵ семействами кривых $\bar{T}_e(\delta_{10})$. При этом использовался метод последовательных приближений.

В первом приближении сопоставление производилось при значениях $\delta_{10} = M\lambda = 2\lambda$, т. е. параметр M принимался таким же, как и у Луны ($M = 2$). Полученным значениям диэлектрической проницаемости приписывались весовые функции, соответствующие погрешности измерений интегральной температуры Марса на каждой конкретной длине волны. Среднее взвешенное значение диэлектрической проницаемости верхнего покрова Марса в первом приближении оказалось равным 3,7. Для этого значения ϵ были построены зависимости интегральной температуры от параметра δ_{10} , которые были использованы для определения величины M по результатам измерений на волнах короче 1,35 см. Среднее взвешенное значение M оказалось равным $4,6 \pm 1,0$. Это значение было принято за основу при уточнении величины диэлектрической проницаемости во втором приближении. Среднее взвешенное значение ϵ при этом оказалось равным $3,4 \pm 0,3$. Выполнение последующих приближений практически не изменило полученные значения ϵ и M . На основании измерений диэлектрических характеристик земных пород установлена связь диэлектрической проницаемости и плотности породы:

$$\sqrt{\epsilon} - 1 = \alpha \rho, \quad (5)$$

где коэффициент $\alpha = (0,5 \pm 0,1) \text{ см}^3/\text{г}$ [53]. Принимая, что это соотношение справедливо для марсианского грунта, и используя полученное значение $\epsilon = 3,4 \pm 0,3$, можно оценить среднюю плотность вещества верхнего покрова Марса $\rho = (1,7 \pm 0,6) \text{ г}/\text{см}^3$.

Таблица I

<i>мм</i>	\bar{T}_e , К	Коррекция \bar{T}_e , К	Дата наблюдений	Источник калибровки	Литература	Примечание
0,35	220 ± 15		23 февраля 1970			
1,2	168 ± 17 (196 ± 60)		11—19 января, 4—8 июня 1965	Луна, $\bar{T}_L = 213$ К	2,3	а
1,4	180 ± 50		май—июнь 1970	Юпитер, $T_{J\odot} = 145$ К	4	
2,3	240 ± 30	226 ± 28	14, 28—30 июня 1970	Юпитер, $T_{J\odot} = 140$ К	5	б
2,35	224 ± 35		11—13, 17—20 августа 1971	Юпитер, $T_{J\odot} = 140$ К	6	
3,1	213 ± 16		январь—сентябрь 1971	Параметры антенны, тепловая калибровка	7	в
3,2	240 ± 72 48		март 1965	Параметры антенны, тепловая калибровка	8	
3,3	182 ± 4	210 ± 24	29 апреля 8—9 мая 12—15 июня 23—30 июня 25—26 июля 24—26 августа 5—13 сентября 19—26 сентября 1969	Параметры антенны, Солнце $T_C = 6600$ К (7200 К)	9	г
3,4	190 ± 42	214 ± 44	25, 26, 28 апреля 1965	Параметры антенны, Солнце, $T_C = 6600$ К (7200 К)	10	д
3,4	163 ± 21	178 ± 23	23—30 марта 21—27 апреля 17—20 мая 1967	Параметры антенны, Солнце, $T_C = 6600$ К (7200 К)	11	
8,0	229 ± 30 224 ± 13	240 ± 38 235 ± 20	8 марта 1965 15 марта 1965	Луна, $\bar{T}_L = 197$ К (216 К)		
8,15	210 ± 30	219 ± 21	22 июня 1969	Юпитер, $T_{J\odot} = 144$ К (151 К)	12	
8,15	212 ± 10		8—12 августа 1971	Юпитер, $T_{J\odot} = 144$ К (151 К)	5	
8,22	192 ± 5	185 ± 10	18, 23 июня 1969	Юпитер, $T_{J\odot} = 151$ К	6	
8,22	195 ± 2	188 ± 7	29 мая 8 июня	Юпитер, $T_{J\odot} = 157$ К (151 К)	13,14	
	201 ± 2		2, 3 сентября 1971	Юпитер, $T_{J\odot} = 157$ К (151 К)	14	
8,57	175 ± 15	186 ± 9	23—25 августа 1—3 сентября 1971	Юпитер, $T_{J\odot} = 142$ К (151 К)	15	
8,6	230 ± 42		март 1965	Параметры антенны, тепловая калибровка	16	
8,6	235 ± 40 33		март—июнь 1967	Параметры антенны, тепловая калибровка	17	в
8,6	223 ± 38		январь—сентябрь 1971	Параметры антенны, тепловая калибровка	7	в
9,5	171 ± 6	184 ± 11	апрель 1969	Юпитер, $T_{J\odot} = 140$ К (151 К)	18	
9,55	207 ± 13	203 ± 13	28 апреля—5 мая 1967	Юпитер, $T_{J\odot} = 157$ К (151 К)	19,20	
15,5	172 ± 35	168 ± 35	19—27 апреля 1967	Юпитер, $T_{J\odot} = 155$ К	19	д
16,5	196 ± 16	195 ± 16	2—5 января 16—16 мая 16 июня 1969	Дева А, $S_v = 28$ ед.	21	
			28 апреля 1967		22	
18,5	187 ± 5		21 мая 1967	Дева А, $S_v = 28$ ед.	22	
18,5	175 ± 6		ноябрь 1969—февр. 1970	Дева А, $S_v = 30$ ед.	18	
19,5	168 ± 5		23, 26 ноября 1968	Дева А, $S_v = 38,5$ ед.	21	
27,0	186 ± 12	182 ± 12	11, 12, 17 апреля 1969 22 декабря 1958	Параметры антенны,	23	
31,4	211 ± 28					

8,6	235 \pm 40		март—июнь 1967	тепловая калибровка	17	
8,6	223 \pm 38		январь—сентябрь 1971	Параметры антенны, тепловая калибровка	7	в
9,5	171 \pm 6	184 \pm 11	апрель 1969	Параметры антенны, тепловая калибровка		
9,55	207 \pm 13	203 \pm 13	28 апреля—5 мая 1967	Юпитер. $T_O = 140$ К (151 К)	18	
15,5	172 \pm 35	168 \pm 35	19—27 апреля 1967	Юпитер, $T_O = 157$ К (151 К)	19,20	
16,5	196 \pm 16	195 \pm 16	2—5 января	Юпитер, $T_O = 155$ К	19	д
			16—16 мая			
			16 июля 1969	Дева А, $S_V = 28$ ед.	21	
18,5	187 \pm 5		28 апреля 1967			
18,5	175 \pm 6		21 мая 1967	Дева А, $S_V = 28$ ед.	22	
19,5	168 \pm 5		ноябрь 1969—февр 1970	Дева А, $S_V = 30$ ед.	18	в
27,0	186 \pm 12	182 \pm 12	23, 26 ноября 1968			
			11, 12, 17 апреля 1969	Дева А, $S_V = 38,5$ ед.	21	
31,4	211 \pm 28		22 декабря 1958	Параметры антенны, тепловая калибровка	23	
31,5	218 \pm 76		9—21 сентября 1956	Параметры антенны, тепловая калибровка	24	
37,5	200 \pm 11	198 \pm 14	12 апреля,	Дева А, $S_V = 49$ ед.	25	
37,5	182 \pm 11		3, 12 мая 1967	Гидра А, $S_V = 8,75$ ед.		
			4, 9, 14, 23 февраля,	Дева А, $S_V = 45$ ед. (49 ед.)	26	е
			22, 24 марта,			
			3, 14, 30 апреля,			
			8, 14 мая,	Гидра А, $S_V = 13$ ед.	27	
60	192 \pm 26	184 \pm 60	10 июня 1965	3С123, $S_V = 16,9$ ед. (16,3 ед.)	28	
60	190 \pm 60		12, 14, 15 марта 1965	Дева А, $S_V = 70$ ед. (72 ед.)		
			4 апреля 1965	3С348, $S_V = 13$ ед. (11,9 ед.)	29	
100	177 \pm 17	184 \pm 18	21 февраля—5 марта 1963	3С123, $S_V = 24,7$ ед. (25,7 ед.)		
111	194 \pm 10	200 \pm 18	10, 11 июня 1969	Гидра А, $S_V = 23,5$ ед. (24,3 ед.)	30	
113	162 \pm 18	170 \pm 18	28 февраля, 2, 3 марта 1965	Гидра А, $S_V = 23,5$ ед. (23,7 ед.)	28	
125	225 \pm 39	240 \pm 42	24 марта, 6, 14 апреля 1965	3С33, $S_V = 8,58$ ед. (8,6 ед.)	31	
				3С245, $S_V = 2,05$ ед. (2,22 ед.)		
				3С267, $S_V = 1,27$ ед. (1,42 ед.)	32	
210	179 \pm 11	233 \pm 65	9—15 августа 1971	3С295, $S_V = 12,44$ ед. (13,3 ед.)	33	
212	271 \pm 76		5, 14—24 марта 1965	Интерферометр		
213	190 \pm 41	163 \pm 35	5—7, 9, 10 марта 1965	Гидра А, $S_V = 42,3$ ед. (36,3 ед.)	32	
				Гидра А, $S_V = 42,3$ ед. (36,3 ед.)	33	
					27	

а) В скобках дано значение \bar{T}_e , приведенное авторами в работе [3] для тех же дат наблюдений.

б) Соответствующая коррекция проведена авторами в работе [28].

в) Измерения на этой волне выполнялись в отдельных точках указанного интервала времени, точные даты не приведены.

г) Систематическая погрешность измерений составляет $\pm 10\%$.

д) Авторы [19] дают значение \bar{T}_e , приведенное к среднему гелиоцентрическому расстоянию. При коррекции учтено фактическое расстояние Марса от Солнца

е) Коррекция проведена авторами [29].

Полученные величины ϵ и M наряду с известным тепловым параметром $\gamma = 200$ и принятым по аналогии с земными породами значением удельной теплоемкости $c = 0,2 \text{ кал}/\text{г}$ позволяют определить удельный тангенс угла диэлектрических потерь и глубину проникания электромагнитной волны:

$$b = \frac{\operatorname{tg} \Delta}{\rho} = \frac{c\gamma}{2M \sqrt{\epsilon\pi\tau}} \approx (5 \pm 2) \cdot 10^{-3}; \quad (6)$$

$$l_s = \frac{\lambda}{2\pi \operatorname{tg} \Delta \sqrt{\epsilon}} = (10 \pm 13) \lambda \text{ см.} \quad (7)$$

Следует отметить, что полученные характеристики являются средними для всей поверхности Марса.

В заключение приносим благодарность В. С. Лазаревскому и А. Г. Кунцевич за выполнение ряда астрономических расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. D. A. Hargreaves, F. J. Low, C. H. Rieke, K. R. Armstrong, *Astrophys. J.*, **177**, L21 (1972).
2. F. J. Low, A. M. Davidson, *Astrophys. J.*, **142**, 1278 (1965).
3. F. J. Low, *Low. Obs. Bull.*, **6**, 184 (1965).
4. V. I. Kostenko, A. V. Pavlov, G. B. Sholomitsky, V. I. Slysh, V. A. Soglasnova, V. F. Zabolotny, *Astrophys. Lett.*, **8**, 41 (1971).
5. V. A. Efanson, I. G. Moiseev, A. G. Kislyakov, A. I. Naumov, *Icarus*, **14**, 198 (1971).
6. В. А. Ефанов, И. Г. Моисеев, А. Г. Кисляков, А. И. Наумов, Изв высш уч зав — Радиофизика, **17**, № 2, 185 (1974).
7. B. L. Ulrich, I. R. Cogdell, Y. H. Davies, *Icarus*, **19**, 59 (1973).
8. C. W. Tolbert, *Astron. J.*, **71**, 30 (1966).
9. E. E. Epstein, M. M. Dworetsky, J. W. Montgomery, W. G. Fogarty, R. A. Schorn, *Icarus*, **13**, 276 (1970).
10. E. E. Epstein, *Astrophys. J.*, **148**, 597 (1966).
11. E. E. Epstein, *Astrophys. J.*, **151**, 149 (1968).
12. Б. Г. Кутузов, Б. Я. Лосовский, А. Е. Соломонович, *Астрон. ж.*, **43**, 236 (1966).
13. А. Д. Кузьмин, В. Я. Лосовский, Ю. Н. Ветухновская, *Icarus*, **14**, 192 (1971).
14. А. Д. Кузьмин, Б. Я. Лосовский, Ю. Н. Ветухновская, Докл. на VII Всесоюзной конференции по радиоастрономии (Горький, июнь 1972).
15. P. M. Kalaghan, L. F. Telford, *Astrophys. J.*, **170**, 277 (1971).
16. C. W. Tolbert, *Astron. J.*, **71**, 30 (1966).
17. P. M. Kalaghan, K. N. Wulfsberg, *Astrophys. J.*, **154**, 771 (1968).
18. I. I. Pauliny-Toth, K. I. Kellermann, *Astrophys. Lett.*, **6**, 185 (1970).
19. R. W. Hobbs, T. P. McCullough, J. A. Waak, *Icarus*, **9**, 360 (1968).
20. R. W. Hobbs, S. L. Knapp, *Icarus*, **14**, 204 (1971).
21. C. H. Mayer, T. P. McCullough, *Icarus*, **14**, 187 (1971).
22. M. J. Klein, *Icarus*, **14**, 210 (1971).
23. J. A. Giordmaine, L. E. Alsop, C. H. Townes, C. H. Mayer, *Astron. J.*, **64**, 332 (1959).
24. C. H. Mayer, T. P. McCullough, R. M. Sloanaker, *Astrophys. J.*, **127**, 11 (1958).
25. M. J. Klein, *Icarus*, **14**, 210 (1971).
26. W. A. Dent, M. J. Klein, H. D. Aller, *Astrophys. J.*, **142**, 1685 (1965).
27. K. I. Kellerman, *Nature*, **206**, 1034 (1965).
28. M. P. Huges, *Planet. Space Sci.*, **14**, 1017 (1966).
29. D. S. Heeschin, *Astron. J.*, **68**, 662 (1963).
30. K. S. Stankovich, *Austral. J. Phys.*, **23**, 111 (1970).
31. D. O. Muhleman, T. Sato, *Rad. Sci.*, **69D**, 1580 (1965).
32. F. H. Briggs, F. D. Drake, *Icarus*, **17**, 543 (1972).
33. R. D. Davies, D. Williams, *Planet. Space Sci.*, **14**, 15 (1966).
34. Б. С. Троицкий, *Астрон. ж.*, **47**, 384 (1970).
35. V. S. Troitskiy, *Rad. Sci.*, **5**, 481 (1970).
36. Ю. Н. Ветухновская, А. Д. Кузьмин, Б. Я. Лосовский, *Астрон. вестник*, **4**, 231 (1970).

37. О. Н. Ржига, Астрон. ж., 44, 147 (1967).
 38. Е. Е. Epstein, Icarus, 14, 214 (1971).
 39. С. Sagan, J. Veverka, Icarus, 14, 222 (1971).
 40. К. I. Kellerman, I. I. K. Pauliny-Toth, P. J. S. Williams, Astrophys. J., 157, 1 (1969).
 41. G. T. Wright, W. T. Welch, D. D. Torgton, Astrophys. J., 169, 171 (1971).
 42. В. Д. Кротиков, О. Б. Щуко, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 15, № 4, 487 (1972).
 43. В. Д. Кротиков, О. Б. Щуко, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 16, № 12, 1811 (1973).
 44. J. N. Guzzi, D. O. Muhlemann, Icarus, 17, 548 (1972).
 45. В. Д. Кротиков, В. С. Троицкий, УФН, 56, 589 (1963).
 46. В. С. Троицкий, Астрон. ж., 31, 511 (1954).
 47. В. Д. Кротиков, О. Б. Щуко, Астрон. ж., 49, 165 (1972).
 48. W. M. Sinton, J. Strong, Astrophys. J., 131, 459 (1960).
 49. G. Neugebauer, G. Münch, H. Kieffer, S. C. J. Chase, E. Miner, Astron. J., 76, 719 (1971).
 50. А. Г. Кисляков, Э. П. Кукина, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 11, № 9, 1431 (1968).
 51. J. L. Linsky, Solar Phys., 28, 408 (1973).
 52. В. Д. Кротиков, В. С. Троицкий, Астрон. ж., 39, 1089 (1962).
 53. В. Д. Кротиков, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 6, № 6, 1057 (1962)

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
14 мая 1974 г.

DIELECTRIC PROPERTIES OF THE MATERIAL OF THE UPPER LAYER OF MARS FROM THE RESULTS OF BASED-GROUND MEASUREMENTS OF ITS RADIO EMISSION

A. G. Kislyakov, V. D. Krotikov, O. B. Shchuko

The results of measurements of the Martian effective radio temperature obtained during oppositions 1963—1971 in the range 0.23—21 cm are analysed. The integral radio emission spectra of the planet are calculated for concrete data of observations and they are compared with experimental data. As a result the mean dielectric characteristics of the upper layer of Mars are determined. The dielectric permittivity and specific tangent of the loss angle appeared to be equal to $\epsilon = 3.4 \pm 0.3$ and $b = (5 \pm 2) \cdot 10^{-3}$, respectively. The characteristic parameter $M = l_0/l_T \lambda$ for Mars is equal to 4.6 ± 1.0 that is approximately two times greater the corresponding Lunar parameter.

УДК 523.164.4

СИНХРОНИЗАЦИЯ ШКАЛ ВРЕМЕНИ В ПУНКТАХ РСДБ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ МАЗЕРНЫХ ИСТОЧНИКОВ КОСМИЧЕСКОГО РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

*В. А. Алексеев, Э. Д. Гатэлюк, Б. Н. Липатов, В. Н. Никонов,
А. С. Сизов, А. И. Чикин, [Б. В. Щекотов]*

Проанализированы возможности синхронизации шкал времени в пунктах радиоинтерферометра со сверхдлинной базой (РСДБ) по наблюдениям интенсивных космических радиоисточников мазерного излучения. Приведены результаты эксперимента, позволившего синхронизовать шкалы времени в пунктах на расстоянии 1000 км с точностью до 1 мкс.

1. ВВЕДЕНИЕ

Методы радиоинтерферометрии со сверхдлинными базами (РСДБ) позволяют, как известно, провести апостериорную синхронизацию шкал времени в пунктах приема РСДБ с точностью до 1 нс [1, 2]. Для реализации этой точности необходимо наблюдать квазизвездные радиоисточники, имеющие достаточно малые угловые размеры. Диапазон частот, в котором могут проводиться такие наблюдения, выбирается из условия наименьшего влияния трассы распространения радиоволн в межпланетной среде и ионосфере. Однако плотность потока излучения от квазаров в интересующем нас диапазоне частот, как правило, не превышает нескольких единиц потока ($1 \text{ ед. п.} = 10^{-26} \text{ Вт}/\text{м}^2 \cdot \text{Гц}$). Это вызывает необходимость приема излучения в широкой полосе частот ($\sim 100 \text{ МГц}$), с использованием больших антенн диаметром не менее 25—30 м и специализированных радиоастрономических комплексов РСДБ.

К настоящему времени проведен ряд экспериментов по исследованию космических источников мазерного излучения в линии водяного пара на волне 1,35 см [3, 4], имеющих очень малые угловые размеры. При этом большая интенсивность излучения для некоторых источников ($W49$, $Ori A$), достигающая величин 10^5 ед. п., позволяет применять для их наблюдения небольшие антенны диаметром 7—10 м.

Характерной особенностью излучения в молекулярных линиях является сравнительно большой корреляционный радиус излучаемого сигнала, составляющий на волне 1,35 см величину порядка 20 мкс. В силу этого они не являются оптимальными для использования их в задаче синхронизации шкал времени, однако данный недостаток частично компенсируется высокой интенсивностью излучения, позволяющей измерять взаимное групповое запаздывание принимаемых в разнесенных пунктах сигналов с точностью до малых долей их корреляционного радиуса. Соответственно это дает возможность создания на основе РСДБ на волну 1,35 см достаточно простого комплекса для взаимной синхронизации шкал времени в разнесенных пунктах.

Ниже приводятся общие теоретические соотношения с анализом методической погрешности, описание эксперимента по привязке шкал времени на радиоастрономических станциях Серпухово и Симеиз, размещенных на 1000 км, и обсуждение результатов.

2. ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

Регистрируемая на выходе РСДБ временная задержка τ принимаемых в разнесенных пунктах сигналов и частота их интерференции F_n следующим образом связаны с параметрами РСДБ и наблюдаемого источника:

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{S_{\parallel}}{c} \sin \delta + \frac{S_{\perp}}{c} \cos \delta \sin (\Omega t + \psi + \alpha) + \Delta t_0 + \tau_{\text{атм}} + \tau_{\text{ап}} + k_1 + \times t, \\ F_n &= f \frac{S_{\perp} \Omega}{c} \cos \delta \cos (\Omega t + \psi + \alpha) + \times f + F_{\text{атм}} + F_{\text{ап}} + k_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где S_{\parallel} и S_{\perp} — полярная и экваториальная проекции базовой линии интерферометра, δ — склонение, α — прямое восхождение источника, ψ — начальный угол вектора базы интерферометра в звездной системе координат, Ω — угловая скорость вращения Земли, c — скорость света в вакууме, \times — относительное расхождение часов, Δt_0 — относительный сдвиг временных шкал в приемных пунктах в момент $t_0 = 0$, $\tau_{\text{атм}}$ и $F_{\text{атм}}$ — временной и частотный сдвиги интерференционного отклика из-за влияния атмосферы Земли, k_1 и k_2 — временной и частотный сдвиги, связанные с вращением базы интерферометра за время τ , $\tau_{\text{ап}}$ и $F_{\text{ап}}$ — аппаратурные погрешности измерений.

Смещения k_1 и k_2 , как и регулярные составляющие $\tau_{\text{атм}}$ и $F_{\text{атм}}$, малы и к тому же с высокой степенью точности для рассматриваемой задачи могут быть учтены по приближенным данным о параметрах базовой линии интерферометра, координатах источника и состоянии атмосферы [1], поэтому они в дальнейшем не рассматриваются.

В соответствии со структурной функцией флуктуаций электрической толщи тропосферы [5] флюктуирующая составляющая $\tau_{\text{ап}}^{\text{фл}} < 1 \text{ нс}$, а $F_{\text{ап}}^{\text{фл}}/f < 1 \cdot 10^{-13}$ для $\lambda = 1,35 \text{ см}$ и также является малой. Аппаратурная погрешность $\tau_{\text{ап}}$ оценивается формулой

$$\tau_{\text{ап}} \approx \frac{1}{\Delta f} \frac{T_{\text{ш}} + T_{\text{с}}}{T_{\text{с}} V \Delta f \cdot T_{\text{н}}},$$

где Δf — ширина полосы линии излучения, $T_{\text{ш}}$ и $T_{\text{с}}$ — соответственно температуры шумов аппаратуры и принимаемого сигнала, $T_{\text{н}}$ — время накопления сигнала.

Температура шумов аппаратуры, включая шумы приемников, антенны и космического фона при использовании параметрических или квантово-механических усилителей высокой частоты составляет величину $\sim 200 \text{ К}$, а приращение антенной температуры от принимаемого излучения с потоком $\sim 10^{-4}$ ед. п. (источники W 49 и Ogi A) для антенн диаметром 10 м составляет величину $T_{\text{с}} \approx 100 \text{ К}$. Время накопления сигнала в единичном сеансе наблюдений ограничивается фазовыми возмущениями принимаемых сигналов в тропосфере Земли и фазовыми флуктуациями стандартов частоты, используемых для формирования гетеродинных сигналов и в качестве хранителей местных шкал времени. Для волны $\lambda = 1,35 \text{ см}$ с использованием стандартов с относительной нестабильностью $\delta f_0 = 10^{-12}$ и меньше величину $T_{\text{н}}$ не рационально брать более $\sim 100 \text{ с}$. Для указанных данных, учитывая, что средняя ширина полосы частот излучаемого сигнала в линии H₂O составляет величину $\Delta f \approx 40 \text{ кГц}$, получаем $\tau_{\text{ап}} \approx 30 \text{ нс}$. При обработке на ЭВМ вносятся дополнительные шумы квантования по уровню и по времени, приводящие к суммарной погрешности $\sim 50 \text{ нс}$.

Аппаратурная погрешность измерения частоты интерференции определяется нестабильностью стандартов частоты и составляет (при оптимальном выборе времени наблюдения $T_{\text{н}} \approx 100 \text{ с}$) величину $F_{\text{ап}} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ Гц}$ для $\delta f_0 = 10^{-12}$ и $F_{\text{ап}} \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ Гц}$ для $\delta f_0 = 10^{-13}$. Предельная погрешность при $\delta f_0 < 10^{-13}$ будет определяться тропосферными возмущениями фаз принимаемых сигналов и оценивается величиной $\sim 1 \cdot 10^{-3} \text{ Гц}$. Таким образом, с точностью до аппаратурных ошибок измеряемые значения τ и $F_{\text{н}}$ определяются длиной и положением вектора базы интерферометра относительно наблюдаемого источника, начальной рассинхронизацией шкал времени в пунктах приема и разностью номиналов стандартов частоты.

Определение всех констант в правых частях уравнений (1) может быть сделано по наблюдениям минимальной группы из трех источников, каждого на 4—6-часовом интервале. При этом так же определяются регулярные и длиннопериодические расхождения шкал времени внутри цикла наблюдений. Такое решение является полным. Однако, если конкретная система не обеспечивает разрешения по тому или иному параметру, требуемого для уточнения их априорно известных величин, определение этих параметров следует исключить из рассмотрения. При этом, соответственно, можно уменьшить число наблюдений и реализовать максимальную точность в определении остальных параметров. В частности, по данным радиointерферометрических наблюдений координаты интенсивных мазерных источников определены с точностью $0'',1 - 0'',5$ [6], а современные геодезические средства позволяют определить расстояние между двумя пунктами с погрешностью $\sigma = 10^{-6}$ [7]. Если топопривязка пунктов интерферометра выполнена с указанной точностью, то синхронизация шкал времени с соответствующим определением или уточнением положения вектора базы в звездной системе координат и угловой скоростью вращения Земли может быть проведена по наблюдениям одного источника. Предпочтительным объектом наблюдений является источник W 49, обладающий максимальной интенсивностью излучения при минимальных размерах. В этом случае решение задачи определения рассинхронизации шкал времени и их расхождения возможны по единичному сеансу измерений; при этом соответствующие ошибки примут вид

$$\begin{aligned} \sigma_{\Delta t_0} = & \left\{ \sigma_{\tau}^2 + \left(\frac{\sin \delta}{c} \right)^2 \sigma_S^2 \parallel + \left[\frac{\cos \delta \sin (\Omega t + \psi + \alpha)}{c} \right]^2 \sigma_S^2 \perp + \right. \\ & + \left[\frac{S_{\parallel} \cos \delta - S_{\perp} \sin \delta \sin (\Omega t + \psi + \alpha)}{c} \right]^2 \sigma_{\delta}^2 + \left[\frac{S_{\perp} \cos \delta \cos (\Omega t + \psi + \alpha)}{c} \right]^2 \sigma_{\psi+\alpha}^2 \left. \right\}^{1/2}, \\ \sigma_x = & \left\{ \frac{\sigma_{F_{\text{н}}}^2}{f_0^2} + \left[\frac{\Omega}{c} \cos \delta \cos (\Omega t + \psi + \alpha) \right]^2 \sigma_S^2 \perp + \right. \\ & + \left[\frac{\Omega}{c} S_{\perp} \sin \delta \cos (\Omega t + \psi + \alpha) \right]^2 \sigma_{\delta}^2 + \left[\frac{\Omega}{c} S_{\perp} \cos \delta \sin (\Omega t + \psi + \alpha) \right]^2 \sigma_{\psi+\alpha}^2 \left. \right\}^{1/2}, \end{aligned}$$

и при $\sigma_{\tau} = 50 \text{ нс}$, $\sigma_{F_{\text{н}}} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Гц}$, $\sigma_{\ln S} = 10^{-6}$, $\sigma_{\delta} = 0'',5$, $\sigma_{\psi+\alpha} = 0'',1$, $\delta f_0 = 10^{-13}$ получим для $S = 1000 \text{ км}$ $\sigma_{\Delta t_0} \approx 70 \text{ нс}$, $\sigma_x \leq 4 \cdot 10^{-13}$. Для $S = 5000 \text{ км}$ $\sigma_{\Delta t_0} \approx 90 \text{ нс}$, $\sigma_x \leq 6 \cdot 10^{-13}$.

По наблюдениям двух источников с известными склонениями

δ_1 и δ_2 и известной разностью их прямых восхождений $\alpha_1 - \alpha_2$ (даны координаты инвариантны относительно точки наблюдений) могут быть определены, кроме рассинхронизации шкал времени, параметры и положение вектора базы интерферометра в звездной системе координат. Как нетрудно видеть, для определения указанных неизвестных необходимо иметь 5 независимых результатов измерений временной задержки и частоты интерференции. Следует учесть, что при этом возникают дополнительные ошибки измерений: для задержки τ в момент t_i из-за неконтролируемого расхождения шкал времени на интервале $T = t_i - t_0$, соответственно для частоты интерференции — из-за расхождения номиналов частот стандартов, перенесенных на рабочую частоту $f = 22,235 \text{ МГц}$ ($\lambda = 1,35 \text{ см}$).

В табл. 1 приведены расчетные погрешности определения Δt_0 и χ , полученные по результатам измерений параметров χ , S_{\perp} и ψ по трем измерениям частоты интерференции от источника W49 в моменты $\Omega t_0 + \psi + \alpha = 0$, $\Omega t_1 + \psi + \alpha = 4^h$ и $\Omega t_2 + \psi + \alpha = 8^h$ и по двум измерениям временной задержки τ от источников W49 и OriA в близкие моменты времени. Расчет приведен для случая $\sigma_{\delta} = 0'',5$, $\sigma_{\alpha(W49)} = \sigma_{\alpha(OriA)} = 0'',1$, $S \leq 6000 \text{ км}$; ошибки измерения $\tau(t_i)$ и $F_n(t_i)$ брались в соответствии с приведенными выше данными.

Таблица 1

Стабильность стандартов частоты	Ошибка определения рассинхронизации шкал, с	Ошибка определения расхождения шкал, с/с
$2 \cdot 10^{-11}$	$1,6 \cdot 10^{-7}$	$3,4 \cdot 10^{-11}$
$5 \cdot 10^{-12}$	$4,5 \cdot 10^{-8}$	$8,5 \cdot 10^{-12}$
10^{-13}	$3,6 \cdot 10^{-8}$	$1,9 \cdot 10^{-13}$

Таким образом, при использовании в пунктах интерферометра хранителей шкал времени стабильностью $\delta f_0 = 10^{-13}$, при погрешности единичного измерения взаимного временного запаздывания принимаемых сигналов от космических источников $\sigma_{\tau} = 50 \text{ нс}$ и погрешности единичного измерения частоты интерференции $\sigma_{F_n} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Гц}$ достижимая точность апостериорной синхронизации шкал $\sigma_{\Delta t_0} = 0,04 \text{ мкс}$ и точность определения их расхождения $\sigma_{\chi} = 2 \cdot 10^{-13}$.

3. ЭКСПЕРИМЕНТ

В январе 1973 года был проведен эксперимент по измерению угловых размеров источников мазерного излучения H₂O на базе Симеиз—Пущино длиной 1100 км [8]. В процессе эксперимента решалась также задача апостериорной синхронизации приемных пунктов интерферометра. В эксперименте использовались хранители шкал времени на основе рубидиевых стандартов частоты с паспортной нестабильностью $\delta f_0 = 2 \cdot 10^{-11}$. Полоса приема составляла величину $\Delta f_{\text{пр}} = 160 \text{ кГц}$, полоса частот излучаемого сигнала по данным спектральных измерений — $\Delta f_c \approx 40 \text{ кГц}$. Регистрация принимаемого сигнала производилась бинарным кодом на цифровые магнитофоны ЭВМ «Раздан-3». Предварительная синхронизация шкал времени осуществлялась по кадровым импульсам телевизионного изображения [9]. В расчетах использовались измеренные значения временной задержки и частоты интерференции для источника W49, наблюдавшегося на четырех различных часовых уг-

лах с общим интервалом времени наблюдения 6,5 часов, а также—один отсчет временной задержки для источника Ori A.

Средняя эффективная площадь приемных антенн составляла величину $\sim 100 \text{ м}^2$, однако высокий уровень входных шумов приемных устройств ($\sim 4500 \text{ К}$), а также более широкая (по сравнению с шириной линии излучения источников) полоса частот УПЧ приемников не позволили получить на выходе интерферометра достаточно большого отношения сигнала к шуму, что существенно ограничивало точность измерения τ и F_{n} . Точность отсчета частоты интерференции ограничивалась также имевшее в ряде случаев место расщепление линии интерференционного отклика, что эквивалентно ухудшению стабильности частоты применявшимся стандартов. Погрешность измерения временной задержки составляла величину 1 мкс для источника W 49 и 2 мкс для Ori A, погрешность измерения частоты интерференции не превышала 0,4 Гц. Полные тропосферные поправки по оценкам дают величину $\tau_{\text{атм}} \leqslant 0,01 \text{ мкс}$, $F_{\text{атм}} \leqslant 0,01 \text{ Гц}$, т. е. были значительно меньше аппаратурных ошибок и в расчетах не учитывались. Также, ввиду малости, были опущены поправки k_1 и k_2 на вращение базы интерферометра за время τ .

Вклад в погрешность измерения задержки ошибок, связанных с нестабильностью частоты задающих стандартов, не превышал к концу интервала наблюдения в 6,5 часов величины $\sim 0,15 - 0,2 \text{ мкс}$ ($\delta f = 5 \cdot 10^{-12}$). Четыре отсчета функции временной задержки

$$\tau(t_i) = a + b \sin(\Omega t_i + \psi + \alpha) + \times t$$

позволяют определить четыре параметра: $a = \frac{S_{\perp}}{c} \sin \delta + \Delta t_0$, $b = \frac{S_{\perp}}{c} \cos \delta$, $\psi + \alpha$, \times (значение угловой скорости вращения Земли считается известным). Соответственно четыре отсчета частоты интерференции

$$F_n(t_i) = f \Omega b \cos(\Omega t_i + \psi + \alpha) + \times f$$

определяют также четыре параметра: $B_0 = bf$, Ω , $\psi + \alpha$, \times .

Таблица 2

Разница предвычислённых и измеренных величин $\Delta\tau_t$ и $\Delta F_{n,i}$

Источник	$\Delta\tau_t, \text{ мкс}$	$\Delta F_{n,i}, \text{ Гц}$
W 49	-14,1	-0,74
	-12,9	-0,8
	-11,9	-1,4
	-13,2	-0,6
Ori A	-11,8	-

Вследствие того, что отличие измеренных величин $\tau(t_i)$ и $F_n(t_i)$ от расчетных мало (см. табл. 2), вычислялись поправки к расчетным значениям параметров путем решения следующих систем линейных уравнений (по методу наименьших квадратов):

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{cccc} 1 & \sum_i \frac{\sin \xi_i}{n} & b \sum_i \frac{\cos \xi_i}{n} & \sum_i \frac{t_i}{n} \\ \sum_i \frac{\sin \xi_i}{n} & \sum_i \frac{\sin^2 \xi_i}{n} & b \sum_i \frac{\sin \xi_i \cos \xi_i}{n} & \sum_i \frac{t_i}{n} \\ \sum_i \frac{\cos \xi_i}{n} & \sum_i \frac{\sin \xi_i \cos \xi_i}{n} & b \sum_i \frac{\cos^2 \xi_i}{n} & \sum_i \frac{t_i}{n} \\ \sum_i \frac{t_i}{n} & \sum_i \frac{t_i \sin \xi_i}{n} & b \sum_i \frac{t_i \cos \xi_i}{n} & \sum_i \frac{t_i^2}{n} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \Delta a \\ \Delta b \\ \Delta (\psi + \alpha) \\ \Delta x \end{array} \right\} \\
 & = \left\{ \begin{array}{c} \sum_i \frac{\Delta \tau_i}{n} \\ \sum_i \frac{\Delta \tau_i \sin \xi_i}{n} \\ \sum_i \frac{\Delta \tau_i \cos \xi_i}{n} \\ \sum_i \frac{\Delta \tau_i t_i}{n} \end{array} \right\}; \quad \left\{ \begin{array}{cccc} 1 & \Omega \sum_i \frac{\cos \xi_i}{n} \\ \sum_i \frac{\cos \xi_i}{n} & \Omega \sum_i \frac{\cos^2 \xi_i}{n} \\ \sum_i \frac{\sin \xi_i}{n} & \Omega \sum_i \frac{\sin \xi_i \cos \xi_i}{n} \\ \sum_i \frac{\cos \xi_i - \Omega t_i \sin \xi_i}{n} & \Omega \sum_i \frac{\cos \xi_i (\cos \xi_i - \Omega t_i \sin \xi_i)}{n} \end{array} \right\} \times \\
 & \times \left\{ \begin{array}{cc} -B_0 \Omega \sum_i \frac{\sin \xi_i}{n} & B_0 \sum_i \frac{\cos \xi_i - \Omega t_i - \sin \xi_i}{n} \\ -B_0 \Omega \sum_i \frac{\sin \xi_i \cos \xi_i}{n} & B_0 \sum_i \frac{\cos \xi_i (\cos \xi_i - \Omega t_i \sin \xi_i)}{n} \\ -B_0 \Omega \sum_i \frac{\sin^2 \xi_i}{n} & B_0 \sum_i \frac{\sin \xi_i (\cos \xi_i - \Omega t_i \sin \xi_i)}{n} \\ -B_0 \Omega \sum_i \frac{\sin \xi_i (\cos \xi_i - \Omega t_i \sin \xi_i)}{n} & B_0 \sum_i \frac{(\cos \xi_i - \Omega t_i \sin \xi_i)^2}{n} \end{array} \right\} \times \\
 & \times \left\{ \begin{array}{c} \Delta x f \\ \Delta B_0 \\ \Delta (\psi + \alpha) \\ \Delta \Omega \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \sum_i \frac{\Delta F_{nl}}{n} \\ \sum_i \frac{\Delta F_{nl} \cos \xi_i}{n} \\ \sum_i \frac{\Delta F_{nl} \sin \xi_i}{n} \\ \sum_i \frac{\Delta F_{nl} (\cos \xi_i - \Omega t_i \sin \xi_i)}{n} \end{array} \right\},
 \end{aligned}$$

где $\xi_i = \Omega t_i + \psi + \alpha$. В данном случае $n = 4$ для W 49, значения t_i отсчитывались от момента, когда источник проходит через плоскость, ортогональную к экваториальной проекции базовой линии.

В табл. 3 приведены результаты поэтапных решений приведенных

систем уравнений*. Поэтапное решение с последовательным уменьшением числа неизвестных позволяет увеличить точность определения поправок, абсолютные значения которых существенно превышают дисперсию ошибок. Если на данном этапе величина поправки сравнима или меньше погрешности ее определения, то на следующем этапе эта величина принималась равной априорной. В итоге по измерениям временной задержки источника $W49$ определена поправка $\Delta(\psi + \alpha) = +0,0002 \pm 0,00004$. Относительный ход часов χ , как следует из табл. 3, равен $(0,6 \pm 4) \cdot 10^{-11}$ и не превысил погрешности измерения. Причем этот результат подтверждается данными контрольных измерений хода часов по телевизионным сигналам, проводимыми внутри всего цикла наблюдений. Относительный ход часов по этим данным составил величину $0,3 \text{ мкс}$ за сутки. Таким образом, в данном эксперименте $\Delta t \approx \Delta t_0$ в течение всего интервала наблюдения 6,5 часов.

Таблица 3

Результаты решений уравнений

а) По измерениям задержки

Δa	$-3,6 \pm 24,2 \text{ мкс}$	$-16,2 \pm 2,7 \text{ мкс}$	$-16,53 \pm 2,4 \text{ мкс}$	$-13 \pm 0,6 \text{ мкс}$
Δb	$-5,76 \pm 6,1 \text{ мкс}$	$-3,9 \pm 3,3 \text{ мкс}$	$-4,33 \pm 2,9 \text{ мкс}$	0
$\Delta(\psi + \alpha)$	$-0,0051 \pm 0,0048 \text{ рад}$	$+0,0001 \pm 0,00022 \text{ рад}$	0	0
χ	$+0,99 \cdot 10^{-9} \pm 1,76 \cdot 10^{-9}$	0	0	0

б) По измерениям частоты

χf	$1,3 \pm 1,6 \text{ Гц}$	$+0,138 \pm 0,96 \text{ Гц}$	0	0
ΔB_0	$-10 \pm 9,9 \text{ Гц}$	$-0,46 \pm 0,43 \text{ Гц}$	$-0,1 \pm 0,3 \text{ Гц}$	0
$\Delta(\psi + \alpha)$	$-0,00125 \pm 0,0014 \text{ рад}$	$+0,000255 \pm 0,00028 \text{ рад}$	$+0,000221 \pm 0,00005$	$+0,000222 \pm 0,00004$
$\Delta\Omega$	$0,0082 \pm 0,0092 \times 10^{-5} \text{ рад/с}$	0	0	0

Дополнение полученных решений по измерениям источника $W49$ уравнением для временной задержки сигналов от источника $OriA$ в предположении, что координаты $W49$ и $OriA$ известны с точностью 1 угл. сек, позволило определить рассинхронизацию шкал времени в пунктах РСДБ в момент наблюдений, составившую величину, равную $-13,75 \pm 1,35 \text{ мкс}^{**}$.

* Во всех случаях вычислялись «априорные минус полученные» параметры.

** Близкую точность синхронизации шкал времени по отношению к достигнутой в данном эксперименте можно получить и при синхронизации по каналам телевидения, но для этого необходимо очень тщательно измерить электрическую длину трассы распространения ТВ сигнала от передающей станции до пунктов наблюдения.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Анализ приведенных выше соотношений, в частности выражения (2), показывает, что до определенных пределов, пока систематические составляющие ошибки из-за неточности априорного знания координат источников и параметров базы интерферометра малы по сравнению с аппаратурными, общая погрешность определения искомых параметров Δt_0 и x будет уменьшаться, почти пропорционально уменьшению величин $\sigma_{\tau_{\text{ап}}}^2$ и $\sigma_{F_{\text{ап}}}^2$. В свою очередь, $\sigma_{\tau_{\text{ап}}}$ пропорциональна отношению шум/сигнал на выходе РСДБ, а $\sigma_{F_{\text{ап}}}$ — стабильности стандартов частоты.

По сравнению с приведенным экспериментом ($A_{\text{эфф}} = 100 \text{ м}^2$, $T_{\text{ш}} = 4500 \text{ К}$, $\Delta f_{\text{пр}}/\Delta f_c = 4$, $T_n = 10 \text{ с}$) вполне достижимо (при $T_{\text{ш}} = 200 \text{ К}$, $\Delta f_{\text{пр}}/\Delta f_c = 1$, $T_n = 100 \text{ с}$) увеличение потенциала в 300 раз, а при использовании антенн диаметром 10 м ($A_{\text{эфф}} \approx 30 \text{ м}^2$) — в 30 раз; использование водородных стандартов со стабильностью $\delta f_0 = 10^{-13}$ даст возможно увеличить точность и частотных измерений в 50 раз.

Результаты этого эксперимента совместно с данными [4] показали также, что источник $Ori A$ частично разрешается на базе $\sim 1000 \text{ км}$, поэтому проведение синхронизации шкал времени по наблюдениям двух источников $W 49$ и $Ori A$ возможно лишь на расстоянии менее 1000 км. Источник $W 49$ частично разрешен на базе ~ 10 тыс. км, и по его наблюдениям можно проводить синхронизацию шкал времени в разнесенных на несколько тысяч километров пунктах с их предварительной топопривязкой. Самостоятельный интерес представляет использование радиоинтерферометрических наблюдений одного источника $W 49$ для контроля взаимного расхождения шкал времени, предварительно точно сверенных, например, с помощью транспортируемых часов. Транспортировка магнитных лент с записями сигналов в пункт обработки с целью периодического контроля рассинхронизации шкал времени — несомненно более простая процедура, чем периодическая транспортировка высокостабильных часов с поддержанием их в «горячем» состоянии.

Таким образом, проведенный проверочный эксперимент достаточно полно подтвердил расчетные данные и, соответственно, действительную возможность использования интерферометрических наблюдений мазерных космических радиоисточников на $\lambda = 1,35 \text{ см}$ для сверки шкал времени в разнесенных на большие расстояния пунктах. Особенно эффективным представляется применение рассмотренного метода для привязки нескольких вторичных эталонов времени к основному (базовому) с установкой в базовом пункте антены диаметром 20—25 м и в выносных — малых антенн диаметром 5—3 м.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Троицкий, Изв. высш. уч. зав. — Геодезия и аэрофотосъемка, вып. 1, 112 (1970).
2. M. H. Cohen, D. B. Sheffer, Astron. J., 76, № 2 (1971).
3. B. F. Burke, D. C. Papa, G. D. Papadopoulos, P. R. Schwartz, S. H. Knowles, W. T. Sullivan, M. L. Meeks, J. M. Moran, Appl. J., 160, L63 (1970).
4. K. J. Johnston, S. H. Knowles, W. T. Sullivan, J. M. Moran, B. F. Burke, K. Y. Lo, D. C. Papa, G. D. Papadopoulos, P. R. Schwartz, C. A. Knight, I. I. Shapiro, W. J. Welsh, Appl. J., 166, L21 (1971).
5. Ю. Н. Парицкий, А. А. Стоцкий, Изв. ГАО АН СССР, № 188, 195 (1972).
6. J. M. Moran, G. D. Papadopoulos, B. F. Burke, K. Y. Lo, P. R. Schwartz, D. L. Thacker, K. J. Johnston, S. H. Knowles, A. S. Reisz, I. I. Shapiro, Appl. J., 185, № 2, 535 (1973).

7. И. Д. Жонголович, Доклад на симпозиуме ВАГО, Тбилиси, 1973
8. В. С. Аблазов, В. А. Алексеев, М. А. Антонец, В. И. Аристкин, В. П. Векшин, Э. Д. Гатэлюк, В. В. Демин, В. А. Ефанов, Б. Г. Кутузов, Б. Н. Липатов, Л. И. Матвеенко, С. М. Мкртчян, И. Г. Моисеев, В. Н. Никонов, В. А. Оганесян, В. А. Санамаян, А. С. Сизов, Р. Л. Сороченко, В. П. Соснин, В. С. Троицкий, Б. П. Фатеев, А. И. Чикин, Б. В. Щекотов, Изв. высш. уч. зав — Радиофизика, 17, № 10, 1431 (1974)
9. В. А. Алексеев, М. А. Антонец, В. В. Виткович, Э. Д. Гатэлюк, П. С. Живора, В. Д. Кротиков, А. Е. Крюков, В. С. Троицкий, А. И. Чикин, В. А. Шемагин, М. В. Янкавцев, Изв. высш. уч. зав — Радиофизика, 14, № 9, 1303 (1971).
10. Б. Ф. Берк, К. Д. Джонстон, В. А. Ефанов, Б. Д. Кларк, Л. Р. Коган, В. И. Костенко, Л. И. Матвеенко, И. Г. Моисеев, Д. М. Моран, С. Х. Ноулс, Д. К. Папа, Г. Д. Пападополус, А. И. Роджерс, П. Р. Шварц, Изв. высш. уч. зав — Радиофизика, 16, № 5, 799 (1973).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
29 апреля 1974 г.

SYNCHRONIZATION OF TIME SCALES AT SITES OF VERY LONG BASE
INTERFEROMETER FROM OBSERVATIONS OF MASERS SOURCES OF
COSMIC RADIO EMISSION

*V. A. Alekseev, E. D. Gatelyuk, B. N. Lipatov, V. N. Nikonov, A. S. Sizov,
A. I. Chikin, [B. V. Shchekotov]*

The possibilities of synchronizing time scales at the sites of very-long-base interferometer (VLBI) have been analysed from observations of intensive cosmic maser radio emission sources. The results of the experiment allowing to synchronize the time scale at the sites at the distance of ~ 1000 km with an accuracy of $1 \mu\text{s}$ are presented.

УДК 621.371.25

**ОБ УЧЕТЕ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ
ОТ УГЛА ПАДЕНИЯ ВОЛНЫ НА ИОНОСФЕРУ ПРИ РАСЧЕТЕ
СДВ ПОЛЕЙ НА КОРОТКИХ ТРАССАХ**

A. B. Орлов, A. E. Пронин

Рассматривается задача об отражении от неоднородной изотропной ионосферы СДВ поля, излучаемого точечным источником. Для случая, когда точка наблюдения удалена от излучателя на расстояние менее 1000 км, исследуется точность решения, полученного методом стационарной фазы. Обсуждаются различные формы учета зависимости коэффициента отражения от угла падения плоской волны. Применимость полученных формул оценивается путем сравнения с результатом численного интегрирования.

При расчете СДВ полей на расстояниях, не превышающих 1000—2000 км от источника, оказывается удобным представление полного поля в виде разложения по «лучам» [1, 2]. Выделенные из этого разложения ионосферные «лучи» при отсутствии дифракции вычисляются методом стационарной фазы [2], который эквивалентен геометрооптическим представлениям. В случае, когда коэффициент отражения от ионосферы слабо зависит от угла падения, результат имеет наименее простой вид [1, 2]. Однако возможны условия, когда коэффициент отражения R нельзя считать медленно меняющейся функцией угла ψ . Кроме того, известно [3], что при использовании простейшей модификации метода стационарной фазы [2] высокая точность расчета отраженного поля может быть достигнута, если излучатель и приемник удалены в масштабе длины волны далеко как друг от друга, так и от отражающей поверхности. В СДВ диапазоне для расстояний менее 100—200 км эти условия, вообще говоря, могут не выполняться.

В связи с этим представляется интересным оценить точность вычислений при различных формах учета зависимости $R(\psi)$, а также установить границы применимости метода стационарной фазы в рассматриваемой задаче. Ниже разбирается задача вычисления радиальной составляющей электрического поля E_r , излучаемого вертикальным электрическим диполем, после однократного отражения от неоднородной изотропной ионосферы; проводимость Земли полагается бесконечной. Полученные результаты могут быть обобщены на случай анизотропной ионосферы и распространены на другие компоненты поля.

Для исследования воспользуемся формулами работы [2], которые, используя асимптотические представления Дебая для сферических аналогов функций Ханкеля, преобразуем к виду

$$E_r = \frac{P_0 e^{i\pi/4}}{4\pi\epsilon_0 k a^4} \frac{G}{\sqrt{2\pi \sin \theta}}, \quad G \equiv \int_{\Gamma} A(v) e^{iW(v)} dv, \quad (1)$$

$$W(v) = v\theta + 2 \int_{ka}^{kd} \sqrt{1 - \left(\frac{v}{\rho}\right)^2} d\rho,$$

$$A(v) = R(v) \sqrt{v^2 - \frac{1}{4}} \Big/ \sqrt{1 - \left(\frac{v}{ka}\right)^2},$$

где P_0 — дипольный момент источника; $\theta = D/2a$, D — длина трассы вдоль земной поверхности, a — радиус Земли; k — волновое число в вакууме; ϵ_0 — его диэлектрическая постоянная; $d = a + h_1$; h_1 — высота нижней границы неоднородной ионосферы над поверхностью Земли; v — переменная интегрирования; $R(v)$ — коэффициент отражения Френеля плоских волн от ионосферы, отнесенный к уровню $r = d$ (рис. 1); интегрирование в (1) ведется в положительном направлении вещественной оси (несколько выше ее) комплексной плоскости v .

Вычисляя интеграл G в (1) методом стационарной фазы* и ограничиваясь первым членом асимптотического ряда, получим

$$G \approx G_0 = A(v_1) \sqrt{2\pi i/W''(v_1)} e^{iW(v_1)}, \quad (2)$$

где v_1 — седловая точка, найденная из уравнения $W' = 0$.

Введем углы падения φ и ψ локально плоских волн на поверхность Земли и ионосферы соответственно [6]:

$$\sin \varphi = v/ka, \quad \sin \psi = v/kd. \quad (3)$$

Тогда уравнение седловой точки можно будет записать в следующем виде:

$$\theta + \psi - \varphi = 0, \quad (4)$$

и наглядно интерпретировать геометрически (рис. 1). При указанной методике расчета множитель $A(v)$ полагается медленно меняющимся и выносится за знак интеграла в седловой точке. Однако анализ численных данных показывает, что коэффициент отражения, особенно его аргумент, может существенно зависеть от угла падения ψ . При этом зависимость $\arg R$ от ψ оказывается тем сильнее, чем ниже уровень h_1 по отношению к области, существенной для отражения.

Для учета зависимости $R(\psi)$ отнесем в (1) к медленно меняющейся части только множитель $A_1(v)$:

$$G = \int_{\Gamma} A_1(v) \exp [iW(v) + \ln R(v)] dv,$$

$$A_1(v) \equiv \sqrt{v(v^2 - 1/4)} / \sqrt{1 - (v/ka)^2}. \quad (5)$$

Тогда уравнение для седловой точки $v = v_3$ примет вид

$$0 = \int_{ka}^{kd} \frac{vd\rho}{\rho^2 \sqrt{1 - (v/\rho)^2}} - \frac{i}{2} [\ln R(v)]'_v = 0. \quad (6)$$

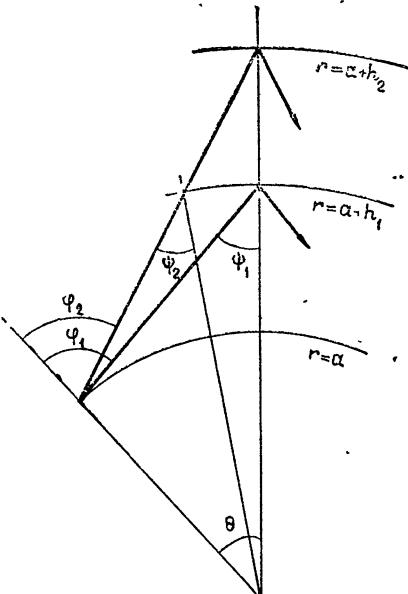


Рис. 1.

* Вопрос о возможности совмещения контура Γ с контуром стационарной фазы, здесь не рассматривается (см., например, [2, 3]).

Теперь седловая точка будет определять комплексные углы $\varphi_3 = \varphi_{3r} + i\varphi_{3m}$, $\psi_3 = \psi_{3r} + i\psi_{3m}$, и плоская волна, доминирующая при формировании поля в точке наблюдения, окажется неоднородной. Интересно отметить, что сделанное уточнение эквивалентно частичному учету последующего члена (слагаемое γ_1) асимптотического ряда при вычислении G в (1) методом стационарной фазы [3]:

$$G \approx G_0(1 + \gamma_1 + \gamma_2), \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= \frac{1}{2} \left[\frac{R'}{R} \frac{W'''}{(W'')^2} - \frac{R''}{R} \frac{1}{W''} \right]_{v=v_1}, \\ \gamma_2 &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{4} \frac{W^{IV}}{(W'')^2} - \frac{5}{12} \frac{(W''')^2}{(W'')^3} \right]_{v=v_1},\end{aligned}$$

и, в соответствии со сделанным относительно $A_1(v)$ предположением, учтено $A'/A \approx R'/R$ и $A''/A \approx R''/R$. Поправка γ_2 зависит только от свойств фазовой функции $W(v)$. Оценивая γ_2 , можно установить, является ли вообще удачным применение метода стационарной фазы в данной задаче.

Вычисляя интеграл в (6) и учитывая (3), после выделения реальной и мнимой частей получим

$$\theta + \psi_r - \varphi_r = \Pi_r; \quad (8)$$

$$\psi_m - \varphi_m = \Pi_m, \quad (9)$$

где

$$\Pi_r + i\Pi_m \equiv i[\ln R(\psi)]'_\psi / 2kd \cos \psi.$$

Кроме того, из (3) следует:

$$a \sin \varphi_r = d \sin \psi_r \operatorname{ch} \psi_m / \operatorname{ch} \varphi_m; \quad (10)$$

$$\operatorname{tg} \psi_r \operatorname{th} \varphi_m = \operatorname{tg} \varphi_r \operatorname{th} \psi_m. \quad (11)$$

Полагая затем углы φ_m и ψ_m достаточно малыми, будем решать задачу с точностью до членов первого порядка относительно φ_m и ψ_m . Тогда система (8)–(11) существенно упростится:

$$\begin{aligned}\theta + \psi_r - \varphi_r &= \Pi_r, \\ a \sin \varphi_r - d \sin \psi_r &= 0, \\ \varphi_m &= \Pi_m \sin \varphi_r \cos \psi_r / \sin(\psi_r - \varphi_r), \\ \psi_m &= \Pi_m \sin \psi_r \cos \varphi_r / \sin(\psi_r - \varphi_r),\end{aligned} \quad (12)$$

и ее решение будет удобно находить методом последовательных приближений (в качестве нулевого приближения, в частности, можно выбрать решение системы (3) и (4)).

Если учитывать зависимость от угла падения только аргумента коэффициента отражения, то $\varphi_m = \psi_m = 0$. При этом несколько изменятся и реальные части углов. Их можно получить, решая систему (12) при $\Pi_m = 0$.

Таким образом можно предложить три способа вычисления полей. В первом способе коэффициент отражения предполагается независящим от угла падения и относится к уровню h_1 (нижняя кромка ионосферы).

Седловая точка v_1 находится из системы уравнений (3) и (4) и определяет углы φ_1 и ψ_1 . Во втором способе при нахождении седловой точки v_2 принимается во внимание зависимость от угла падения только аргумента коэффициента отражения. Это приводит к углам φ_2 и ψ_2 , соответствующим так называемой триангуляционной высоте отражения h_2 (рис. 1). Такой способ используется, в частности, в [5]. Третий способ предполагает наиболее полный учет зависимости $R(\psi)$ (как аргумента, так и модуля). Исследовать влияние учета зависимостей $\arg R(\psi)$ и $|R(\psi)|$ удобно, рассматривая отношения $E_r^{(1)}/E_r^{(2)}$ и $E_r^{(2)}/E_r^{(3)}$, где $E_r^{(1)}$, $E_r^{(2)}$ и $E_r^{(3)}$ — радиальные составляющие электрических полей, подсчитанные соответственно по первому, второму и третьему способам.

Как показывают оценки, выполненные с учетом сферичности Земли, поля $E_r^{(1, 2, 3)}$ могут наиболее существенно различаться при $\psi < 75^\circ$ (соответственно $D < 300 \div 400$ км); при этом различия увеличиваются с уменьшением ψ . Для таких углов при анализе погрешностей вычисления интеграла G из (1), определяемых только формой учета зависимости $R(\psi)$, сферичностью Земли вполне можно пренебречь. Выполняя предельный переход при $a \rightarrow \infty$, из (12) получим

$$\begin{aligned} \sin \Delta\varphi_r &= - \frac{\cos \varphi_1}{2kh_1} [\arg R(\varphi, h_1)]'_{\varphi=\varphi_1}, \\ \varphi_m &= - \frac{\cos \varphi_1}{2kh_1} [\ln |R(\varphi, h_1)|]'_{\varphi=\varphi_1}, \end{aligned} \quad (13)$$

где $\varphi \equiv \varphi_r + i\varphi_m$, $\Delta\varphi_r = \varphi_1 - \varphi_r$, и учтены только члены первого порядка малости по $\Delta\varphi_r$ и φ_m . Символ h_1 , стоящий в круглых скобках, означает, что коэффициент отражения вычисляется для уровня h_1 . Угол падения, соответствующий седловой точке второго способа, определяется системой (13) при $\varphi_m = 0$ и пренебрежимо мало отличается от φ_{3r} .

Вычисление W и \dot{W}'' из (2) для найденных седловых точек φ_l первого, второго и третьего способов ($l = 1, 2, 3$) приводит к выражениям

$$\begin{aligned} W(\varphi_l) &= kD \sin \varphi_l + 2kh_1 \cos \varphi_l - Q_l(\varphi_l), \\ W''(\varphi_l) &= - \{kD \sin \varphi_l + 2kh_1 \cos \varphi_l - Q_l''(\varphi_l)\} - \\ &- \operatorname{tg} \varphi_l [kD \cos \varphi_l - 2kh_1 \sin \varphi_l - Q_l'(\varphi_l)] / \cos^2 \varphi_l, \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$Q_l(\varphi_l) = \begin{cases} 0 & (l = 1) \\ -\arg R(\varphi_2, h_1) & (l = 2) \\ i \ln R(\varphi_3, h_1) & (l = 3) \end{cases}$$

Заметим, что формулы второго и третьего способов в отличие от первого инвариантны к пересчету коэффициента отражения по высоте. При этом пересчет осуществляется по очевидной формуле:

$$R(\varphi, h) = R(\varphi, h_1) \exp [-i 2k(h - h_1) \cos \varphi]. \quad (15)$$

Пользуясь разложением в ряд Тейлора по φ в окрестности $\varphi = \varphi_2$, засставляя только члены первого порядка относительно $\Delta\varphi_r$ и φ_{3m} , для искомых отношений $E_r^{(1)}/E_r^{(2)}$ и $E_r^{(2)}/E_r^{(3)}$ из (2) при подстановке соответствующих значений $W(v)$ и $A(v)$ для плоской Земли можно получить

$$\frac{E_r^{(1)}}{E_r^{(2)}} \approx 1 + \frac{\Delta h}{L_2} \left\{ 3 \cos \varphi + [\ln |R(\varphi, h_2)|]_{\varphi=\varphi_2}' / \sin \varphi - \right. \\ \left. - \frac{[\arg R(\varphi, h_2)]_{\varphi=\varphi_2}''}{2k\Delta h} - i \frac{k\Delta h}{2} \sin^2 \varphi \right\}_{\varphi=\varphi_2}; \quad (16)$$

$$\frac{E_r^{(2)}}{E_r^{(3)}} \approx 1 - i \frac{[\ln |R(\varphi, h_2)|]_{\varphi=\varphi_2}'}{2kL_2} \left\{ [\ln |R(\varphi, h_2)|]_{\varphi}' - \right. \\ \left. - \frac{5}{2} \operatorname{ctg} \varphi_2 + \operatorname{tg} \varphi_2 + \frac{[\ln |R(\varphi, h_2)|]_{\varphi=\varphi_2}''}{2 [\ln |R(\varphi, h_2)|]_{\varphi}' \Big|_{\varphi=\varphi_2}} \right\}, \quad (17)$$

где $\Delta h = h_2 - h_1$, h_2 — триангуляционная высота отражения волны, падающей под углом φ_2 на ионосферу, $h_2 = h_1 - [\arg R(\varphi, h_1)]'_{\varphi=\varphi_2} / 2k \sin \varphi_2$, L_2 — расстояние между передатчиком и «точкой» отражения на высоте h_2 (рис. 2). В (16) и (17) производные коэффициента отражения $[\ln |R(\varphi, h_2)|]_{\varphi}'$ и $[\ln |R(\varphi, h_2)|]_{\varphi=\varphi_2}''$ отнесены к высоте h_2 , для которой $[\arg R(\varphi, h_2)]'_{\varphi=\varphi_2} = 0$:

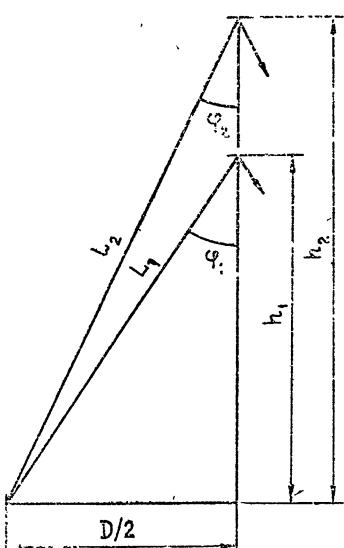


Рис. 2.

Перейдем к численным оценкам. Для примера, рассмотрим модель дневной ионосферы из [5], для которой $h_1 = 50$ км. Проведенные численные расчеты* показывают, что при $\varphi \rightarrow 0$ величина $[\ln |R(\varphi, h_1)|]'/\sin \varphi$, а следовательно, и $[\ln |R(\varphi, h_1)|]''_{\varphi=\varphi_2}$ стремится к некоторой постоянной C (рис. 3) (на частоте $f = 16$ кГц $C = -1 - 10i$). На частотах ниже 16 кГц вещественная и мнимая части отношения $[\ln |R(\varphi, h_1)|]'/\sin \varphi$ от угла почти не зависят. При этом разность $\Delta h = h_2 - h_1$ отклоняется от среднего значения 15 км не более чем на 25%. От частоты величина Δh также слабо зависит, несколько увеличиваясь с возрастанием f . Производная $[\ln |R(\varphi, h_1)|]'$ при изменении угла от 0 до $\pi/2$ колеблется, меняя знак. На частотах ниже 30 кГц ее значение по модулю

не превышает восьми. С ростом частоты амплитуда колебаний увеличивается. На частоте 40 кГц при $\varphi \approx 35 \div 37^\circ$ и вещественная и мнимая части $[\ln |R(\varphi, h_1)|]'$ по модулю существенно возрастают. Это связано с особенностью зависимости $R(\varphi, f)$, которая при указанных значениях φ и f характеризуется глубоким минимумом для $|R|$. Такой минимум можно объяснить интерференционными явлениями, возникающими при наличии двух разнесенных по высоте областей ионосферы, преимущественно формирующих отраженное поле. Отмеченные явления, как правило, возникают при немонотонных профилях $N(z)$ того же типа, что и исследуемые в [5]. Вторые производные $[\ln |R(\varphi, h_1)|]''_{\varphi=\varphi_2}$ более чув-

* Расчеты коэффициентов отражения выполнялись по методике из [4] с помощью программы, предоставленной авторам Н. С. Хованской.

ствительны как к углу, так и к частоте; при этом зависимость от угла усиливается с ростом частоты.

Для случая достаточно малых углов и низких частот, когда $k\Delta h \sin^2 \varphi \ll b \cos \varphi$, из формулы (16) следует, что учет зависимости $\arg R(\varphi)$ приводит, в основном, к уточнению амплитуды поля. Производная $[\ln |R(\varphi, h_2)|]_\varphi'$, как можно видеть из (17), в большей степени влияет на его фазу. Видно, что величина $(E_r^{(1)}/E_r^{(2)}) - 1$ прямо пропорциональна Δh , т. е. чем ниже задана нижняя граница профиля электронной концентрации ионосферы по отношению к существенной для отражения области, тем больше будут ошибки при пренебрежении зависимостью $\arg R(\varphi)$.

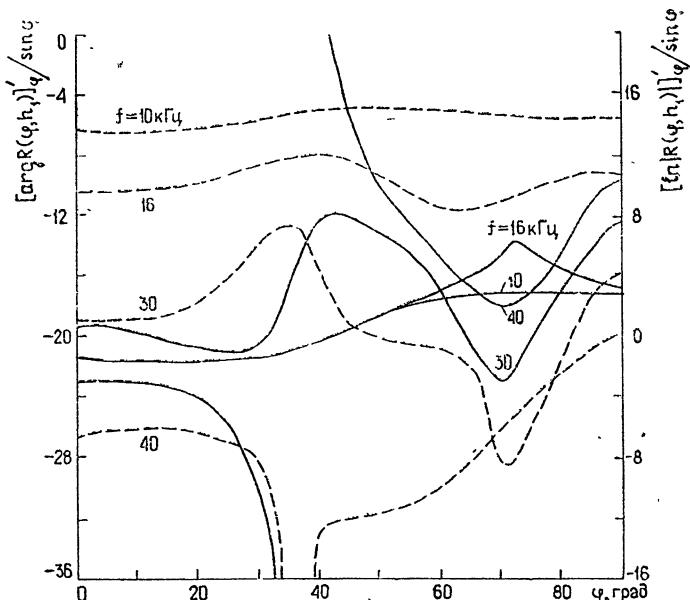


Рис. 3. Зависимость от угла падения отношения $[\ln |R(\varphi, h_1)|]_\varphi'/\sin \varphi$ (сплошные кривые) и $[\arg R(\varphi, h_1)]_\varphi'/\sin \varphi$ (пунктир).

Непосредственный численный расчет отношения $E_r^{(1)}/E_r^{(2)}$, выполненный с использованием формул (1), (2) и (5) для плоской модели Земли при $f = 16 \text{ кГц}$, показал (рис. 4), что на расстоянии 30—100 км модуль этого отношения в основном определяется величиной $(\sin \varphi_1/\sin \varphi_2)^3$ и монотонно увеличивается при уменьшении D . Для $D > 100 \text{ км}$ величина $|E_r^{(1)}/E_r^{(2)}|$ преимущественно зависит от отношения $|R(\varphi_1)/R(\varphi_2)|$, которое наиболее существенно отличается от единицы при $D \approx 250 \div 300 \text{ км}$. На этих же расстояниях достигается максимальное значение и для $\arg(E_r^{(1)}/E_r^{(2)})$, равное 0,6 радиана. Поле $E_r^{(1)}$ во всем рассматриваемом диапазоне расстояний получается, как правило, завышенным.

Напомним, что указанные результаты были получены на основании метода стационарной фазы, точность которого падает с уменьшением расстояния между приемником и передатчиком, $\gamma_2 \sim (kD)^{-1}$ [3]. Численная оценка значения γ_2 по (7) и (14) показывает, что для расстояния $D = 10 \text{ км}$ и высоты $h_1 = 50 \text{ км}$ на частоте $f = 16 \text{ кГц}$ $\gamma_2 \approx 0,02$, т. е. точность метода при этих условиях может быть еще вполне удовлетворительной.

Для оценок точности расчета полей каждым из 3 методов и для выяснения предела применимости выведенных выше формул дополнительно был проведен расчет поля на ЭВМ путем прямого вычисления интеграла G для плоской Земли. Интегрирование проводилось вдоль контура стационарной фазы. Обеспечиваемая точность была не хуже одного процента (по модулю). Путем специального расчета при $R=1$ было установлено, что использование метода стационарной фазы дает результат, совпадающий в пределах указанной точности с результатом прямого численного счета вплоть до расстояний 30 км ($kD \approx 10$). Это согласуется с приведенными оценками для γ_2 .

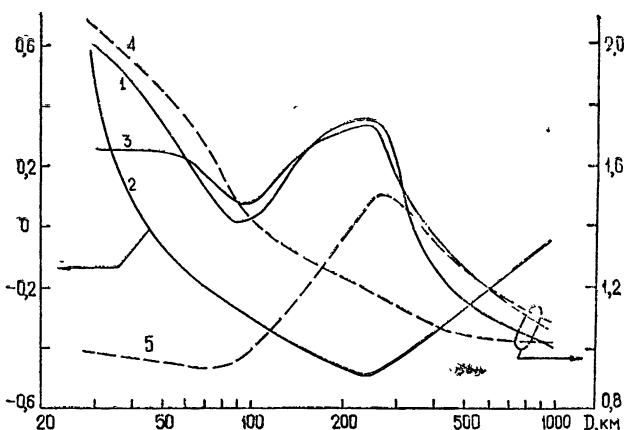


Рис. 4. Сравнение различных методов вычисления поля; кривая 1 построена для отношения $|E_r^{(1)}/E_r^{(2)}|$, кривая 2 — для $\arg(E_r^{(1)}/E_r^{(2)})$ в радианах, кривая 3 — для отношения $|E_r^{(1)}/E_r^{(0)}|$, где $E_r^{(0)}$ — результат численного интегрирования на ЭВМ с учетом зависимости $R(\varphi)$; вспомогательные кривые 4, 5 даны соответственно для отношений $(\sin \varphi_1/\sin \varphi_2)^3$ и $|R(\varphi_1, h_1)/R(\varphi_2, h_1)|$.

При наличии зависимости $R = R(\varphi)$ (для модели из [5] и $f = 16 \text{ кГц}$) первый метод приводит на расстояниях $30 \div 300 \text{ км}$ к результатам, приблизительно в 1,5 раза превышающим результаты численного интегрирования (рис. 4), что согласуется с приближенными оценками, следующими из (16). Погрешность в фазе достигает наибольших значений 0,5 радиана в окрестности $D \approx 250 \text{ км}$ и при $D < 40 \text{ км}$. С ростом расстояния, при $D > 400 \div 500 \text{ км}$, погрешность первого метода уменьшается, достигая при $D \approx 1000 \text{ км}$ 5% для амплитуды и 0,05 радиана для фазы. Заметим, что указанная погрешность свидетельствует только об ошибках, связанных с пренебрежением зависимостью коэффициента отражения ионосферы от угла падения волны. В реальных условиях, для модели сферической Земли, на расстояниях 1000 км и более угол φ (рис. 1) становится близким к $\pi/2$. Поэтому использование асимптотик Дебая приводит к существенным погрешностям или вообще лишено смысла (в области дифракции).

Сравнение результатов вычисления поля $E_r^{(l)}$ методом два ($l = 2$) и путем численного интегрирования на ЭВМ ($l = 0$) показывает, что учет зависимости $\arg R(\varphi)$ уменьшает исследуемые ошибки до 5% в модуле и 0,1 радиана в фазе для расстояний $D \geq 60 \text{ км}$ (табл. 1). Дополнительный учет зависимости $\ln|R(\varphi)|$ приводит к некоторому уточнению вычисленной по второму способу фазы поля.

Таблица 1

$D, \text{ км}$	60	90	120	240	300	400	600	1000
$ E_r^{(2)}/E_r^{(0)} $	0,994	1,05	1,03	0,992	0,957	1,07	1,09	1,06
$\arg(E_r^{(2)}/E_r^{(0)})$	0,08	-0,04	0,02	0,10	0,10	0,06	0,06	-0,02
$h_2, \text{ км}$	63,7	62,2	62,4	67,3	69,2	66,5	66,5	59,5

Итак, применение метода стационарной фазы позволяет находить поле точечного источника, отраженное от резкой границы с $R(\phi) = \text{const}$, с погрешностью, не превышающей 1% при $kD \geq 10$. Этот же метод, примененный к задаче вычисления отраженного поля в случае неоднородной модели ионосферы, однако, без учета зависимости $R(\phi)$ может давать существенные ошибки. Для модели ионосферы из [5] погрешность расчета амплитуды достигает 50%, а фазы — 0,4 радиана (вплоть до $kD \approx 150$). Учет зависимости $\arg R(\phi)$ заметно повышает точность и позволяет вычислять поле с погрешностью не более 5% по амплитуде и 0,1 радиана по фазе для $kD > 20$. Учет зависимости $\ln|R(\phi)|$ от угла на частоте $f = 16 \text{ кГц}$ дает незначительную поправку ко второму методу (менее 0,02 радиана). Однако с ростом частоты эта поправка увеличивается. Ее учет может быть особенно существенным в тех случаях, когда в окрестности рассматриваемых углов на заданной частоте для величины $R(\phi, f)$ наблюдается глубокий минимум, вследствие чего производная $[\ln|R(\phi)|]'$ может стать весьма большой.

В заключение авторы, пользуясь случаем, выражают благодарность В. В. Новикову за обсуждение настоящей работы и ряд полезных советов.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Ralph Johler, Radio Sci., 680, № 1, 67 (1964).
2. Э М Гюнниен, И Н. Забавина, в сб. Проблемы дифракции и распространения волн, вып. 5, 5 (1966).
3. Л. М. Бреховских, Волны в слоистых средах, изд. АН СССР, М, 1957.
4. Н. С. Гаврилова, В. В. Кириллов, в сб Проблемы дифракции и распространения волн, вып. 5, 31 (1966).
5. W. C. Bain, Proc. IEE, 119, № 7 (1972).
6. H. Bremer, Terrestrial radio waves, N. Y., 1929.

Ленинградский государственный университет

Поступила в редакцию
16 июля 1974 г.

ACCOUNT OF THE DEPENDENCE OF THE REFLECTION COEFFICIENT ON THE IONOSPHERE INCIDENCE ANGLE FOR CALCULATION OF VLF FIELDS AT SHORT DISTANCES

A. B. Orlov, A. E. Pronin

The problem of reflection from an inhomogeneous isotropic ionosphere of a VLF field radiated by a point source is considered. The accuracy of the solution obtained by the stationary phase method is investigated for the case when the observation point is located from the radiator at the distance less than 1000 km. Different forms of taking into account the dependence of the reflection coefficient on the incidence angle are discussed. The applicability of the formulas obtained is estimated by comparing with the result of numerical integration.

УДК 621.371.25

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ОТРАЖЕНИЯ РАДИОВОЛН ОТ СЛОЯ E_s

О. Овегельдыев, Г. Келов

Приводятся результаты экспериментальных исследований частотной зависимости коэффициента отражения от слоя E_s в диапазоне его полупрозрачности. Экспериментальные данные сравниваются с некоторыми упрощенными моделями слоя E_s . Предлагается эмпирическая формула для частотной зависимости коэффициента отражения. Получено аналитическое выражение для определения величины изменения максимальной частоты отражения при варьировании мощности передатчика. Результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Процесс отражения радиоволн от спорадического слоя E вследствие его структурных своеобразий, имеет ряд существенных особенностей. В частности, при отражении радиоволн от среднеширотного и некоторых типов высокосиротного и экваториального спорадических слоев отсутствует групповое запаздывание вблизи максимальной плазменной частоты. До некоторой частоты слой E_s непрозрачен и экранирует вышележащие области ионосферы, а выше этой частоты становится полупрозрачным. Поэтому, в качестве характеристики слоя E_s используются два частотных параметра: частота экранировки $f_b E_s$ и предельная частота отражения $f_0 E_s$. Разность этих частотных параметров характеризует диапазон полупрозрачности слоя. Частотные параметры, а также вероятность обнаружения слоя зависят от параметров зондирующей аппаратуры. Характер же этой зависимости определяется особенностями отражения радиоволн в диапазоне полупрозрачности слоя [1].

Для изучения особенностей отражения радиоволн от слоя E_s нами проведены специальные экспериментальные измерения, которые предполагали две цели. Во-первых, получение сведений о частотной зависимости коэффициента отражения от слоя E_s в диапазоне его полупрозрачности. Во-вторых, исследование зависимости частотных параметров слоя E_s от мощности зондирующего импульса. Экспериментальный комплекс собран на базе ионозонда типа АИС и содержит в себе приставку для измерения коэффициента отражения [2] и усилителя мощности, увеличивающего мощность передатчика ионозонда в среднем до 40 кВт. Комплекс позволяет синхронно получать ионограмму и амплитудно-частотную характеристику при различных фиксированных мощностях излучения.

Частотная зависимость коэффициента отражения $\rho E_s(f)$ измерялась методом сравнения амплитуд сигналов, отраженных от слоев E_s и F_2 в ночное время, когда высота слоя F_2 изменялась медленно с увеличением частоты. Методика измерений описана в [3]. Из результатов этих измерений следует, что встречаются различные виды функций $\rho E_s(f)$. Основной характеристикой чертой полученных результатов является то, что скорость убывания ρE_s с частотой около частоты экранировки более высокая, чем в окрестностях максимальной частоты отражения.

жения. Это, в общем, согласуется с результатами исследований короткопериодических вариаций частотных параметров слоя E_s [4], согласно которым случайные вариации $f_0 E_s$ более сильные, чем вариации $f_b E_s$. Действительно, вариации частотных параметров слоя E_s , вызванные флюктуациями амплитуды отраженного сигнала около порогового уровня ионозонда, будут тем сильнее, чем медленнее убывает функция $\rho E_s(f)$.

Сравнение $\rho E_s(f)$, полученных при последовательных сеансах измерений, с результатами синхронных ионограмм позволяет проследить динамику изменения структуры слоя. Например, на рис. 1 приведены

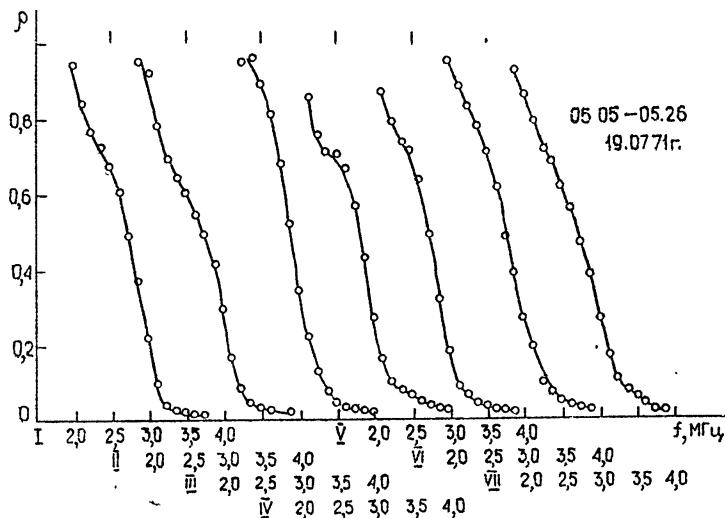


Рис. 1.

кривые $\rho E_s(f)$, полученные во время семи последовательных сеансов. Общий характер кривых $\rho E_s(f)$ от сеанса к сеансу измерений не изменяется, и частотные параметры слоя при этом также менее изменчивы и их случайные вариации не превышают $0,2-0,3 \text{ МГц}$ (пределы случайных изменений: $f_0 E_s - (3,8-4,0) \text{ МГц}$, $f_b E_s - (2,0-2,3) \text{ МГц}$). На рис. 2 приведены результаты других последовательных трех сеансов (2.08.70) продолжительностью по пять минут (треугольники — 18.22—18.26; крестики — 18.27—18.31; кружочки — 18.31—18.36), во время которых $f E_s$ и $f_b E_s$ изменились значительно (более $0,3 \text{ МГц}$). В этом случае $\rho E_s(f)$ через 10 минут принимает совершенно другой вид, что свидетельствует о быстрой изменчивости структуры и, следовательно, отражающей способности слоя. Отсюда следует, что небольшие вариации частотных параметров слоя E_s могут быть вызваны флюктуациями амплитуды сигнала, а значительные их изменения обусловлены, в основном, вариациями структурных особенностей слоя (электронной концентрации, толщины слоя, спектра неоднородностей и т. д.).

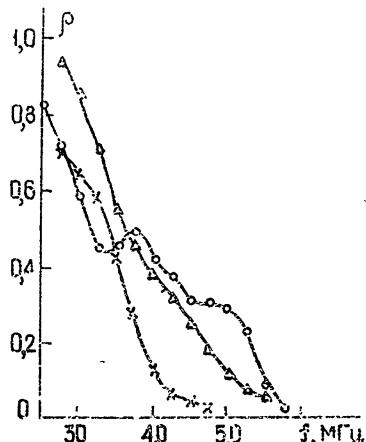


Рис. 2.

Результаты некоторых других сеансов измерений приведены в табл. 1. Общий анализ результатов проведенных исследований показывает, что $\rho E_s(f)$ в диапазоне полупрозрачности слоя можно аппроксимировать формулой

$$\rho E_s(f) = \left(1 - \frac{f - f_0}{f'}\right)^m, \quad (1)$$

где f — частота зондирующего сигнала; f_0 — максимальная частота, на которой еще имеет место полное внутреннее отражение от слоя, т. е. $\rho E_s \approx 1$; f' — разность между частотой, соответствующей $\rho E_s \approx 0$ и f_0 , т. е. максимально возможная ширина диапазона полупрозрачности слоя.

Известно, что максимальная электронная концентрация слоя приближенно определяется частотой $f_b E_s$ [5, 6], т. е. $f_0 \approx f_b E_s$. Тогда величину f' приближенно можно определить через $\Delta f_b E_s$, т. е. $f' = K \Delta f_b E_s$. Величина коэффициента K зависит от параметров используемой аппаратуры и определяется из экспериментальных кривых $\rho E_s(f)$.

Для определения значения показателя степени m формулу (1) можно написать в виде

$$y = mx,$$

где $y = \lg [\rho E_s(f)]$ и $x = \lg \left[1 - \frac{f - f_b E_s}{K \Delta f_b E_s} \right]$.

На рис. 3 представлены графики зависимости y от x для пяти сеансов измерений. Аналогичная линейная зависимость получена также для остальных сеансов измерений. Значение m в общем случае меняется в пределах от 1 до 2,5. Для большинства сеансов измерений $m = 1,7 \div 2,2$.

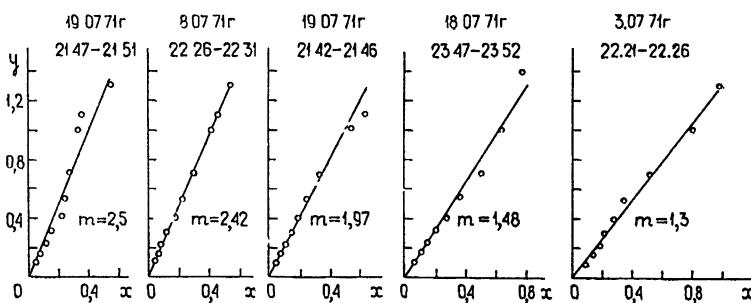


Рис. 3.

Экспериментально наблюдаемые особенности E_s -отражения являются следствием структурных особенностей слоя. В литературе для объяснения особенностей E_s -отражения выдвигались различные структурные модели слоя. В настоящее время наиболее распространенными моделями слоя E_s являются следующие.

1. *Слой с резким градиентом электронной концентрации.* В этой модели E_s -отражение рассматривается как отражение на границе раздела двух сред с разными показателями преломления.

2. *Слой с неоднородностями электронной концентрации.* E_s -отражение на частотах выше плазменной частоты слоя, согласно этой модели, рассматривается как результат только рассеяния радиоволн неоднородностями электронной концентрации.

Таблица 1

Время	$f \frac{E_s}{M\Gamma_q}$	$f_b \frac{E_s}{M\Gamma_q}$	f	ρE_s	$f, M\Gamma_q$	$2,25$	$2,5$	$3,0$	$3,25$	$3,5$	$3,75$	$4,0$	$4,25$	$4,5$	$4,75$	$5,0$	$5,25$	$5,5$	$5,75$	$6,0$	$6,25$	$6,5$	
3.07.71 21.53—21.58	6,42	2,18	f	ρE_s	$0,83$	$0,804$	$0,78$	$0,75$	$0,72$	$0,68$	$0,57$	$0,44$	$0,347$	$0,323$	$0,31$	$0,243$	$0,18$	$0,12$	$0,11$	$0,08$	$0,05$	$0,03$	
3.07.71 22.03—22.08	6,16	2,46	f	ρE_s	$0,86$	$0,81$	$0,76$	$0,683$	$0,63$	$0,55$	$0,415$	$0,3$	$0,21$	$0,23$	$0,193$	$0,145$	$0,093$	$0,082$	$0,06$	$0,035$	$0,02$	$-$	
3.07.71 22.21—22.26	5,62	2,4	f	ρE_s	$0,94$	$0,89$	$0,855$	$0,83$	$0,82$	$0,77$	$0,61$	$0,47$	$0,358$	$0,3$	$0,26$	$0,288$	$0,185$	$0,14$	$0,065$	$0,03$	$0,01$	$-$	
6.07.71 22.14—22.21	4,39	2,2	f	ρE_s	$0,71$	$0,676$	$0,67$	$0,63$	$0,49$	$0,33$	$0,23$	$0,2$	$0,155$	$0,06$	$0,015$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$		
7.07.71 22.21—22.27	5,12	3,24	f	ρE_s	$0,94$	$0,83$	$0,67$	$0,514$	$0,345$	$0,285$	$0,235$	$0,206$	$0,15$	$0,09$	$0,01$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$		
8.07.71 22.19—22.25	3,91	1,65	f	ρE_s	$0,76$	$0,53$	$0,36$	$0,315$	$0,37$	$0,24$	$0,16$	$0,105$	$0,06$	$0,03$	$0,012$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$		
11.07.71 00.41—00.47	4,05	1,6	f	ρE_s	$0,74$	$0,62$	$0,57$	$0,57$	$0,57$	$0,466$	$0,416$	$0,428$	$0,43$	$0,38$	$0,33$	$0,28$	$0,24$	$0,2120$	$0,1870$	$0,1680$	$0,13$	$0,11$	$0,09$

3. Тонкий слой повышенной электронной концентрации. При распространении радиоволн через тонкий слой в окрестностях плазменной частоты существенную роль играет процесс просачивания. E_s -отражение, наблюдаемое выше плазменной частоты слоя, в этой модели объясняется частичным отражением.

С точки зрения анализа этих структурных моделей представляют интерес сравнение экспериментально измеренных и теоретически рассчитанных результатов частотной зависимости коэффициента отражения слоя. Результаты такого сравнения приводятся на рис. 4 и рис. 5 соответственно для плазменных частот 2,0 и 3,0 МГц.

Теоретические кривые позаимствованы из работы [7]. При этом в теоретических расчетах для тонкого слоя (рис. 4 а и рис. 5 а) значение параметра $s = 2 um/\lambda$ принято равным 5 и 10, т. е. толщина слоя составляет примерно 500 и 1000 м. Для модели слоя с неоднородностями электронной концентрации (рис. 4 б и рис. 5 б) значение $(N - N_0)/N_0$ принималось 0,01 и 0,1. В модели слоя с резким градиентом электронной концентрации (рис. 4 в и рис. 5 в) частота $f_0 = 0,8$ МГц.

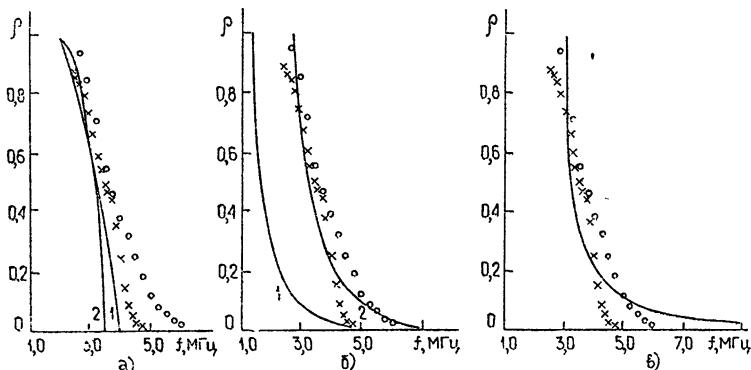


Рис. 4. Точки—18.22—18.26 (2.08.70), крестики—23.40—23.45 (18.07.71).
 а) $f_N = 3,0$ МГц, кривая 1 соответствует $s = 5$, кривая 2— $s = 10$;
 б) $f_0 = 3,0$ МГц, кривая 1 соответствует $(N - N_c)/N = 0,01$, кривая 2— $(N - N_0)/N_0 = 0,1$; в) $f_N = 2,0$ МГц.

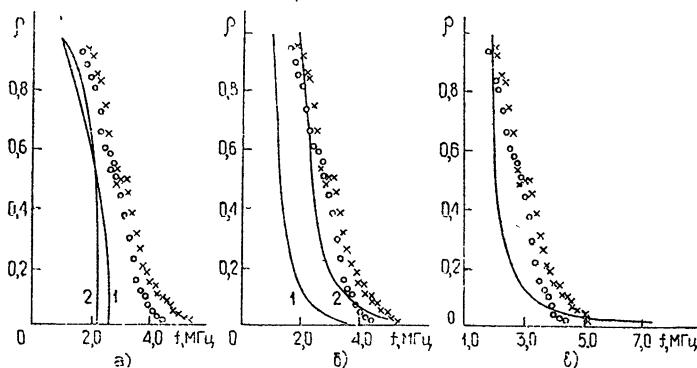


Рис. 5. Точки—23.45—23.48 (10.07.71), крестики—21.43—21.48 (19.07.71). а) $f_N = 2,0$ МГц, кривая 1 соответствует $s = 10$, кривая 2— $s = 5$; б) $f_0 = 2$ МГц, кривая 1 соответствует $(N - N_0)/N = 0,01$, кривая 2— $(N - N_0)/N_0 = 0,1$.

Из рис. 4 и рис. 5 следует, что результаты экспериментальных измерений существенно отличаются от теоретических. При этом наибольшее расхождение наблюдается для модели с резким градиентом

электронной концентрации. Для модели тонкого слоя теоретические кривые и результаты экспериментальных измерений особенно сильно отличаются в области низких значений коэффициента отражения. Для объяснения наблюдаемой полупрозрачности с помощью модели тонкого слоя в относительно широком диапазоне частот необходимо принять толщину этого слоя менее 100 м, что совершенно нереально. Расхождение между результатами эксперимента и теоретическими кривыми для модели слоя с неоднородностями электронной концентрации в большей степени выражено в различии скорости убывания коэффициента отражения в области относительно больших значений ρE_s . Для теоретических кривых характерно более резкое уменьшение ρE_s с частотой.

Таким образом, вышеуказанные модели являются упрощенными идеализированными структурными моделями слоя и не могут объяснить экспериментально наблюдавшихся особенностей E_s -отражения в диапазоне полупрозрачности. Наиболее приемлемой структурной моделью, которая может объяснить результаты экспериментальных измерений частотной зависимости коэффициента отражения, является сочетание моделей тонкого слоя и слоя с неоднородностями электронной концентрации. Очевидно, в этом случае в формировании отраженного сигнала от тонкого слоя с большими флуктуациями электронной концентрации на частотах, выше максимальной плазменной частоты, будут участвовать как механизм частичного отражения от тонкого слоя, так и механизм рассеяния. Вблизи максимальной плазменной частоты слоя E_s сигнал формируется механизмом частичного отражения, а в области максимальной частоты отражения слоя основную роль играет механизм рассеяния радиоволн, что качественно согласуется с результатами экспериментальных измерений $\rho E_s(f)$.

Структурная модель слоя E_s — тонкий слой с неоднородностями электронной концентрации, интенсивно рассеивающими радиоволны, — вполне адекватна современным представлениям о физике этого слоя. По современным представлениям, слой E_s формируется в виде тонкого слоя (толщиной 1—3 км) в результате перераспределения ионизации. Развитие теории ветрового сдвига для случая, когда зона формирования слоя находится в турбулентном состоянии, показывает, что мелкомасштабные неоднородности слоя E_s должны быть более резко выражены, чем неоднородности регулярного слоя E [8].

На основании эмпирической формулы (1) можно определить величину изменения максимальной частоты отражения при изменении мощности зондирующего импульса. Из работы [1] следует, что

$$\frac{\rho E_s(f_1)}{\rho E_s(f_2)} = \sqrt{\frac{P_2}{P_1}} \exp \{-[\Gamma(f_2) - \Gamma(f_1)]\}. \quad (2)$$

В наших экспериментах разность $f_2 - f_1$ для большинства случаев меньше 0,5 МГц и измерения проводились в основном в ночное время, поэтому можно принять $\Gamma(f_2) \approx \Gamma(f_1)$. Тогда, обозначая отношение P_2/P_1 через n и воспользовавшись формулой (1), получим

$$f_2 = n^{-1/2m} [f_1 + (n^{1/2m} - 1)(f_0 + f')]. \quad (3)$$

Если пороговое значение коэффициента отражения, соответствующего максимальной частоте отражения от слоя E_s при фиксированной мощности, относительно которой она изменяется, обозначим через ρ_0 , то из формулы (1) имеем

$$f_0 = f_1 - (1 - \rho_0^{1/m}) f'$$

Подставляя это значение f_0 в (3), получим

$$\delta f = f_2 - f_1 = (1 - n^{-1/2m}) \rho_0^{1/m} f' \approx \rho_0^{1/m} K \Delta f_s E_s (1 - n^{-1/2m}) \quad (4)$$

Подавляющая часть измерений частотной зависимости коэффициента отражения проводилась при мощности передатчика в 40 кВт. Поэтому пороговое значение коэффициента отражения ρ_0 определялось для мощности 40 кВт и составляло в среднем 0,025. Исследования зависимости частотных параметров слоя E_s от мощности проводились в два этапа: уменьшением мощности в 5 и 50 раз относительно уровня 7 кВт и увеличением ее в 10—12 раз относительно уровня 4 кВт.

Таблица 2

ρ_0	n	Экспериментальные значения δf , МГц		Расчетные значения δf , МГц	
		среднее	медианное	при $m = 1,7$	при $m = 2,2$
0,06	0,02	-0,64	-0,40	-0,87	-0,84
	0,20	-0,22	-0,16	-0,29	-0,26
0,08	12,00	0,36	0,20	0,23	0,27

Поэтому, с целью сопоставления результатов всех этих измерений, воспользовавшись формулой (2), были определены значения ρ_0 для мощностей 7 и 4 кВт. Эти значения ρ_0 соответственно оказались равными 0,06 и 0,08. Далее, по формуле (4) вычислены величины вариаций максимальной частоты отражения δf при изменении мощности передатчика. Определены также медианные и средние значения этих вариаций из экспериментальных данных. Результаты расчетов представлены в табл. 2. Из этой таблицы видно, что значения δf , полученные расчетным путем, достаточно хорошо согласуются с результатами непосредственных экспериментальных измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. О. Овегельдыев, Г. Келов, Геомагнетизм и аэрономия, 9, № 5, 860 (1969).
2. О. Овегельдыев, Г. Келов, Геомагнетизм и аэрономия, 9, № 5, 933 (1969).
3. Г. Келов, Тезисы X Всесоюзной конференции по распространению радиоволн, секция 1, 173, изд. Наука, М., 1972.
4. О. Овегельдыев, Геомагнетизм и аэрономия, 13, № 2, 267 (1973).
5. C. A. Reddy, J. Geophys. Res., 73, № 17, 5627 (1968).
6. О. Овегельдыев, А. Бабаев, Известия АН ТССР, серия ФТХиГ наук, № 1, 29 (1969).
7. Т. С. Керблай, сб. Исследования ионосферы, № 5, 50, изд. АН СССР, М., 1960.
8. Б. Н. Гершман, О. Овегельдыев, Известия АН ТССР, серия ФТХиГ наук, № 4, 35 (1973).

Институт физики Земли и атмосферы АН ТССР

Поступила в редакцию
8 августа 1974 г.SOME PECULIARITIES OF RADIO WAVE REFLECTION FROM E_s REGION

O. Ovezgel'dyev, G. Kelov

The results of experimental investigations of the frequency dependence of the reflection coefficient in its for the semi-transparence range of E_s region are presented. The experimental data are compared with some simplified E_s region models. The empiric formula is suggested for the frequency dependence of the reflection coefficient. An analytical expressions is obtained for the distribution of the change in the maximum frequency of reflection when varying the transmitter power. The results of calculations are in a good agreement with experimental data.

УДК 621.371.25

О ПЕРЕМЕЩАЮЩИХСЯ ИОНОСФЕРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ РАБОТЕ МОЩНЫХ ПЕРЕДАТЧИКОВ

Г. И. Григорьев.

Оценивается эффективность генерации внутренних гравитационных волн и связанных с ними перемещающихся возмущений в результате нагрева ионосферы мощными радиопередатчиками. Показано, что при мощностях передатчиков $W \geq 2 \text{ МВт}$ и частотах посылки импульсов $\Omega \leq 10^{-2} \text{ с}^{-1}$ возможно образование регистрируемых неоднородностей электронной концентрации.

В последнее время заметно возросли мощности радиопередатчиков, используемых для воздействия на ионосферу с целью изучения нелинейных явлений. В результате этого оказалось возможным изменять температуру электронов и частоту их соударений на 30—50% [1]. Естественно предположить, что часть энергии надтепловых электронов передается нейтральной компоненте, в результате чего температура последней также изменяется.

Вследствие этого при включении мощных передатчиков можно считать, что на высотах вблизи уровня отражения радиоволн большой интенсивности (волны накачки) действует некоторый эффективный тепловой источник. Для последующих оценок возможности генерации гравитационных волн и связанных с ними ионосферных неоднородностей электронной концентрации примем, что гармонический источник q имеет форму тонкого «диска»*:

$$q = A \exp(i\Omega t - r^2/R^2) \delta(z). \quad (1)$$

Здесь и далее используется цилиндрическая система координат (z, r, φ) , $\delta(z)$ — дельта-функция Дирака. На небольших расстояниях от источника можно не учитывать сферичности Земли и считать, что равновесные давление p_0 и плотность ρ_0 зависят только от высоты z : $p_0(z)/p_{00}(z) = \rho_0(z)/\rho_{00}(z) = \exp(-z/H)$ (p_{00} и ρ_{00} — давление и плотность на уровне расположения источника). В последующих расчетах шкала высоты H предполагается постоянной.

При наличии теплового источника исходные уравнения для нахождения возмущений в нейтральной атмосфере без учета диссиляции из-за вязкости и теплопроводности** имеют вид

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \rho g; \quad (2)$$

* Циклические изменения q со временем обусловлены импульсным режимом работы передатчика, причем частота посылки импульсов Ω является инфразвуковой ($\Omega \leq 10^{-2} \text{ с}^{-1}$).

** Как показано в [2], влияние этих факторов на распространение крупномасштабных ($\lambda \approx 100 \div 1000 \text{ км}$) гравитационных волн в условиях ионосферы является незначительным вплоть до расстояний в десятки тысяч километров.

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} = 0; \quad (3)$$

$$\frac{dp}{dt} - c^2 \frac{d\rho}{dt} = (\gamma - 1) \rho q, \quad (4)$$

где $\mathbf{g} = (-\mathbf{g}, 0, 0)$ — ускорение силы тяжести, c — адиабатическая скорость звука, \mathbf{v} — скорость движения среды, $\gamma = c_p/c_v$ — отношение теплоемкостей при постоянных давлении и объеме, $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)$.

При значительном удалении от источника ($r^2 + z^2 \gg R^2$) возмущения можно считать слабыми. Линеаризуя систему (2) — (4) и вводя $\psi = p \exp(z/2H)$, получаем уравнение

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 \psi}{\partial t^4} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} (c^2 \Delta - \omega_A^2) \psi - \omega_g^2 c^2 \Delta_{\perp} \psi &= (\gamma - 1) \rho_{00} e^{-z/2H} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{g}{H} - g \frac{\partial}{\partial z} \right) \frac{\partial \psi}{\partial t}, \end{aligned} \quad (5)$$

в котором $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа, $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}$, $\omega_g^2 = (\gamma - 1) g^2/c^2$, $\omega_A^2 = c^2/4H^2$. Применяя к уравнению (5) преобразование Фурье — Бесселя:

$$\tilde{\psi} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty r \psi(r, z) J_0(kr) e^{izk} dr dz \quad (6)$$

и считая $\psi \sim e^{izt}$, находим

$$\psi = iB \int_{0-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \frac{k(g/2H - \Omega^2 + ig) J_0(kr) \exp(-iz - k^2 R^2/4)}{\Omega^2/c^2 - 1/4H^2 + k^2(\omega_g^2/\Omega^2 - 1) - z^2} dk dz, \quad (7)$$

где $B = (\gamma - 1) \rho_{00} AR^2/4\pi c^2 \Omega$, $J_0(kr)$ — функция Бесселя. После интегрирования (7) по z * будем иметь

$$\begin{aligned} \psi &= \pi B \int_0^\infty k J_0(kr) \exp\{-k^2 R^2/4 + i[(\Omega^2 - \omega_A^2)/c^2 + k^2(\omega_g^2/\Omega^2 - 1)]^{1/2} z\} \times \\ &\quad \left\{ \frac{g/2H - \Omega^2}{i[(\Omega^2 - \omega_A^2)/c^2 + k^2(\omega_g^2 - \Omega^2)/\Omega^2]^{1/2}} - ig \right\} dk. \end{aligned} \quad (8)$$

Пределы интегрирования в (8) можно сделать симметричными $-\infty < k < \infty$, выразив функцию Бесселя $J_0(kr)$ через функцию Ханкеля $H_0^{(1)}(kr)$. Пользуясь затем асимптотическим представлением $H_0^{(1)}(kr)$ при $kr \gg 1$ и применяя метод стационарной фазы, из (8) находим

* Правила обхода полюсов $z = \pm[(\Omega^2 - \omega_A^2)/c^2 + k^2(\omega_g^2/\Omega^2 - 1)/\Omega^2]^{1/2}$, расположенных на пути интегрирования, легко установить при учете поглощения, например, из-за столкновений нейтральных частиц с ионами.

$$\psi = \frac{(\gamma - 1) p_{00} A R^2 \Omega}{4c^2 D (\Omega^2 - \omega_g^2 \cos^2 \vartheta)^{1/2}} \exp \left[- \frac{R^2 \Omega^4 (\omega_A^2 - \Omega^2) \sin^2 \vartheta}{4c^2 (\omega_g^2 - \Omega^2) (\Omega^2 - \omega_g^2 \cos^2 \vartheta)} \right] \times \\ \times \left[\frac{g/2H - \Omega^2}{(\omega_g^2 - \Omega^2)^{1/2}} - \frac{ig \cos \vartheta (\omega_A^2 - \Omega^2)^{1/2}}{c (\Omega^2 - \omega_g^2 \cos^2 \vartheta)^{1/2}} \right] \exp \left\{ i\Omega t + i \frac{z}{c} \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{(\omega_A^2 - \Omega^2) (\omega_g^2 - \Omega^2) \cos^2 \vartheta}{\Omega^2 - \omega_g^2 \cos^2 \vartheta} \right]^{1/2} - i \frac{r}{c} \frac{\Omega^2 \sin \vartheta (\omega_A^2 - \Omega^2)^{1/2}}{(\omega_g^2 - \Omega^2) (\Omega^2 - \omega_g^2 \cos^2 \vartheta)^{1/2}} \right]. \quad (9)$$

Угол ϑ в (9) определяется соотношениями $z = D \cos \vartheta$, $r = D \sin \vartheta$. Амплитуда давления $p = \psi \exp(-z/2H)$ (в единицах p_{00}) в возмущениях, генерируемых тепловым источником q , в соответствии с (9), равна

$$\frac{|p|}{p_{00}} = \frac{(\gamma - 1) \exp(-z/2H) A R^2 \Omega}{4c^4 D} f, \quad (10)$$

где

$$f = \exp \left[- \frac{\alpha^2 \omega_g^2 R^2 \sin^2 \vartheta}{4c^2 (\alpha - \cos^2 \vartheta)} \right] (\alpha - \cos^2 \vartheta)^{-1/2} \left\{ \frac{[\gamma/2(\gamma - 1) - \alpha]^2}{1 - \alpha} + \right. \\ \left. + \frac{\cos^2 \vartheta}{\gamma - 1} \frac{1 - \alpha}{\alpha - \cos^2 \vartheta} \right\}^{1/2}, \quad \alpha = \Omega^2 / \omega_g^2.$$

Функция f представлена здесь без учета незначительного различия между частотами ω_A и ω_g . Зависимость f от угла ϑ приведена на рис. 1 при значениях параметров $\alpha = 0,1$ ($\Omega = 0,3 \omega_g$), $\gamma = 1,4$, $R = 2H$. Эта функция имеет максимум в направлениях, определяемых приближенно равенством $\alpha = \cos^2 \vartheta$. Заметим, что для элементарного источника ($R \rightarrow 0$) без учета диссипативных процессов эти направления характеризуются неограниченным возрастанием всех величин p , ρ , v .

Для определения амплитуды давления надо задать величину энерговыделения $p_0 A$. Оценим ее следующим образом. Предположим, что источник (1) получен из сферического (радиуса R) путем сжатия его в направлении оси z при сохранении полного энерговыделения W_2 . Для сферического источника, если в нем задано изменение температуры нейтральных частиц в единицу времени ΔT , имеем $W_2 = \frac{4}{3} \pi R^3 p_0 c_p \Delta T$. При максимальном изменении температуры газа ΔT_0 (от равновесной T_0) и частоте подсылки радиоимпульсов $\Omega = 0,3 \omega_g$ имеем $\Delta T = 0,6 \Delta T_0 \omega_g / \pi$, $grad/c$, так что $W_2 = 0,8 R^3 p_0 c_p \Delta T_0 \omega_g$. Вычисляя $W_1 =$

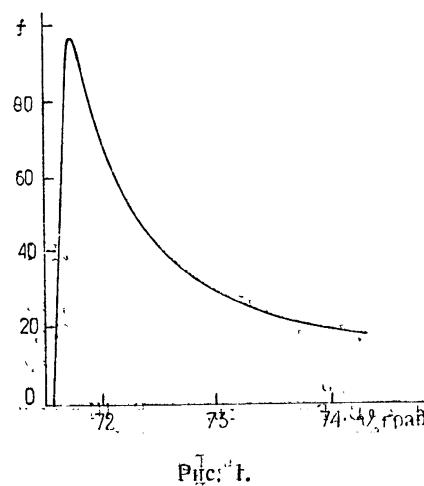


Рис. 1.

* Подсчет мощности, расходуемой на нагрев газа в области энерговыделения (на высоте $h \approx 250 km$), приводит к значениям $W_2 \approx 2 MBT$.

$= \int \rho_0 q_1 dV = \pi A \rho_0 R^2$ и приравнивая затем W_1 и W_2 , находим $A = \frac{0,8}{\pi} \times c_p \Delta T_0 R \omega_g$. Подставив это значение A в (10), получим

$$\frac{|p|}{p_{00}} = \frac{6 \cdot 10^{-2} (\gamma - 1) \exp(-z/2H) c_p \Delta T_0 \omega_g^2 R^3}{\pi c^4 D} f. \quad (11)$$

Из соотношения (11) при значениях параметров $\gamma = 1,4$, $\Delta T_0 = 50$ К, $\omega_g = 10^{-2}$ с⁻¹, $c = 3 \cdot 10^4$ см/с, $D = 10R$, $R = 2H$, $H = 3 \cdot 10^6$ см и $c_p = 10^7$ эрг/г·К в направлении $\vartheta = \pi/2$ ($z = 0$) находим $|p|/p_{00} \approx 10^{-2}$. Из поляризационных соотношений для внутренних гравитационных волн [3] можно определить соответствующие компоненты скорости движения частиц вдоль вертикального v_z и горизонтального v_r направлений*:

$$|v_z| = \frac{2\gamma g k_r^2 H^3}{(2 - \gamma) \Omega} \frac{|p|}{p_{00}}, \quad |v_r| = \frac{g k_r H}{\Omega} \frac{|p|}{p_{00}}. \quad (12)$$

При указанных выше значениях входящих в (12) параметров имеем $v_z \approx 4$ м/с, $v_r \approx 5$ м/с. Из данных о перемещающихся возмущениях естественного происхождения [3] известно, что такого же порядка требуются скорости движения нейтрального газа для образования регистрируемых неоднородностей электронной концентрации с $N/N_0 \approx 10^2 - 10^{-1}$. Следовательно, при работе мощных передатчиков, обеспечивающих квазипериодическое изменение температуры нейтральных частиц (ΔT_0 порядка 10^2 К), в ионосфере должны возникать неоднородности электронной концентрации волнового типа.

В заключение укажем, что изменение температуры нейтральных частиц при их соударениях с ионами (частотой ν_{im}) и электронами (частотой ν_{em}) характеризуется временами $\tau_2 = N_m/N \nu_{im}$ и $\tau_3 = N_m/\delta \nu_{em} N$. Доля энергии, передаваемой электроном при соударении с молекулой, в F -области ионосферы имеет величину $\delta \approx 10^{-3}$ [4]. При концентрации электронов $N_0 \approx 10^6$ см⁻³, $N_m = 10^9$ см⁻³, $\nu_{im} = 4$ с⁻¹, $\nu_{em} = 50$ с⁻¹ имеем $\tau_2 \ll \tau_3$, $\tau_2 \approx 2,5 \cdot 10^2$ с. Таким образом, для эффективности теплового механизма генерации перемещающихся ионосферных возмущений необходимо задать такой режим работы передатчика, чтобы период $\tau = 2\pi/\Omega$ был большим по сравнению с τ_2 . Заметим также, что вопросы о нагреве нейтрального газа в нижней ионосфере в поле мощных радиоволн и образовании неоднородностей электронной концентрации рассматривались ранее Гуревичем [5, 6].

ЛИТЕРАТУРА

1. У. Ю тло, Р. Коэн, УФН, 109, вып. 2, 371 (1973).
2. Г. С. Голицын, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 1, № 2, 136 (1965).
3. Б. Н. Гершман, Г. И. Григорьев, Изв. высш. уч. зав — Радиофизика, 11, № 1, 5 (1968).
4. А. В. Гуревич, А. Б. Шварцбург, Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере, изд. Наука, М., 1973.
5. А. В. Гуревич, Геомагнетизм и аэрономия, 12, № 4, 631 (1972).
6. А. В. Гуревич, Геомагнетизм и аэрономия, 15, № 1, 161 (1975).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
31 января 1975 г.

* Компоненты волнового вектора k_r и k_z определяются из дисперсионного уравнения при заданных Ω и ϑ .

TRAVELING IONOSPHERIC DISTURBANCES ARISING AS A RESULT
OF POWERFUL TRANSMITTER OPERATION*G. I. Grigor'ev*

The efficiency of generation of internal gravity waves and traveling disturbances associated with them as a result of heating the ionosphere by powerful radio transmitters is estimated. It is shown that for the transmitter powers $W \gtrsim 2$ MW and the pulse frequency $\Omega \lesssim 10^{-2}$ s⁻¹ the formation of registered electron density inhomogeneities is possible.

УДК 551.510.35

КОМПЛЕКСНЫЕ РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НА ВЫСОКОШИРОТНЫХ КВ РАДИОТРАССАХ

Н. Ф. Благовещенская, Д. В. Благовещенский, Ю. А. Курченко

Представлены результаты радиофизических и геофизических исследований одновременно на трех высокоточных радиотрассах в наиболее тяжелых для прохождения сигнала условиях. Произведена интерпретация закономерностей изменения статистических характеристик КВ радиосигналов с учетом влияния степени возмущенности ионосферы, главного провала ионизации, спорадических слоев и поглощения.

С целью изучения закономерностей изменений статистических характеристик КВ сигналов на различных высокоточных трассах был поставлен специальный эксперимент. Отличительной чертой его по сравнению с другими известными работами [1-3] является то, что измерения проводились одновременно на трех радиотрассах в наиболее тяжелых для прохождения сигнала условиях (зима, год, близкий к минимуму солнечной активности). Две трассы целиком расположены в авроральной зоне, наиболее интересной с геофизической точки зрения (№ 1—вдоль зоны, $D_1 = 1400 \text{ км}$; № 2 — поперек зоны, $D_2 = 500 \text{ км}$). Третья трасса № 3 — субавроральная меридионального направления, $D_3 = 1700 \text{ км}$. Основное внимание уделялось закономерностям изменения характеристик радиосигналов с учетом влияния степени возмущенности ионосферы, главного провала ионизации, спорадических слоев и поглощения. Всего получено около 800 записей замираний сигнала (несущей частоты). Обработка данных велась с помощью ЭВМ «Наири-2» и «Минск-22». Для обработки использовались записи длительностью от 40 секунд до трех минут. С целью исключения ошибок при выборе стационарных участков процесса $T_{\text{ст}}$ проводился анализ исходных данных на стационарность. Для каждой записи замираний определялся информационный параметр L_3 , который характеризует нестационарность исследуемого процесса [4]:

$$L_3(t) = \frac{\tau_1(t)}{\tau_2(t)},$$

где τ_1 и τ_2 — интервалы корреляции процесса первого и второго порядка, характеризующие процесс на нестационарность соответственно относительно математического ожидания и дисперсии.

В общем случае интервал корреляции k -го порядка.

$$\tau_k(t) = \int_0^{\infty} |R_N(t, \tau)|^k d\tau,$$

где $R_N(t, \tau) = \frac{R(t, \tau)}{\sigma^2(t)}$ — нормированная корреляционная функция в момент t . Границы параметра L_3 , в пределах которых процесс стационарен, $2 < L_3 < 3$ [4]. Проверка на стационарность показала приемле-

мость почти всех записей для обработки по этим условиям. Параметр L_3 в 98% случаев лежит в пределах $2 < L_3 < 3$.

На рис. 1—3 представлены зависимости усредненных для каждого часа суток по различным дням следующих характеристик: параметра распределения Накагами m (исключая случаи двумодальности), радиуса корреляции τ_k (на уровне $1/e$), вероятности появления двумодальности в законах распределения амплитуд сигналов $P_{\text{дв}}$ (коэффициент эксцесса $e < -0,5$) и средних значений сигналов \bar{x} (в относительных единицах) от местного времени в точке отражения. Данные на рис. 1—3 характеризуют соответственно радиотрассы № 1, № 2, № 3 в слабовозмущенных условиях (магнитная активность в Q -индексах $Q < 3$).

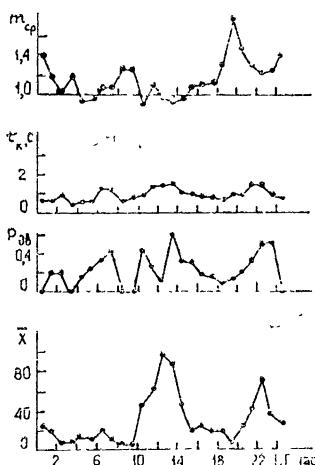


Рис. 1.

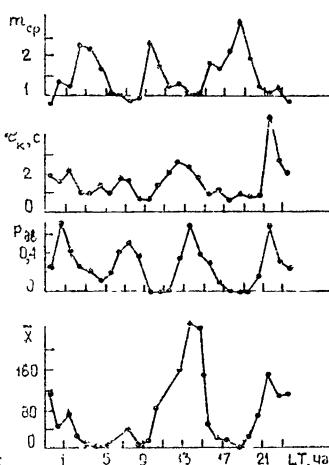


Рис. 2.

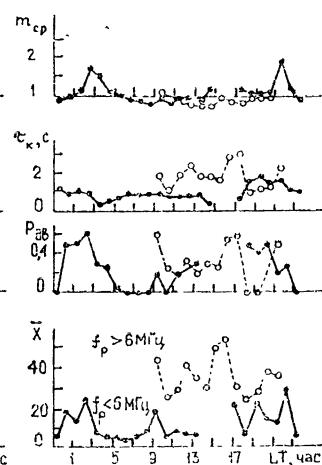


Рис. 3.

На радиотрассах вдоль и поперек зоны полярных сияний (№ 1 и № 2) с 10 LT происходит переход от рассеяния к отражению (по условиям эксперимента рабочие частоты становятся меньше максимального применимых, $f_p < f_{\text{мпч}}$), средние значения сигналов возрастают, радиусы корреляции увеличиваются, достигая максимальных значений между $(12 - 14) \text{ LT}$. В это же время наблюдается максимум появления двумодальности в законах распределения амплитуд сигналов, на что указывает повышенная вероятность появления отрицательных эксцессов ($e < -0,5$). Для субавроральной радиотрассы № 3 на частотах $f_p > 6 \text{ MHz}$ характерно возрастание среднего значения с 10 LT до 16 LT , а затем постепенный спад к 22 LT , что соответствует временному ходу критических частот регулярного слоя $F2$ в точке отражения. На этой трассе в отличие от трасс № 1 и № 2 в дневное время двумодальность уменьшается.

Радиотрассы № 1 и № 2 расположены в зоне полярных сияний, где в зимнее время ионосфера мало освещена Солнцем и к $(17 - 18) \text{ LT}$ критические частоты слоя $F2$ становятся меньше 1 MHz . С 15 LT на этих трассах происходит переход от отражения к рассеянию ($f_p > f_{\text{мпч}}$), наблюдается уменьшение средних значений сигнала, радиуса корреляции и возрастание параметра распределения Накагами m .

$(21 - 22) \text{ LT}$, $(22 - 23) \text{ LT}$ и $(23 - 24) \text{ LT}$ — времена прохождения северной границы провала (южной границы зоны авроральной ионизации), на юг, соответственно, для областей отражения радиотрасс № 2, № 1 и № 3. Северная граница провала ионизации резко меняет структуру сигнала в месте приема, вызывая возрастание средних уров-

ней сигналов, радиусов корреляции и вероятности появления двумодальности в распределениях амплитуд сигналов. Это время характеризуется повышенной вероятностью отражения от плотных спорадических слоев E_s на частотах, близких к максимально применимым ($f_p \approx f_{\text{мпч}}$). В ночных условиях имеет место отражение и от аномальной ионизации в F -области, и от спорадических слоев E_s различных типов. Более медленные замирияния на трассе поперек зоны сияний (радиотрасса № 2) в вечерние и ночные часы ($Q < 3$) по сравнению с замирияниями на трассах № 1 и № 3 обусловлены, по-видимому, преобладающим механизмом распространения посредством отражения от плотных слоев E_s и влиянием полярных сияний, что приводит к уменьшению многолучевости и возрастанию τ_k . В то же время на трассах № 1 и № 3 чаще наблюдается отражение от слоя $F2S$ (или от регулярного слоя $F2$ на трассе № 3).

(2.30—3.30) LT, (6—7) LT, (7—8) LT — времена прохождения полюсной границы провала ионизации к северу соответственно на радиотрассах № 3, № 1 и № 2. В это время, как и в вечерние часы, наблюдается возрастание средних значений, радиусов корреляции и вероятности появления двумодальности.

Значения параметра m отрицательно коррелируют со средним значением. Подъем m до прохождения северной границы провала ионизации в вечерние часы и после ее перемещения к северу в утренние часы (зона провала ионизации) на авроральных радиотрассах № 1 и № 2 свидетельствует о том, что происходит довольно стабильное рассеяние на неоднородностях F -слоя ($f_p \gg f_{\text{мпч}}$). На трассе № 2 значения параметра m в ночные часы больше, чем на трассах № 1 и № 3, что свидетельствует о большей вероятности отражения от плотных спорадических слоев E_s на этой трассе.

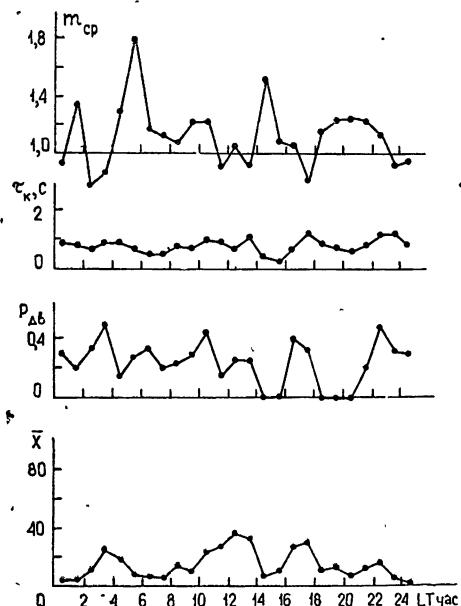


Рис. 4.

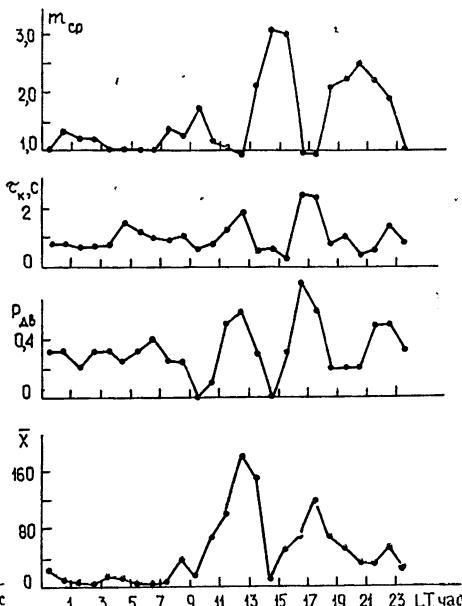


Рис. 5.

На рис. 4, 5 представлены суточные вариации усредненных характеристик сигнала: параметра m , радиуса корреляции τ_k , вероятности появления больших отрицательных эксцессов $P_{\text{дв}}$ и средних значений

сигнала \bar{X} соответственно на трассах № 1 и № 2 в возмущенных условиях (магнитная активность $Q > 3$). Связь между параметрами, в основном, сохраняется по сравнению со случаем невозмущенных условий. Наиболее важны следующие отличия. Время прохождения северной границы провала смешается на более ранние вечерние и более поздние утренние часы, т. е. длительность пребывания трасс в зоне авроральной ионизации увеличивается. Отражение от авроральной ионизации на радиотрассах № 2, № 1 и № 3 имеет место соответственно с 17 до 08 LT, с 18 до 08 LT и с 21 до 04 LT. Средние значения сигнала на всех трассах, по сравнению со случаем $Q < 3$, меньше вследствие повышенного поглощения. В дневное время при $Q > 3$ на радиотрассах № 1 и № 2 вероятность двумодальности уменьшается по сравнению со случаем $Q < 3$.

В возмущенные периоды на трассе поперек авроральной зоны (№ 2) происходит уменьшение параметра m и радиуса корреляции τ_k в ночные часы (01—05) LT. Это вызвано повышением максимально применимых частот и увеличением скоростей дрейфа слоев отражения, что приводит к более глубоким и быстрым замираниям. На этой трассе также наблюдается уменьшение двумодальности с 00 до 08 LT по сравнению со случаем $Q < 3$, исключая промежутки времени (03—05) LT, когда происходит некоторое повышение двумодальности.

На трассе вдоль авроральной зоны (№ 1) в ночные часы (00—05) LT отмечается увеличение параметра m , радиуса корреляции и вероятности появления двумодальности по сравнению со случаем $Q < 3$. Можно предположить, что на этой трассе с ростом магнитной активности увеличивается вероятность отражения сигнала от плотных спорадических слоев в E -области.

Таким образом, представленные выше закономерности изменения основных статистических характеристик КВ радиосигналов на трассах и анализ влияния внешних факторов на прохождение сигналов дает физически обоснованную картину условий распространения радиоволн в зоне полярных сияний. Эмпирически установленные взаимосвязи между статистическими характеристиками могут служить основой прогнозирования условий прохождения сигнала в целом по его отдельно известным параметрам.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Баринов, Е. Л. Бояринцев, Н. А. Горохов и др., в сб. Морфология и физика полярной ионосферы, изд. Наука, Л., 1971.
2. Ю. В. Митихин, Р. А. Перцовский, в сб. Исследования распространения коротких волн, изд. Наука, М., 1973.
3. Н. Ф. Воллернер, Б. Е. Лукьянов, Электросвязь, 26, № 1, 39 (1972).
4. Г. А. Сергеев, Д. А. Янтуш, Статистические методы исследования природных объектов, Гидрометиздат, Л., 1973.

Сибирский институт земного магнетизма,
ионосферы и распространения радиоволн СО АН СССР

Поступила в редакцию
4 декабря 1974 г.

COMPLEX RADIO ASTRONOMICAL STUDIES AT HIGH-ALTITUDE SW RADIO TRACES

N. F. Blagoveshchenskaya, D. V. Blagoveshchensky, Yu. A. Kurchenko

The results of radio astronomical and geophysical studies simultaneously at three high-altitude traces under the most unfavourable conditions for the signal transmission are presented. The regularities of variations of statistical characteristics of SW radio signals are interpreted with taking into account the effect of the ionospheric disturbance degree, the main ionization downfall, sporadic layers and absorption.

УДК 535 : 530 18

АНОМАЛЬНЫЙ СДВИГ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УРОВНЕЙ АТОМОВ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С ДВУМЯ РАДИОЧАСТОТНЫМИ ПОЛЯМИ

О. А. Бартенев, В. В. Зверев, Л. Н. Новиков, В. Г. Показаньев

Теоретически и экспериментально рассмотрено нелинейное взаимодействие оптически ориентированных атомов с двумя переменными полями. Возникающие в системе многофотонные процессы приводят, в частности, к сдвигу точки пересечения энергетических уровней; описываемому различными значениями g -фактора и «аномально» возрастающему в области равенства частот двух полей. Показано, что метод пересечения уровней в нулевом магнитном поле дает возможность изучить нелинейные процессы в радиочастотном диапазоне при чрезвычайно малых интенсивностях переменных полей $\sim [10^{-3} - 10^{-4} \text{Э}]$, что невозможно другими известными в настоящее время методами.

Воздействие на ориентированную атомную систему сильного нерезонансного радиочастотного поля [1-3] приводит к известной модификации атомного g -фактора: $g_{\text{эфф}} = gJ_0 \left(\frac{\gamma H_2}{f} \right)$, где H_2 и f — амплитуда и частота «одевающего» поля [4]. В опубликованной ранее заметке авторов [5] на примере параметрического резонанса было показано, что традиционная модель атома, «одетого» радиочастотным полем [4], некорректна в условиях двухчастотного возмущения атомной системы, находящейся в магнитном поле: в этом случае в эффективной системе координат на атом действует множество переменных магнитных полей с комбинационными частотами, причем по отношению к каждому из них атом имеет определенный g -фактор. Следствием такого взаимодействия, в частности, может быть радиационный сдвиг параметрического резонанса [5] или сдвиг линии эффекта Ханле [6] (деполяризация прошедшего света при прохождении поля H_0 через нуль), исследуемый в данной работе. Как показано в работе, интерпретировать экспериментальные результаты можно в пределах полуклассической модели Пегга и Серийеса [10] и с помощью теории возмущения в эффективной системе координат провести более детальный, по сравнению с [5], учет воздействия на атом внешних радиочастотных полей. Так же как и в случае параметрического резонанса [5], линия эффекта Ханле имеет аномальные сдвиги дисперсионного типа, однако в этих двух случаях эффективный g -фактор — разный по отношению к воздействию комбинационных полей с одинаковой частотой.

Теоретическое и экспериментальное изучение многоквантовых переходов, представленное в настоящей работе, свидетельствует о том, что с помощью методики эффекта Ханле мы получаем возможность изучения нелинейного взаимодействия атомов с чрезвычайно слабыми переменными полями ($\sim 10^{-3} - 10^{-4}$ Э), что остается недоступным для других известных в настоящее время методов. Для сравнения отметим, что используемые для обнаружения многофотонных процессов радиочастотные поля в работах [7, 8] на несколько порядков выше.

ТЕОРИЯ

Рассмотрим систему невзаимодействующих атомов, находящихся в условиях поперечной оптической накачки в магнитном поле $\mathbf{H}(t)$:

$$\mathbf{H}(t) = (H_0 + H_2 \cos ft) \mathbf{k} + H_1 (i \cos \omega t + j \sin \omega t). \quad (1)$$

Поле $\mathbf{H}(t)$ является суммой постоянного поля $H_0 \parallel 0z$, осциллирующего вдоль оси $0z$ поля $H_2 \cos ft$ и вращающегося вокруг оси $0z$ поля $H_1(t)$.

Как известно [9], уравнение движения для матрицы плотности $\rho_{\mu\mu'}$ системы атомов, находящихся в основном состоянии и взаимодействующих, кроме поля $\mathbf{H}(t)$, с резонансным оптическим излучением, имеет вид

$$\frac{d}{dt} \rho_{\mu\mu'} = -i \left[\frac{\mathbf{H}}{\hbar}, \rho \right]_{\mu\mu'} + T_p^{-1} \sum_{\mu''} B_{\mu\mu''}^{\mu\mu'} \rho_{\mu''\mu''} + \beta \delta_{\mu\mu'} - \tau^{-1} \rho_{\mu\mu'}, \quad (2)$$

Здесь \mathbf{H} — гамильтониан взаимодействия атомов с магнитным полем:

$$\mathbf{H} = \hbar \omega_0 \hat{J}_z + \hbar \omega_2 \hat{J}_z \cos ft + \frac{\hbar \omega_1}{2} (\hat{J}_1 e^{-i\omega t} + \hat{J}_{-1} e^{i\omega t}); \quad (3)$$

$$\omega_0 = \gamma H_0, \quad \omega_1 = \gamma H_1, \quad \omega_2 = \gamma H_2, \quad \hat{J}_{\pm 1} = \hat{J}_x \pm i \hat{J}_y, \quad (4)$$

γ — гиromагнитное отношение атомов, \hat{J}_α — операторы компонент спина, $\alpha = x, y, z$; μ — магнитное квантовое число, матрица $B_{\mu\mu''}^{\mu\mu'}$ ответственна за появление спиновой ориентации в цикле оптической накачки и представляет собой произведение матричных элементов оператора электрического дипольного перехода, T_p — оптическое время жизни основного состояния, β — скорость тепловой регенерации населенностей магнитных подуровней.

Уравнение (2) записано с учетом следующих предположений, справедливых в условиях реального эксперимента: а) естественная ширина возбужденного уровня атома значительно больше зеемановского расщепления уровней в возбужденном и в основном состояниях, б) эффективные времена продольной и поперечной релаксации атомов в основном состоянии равны между собой ($\tau_1 = \tau_2 = \tau$).

Стационарное решение системы уравнений (2) для одного цикла рассеяния оптического фотона может быть представлено в операторной форме [10]:

$$\rho(t) = \frac{\beta \tau}{T_p} \int_0^t V_0(t-t') B V_0^{-1}(t-t') \exp \left[-\frac{1}{\tau} (t-t') \right] dt', \quad (5)$$

где оператор B определен матричными элементами $\langle \mu | B | \mu' \rangle = \sum_{\mu''} B_{\mu\mu''}^{\mu\mu'}$, а оператор эволюции $V_0(t)$ удовлетворяет уравнению Шредингера:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} V_0(t-t') = \mathbf{H}(t) V_0(t-t'). \quad (6)$$

Легко видеть, что полный гамильтониан $H(t)$ во вращающейся вокруг H_0 системе координат разбивается на две части: а) «резонансную», описывающую взаимодействие спинов с эффективным полем $H_{\text{эфф}}$ и б) «нерезонансную», описывающую эффект Блоха—Зигерта при взаи-

модействии с компонентой осциллирующего поля, вращающейся в обратную сторону.

Найдем влияние нерезонансных полей на величину сдвига эффекта Ханле при поперечной оптической накачке. Для этого перейдем к новой системе координат с помощью унитарного преобразования:

$$S(t) = \exp [ia \sin(f t) \hat{J}_z], \quad a = \frac{\omega_2}{f}. \quad (7)$$

Оператор эволюции в новой системе запишется в виде

$$V(t - t') = S(t)V_0(t - t')S^{-1}(t') \quad (8)$$

и будет подчиняться уравнению Шредингера

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} V(t - t') &= \tilde{H}(t) V(t - t'), \\ \tilde{H}(t) &= i\hbar \frac{\partial S}{\partial t} S^{-1}(t) + S(t) H(t) S^{-1}(t). \end{aligned} \quad (9)$$

Учитывая известное разложение $\exp[ia \sin ft] = \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q(a) e^{iqft}$, где $J_q(a)$ — функция Бесселя первого рода, представим гамильтониан \tilde{H} в виде суммы $\tilde{H}_0 + \tilde{V}(t)$, причем

$$\begin{aligned} \tilde{H}_0 &= \hbar \omega_0 \hat{J}_z, \quad \tilde{V} = \sum_{\eta=\pm 1}^{\infty} W_q^{\eta} \exp[i\eta(qf - \omega)t], \\ W_q^{\eta} &= \frac{\hbar \omega_1}{2} J_q(a) \hat{J}_{\eta}. \end{aligned} \quad (10)$$

Решение уравнения (9) для оператора эволюции $V(t)$ может быть записано в случае $\omega_1 \ll qf - \omega$ в виде ряда по $V(t)$ [11, 12]:

$$\begin{aligned} V(t) &= i \left[G(t) + \sum_{k=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} dt_k \dots dt_1 G(t - t_k) V(t_k) \times \right. \\ &\quad \times \left. G(t_k - t_{k-1}) V(t_{k-1}) \dots V(t_1) G(t_1) \right], \end{aligned} \quad (11)$$

где $G(t) = \left[-i\theta(t) \exp\left(-\frac{iH_0 t}{\hbar}\right) \right]$ и $\theta(t)$ — функция Хэвисайда.

Если $V(t)$ в форме (10) подставить в (11), то в квадратных скобках окажется сумма операторных произведений, содержащих W_q^{η} во всевозможных сочетаниях. Когда частоты $V(t)$ далеки от резонанса для спин-системы и выполняется условие $\omega_1 \ll qf - \omega$, наибольший вклад дадут члены суммы, состоящие из произведений последовательных пар W_q^{η} , причем в каждой паре индексы η должны быть различны, а q одинаковы.

Вводя обозначение $G^{\eta}(t) = -i\theta(t) \exp\left(-\frac{iH_0 t}{\hbar}\right) \exp[i\eta(qf - \omega)t]$, можно записать такой ряд в следующей форме:

$$V(t) = i \left[G(t) + \sum_{k=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} dt_k \dots dt_1 G(t - t_k) \times \right. \quad (12)$$

$$\times \left\{ \sum_{\eta, q} W_q^\eta G^\eta(t_k - t_{k-1}) W_q^{-\eta} \right\} G(t_{k-1} - t_{k-2}) \dots G(t_1) \Big].$$

Сохранение в разложении по $V(t)$ лишь четных членов, с чередующимися по знаку частоты экспоненциальными множителями, позволяет избавиться от временной зависимости везде, кроме функций распространения $G^\eta(t)$. Это дает возможность воспользоваться стандартной процедурой перехода к фурье-образам и записать решение в виде

$$V(t) = \frac{i}{2\pi} \int d\Omega e^{-i\omega t} [G(\Omega) + G(\Omega) Y(\Omega) G(\Omega) + \dots], \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} Y(\Omega) &= \sum_{\eta, q} W_q^\eta G^\eta(\Omega) W_q^{-\eta}, \\ G(\Omega) &= \left[\Omega - \frac{H_0}{\hbar} + i\delta \right]^{-1}, \\ G^\eta(\Omega) &= \left[\Omega - \frac{H_0}{\hbar} + \eta(qf - \omega) + i\delta \right]^{-1}, \quad \delta \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (14)$$

При вычислении сдвига эффекта Ханле за счет нерезонансного возмущения в подынтегральном выражении (13) интерес представляет лишь область вблизи полюсов, $\hbar\Omega \sim \langle |H_0| \rangle$. Если $\omega_0 \ll qf - \omega$, можно приближенно считать, что $G^\eta \approx \eta(qf - \omega)^{-1}$. Тогда $Y(\Omega) = \Delta\omega J_z$ и

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0^2}{2} \sum_q J_q^2(a) \frac{1}{qf - \omega}, \quad (15)$$

и ряд (13) может быть просуммирован как геометрическая прогрессия, а интеграл по Ω вычислен точно. В результате для $V(t)$ и $\rho_{\mu\mu'}$ получаем

$$V(t) = \exp[i(\omega_0 + \Delta\omega) \hat{J}_z t]; \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \rho_{\mu\mu'} &= \frac{\beta\tau}{T_p} \sum_q J_q(a) J_0(a) \sum_{\mu'\mu''} B_{\mu'\mu''}^{\mu\mu'} [\tau^{-1} + i(\omega_0 + \Delta\omega)(\mu - \mu')]^{-1} \times \\ &\quad \times \exp[iq(\mu - \mu') ft]. \end{aligned} \quad (17)$$

Входящая в (17) величина $\Delta\omega$ представляет собой сдвиг центра сигнала эффекта Ханле за счет взаимодействия с радиочастотными полями.

Можно показать, что при линейной поляризации поля $H_1(t)$ сдвиг линии эффекта Ханле отсутствует. Отметим, что изложенная выше методика расчета может быть использована также для вычисления сдвигов параметрического резонанса. Кроме того, можно получить результаты работы [5], если в качестве резонансной части гамильтонiana $H(t)$ выбрать взаимодействие с эффективным полем во врачающейся системе координат.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Полученные выше выводы теории были проверены экспериментально на системе оптически ориентированных атомов Hg^{199} ($I=1/2$) и Hg^{201} ($I=3/2$), содержащихся в естественной смеси изотопов ртути. Схема эксперимента приведена на рис. 1. Луч резонансного света осуществлял одновременную оптическую накачку как Hg^{199} , так и Hg^{201} в направлении оси Oy . Слабое магнитное поле H_0 было направлено вдоль оси Oz .

и медленно сканировалось через нулевое значение. Сигнал эффекта Ханле регистрировался по вращению плоскости поляризации поперечного нерезонансного луча F_2 [13]. Линейно поляризованное вдоль оси Oz радиочастотное магнитное поле $H_2 \cos ft$ служило «зондирующим», и на его частоте $f/2\pi = 122 \text{ Гц}$ велась регистрация и обработка сигнала. Вектор поля $H_1(t)$ вращался с частотой ω в плоскости xy .

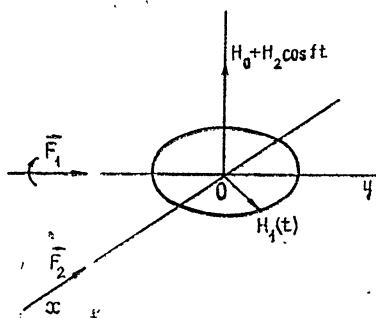


Рис. 1.

Поскольку величина сдвига (15) зависит от параметров двух радиочастотных полей, экспериментально рассматривались два случая:

а) амплитуда и частота поля $H_2(t)$ сохранились постоянными, и изменились эти же параметры вращающегося поля $H_1(t)$;

б) сохранялись постоянными амплитуда и частота вращающегося поля, а изменилась амплитуда поля $H_2(t)$.

Ниже приводится анализ полученных результатов в этих двух случаях.

1. Влияние вращающегося поля $H_1(t)$. Ранее было показано [14], что в слабом магнитном поле H_0 действие на спин-систему одного вращающегося поля $H_1(t)$ эквивалентно действию фиктивного постоянного поля H_F , направленного по нормали к плоскости вращения поля $H_1(t)$ и равного по величине:

$$H_F = -\frac{\gamma H_1^2}{2\omega}. \quad (18)$$

Действительно, как показал эксперимент, наложение вращающегося вокруг H_0 поля приводит к сдвигу центра сигнала эффекта Ханле на величину H_F , знак которой определяется направлением вращения поля $H_1(t)$ и знаком гиромагнитного отношения атомов. Это видно из рис. 1 в статье [13], где записаны сигналы эффекта Ханле атомов Hg^{199} и Hg^{201} .

Если на атомную систему действует второе линейно поляризованное поле, то выражение (18) становится несправедливым и для вычисления сдвига следует пользоваться полученной выше формулой (15). Из нее следует, что для областей частот $\omega \ll f$ и $\omega \sim f$ частотная зависимость H_F определяется соответственно выражениями:

$$H_F = -\frac{\gamma H_1^2}{2\omega} J_0^2 \left(\frac{\gamma H_2}{f} \right), \quad q = 0; \quad (19a)$$

$$H_F = \frac{\gamma H_1^2}{2} J_1^2 \left(\frac{\gamma H_2}{f} \right) \frac{1}{f - \omega}, \quad q = 1; \quad (19b)$$

Наконец, для частот $\omega \gg f$ выражение (15) с учетом соотношения $\sum_q J_q^2 = 1$ переходит в известную формулу (18), что и подтверждается результатами эксперимента, приведенными на рис. 2 в предыдущей работе [13]. В частности, приближении частот ω и f наблюдалось резкое изменение величины сдвига, напоминающее по характеру дисперсионную кривую, которое согласно выражению (15) соответствует разрыву в точке $\omega = f$.

Вследствие чрезвычайной узости линий эффекта Ханле, ширина $\Gamma = 1/\tau$ которых в экспериментах составляла $0,2 \text{ Гц}$, и резкого умень-

шения величины сигнала при сближении частот двух полей не удалось получить экспериментальных точек в непосредственной близости ω и f^* .

2. *Влияние осциллирующего поля $H_2(t)$.* Как следует из выражения (15), характер зависимости сдвига эффекта Ханле от амплитуды и частоты осциллирующего поля зависит от соотношения частот ω и f . Поэтому для сопоставления теории и эксперимента было выбрано несколько частных случаев, в которых эта зависимость принимает наиболее характерный вид. (19 а), (19 б). В этой части эксперимента измерялся сдвиг H_F обоих изотопов Hg^{199} и Hg^{201} при изменении величины амплитуды H_2 . Опыты проводились на частотах $\omega/2\pi = 45, 130, 450 \text{ Гц}$. На рис. 2а, 2б сплошной линией изображены теоретические зависимости H_F от амплитуды H_2 , построенные по формулам (19 а), (19 б), а точками нанесены результаты эксперимента**. Поскольку во всех случаях совмещение теоретических и экспериментальных кривых проводилось по одной точке, совпадение можно считать удовлетворительным. В случае $\omega \gg f$ сдвиг, как показал эксперимент, не зависит от H_2 , что соответствует формуле (18).

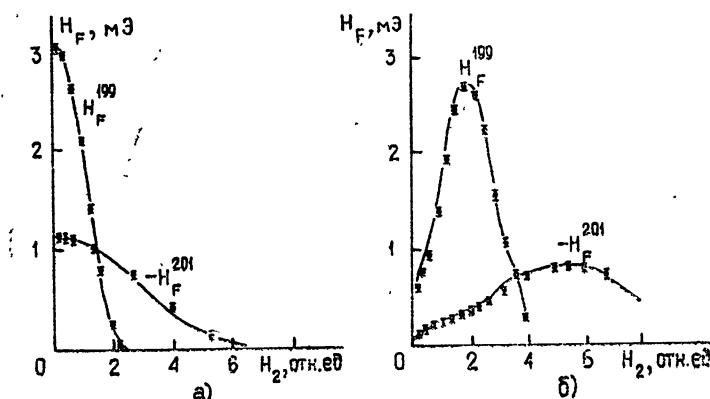


Рис. 2.

Как видно из приведенных графиков, не только величина, но и направление сдвига сигнала эффекта Ханле для обоих изотопов ртути зависит от соотношения частот ω и f . Для частоты $\omega/2\pi = 45 \text{ Гц}$ (рис. 2а) с ростом амплитуды H_2 наблюдается уменьшение величины H_F от максимального значения, соответствующего $H_2 = 0$, практически до нуля.

Эта функциональная зависимость пропорциональна $J_0^2\left(\frac{\gamma H_2}{f}\right)$. Пользуясь терминологией, принятой в формализме «одетого атома», здесь можно говорить об изменении g -фактора [12] по закону $g_{\text{эфф}}' = g J_0\left(\frac{\gamma H_2}{f}\right)$, где g — фактор свободного атома.

В области аномально больших сдвигов ($\omega/2\pi = 130 \text{ Гц}$, $\omega \approx f$) увеличение амплитуды H_2 приводит сначала к быстрому возрастанию сдвига H_F , а затем к его уменьшению, что объясняется преобладающим влиянием члена суммы (15), пропорционального $J_1^2\left(\frac{\gamma H_2}{f}\right)$.

* При точном совпадении частот сдвиг экспериментально не был обнаружен, а теория в этой особой точке некорректна.

** Ввиду того, что экспериментально в случае $\omega/2\pi = 130 \text{ Гц}$ разность частот $|f - \omega|$ составляла несколько герц, заметно также влияние члена с $q=0$ (см. (19 а)).

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Изложенным результатам может быть дана качественная интерпретация, основанная на концепции атома, «одетого» радиочастотным полем.

Вернемся к полученному в работе общему выражению, описывающему радиационный сдвиг, (15). Сравнивая его с известной зависимостью для сдвига (18),

$$\Delta\omega = \frac{\omega_1^2}{2\omega},$$

создаваемого вращающимся полем амплитуды $H_1 = \omega_1/\gamma$ и частоты ω , мы видим, что при условии нелинейного взаимодействия атома с двумя радиочастотными полями на угловой момент эффективно действует множество вращающихся полей с амплитудами ω_1/γ и комбинационными частотами $qf - \omega$, $q=0, 1, 2, \dots$. По отношению к каждому такому полю можно ввести эффективный g -фактор, зависящий от индекса q и равный $g_{\text{эфф}} = gJ_q \left(\frac{\gamma H_2}{f} \right)$. Другими словами, мы считаем, что атом по-разному «одет» по отношению к каждому из полей с комбинационными частотами $qf - \omega$. В частности, при $\omega \ll f$ вклад члена с $q=0$ в выражении (15) будет наибольшим и единственное поле частоты ω действует на атом, «одетый» в традиционном смысле [11], т. е. с $g_{\text{эфф}} = gJ_0 \left(\frac{\gamma H_2}{f} \right)$ (рис. 2а). Напротив, при близости частот ω и f наибольший вклад в сдвиг (15) дает эффективное поле комбинационной частоты $f - \omega$, по отношению к которому атом имеет $g_{\text{эфф}} = gJ_1 \left(\frac{\gamma H_2}{f} \right)$ (рис. 2б).

В предельном случае $\omega \gg f$ выражение для сдвига не отличается от полученного ранее [14], при этом изменения g -фактора атома в зависимости от H_2 не происходит. Вследствие очень узких резонансных линий ($\Gamma = 0,2 \text{ Гц}$) минимальный обнаруженный сдвиг точки магнитного вырождения энергетических уровней при нелинейном взаимодействии атома с двумя радиочастотными полями $H_1(t)$ и $H_2(t)$ достигается при чрезвычайно малых амплитудах этих полей ($10^{-3} - 10^{-4} \text{ Э}$). Такая высокая чувствительность метода пересечения показывает его перспективность в исследовании нелинейных свойств атомов при взаимодействии с радиочастотными полями.

Появление резонансных изменений сдвига на комбинационных частотах $qf - \omega \leq \Gamma$ становится понятным, если учесть, что мы имеем дело с нелинейным процессом взаимодействия атомной системы с двумя переменными полями. В этом случае очевидна аналогия спин-системы с нелинейными элементами, используемыми в радиоэлектронике для преобразования частот.

Моделью для качественного объяснения аномального роста сдвига в экспериментах подобного типа может служить совокупность двух слабо связанных между собой резонансных подсистем, которые, в частности, могут быть реализованы с помощью одного сорта спинов, участвующих в двух типах движений. В нашем случае это прецессия в постоянном магнитном поле и вынужденное движение магнитного момента с частотами $qf - \omega$. Сближение частот внешнего воздействия наряду с уменьшением постоянного поля H_0 ведет к увеличивающемуся влиянию этого воздействия на систему, и, как следствие, «аномальному» росту сдвига резонанса. В радиоспектроскопии известны эффекты, имею-

шие эту же природу: сдвиг Блоха — Зигерта [15]; сдвиг частоты сверхтонких переходов в мазере [16]; сдвиг частоты магнитного резонанса за счет взаимодействия с нерезонансным радиочастотным полем [17].

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Allegrini, E. Arimondo, J. Phys., **B4**, 1008 (1971).
2. C. Landre, C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, S. Haroche, Compt. Rend., **279**, 339B (1970).
3. Л. Г. Малышев, Л. Н. Новиков, Оптика и спектроскопия, **34**, 807 (1973).
4. C. Cohen-Tannoudji, S. Haroche, Compt. Rend., **260**, 37 (1966).
5. О. А. Бартенев, В. В. Зверев, Л. Г. Малышев, Л. Н. Новиков, В. Г. Показаньев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **17**, № 9, 1408 (1974).
6. W. Hanle, Z. Phys., **30**, 93 (1924).
7. J. Winter, Ann. Phys., **4**, 745 (1959).
8. J. Margerie, J. Brossel, C. R. Acad. Sci., **241**, 373 (1955).
9. Л. Н. Новиков, В. Г. Показаньев, Г. В. Скроцкий, УФН, **101**, вып. 2, 273 (1970).
10. G. W. Series, Proc. Phys. Soc., **88**, 957 (1966).
11. C. Cohen-Tannoudji, S. Haroche, J. Phys., **30**, 125 (1969).
12. C. Cohen-Tannoudji, S. Haroche, J. Phys., **30**, 153 (1969).
13. Л. Н. Новиков, О. А. Бартенев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **27**, № 2, 289 (1974).
14. M. Le Dourgneuf, C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, S. Haroche, C. R. Acad. Sci., **272**, 1048 (1971).
15. F. Bloch, A. Siegert, Phys. Rev., **57**, 522 (1950).
16. B. Gurkut, J.-P. Schermann, C. Audoin, C. R. Acad. Sci., **272**, 739 (1971).
17. Л. Н. Новиков, Л. Г. Малышев, Письма в ЖЭТФ, **15**, вып. 3, 129 (1972).

Уральский политехнический институт

Поступила в редакцию
8 июля 1974 года.

ANOMALOUS SHIFT OF INTERSECTION OF ENERGY LEVELS OF ATOMS INTERACTING WITH TWO RF FIELDS

S. A. Bartenev, V. V. Zverev, L. N. Novikov, V. G. Pokazan'ev

A nonlinear interaction between optically-oriented atoms and two variable fields is theoretically and experimentally considered. Multiphoton process arising in the system leads, in particular, to a shift of the intersection point of energy levels described by different values of *g*-factor and anomalously increasing towards the region where the frequencies of two fields are equal. It is shown that the method of the level intersection in the zero magnetic field gives the possibility to study nonlinear processes in RF range at very small intensities of variable fields $\sim |10^{-3} - 10^{-4} \text{ Oe}|$. This can not be done by other methods known at the present time.

УДК 535.33

КОЛЛАПС ВРАЩАТЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ МИКРОВОЛНОВЫХ СПЕКТРОВ

А. И. Бурштейн, С. И. Темкин

Рассмотрена трансформация давлением вращательной структуры микроволновых спектров молекул, растворенных в буферном газе. Показано, что после коллапса структуры, выражающейся в слиянии всех линий в центре тяжести спектра, ширина последнего прогрессивно сужается с ростом давления. Доказано, что коллапс осуществляется не только при слабо изменяющих величину и направление углового момента неадиабатических столкновениях, но и при адиабатических столкновениях произвольной силы. Установлено, что в области коллапса трансформация спектра протекает по-разному при сильных и слабых столкновениях. Определен смысл и количество параметров, характеризующих в общем случае форму спектра, и показано, что симметрия гамильтониана, описывающего систему на свободном пробеге, может существенно уменьшить их число.

Вращательная структура перехода между уровнями Δ -удвоения [1, 5], инверсионных спектров [12] и спектров магнитного резонанса в газах [3, 8] уордняется с ростом давления, превращаясь в первых двух случаях в линию потерь, а в последнем — в резонансное поглощение на зеемановской частоте, усиленное вследствие вращательной релаксации. После усреднения вращательной структуры время релаксации удлиняется с ростом плотности [2], чем и объясняются очень узкие линии магнитного резонанса в жидкости. Это явление неоднократно освещалось с различных точек зрения [1, 2, 4, 5] и, несмотря на качественное совпадение результатов, количественно формулы несопоставимы. Это отчасти связано с тем, что в [2] релаксация вектора углового момента J описывалась уравнением диффузии. Такой подход предполагает, что столкновения являются неадиабатическими и слабыми, т. е. изменяют как ориентацию, так и величину момента, но и то и другое незначительно (j -диффузия). Однако коллапс вращательной структуры не связан со спецификой столкновения и должен осуществляться при адиабатических столкновениях (m -диффузия) так же успешно, как и при неадиабатических, и при любой силе взаимодействия. Чтобы выяснить, как изменение механизма столкновения отражается на трансформации микроволновых спектров, в настоящей работе развита ударная теория, справедливая при произвольном изменении ориентации J в процессе m -диффузии. Показано, в частности, что коллапс вращательной структуры протекает по-разному в зависимости от того, насколько сильно дезориентируется J при столкновении.

При m -диффузии каждая j -компоненты спектра может быть рассмотрена независимо от других. На свободном пробеге система, поглощающая СВЧ мощность, характеризуется числом уровней и их расположением в энергетической шкале, которое зависит от ее взаимодействия с вращением. Во многих случаях это взаимодействие может быть представлено в виде $\hat{H}_0 = -\omega_0 \hat{\mathbf{S}} \cdot \mathbf{J}$, где $\hat{\mathbf{S}}$ — энергетический спин системы, если $2s + 1$ — общее число ее эквидистантных уровней. Предпо-

лагается, что столкновения протекают настолько быстро ($\omega_0 \tau_{coll} \ll 1$), что состояние системы не успевает измениться, и единственным результатом является переориентация вектора J на угол α .

В такой постановке задача неоднократно рассматривалась. Вначале она была решена [1] для эффективного спина 1/2 при условии, что столкновения достаточно сильные, чтобы после них все ориентации углового момента J были равновероятны. Затем в другой связи [4] было получено феноменологическое решение, свободное от этих ограничений, но несопоставимое с предыдущими [1, 5] даже по числу параметров, характеризующих релаксацию системы. В настоящей работе удалось распространить микроскопическую теорию, подобную развитой в [1], на столкновения произвольной силы. Это позволило не только достичь тождественного соответствия с [4] на феноменологическом уровне, но и раскрыть смысл параметров релаксации, установив их связь с углом α . Показано, что в общем случае релаксацию спина описывает $2s + 1$ независимых параметров, однако симметрия гамильтонiana, характеризующего систему на свободном пробеге, может позволить существенно уменьшить их число, сведя решение к однопараметрическому, как это произошло, соответственно, в [5] и [4].

Будем исходить из известного определения корреляционной функции [6], которое при $\hbar\omega_0 \ll kT$ приобретает следующий вид:

$$K(t) = \text{Sp} \sum_{q=-1}^1 (-1)^q \hat{\bar{S}}_q(t) \hat{\bar{S}}_{-q}(0); \quad K = \text{Sp} \hat{\bar{K}}, \quad (1)$$

где $\hat{\bar{S}}_0 = \hat{\bar{S}}_z$, $\hat{\bar{S}}_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\bar{S}}_x \pm i\hat{\bar{S}}_y)$, а черта означает усреднение

по всем реализациям процесса в интервале $(0, t)$. Эволюция во времени спиновых операторов в лабораторной системе представляет собой сложный отклик на последовательность внезапных изменений гамильтонiana, вызванных переориентацией J , и описывается интегральными уравнениями, полученными в [1]. Однако в системе, ось z' которой все время направлена вдоль J , гамильтониан постоянен и равен

$$\hat{\bar{H}}_0 = -\omega_0 \hat{\bar{S}}_0' |J|, \quad (2)$$

а воздействие столкновения на спиновые операторы сводится просто к преобразованию вращения, переводящему их в новую систему координат:

$$\hat{\bar{S}}_q'(t+0) = \sum_{q'} \hat{\bar{S}}_{q'}(t-0) D_{q'q}^1(\varphi, \alpha, 0), \quad (3)$$

где $D_{q'q}^1$ — матрица конечных вращений [7]. Это обстоятельство упрощает описание временной эволюции спиновых операторов, как $\hat{\bar{S}}_q'(t)$, так и $\hat{\bar{S}}_q'(0)$, в подвижной системе, но делает бессмысленным вычисление средних от этих переменных или их произведения, поскольку их значения в различных реализациях процесса относятся к различным системам координат. Среднее можно вычислять только от инвариантного относительно преобразований систем координат скалярного произведения, но так как усреднение по реализациям и суммирование по q перестановочны, то вычисление

$$\hat{\bar{K}} = \sum_q (-1)^q \hat{\bar{S}}_q'(t) \hat{\bar{S}}_{-q}'(0) = \sum_q K_q(t) \quad (4)$$

сводится к вычислению парциальных корреляторов $K_q(t) = \overline{\hat{S}'_q(t) \hat{S}'_{-q}(0)} \times \times (-1)^q$, которые сами по себе не инвариантны. Последние удобны в том отношении, что, применяя к ним общий метод суммирования реализаций [6], получаем уравнение

$$\frac{\partial}{\partial t} \overline{\hat{S}'_q(t) \hat{S}'_{-q}(0)} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}_0, \overline{\hat{S}'_q(t) \hat{S}'_{-q}(0)}] - \frac{1}{\tau_0} \overline{\hat{S}'_q(t) \hat{S}'_{-q}(0)} + \frac{1}{\tau_0} \sum_{q'q''} \langle D_{q'q}^1 D_{q'',-q}^1 \rangle \overline{\hat{S}'_{q'}(t) \hat{S}'_{q''}(0)}, \quad (5)$$

которое может быть замкнуто относителью $\hat{K}_q(t)$. Действительно, выполняя в (5) коммутацию с учетом того, что $[\hat{S}_0, \hat{S}_q] = \hbar q \hat{S}_q$, и усредняя заключенный в угловые скобки оператор столкновения по распределению

$$dW(\varphi, \alpha) = \frac{1}{4\pi} f(\alpha) \sin \alpha d\alpha d\varphi, \quad (6)$$

приходим к

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{K}_q(t) = -i\omega_0 q \hat{K}_q(t) - \sum_{q'} \hat{P}_{q'q} \hat{K}_{q'}(t); \quad \hat{K}_q(0) = \frac{1}{3} \hat{S}^2. \quad (7)$$

В отличие от интегральных уравнений теории внезапной модуляции, которыми описывается спин-вращательная релаксация в лабораторной системе [1, 6], (7) является однородным дифференциальным уравнением, формально тождественным уравнениям ударной теории с оператором релаксации

$$\hat{P}_{q'q} = \frac{1}{\tau_0} \int \{ \delta_{q'q} - [D_{q'q}^1(\alpha)]^2 \} f(\alpha) \frac{\sin \alpha}{2} d\alpha. \quad (8)$$

Матрица оператора релаксации $\hat{P}_{q'q}$
(подынтегральное выражение)

$$\begin{vmatrix} 1 - \cos^4 \frac{\alpha}{2} & -\frac{1}{2} \sin^2 \alpha & -\sin^4 \frac{\alpha}{2} \\ -\frac{1}{2} \sin^2 \alpha & 1 - \cos^2 \alpha & -\frac{1}{2} \sin^2 \alpha \\ -\sin^4 \frac{\alpha}{2} & -\frac{1}{2} \sin^2 \alpha & 1 - \cos^4 \frac{\alpha}{2} \end{vmatrix}$$

Это существенно упрощает решение задачи, которое может быть получено прямым интегрированием (7) с последующим суммированием результата по q . Вычисление шпера может быть выполнено как в (4), так и сразу в уравнении (7), которое описывает изменение средних $K_q(t) = \text{Sp} \hat{K}_q(t)$ так же, как и наблюдаемых. Спектр системы является фурье-преобразованием K :

$$F(\omega) = \frac{\text{Re}}{\pi} \int_0^\infty \exp(-i\omega t) K(t) dt = \sum_q K_q(\omega), \quad (9)$$

где $K_q(\omega)$ — фурье-образ $K_q(t)$. Производя фурье-преобразование непосредственно над уравнением (7) с учетом начального условия

$$K_q(t)|_{t=0} = \frac{s(s+1)}{3} \quad (10)$$

и используя результат в (9), находим

$$F(\omega) = \frac{2Z_2}{3\omega_0} \frac{s(s+1)}{\pi} \frac{1/3 + (Z_1/Z_2)x^2 + Z_1Z_2}{x^2(1+Z_1Z_2-x^2)^2 + [(Z_1+Z_2)x^2 - \frac{2}{3}Z_2]^2}, \quad (11)$$

где

$$x = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \Gamma_i = \omega_0 Z_i = \frac{1}{\tau_0} \int [1 - P_i(\cos \alpha)] f(\alpha) \sin \alpha \frac{d\alpha}{2} \quad (i = 1, 2), \quad (12)$$

P_i — полиномы Лежандра. Для $s = 1/2$ этот результат тождественно совпадает со спектром, приведенным в [4], при следующем переопределении введенных в [4] релаксационных коэффициентов: $\omega_1 = \frac{2}{3} \Gamma_2$, $\omega_2 = \Gamma_1$.

Представляет интерес исследовать, в каких пределах может изменяться относительная величина Γ_1 и Γ_2 в зависимости от характера столкновения. При слабых столкновениях, незначительно отклоняющих J от первоначального направления, $f(\alpha)$ — острая функция и подынтегральные выражения могут быть разложены в ряд по α , что в первом неисчезающем приближении дает

$$\Gamma_1 = \Gamma_2/3. \quad (13)$$

Когда же столкновения сильные, полностью дезориентирующие J , то $f(\alpha) = 1$ и

$$\Gamma_1 = \Gamma_2, \quad (14)$$

как это имело место в [1]. Таким образом, для любых столкновений отношение Γ_1 к Γ_2 лежит в интервале

$$\frac{1}{3} \leq \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \leq 1,$$

что находится в согласии с [9].

В случае многоуровневых систем число независимых параметров релаксации, различимых в спектре, при одинаковом механизме столкновения зависит еще и от симметрии гамильтониана [10]. Только система двух уровней всегда описывается гамильтонианом (2) с эффективным спином $s = 1/2$. Но уже в трехуровневой системе возможна и такая ситуация, когда

$$\hat{H}_0 = -\omega_0 S_0'^2 J^2, \quad (15)$$

которая рассмотрена в [5] на примере молекулы кислорода ($s = 1$). Спектр этой системы оказался однопараметрическим и даже формально не сопоставим с (11), хотя механизм удара, сводящийся исключительно к повороту J , в обоих случаях одинаков. Убедимся, что это связано только с различной эволюцией системы на свободном пробеге.

Для этого в обеих частях уравнения (5) выполним в явном виде операцию взятия шпура в z' -представлении, собственном для штрихо-

ванных операторов. (Чтобы избежать громоздких выражений, динамическую и релаксационную части (5) будем выписывать отдельно.) При любом коммутирующем с \hat{S}'_0 гамильтониане имеем

$$\begin{aligned} \frac{i}{\hbar} \sum_{m'n'} \langle m' | [\hat{H}_0, \hat{S}'_q(t)] \hat{S}'_{-q}(0) | m' \rangle &= \\ = i \sum_{m'n'} \omega_{m'n'} \langle m' | \hat{S}'_q(t) | n' \rangle \langle n' | \hat{S}'_{-q}(0) | m' \rangle, \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\omega_{m'n'} = \frac{E_{m'} - E_{n'}}{\hbar}.$$

Левая часть (5) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_{m'n'} \langle m' | \hat{S}'_q(t) | n' \rangle \langle n' | \hat{S}'_{-q}(0) | m' \rangle, \quad (17)$$

а в релаксационном слагаемом к $\hat{S}'_{-q}(0)$ применим известную формулу преобразования при вращении тензорного оператора (см. [7], (5.2)):

$$\sum_{q''} D^1_{q''-q} \hat{S}'_{q''}(0) = \hat{D}^s \hat{S}'_{-q}(0) [\hat{D}^s]^{-1}, \quad (18)$$

после чего получим

$$\begin{aligned} &\sum_{q'm'n'm''n''} \int dW(\varphi, \alpha) \frac{1}{\tau_0} \{ \delta_{q'q} \delta_{m'm''} \delta_{n'n''} - \\ &- D^1_{q'q}(\varphi, \alpha, 0) D^s_{n'n''}(\varphi, \alpha, 0) D^{s*}_{m'm''}(\varphi, \alpha, 0) \} \times \\ &\times \langle m' | \hat{S}'_{q'}(t) | n' \rangle \langle n'' | \hat{S}'_{-q}(0) | m'' \rangle = \\ &= \sum_{q'm'n'm''n''} \int dW(\varphi, \alpha) \frac{1}{\tau_0} \{ \delta_{q'q} \delta_{m'm''} \delta_{n'n''} - \\ &- \exp[-i(q' + n' - m')\varphi] D^1_{q'q}(\alpha) D^s_{n'n''}(\alpha) D^{s*}_{m'm''}(\alpha) \} \times \\ &\times \langle m' | \hat{S}'_{q'}(t) | n' \rangle \langle n'' | \hat{S}'_{-q}(0) | m'' \rangle. \end{aligned} \quad (19)$$

Выполнение усреднения по φ не обращает в нуль только те элементы, для которых выполнено условие

$$-m' + q' + n' = 0. \quad (20)$$

Легко видеть, что замена в (16) и (17) немых индексов m' и n' на m'' и n'' с последующим снятием по ним суммирования в (16), (17), (19) приводит нас к многоуровневому релаксационному уравнению относительно матричных элементов $\langle m'' | \hat{S}'_q(t) | n'' \rangle$:

$$\frac{\partial}{\partial t} \overline{\langle m'' | \hat{S}'_q(t) | n'' \rangle} = i\omega_{m''n''} \overline{\langle m'' | \hat{S}'_q(t) | n'' \rangle} - \quad (21)$$

$$-\sum_{q'm'n'} P_{m'm'', n'n''}^{q'q} \overline{\langle m' | \hat{S}'_q(t) | n' \rangle},$$

где

$$P_{m'm'', n'n''}^{q'q} = \frac{1}{\tau_0} \int f(\alpha) \frac{\sin \alpha}{2} d\alpha \{ \delta_{q'q} \delta_{m'm''} \delta_{n'n''} - D_{q'q}^1(\alpha) D_{m'm''}^s(\alpha) D_{n'n''}^s(\alpha) \}, \quad (22)$$

а результирующий спектр вычисляется согласно (1):

$$F(\omega) = \sum_{qm''n''} (-1)^q \overline{\langle m'' | \hat{S}'_q(t) | n'' \rangle} \langle n'' | \hat{S}'_{-q}(0) | m'' \rangle.$$

Релаксационный оператор $P_{m'm'', n'n''}^{q'q}$, который при $s=1$ сводится к рассчитанному в [5], в общем случае зависит от $(2s+1)$ параметра вида $\int f(\alpha) \frac{\sin \alpha}{2} P_i(\cos \alpha) d\alpha$ ($1 \leq i \leq 2s+1$). Условие (20), определяющее ненулевые элементы $P_{m'm'', n'n''}^{q'q}$, совпадает с правилом отбора для матричного элемента $\langle m' | \hat{S}'_q(t) | n' \rangle$, пропорционального по теореме Вигнера—Эккарта $3j$ символу $\left(\begin{array}{ccc} s & 1 & s \\ m' & q' & n' \end{array} \right)$. Поэтому, в отличие, например, от [11], в данной системе столкновения не могут индуцировать появление запрещенных линий.

Как ясно из вывода, уравнение (21) справедливо при любом гамильтониане, коммутирующем с \hat{S}'_0 , т. е. в общем случае расположение уровней в энергетической шкале может быть произвольным. Если порядок их таков, как изображенный на рис. 1 а и 1 б, то различие между случаями «а» и «б» обнаруживается лишь в том, что столкновения, одинаково преобразуя все матричные элементы, связывают между собой различные по знаку частоты. Когда $|\omega_{12}|$ сравнивается с $|\omega_{23}|$, то в случае «а» воспроизводится задача, относящаяся к гамильтониану (2), а в случае «б» — к (15). Наступающее при этом вырождение частот позволяет существенно упростить релаксационную матрицу, вдвое понизив ее ранг. Образовав определенные линейные комбинации матричных элементов, отвечающих одноименным по знаку частотам, легко убедиться, что столкновения преобразуют их только друг через друга посредством двухпараметрического оператора релаксации, тождественного (8) в случае «а» и однопараметрического, совпадающего с [5], в случае «б».

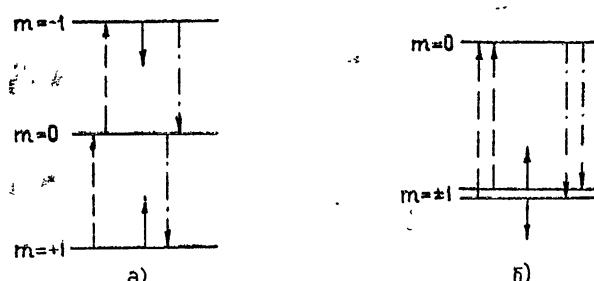


Рис. 1. Переходы и соответствующие им частоты:
пунктир — $\omega = \omega_0$, сплошная линия — $\omega = 0$, штрих-
пунктир — $\omega = -\omega_0$.

Общей особенностью всех спектров, уширяющихся вследствие дезориентации J при столкновениях, является то, что с ростом давления они претерпевают коллапс. Хотя коллапс структуры — явление весьма распространенное [10, 12, 13], в данном случае он носит экстремальный характер, т. е. отличается тем, что влечет за собой общее сужение спектра, прогрессирующее с ростом давления. Детальный анализ (11) показывает, что характер коллапса определяется силой столкновений. При слабых столкновениях, когда $P_i(\cos \alpha)$ можно разложить в ряд с точностью до $\alpha^2 \ll 1$, все три обменивающиеся между собой линии $(0, \pm \omega_0)$ сливаются в центре тяжести спектра (в ЭПР — на частоте чисто спинового резонанса с g -фактором 2), а затем две из них, уширяясь, ложатся в основание, оставляя одну сужающуюся линию. При сильных столкновениях ($P_i(\cos \alpha) = 0$) полного слияния линий не происходит. Их сближение прекращается, когда крайние компоненты спектра достигают частоты $\pm \omega_0/\sqrt{3}$. Тем не менее, в результате обмена их интенсивность перекачивается в центральную линию, вследствие чего с ростом давления они исчезают. Поэтому, несмотря на отмеченные различия, итогом коллапса при $Z_2 \gg Z_1 \gg 1$ является узкая лоренцева линия в окрестности $x \ll 1$,

$$F(\omega) = \frac{2s(s+1)}{3\pi Z_1 \omega_0} \frac{1}{[x^2 + (2/3Z_1)^2]} = \frac{s(s+1)}{\pi} \frac{\Gamma}{\omega^2 + \Gamma^2}, \quad (23)$$

с шириной

$$\Gamma = \frac{2}{3} \frac{\omega_0^2}{\Gamma_1} = \begin{cases} \frac{4}{3} \frac{\omega_0^2 \tau_0}{\alpha^2} & (\alpha^2 \ll 1) \\ \frac{2}{3} \omega_0^2 \tau_0 & (P_i(\cos \alpha) = 0) \end{cases}, \quad (24)$$

которая линейно уменьшается с сокращением времени свободного пробега. Экстремальное проявление коллапса, выражющееся в сужении спектра давлением, возможно лишь в исключительных случаях [6, 13], когда фазовая встряска самого спина при столкновении, вращающем J , пренебрежимо мала. Экспериментальное наблюдение сужения [3] свидетельствует о том, что такая ситуация реализуема в условиях, когда диполь-дипольное взаимодействие усреднено движением, обменным взаимодействием можно пренебречь из-за малых концентраций радиальных частиц, а спин-орбитальная связь не настолько сильна, чтобы прямое воздействие столкновения на спин могло конкурировать со спин-вращательной релаксацией, протекающей на свободном пробеге. Рассмотренный здесь механизм этой релаксации показывает, что она возникает и при адиабатических столкновениях, когда изменение $|J|$, считавшееся причиной сужения в [3], пренебрежимо мало.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Бурштейн, Е. Е. Никитин, ЖЭТФ, 55, № 4 (10), 1393 (1968).
2. P. S. Hubbard, Phys. Rev., 131, № 3, 1155 (1963).
3. T. J. Schaafstra, D. Kivelson, J. Chem. Phys., 49, № 12, 5235 (1968).
4. S. Hess, F. R. McCourt, Chem. Phys. Lett., 5, № 1, 53 (1970).
5. R. G. Gordon, J. Chem. Phys., 46, № 2, 448 (1967); Adv. in Magn. Res., 3, 1 (1968).
6. А. И. Бурштейн, Лекции по квантовой кинетике, ч. 1, 2, НГУ, 1968.
7. А. Р. Эдмондс, в сб. Деформация атомных ядер. ИЛ, М., 1958.
8. А. Абрагам, Ядерный магнетизм, ИЛ, М., 1963.
9. К. А. Валиев, Е. Н. Иванов, УФН, 109, № 1, 31 (1973).

10. А. И. Бурштейн, Г. И. Смирнов, ЖЭТФ, 65, № 6, (12), 2174 (1973).
А. И. Бурштейн, М. Л. Стрекалов, С. И. Темкин, ЖЭТФ, 66, № 3, 894 (1974).
11. А. И. Бурштейн, М. Л. Стрекалов, ЖЭТФ, 61, № 1 (7), 101 (1971).
12. А. Вен-Рейвен, Phys. Rev., 145, № 1, 7 (1966).
13. А. И. Бурштейн, Ю. И. Наберухин, ЖЭТФ, 52, № 5, 1202 (1967).

Институт химической кинетики и горения
СО АН СССР

Поступила в редакцию
23 июля 1974 г.

COLLAPSE OF ROTATIONAL STRUCTURE OF MICROWAVE SPECTRA

A. I. Burshtein, S. I. Temkin

The transformation produced by pressure of the rotational structure of microwave spectra of molecules soluted in a buffer gas is considered. It is shown that after the structure collapse revealed in the coalescence of all lines at the center of the spectrum, its width is progressively narrowed with the pressure. The collapse is proved to be realized not only at nonadiabatic collisions weakly varying the value and direction of the angular moment but also at adiabatic arbitrary-strong collisions. It is established that in the collapse region the spectrum transformation occurs differently at strong and weak collisions. The meaning and number of parameters characterizing the form of the spectrum in a general case are defined. It is shown that the Gamiltonian symmetry describing the system at a free transit path may considerably decrease their number,

УДК 621.372.544

ОБ ОЦЕНКЕ ВЕРОЯТНОСТИ АНОМАЛЬНЫХ ОШИБОК (СКАЧКОВ ФАЗЫ НА $\pm 2\pi$) В СЛЕДЯЩЕМ ФИЛЬТРЕ

Я. Г. Родионов

Находится выражение для вероятности появления скачков фазы на $\pm 2\pi$ колебания в системе следящего фильтра (настройка которого изменяется в соответствии с динамикой ЧМ сигнала) при немодулированном входном воздействии и флюктуационном шуме. Устанавливается зависимость найденной вероятности от параметров системы следящего фильтра. Результат сравнивается с вероятностью скачков фазы в стандартном приемнике с частотной модуляцией.

Известно, что при действии на ЧМ приемник нормального стационарного флюктуационного шума появление импульсных выходных шумов обусловлено, в основном, скачками фазы колебательной функции (напряжения, тока, заряда в узлах приемника) на угол $\pm 2\pi$ ^[1]. Сделаем оценку вероятности появления таких скачков, приводящих к аномальным ошибкам приема полезной информации, для ЧМ приема с помощью следящего фильтра (СФ), т. е. узкополосного фильтра, настройка которого управляет по закону модуляции ЧМ сигнала [2]. Автору неизвестно, чтобы этот вопрос до настоящего времени был рассмотрен в литературе. Обозначим через L событие, состоящее в появлении скачка

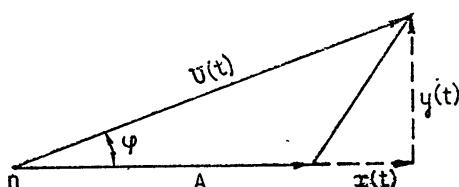


Рис. 1.

фазы на $\pm 2\pi$. Согласно [1] необходимым условием для этого является одновременное уменьшение синфазной составляющей шума $x(t)$ на величину $x(t) < -A$ (рис. 1), где A — амплитуда немодулированного ЧМ сигнала, и изменение знака ортогональной составляющей шума $y(t)$ на противоположный. В этом случае результирующий вектор $U(t)$ опишет полный оборот вокруг начала координат O (т. е. фаза ϕ изменится на 2π), что и дает аномальный выброс выходного напряжения.

Вероятность $W(L)$ появления хотя бы одного аномального скачка на интервале времени $T = 1/2F$, где F — частота гармонической модуляции ЧМ сигнала, может быть приближенно определена при разбиении интервала T на множество подынтегралов Δ , в каждом из которых шумовые составляющие $x(t)$ и $y(t)$ можно считать неизменными.

Методика приближенной оценки вероятности $W(L)$ для обычного ЧМ приемника описана в [3]. Для СФ характер подобных преобразований существенно усложняется, так как составляющие шумов воспроизводятся следящим фильтром по-разному: синфазная составляющая $x(t)$ изменяется за счет прохождения через исходный колебательный контур СФ, тогда как ортогональная составляющая подвержена действию всей замкнутой петли СФ, т. е. изменяется в соответствии

с видом эквивалентной частотной характеристики (ЭЧХ) системы [2].

Рассмотрим вначале случай немодулированного полезного сигнала.

Обозначим через $W_1(L_1)$ вероятность уменьшения синфазной составляющей шума $x(t)$ на величину $x(t) < -A$, а через $W_2(L_2)$ — вероятность одновременного изменения знака ортогональной составляющей $y(t)$ на противоположный. В силу независимости этих событий при немодулированном сигнале можно для каждого элементарного интервала Δ записать [3]

$$W(L) = W_1(\Delta) W_2(L_2).$$

Полагаем, что на вход ЧМ приемника воздействует гауссов шум с равномерным спектром, нулевым средним и дельтаобразной функцией корреляции. Следующему фильтру в ЧМ приемнике предшествует высокочастотный тракт с прямоугольной частотной характеристикой и полосой частот $\Delta\omega_i$, вследствие чего воздействующий на СФ шум оказывается слаженным с временем слаживания порядка $2/\Delta\omega_i$. Шум на входе СФ является также нормальным с равномерным спектром в полосе $\Delta\omega_i$; спектральную плотность мощности этого шума принимаем равной $N_0/2$.

Выберем элементарный интервал Δ из условия $\Delta \ll 1/\Delta F$, где ΔF — полоса исходного (неуправляемого) контура СФ на уровне 0,707. Это позволяет записать дисперсию шума на выходе СФ за счет синфазной составляющей $x(t)$:

$$\sigma_x^2 = \frac{N_0}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \Delta F = \frac{\alpha N_0}{4}. \quad (1)$$

Здесь $\frac{\pi}{2} \Delta F$ — шумовая полоса контура СФ, α — его коэффициент затухания.

Учитывая (1), запишем в соответствии с [3] вероятность $W_1(L_1)$:

$$W_1(L_1) \approx \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{A}{\sqrt{\alpha N_0 / 2}} \right) \right],$$

где $\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$ — интеграл вероятности.

Для нахождения $W_2(L_2)$ прежде всего заметим, что из рис. 1 следует:

$$\varphi(t) \approx \operatorname{arctg} \frac{y(t)}{A + x(t)} \approx \frac{y(t)}{A}.$$

Это, очевидно, справедливо при не слишком большом уровне входного шума, т. е. в надпороговом режиме работы системы. Поэтому, как отмечалось ранее, анализ преобразования СФ ортогональной составляющей $y(t)$ можно сделать по виду его ЭЧХ [2].

Предположим, что в некоторой точке интервала Δ , начинающегося при $t = t_0$, ортогональная составляющая шума проходит через нулевое значение, т. е. меняет свой знак. Считаем, что при $t = t_0$ эта составляющая отрицательна ($y < 0$), что эквивалентно $\varphi(t_0) = \theta(t_0) < 0$, где $\theta(t_0)$ — приращение фазы колебания в СФ. Смена знака $y(t)$ означает, что производная $\dot{y}(t) = \dot{\theta}(t)$ в рассматриваемой точке интервала Δ должна быть положительной. Вероятность этого события записывается в виде

$$W(\theta_{t_0} < 0, \theta_{t_0 + \Delta} \geq 0, \dot{\theta} > 0) = \int_0^\infty d\dot{\theta} \int_{-\Delta\theta}^0 \omega(\dot{\theta}, \theta) d\theta,$$

где $w(\dot{\theta}, \theta)$ — двумерная плотность вероятностей функций $\dot{\theta}$ и θ . Нижний предел внутреннего интеграла соответствует значению $\theta(t_0) \approx -\Delta\theta$. В соответствии с [4] для СФ с интегрирующей цепью в тракте управления в совпадающие моменты времени имеем

$$w_{ct}(\dot{\theta}, \theta) = w_{ct}(\dot{\theta}) w_{ct}(\theta) = C \exp \left(-\frac{\alpha \varphi_0}{2K_2} \dot{\theta}^2 + \frac{\alpha^2 \varphi_0}{K_2 \tau} \cos \theta \right),$$

где $\varphi_0 = \overline{\cos \theta}$ — среднее значение (математическое ожидание) косинусоидальной функции, τ — постоянная времени тракта управления, K_2 — коэффициент диффузии. Отсюда для рассматриваемой точки интервала Δ записываем

$$\begin{aligned} W(\theta_{t_0} < 0, \theta_{t_0+\Delta} \geq 0, \dot{\theta} > 0) &= \\ &= C \int_0^\infty \exp \left(-\frac{\alpha \varphi_0}{2K_2} \dot{\theta}^2 \right) \int_{-\Delta\theta}^0 \exp \left(\frac{\alpha^2 \varphi_0}{K_2 \tau} \cos \theta \right) d\theta. \end{aligned}$$

Считая приближенно распределение фазы θ нормальным и полагая $\overline{\cos \theta} = 1$, приходим к выражению

$$\begin{aligned} W(\theta_{t_0} < 0, \theta_{t_0+\Delta} \geq 0, \dot{\theta} > 0) &\approx \\ &\approx \frac{1}{2\pi\sigma_{\dot{\theta}}\sigma_\theta} \int_0^\infty \exp \left(-\frac{1}{2\sigma_{\dot{\theta}}^2} \dot{\theta}^2 \right) d\dot{\theta} \int_{-\Delta\theta}^0 \exp \left(-\frac{1}{2\sigma_\theta^2} \theta^2 \right) d\theta, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\sigma_{\dot{\theta}}^2 = K_2/\alpha$, $\sigma_\theta^2 = K_2\tau/\alpha^2$ — дисперсия функции $\dot{\theta}$ и θ .

Вычисление внутреннего интеграла в (2) приводит к выражению

$$\int_{-\Delta\theta}^0 \exp \left(-\frac{1}{2\sigma_\theta^2} \theta^2 \right) d\theta = \sqrt{2}\sigma_\theta \operatorname{erf}(z),$$

где $\operatorname{erf}(z)$ — интеграл вероятности, $z = \Delta\dot{\theta}/\sqrt{2}\sigma_\theta$. Отсюда получаем

$$W(\theta_{t_0} < 0, \theta_{t_0+\Delta} \geq 0, \dot{\theta} > 0) \approx \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma_{\dot{\theta}}} \int_0^\infty \operatorname{erf}(z) \exp \left(-\frac{\dot{\theta}^2}{2\sigma_{\dot{\theta}}^2} \right) d\dot{\theta}. \quad (3)$$

Интеграл в (3) не выражается через элементарные функции. Для его вычисления заменим приближенно $\operatorname{erf}(z)$ эмпирическим выражением $1 - e^{-1.5z}$. В результате приходим к соотношению.

$$\begin{aligned} W(\theta_{t_0} < 0, \theta_{t_0+\Delta} \geq 0, \dot{\theta} > 0) &\approx \\ &\approx \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left\{ 1 - \exp \left(0.75 \Delta\sigma_{\dot{\theta}}/\sigma_\theta \right)^2 \left[1 - \operatorname{erf} \left(0.75 \Delta\sigma_{\dot{\theta}}/\sigma_\theta \right) \right] \right\}. \end{aligned}$$

При $\Delta\sigma_{\dot{\theta}}/\sigma_\theta \ll 1$, что эквивалентно условию $\Delta \ll 0.45/\Delta F$, можно положить $\exp \left(0.75 \Delta\sigma_{\dot{\theta}}/\sigma_\theta \right)^2 \approx 1$, $\operatorname{erf} \left(0.75 \Delta\sigma_{\dot{\theta}}/\sigma_\theta \right) \approx 0.75 \Delta\sigma_{\dot{\theta}}/\sigma_\theta$, что дает

$$W(\theta_{t_0} < 0, \theta_{t_0+\Delta} \geq 0, \dot{\theta} > 0) \approx 1.33 \frac{\Delta}{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{\tau}}.$$

В дальнейшем будем приближенно считать

$$W(\theta_{t_0} < 0, \theta_{t_0+\Delta} \geq 0, \dot{\theta} > 0) \approx \frac{\Delta}{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{\tau}}.$$

Нетрудно убедиться, что к такому выражению мы приходим также при непосредственной замене в (3) $\operatorname{erf}(z)$ на z и последующего вычисления интеграла, что справедливо при достаточно малом Δ , удовлетворяющем приведенному выше условию.

Поскольку на интервале Δ изменение знака составляющей $y(t)$ может быть как при движении «снизу—вверх» (рассмотренный выше случай), так и при движении «сверху—вниз», то результирующая вероятность $W_2(L_2)$ равна удвоенному значению W :

$$W_2(L_2) \approx \frac{\Delta}{\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{\tau}}.$$

Таким образом, вероятность появления аномального скачка фазы $W_\Delta(L)$ в некоторой точке элементарного интервала Δ с учетом независимости вероятностей W_1 и W_2 составляет

$$W_\Delta(L) \approx \frac{\Delta}{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{\tau}} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{A}{\sqrt{\alpha N_0/2}} \right) \right]. \quad (4)$$

Что же касается вероятности появления скачка фазы на интервале $T = 1/2F$, то, в силу независимости событий на отдельных подинтервалах Δ , она будет равна сумме вероятностей (4). Число слагаемых составляет $T/\Delta = 1/2\Delta F$. Отсюда получаем окончательное выражение искомой вероятности аномального скачка фазы на $\pm 2\pi$ колебания в СФ:

$$W(L) \approx \frac{1}{4\pi F} \sqrt{\frac{\alpha}{\tau}} \times \\ \times \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{A}{\sqrt{\alpha N_0/2}} \right) \right]. \quad (5)$$

Это значение вероятности является приближенным. Оно справедливо при немодулированном ЧМ-сигнале, надпороговом режиме работы системы и шумах, распределение которых близко к нормальному.

Для обычного широкополосного ЧМ приемника с полосой высокочастотного тракта ΔF_i в соответствии с [3] имеем

$$W(L) \approx \frac{\Delta F_i}{4\sqrt{3}F} \times \\ \times \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{A}{\sqrt{\alpha N_0/2}} \right) \right]. \quad (6)$$

При наличии модуляции ЧМ сигнала значение $W(L)$ несколько возрастает, что подтверждает эксперимент [3]. Однако это увеличение

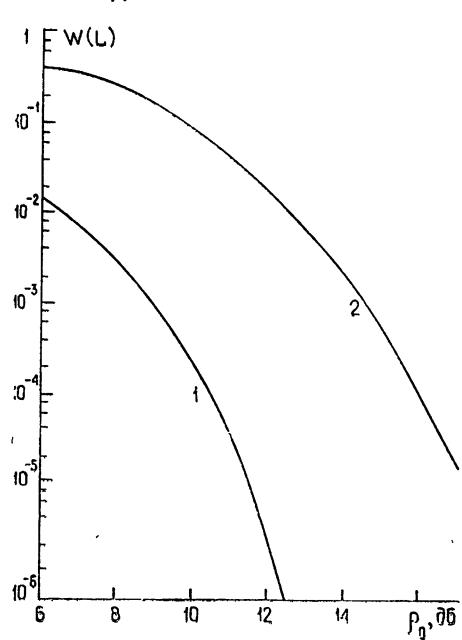


Рис. 2.

незначительно, поэтому можно считать, что (4) и (5) являются удовлетворительной оценкой аномальных ошибок. Их точность тем выше, чем меньше величина вероятности (меньше уровень входных шумов).

На рис. 2 приведены зависимости $W(L)$ в функции входного отношения сигнал/шум ρ_0 для СФ (кривая 1) и стандартного приемника (кривая 2), вычисленные по (5) и (6). При этом использовались параметры $\alpha = 10^5 \text{ Гц}$, $\tau = 2 \cdot 10^{-5} \text{ с}$, $\Delta F_i = 150 \text{ кГц}$, $F = 15 \text{ кГц}$. Рисунок позволяет оценить вероятности аномальных выбросов выходного напряжения для двух рассматриваемых приемников. В частности, пороговым значением ρ_0 ($10,5 \text{ дБ}$ для СФ и $15,5 \text{ дБ}$ для стандартного приемника) соответствуют вероятности $W(L)$ порядка 10^{-4} .

ЛИТЕРАТУРА

1. S. O. Rice, Noise in FM receivers. In Time Series Analysis, M. Rosenblatt, Ed., New York, Wiley, 1963.
2. Я. Г. Родионов, ЧМ радиоприем с обратным управлением, изд. Сов. радио, М., 1972.
3. Д. Возенкрафт, И. Джекобс, Теоретические основы техники связи, изд. Мир, М., 1969.
4. Я. Г. Родионов, Депонент ВИНИТИ № 5250—70 от 26.12.1972 г. (аннотация— в журнале «Радиотехника и электроника», 1973, т. 18, № 5).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
10 ноября 1974 г.

THE ESTIMATION OF PROBABILITY OF ANOMALOUS ERRORS (PHASE JUMPS ON $\pm 2\pi$) IN A FOLLOW-UP FILTER

Ya. G. Rodionov

An expression is found for the probability of appearance of phase jumps by $\pm 2\pi$ oscillations in a follow-up filter (which tuning is changed according to the FM signal dynamics) affected at a non-modulated input and fluctuation noises. The result is compared with the probability of phase jumps in a standard receiver with the frequency modulation.

УДК 621.396 27

ПРИМЕНЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ К АНАЛИЗУ СТОХАСТИЧЕСКИХ НЕЛИНЕЙНЫХ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ. II

Н. Н. Солин

Приводится модификация *i*-методики Митропольского на случай слабонелинейных колебательных систем с медленно флюктуирующими параметрами. Находятся технические флюктуации известной томсоновской автоколебательной системы с точностью до второго приближения. Получены критерии стохастической устойчивости установленного режима при достаточно широкополосных флюктуациях параметров генератора, и обнаружен эффект деформации (смещения) средней траектории предельного цикла при наличии флюктуаций параметров.

В первой части работы (см. [1]) мы рассмотрели применение *i*-методики Боголюбова к анализу сосредоточенных нелинейных систем с малыми широкополосными флюктуациями параметров и находящихся под воздействием малых естественных шумов. Вместе с тем имеется довольно широкий класс колебательных и автоколебательных систем, для которых необходим учет лишь медленных (так называемых фликкерных) флюктуаций их параметров. Для составления уравнений, описывающих поведение таких систем, в настоящее время применяется ряд методов: усредненный вариационный принцип Уитема [2], теория адиабатических инвариантов (см., например, [3]), метод усреднения, *i*—методика, модифицированная Митропольским для рассматриваемых систем и др. Все эти методы являются взаимосвязанными. Поэтому в настоящей работе мы ограничимся обсуждением возможности применения лишь модифицированной Митропольским *i*-методики для построения решения нелинейной динамической системы с медленно флюктуирующими параметрами. В качестве примера находятся характеристики томсоновского автогенератора с флюктуирующими параметрами с точностью до второго приближения.

1. ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ СЛАБОНЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ С МЕДЛЕННО ФЛЮКТУИРУЮЩИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Рассмотрим следующее нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее слабонелинейные колебания в одноступенчатой системе* с медленно (по отношению к периоду колебаний) флюктуирующими параметрами:

$$\frac{d}{dt} \left(a_1(\tau) \frac{dx}{dt} \right) + a_0(\tau) x = \mu F(\tau, x, \dot{x}), \quad (1)$$

где μ — малый параметр, $\tau = \mu t$ — «медленное» время, точка над x означает производную по текущему времени t , функция $\mu F(\tau, x, \dot{x})$ включает в себя малые нелинейности, малую диссипацию и т. д.

* Возможно также обобщение излагаемой методики и на случай многостепенных систем, если использовать результат гл. 4 [4, 5].

Для построения асимптотических рядов, аналогичных (3) из [1], в данном случае необходимо, чтобы коэффициенты уравнения (1) $a_1(\tau)$ и $a_0(\tau)$, а также функция $F(\tau, x, \dot{x})$ имели достаточное число производных по τ . Кроме того, для любых τ на интервале $0 \leq \tau \leq T$ (мы будем рассматривать колебательный процесс, описываемый уравнением (1), только на интервале времени $0 \leq t \leq T/\mu$) средние коэффициенты $\langle a_1(\tau) \rangle$ и $\langle a_0(\tau) \rangle$ должны быть не равными нулю и положительными.

Будем искать решение уравнения (1) в виде разложения

$$x(t) = R_1 \cos \psi + \sum_{k=1}^m \mu^k u_k(\tau, R_1, \psi), \quad (2)$$

в котором функции $u_k(\tau, R_1, \psi)$ являются периодическими функциями угла ψ с периодом 2π , а величины $R_1(t)$ и $\psi(t)$ как функции времени определяются следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{dR_1}{dt} &= \sum_{k=1}^m \mu^k A_k(\tau, R_1), \\ \frac{d\psi}{dt} &= \omega(\tau) + \sum_{k=1}^m \mu^k B_k(\tau, R_1), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\omega(\tau) = \sqrt{\frac{a_0(\tau)}{a_1(\tau)}}$ — «собственная» флукутирующая частота рассматриваемой колебательной системы. Таким образом, как и в [1], задача сводится к определению выражений для функций

$$u_1(\tau, R_1, \psi), \quad A_k(\tau, R_1), \quad B_k(\tau, R_1) \quad (k = 1, 2, \dots, m). \quad (4)$$

Аналогично [1] для однозначного определения функций, стоящих в правых частях уравнений (3), необходимо наложить дополнительные условия на функции $u_k(\tau, R_1, \psi)$. В качестве таких условий по-прежнему принимаем условия (5) из [1], записанные теперь относительно функций $u_k(\tau, R_1, \psi)$ и которые должны теперь выполняться для любых τ в интервале $0 \leq \tau \leq T$.

Для нахождения функций (4) продифференцируем вначале правую часть (2) с учетом (3) и подставим в уравнение (1), правую часть которого разложим в ряд Тейлора.

Приравнивая после этого коэффициенты при одинаковых степенях μ , получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} a_1(\tau) \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial \psi^2} + \omega^2(\tau) u_1 \right) &= f_0(\tau, R_1, \psi) + 2a_1(\tau) \omega_1(\tau) A_1 \sin \psi + \\ &+ 2a_1(\tau) \omega(\tau) R_1 B_1 \cos \psi + R_1 \sin \psi \frac{d[a_1(\tau) \omega(\tau)]}{d\tau}, \\ a_1(\tau) \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial \psi^2} + \omega^2(\tau) u_2 \right) &= f_1(\tau, R_1, \psi) + a_1(\tau) \left[2\omega(\tau) R_1 B_2 - \right. \\ &\left. - A_1 \frac{\partial A_1}{\partial R_1} + R_1 B_1^2 - \frac{\partial A_1}{\partial \tau} - \frac{da_1(\tau)}{d\tau} \frac{A_1}{a_1(\tau)} \right] \cos \psi + \\ &+ a_1(\tau) \left[2\omega(\tau) A_2 + 2A_1 B_1 + R_1 A_1 \frac{\partial B_1}{\partial R_1} + R_1 \frac{\partial B_1}{\partial \tau} + R_1 \frac{da_1(\tau)}{d\tau} \frac{B_1}{a_1(\tau)} \right] \sin \psi, \end{aligned} \quad (5)$$

Функции $f_0(\tau, R_1, \psi)$ и $f_1(\tau, R_1, \psi)$ при этом имеют следующие выражения:

$$\begin{aligned} f_0(\tau, R_1, \psi) &= F(\tau, R_1 \cos \psi, -\omega R_1 \sin \psi), \\ f_1(\tau, R_1, \psi) &= u_1 \frac{\partial F(\tau, x, \dot{x})}{\partial x} \Big|_0 + \left[A_1 \cos \psi - R_1 B_1 \sin \psi + \right. \\ &+ \left. \frac{\partial u_1}{\partial \psi} \omega(\tau) \right] \frac{\partial F(\tau, x, \dot{x})}{\partial x} \Big|_0 - a_1(\tau) \left[2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial \psi \partial \tau} + 2\omega(\tau) A_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial R_1 \partial \psi} + \right. \\ &+ \left. 2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial \psi^2} B_1 \omega(\tau) + \frac{\partial u_1}{\partial \psi} \frac{d\omega(\tau)}{d\tau} + \frac{\partial u_1}{\partial \psi} \frac{\omega(\tau)}{a_1(\tau)} \frac{da_1(\tau)}{d\tau} \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Далее, из первого уравнения системы (5), учитывая условия отсутствия первой гармоники в функции $u_1(\tau, R_1, \psi)$, находим

$$u_1(\tau, R_1, \psi) = a_1^{-1}(\tau) \sum_{k=2}^{\infty} \frac{G_k(\tau, R_1) \cos k\psi + H_k(\tau, R_1) \sin k\psi}{1 - k^2}, \quad (7)$$

где $G_k(\tau, R_1)$ и $H_k(\tau, R_1)$ — коэффициенты Фурье функции $f_0(\tau, R_1, \psi)$. Условие отсутствия первой гармоники в (7) дает нам следующие выражения для A_1 и B_1 :

$$\begin{aligned} A_1(\tau, R_1) &= -\frac{R_1}{2a_1(\tau)\omega(\tau)} \frac{d[a_1(\tau)\omega(\tau)]}{d\tau} - \frac{1}{2\pi a_1(\tau)\omega(\tau)} \times \\ &\times \int_0^{2\pi} f_0(\tau, R_1, \psi) \sin \psi d\psi, \end{aligned} \quad (8)$$

$$B_1(\tau, R_1) = -\frac{1}{2\pi a_1(\tau)\omega(\tau)R_1} \int_0^{2\pi} f_0(\tau, R_1, \psi) \cos \psi d\psi.$$

Таким образом, в первом приближении асимптотическое решение уравнения (1) следует искать в форме

$$x(t) = R_1(t) \cos \psi(t), \quad (9)$$

где R_1 и ψ должны быть определены из уравнений первого приближения

$$\begin{aligned} \frac{dR_1}{dt} &= \mu A_1(\tau, R_1), \\ \frac{d\psi}{dt} &= \omega(\tau) + \mu B_1(\tau, R_1), \end{aligned} \quad (10)$$

в которые вместо $A_1(\tau, R_1)$ и $B_1(\tau, R_1)$ необходимо подставить их выражения, определенные с помощью (8).

Для построения второго приближения необходимо найти выражения для $A_2(\tau, R_1)$ и $B_2(\tau, R_1)$, используя для этого условие отсутствия первой гармоники в функции $u_2(\tau, R_1, \psi)$. Исходя из уравнений (5), получаем для $A_2(\tau, R_1)$ и $B_2(\tau, R_1)$ следующие выражения:

$$A_2(\tau, R_1) = -\frac{1}{2\omega(\tau)} \left[A_1 B_1 \frac{\partial B_1}{\partial R_1} + R_1 \frac{\partial B_1}{\partial \tau} + 2A_1 B_1 + \right.$$

$$+ B_1 \frac{R_1}{a_1(\tau)} \frac{da_1(\tau)}{d\tau} \Big] - \frac{1}{2\pi a_1(\tau) \omega(\tau)} \int_0^{2\pi} f_1(\tau, R_1, \psi) \sin \psi d\psi,$$

$$B_2(\tau, R_1) = \frac{1}{2\omega(\tau) R_1} \left[A_1 \frac{\partial A_1}{\partial R_1} + \frac{\partial A_1}{\partial \tau} - R_1 B_1^2 + \frac{A_1}{a_1(\tau)} \frac{da_1(\tau)}{d\tau} \right] - (11)$$

$$- \frac{1}{2\pi a_1(\tau) \omega(\tau) R_1} \int_0^{2\pi} f_1(\tau, R_1, \psi) \cos \psi d\psi.$$

Функции $A_1(\tau, R_1)$, $B_1(\tau, R_1)$, $A_2(\tau, R_1)$ и $B_2(\tau, R_1)$ имеют здесь тот же смысл, что и соответствующие функции, полученные в [1].

Решение уравнения (1) во втором приближении имеет, таким образом, следующий вид:

$$x(t) = R_1 \cos \psi + \mu u_1(\tau, R_1, \psi), \quad (12)$$

где R_1 и ψ находятся из уравнений второго приближения

$$\frac{dR_1}{dt} = \mu A_1(\tau, R_1) + \mu^2 A_2(\tau, R_1); \quad (13)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega(\tau) + \mu B_1(\tau, R_1) + \mu^2 B_2(\tau, R_1),$$

а функции A_1 , B_1 , A_2 и B_2 определяются выражениями (8) и (11) соответственно.

Аналогичным способом строятся и последующие приближения.

Таким образом, в результате вычислений мы получаем систему уравнений (3) с функциями $A_k(\tau, R_1)$ и $B_k(\tau, R_1)$ ($k=1, 2, \dots, m$) в правых частях, вид которых нам теперь известен. Далее из полученной системы (3) необходимо найти статистические характеристики анализируемых колебаний, для чего могут быть использованы следующие методы.

1) Можно положить вначале флюктуации параметров равными нулю и найти из системы (3) динамические характеристики невозмущенной флюктуацией системы (амплитуды колебаний, поправки к их частотам, провести исследование устойчивости движения, его изохронности и т. д.). Тогда в окрестности детерминированной траектории возмущенное флюктуациями движение при малых флюктуациях параметров может быть линеаризовано с помощью известной геории возмущений, причем ряды теории возмущений здесь строятся именно по малому случайному параметру. Затем в зависимости от величины флюктуаций параметров можно либо ограничиться первым членом полученного ряда возмущений, либо учесть большее число его членов, используя для этого современные методы теории возмущений*, применяемые для анализа линейных систем с флюктуирующими параметрами: метод селективного суммирования рядов теории возмущений (см., например, [6] и библиографию к [6]) или алгебраические методы статистической теории возмущений (см. обзор [7] и библиографию к [7]).

2) Кроме того, для непосредственного определения из (3) статистических характеристик анализируемых колебаний возможно также при-

* Заметим, что все эти методы могут быть также применены (и в ряде случаев с еще большим успехом) при анализе влияния широкополосных флюктуаций параметров исследуемых систем, рассмотренном нами в [1].

менение различных функциональных методов (см., например, [6; 8, 9]). Исследование колебательных систем с флюктуирующими параметрами необходимо всегда дополнять анализом их стохастической устойчивости.

2. ПРИМЕР. РАСЧЕТ ТЕХНИЧЕСКИХ ФЛЮКТУАЦИЙ ТОМСОНОВСКОГО АВТОГЕНЕРАТОРА, ОБУСЛОВЛЕННЫХ ФЛЮКТУАЦИЯМИ НЕКОТОРЫХ ПАРАМЕТРОВ ЕГО СХЕМЫ, С ТОЧНОСТЬЮ ДО μ^2

Найденные в [1] предельные величины дисперсии естественных амплитудных флюктуаций автоколебаний $\langle \alpha^2 \rangle$ и его естественной ширины спектральной линии $\Delta\Omega_1$ не достигаются на практике, как известно, из-за влияния флюктуаций параметров схемы автогенератора. Поэтому как с точки зрения оценки указанного влияния флюктуаций параметров, так и в качестве примера применения изложенной выше методики мы рассмотрим воздействие на автокоцеление генератора флюктуаций коэффициента взаимоиндукции $M(\tau)$, флюктуаций емкости $C(\tau)$ * и флюктуаций сопротивления потерь $r_c(\tau)$ (см. рис. 1 в [1]). Собственными шумами схемы мы здесь пренебрегаем.

Тогда при тех же предположениях, что и в [1], относительно характера колебаний рассматриваемого генератора для тока в контуре $J(t) = x(t)$ нетрудно получить следующее уравнение движения:

$$\frac{d}{dt} \left[(1 + \delta C) \frac{dx}{dt} \right] + \omega_1^2 x = \mu F \left(\tau, x, \frac{dx}{dt} \right), \quad (14)$$

где

$$\omega_1^2 = (LC)^{-1}, \quad \mu = \omega_1 r_1 C = \frac{1}{Q}, \quad r_1 = r + r_c,$$

$$\begin{aligned} F(\tau, x, \dot{x}) &= (g - h_1 \dot{x}^2) \dot{x} - \omega_1 \dot{x} \delta C - \omega_1 x \frac{d}{dt} \delta C - \omega_1 k \dot{x} \delta r_c - \\ &- \omega_1 k x \frac{d}{dt} \delta r_c + (g + \omega_1 - h_1 \dot{x}^2) \dot{x} \delta M, \end{aligned}$$

$$g = \omega_1 \left(\frac{MS}{r_1 C} - 1 \right) = \omega_1 \varepsilon, \quad h_1 = \beta_0 \omega_1 \frac{MS}{r_1 C}, \quad k = \frac{Q}{Q_c}, \quad Q_c = \frac{\omega_1 L}{r_c},$$

$$C(\tau) = C [1 + \delta C(\tau)], \quad r_c(\tau) = r_c [1 + \delta r_c(\tau)], \quad C = \langle C(\tau) \rangle,$$

$$r_c = \langle r_c(\tau) \rangle, \quad M(\tau) = M [1 + \delta M(\tau)], \quad M = \langle M(\tau) \rangle,$$

$$\delta C(\tau) = \frac{\Delta C(\tau)}{C}, \quad \delta r_c(\tau) = \frac{\Delta r_c(\tau)}{r_c}$$

— относительные флюктуации емкости и сопротивления конденсатора контура генератора, которые предполагаются независимыми, $\delta M(\tau) = \frac{\Delta M(\tau)}{M}$ — относительные флюктуации коэффициента взаимоиндукции $M(\tau)$, знак $\langle \rangle$ означает среднее статистическое. Остальные обозначения см. в [1].

При выводе (14) мы для простоты предположили, что $\langle \delta C(\tau) \rangle =$

* Здесь частично использованы некоторые результаты работы [10], в которой до второго приближения включительно произведен расчет флюктуаций аналогичной ламповой схемы, обусловленных флюктуациями емкости $C(\tau)$ и крутизны $S(\tau)$ (последние мы здесь вообще не учитываем).

$= \langle \delta r_c(\tau) \rangle = \langle \delta M(\tau) \rangle = 0$, что, вообще говоря, справедливо лишь при симметричном (например, гауссовом) распределении флюктуаций соответствующих параметров. При выводе уравнения (14) мы пренебрегли также величиной $\frac{d}{dt} \left[J_k \frac{\omega_1}{Q_c} + \delta C(\tau) + \delta r_c(\tau) \right]$ по сравнению с $\omega_1^2 J_k$ как величиной более высокого порядка малости (т. е. считается, что $Q_c \gg 1$).

Используя выражения (7) и (8), находим для уравнения (14) следующие функции первого приближения $u_1(\tau, R_1, \psi)$, $A_1(\tau, R_1)$ и $B_1(\tau, R_1)$:

$$u_1(\tau, R_1, \psi) = \frac{1}{32} \omega_1 h_1 R_1^3 \sin 3\psi; \quad (15a)$$

$$\begin{aligned} A_1(\tau, R_1) &= \frac{R_1}{2} \left(g - \frac{3}{4} \omega_1^2 h_1 R_1^2 \right) - \frac{R_1}{2} \left(g + \omega_1 - \frac{3}{2} \omega_1^2 h_1 R_1^2 \right) \delta C - \\ &- \frac{R_1}{4\mu} \frac{d}{dt} \delta C - \frac{\omega_1}{2} R_1 k \delta r_c + \frac{R_1}{2} \left(g + \omega_1 - \frac{3}{4} \omega_1^2 h_1 R_1^2 \right) \delta M, \quad (15b) \\ B_1(\tau, R_1) &= \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\delta C + k \delta r_c). \end{aligned}$$

Далее, согласно (11), находим функции второго приближения:

$$\begin{aligned} A_2(\tau, R_1) &= -\frac{3}{8} \omega_1 h_1 R_1^3 \frac{d}{dt} (\delta C + k \delta r_c), \\ B_2(\tau, R_1) &= -\frac{1}{8\omega_1} \left(g^2 - \frac{9}{32} \omega_1^4 h_1^2 R_1^4 \right) + \frac{1}{2} \left[g + \frac{3}{4\omega_1} \left(g^2 - \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{3}{4} \omega_1^4 h_1^2 R_1^4 \right) \right] \delta C + \frac{9\mu}{32} \omega_1 h_1 R_1^3 \frac{d}{dt} \delta C + \frac{1}{4} g k \delta r_c - \frac{k}{4\mu} \frac{d}{dt} \delta r_c - \\ &- \frac{1}{4} \left(g + \frac{g^2}{\omega_1} - \frac{9}{32} \omega_1^4 h_1^2 R_1^4 \right) \delta M + \frac{1}{4\mu\omega_1} \left(g + \omega_1 - \frac{3}{4} \omega_1^2 h_1 R_1^2 \right) \frac{d}{dt} \delta M. \quad (16) \end{aligned}$$

Таким образом, решение уравнения (14) во втором приближении будет иметь вид (12), в котором функция $u_1(\tau, R_1, \psi)$ имеет выражение (15 а), а $R_1(t)$ и $\psi(t)$ определяются из уравнений (13), в которых функции $A_1(\tau, R_1)$, $B_1(\tau, R_1)$ и $A_2(\tau, R_1)$, $B_2(\tau, R_1)$ имеют вид (15 б) и (16) соответственно. При этом для случая малых флюктуаций $C(\tau)$ ($\langle \delta C^2(\tau) \rangle \ll 1$) частота $\omega_1(\tau)$ в (13) может быть представлена в виде $\omega_1(\tau) \approx \omega_1 [1 - (1/2) \delta C(\tau)]$, где $\omega_1 = \langle \omega_1(\tau) \rangle$.

Сравнивая между собой (15 б) и (16), можно видеть, что на частотные флюктуации анализируемого автоколебания в первом приближении, помимо флюктуаций емкости $C(\tau)$, оказывают влияние также быстрые флюктуации сопротивления потерь $r_c(\tau)$, а флюктуации коэффициента взаимоиндукции $M(\tau)$ начинают обнаруживаться лишь при достаточной их интенсивности во втором приближении. Нахождение второго приближения $A_2(\tau, R_1)$ позволяет также уточнить влияние быстрых флюктуаций емкости $C(\tau)$ и сопротивления $r_c(\tau)$ на амплитудные флюктуации автоколебания. Заметим, что быстрые флюктуации $r_c(\tau)$ в первом приближении на них влияния не оказывали.

Из уравнений (13) с учетом выражений (15 б) и (16) легко найти вначале динамические характеристики рассматриваемого автогенератора — амплитуду первой гармоники установившихся колебаний R_1^0 и поправку к частоте $\Delta\omega_0$, положив флюктуации параметров равными нулю:

$$R_1^0 = \frac{2}{\omega_1} \sqrt{\frac{g}{3h_1}}, \quad \Delta\omega_0 = \frac{\mu^2}{16} \frac{g^2}{\omega_1}. \quad (17)$$

Если теперь предположить малость относительных флюктуаций параметров $\langle (\delta C)^2 \rangle, \langle (\delta r_c)^2 \rangle, \langle (\delta M)^2 \rangle \ll 1$, из чего сразу следует малость относительных амплитудных флюктуаций $\alpha(t) \left(\langle \alpha^2 \rangle \ll 1, \text{ где } \alpha(t) = \frac{\Delta R_1(t)}{R_1^0} \right)$, то уравнения (13) легко линеаризуются и в первом приближении теории возмущений при этом получаются следующие флюктуационные уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} &= -p\alpha + f_1(\tau)\alpha + f_1(\tau), \\ \gamma(t) = \frac{d\phi}{dt} &= -q\alpha + f_2(\tau)\alpha + f_2(\tau), \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} p &= \mu\epsilon\omega_1, \quad q = -\frac{1}{4}\mu^2\epsilon^2\omega_1, \quad \omega_0 = \omega_1 + \Delta\omega_0, \\ f_1(\tau) &= -\frac{\mu}{2}\omega_1(1-\epsilon)\delta C - \frac{1}{4}(1+2\mu^2\epsilon)\frac{d}{dt}\delta C - \frac{\mu}{2}\omega_1 k \delta r_c - \\ &\quad - \frac{1}{2}\mu^2\epsilon k \frac{d}{dt}\delta r_c + \frac{\mu}{2}\omega_0 \delta M, \\ f_2(\tau) &= -\frac{\omega_0}{2}(1-\mu^2\epsilon)\delta C + \frac{\mu}{2}(1+3\epsilon)\frac{d}{dt}\delta C + \frac{\mu^2\epsilon}{4}\omega_1 k \delta r_c + \\ &\quad + \frac{\mu}{4}\frac{d}{dt}\delta M - \frac{1}{8}\mu^2\epsilon(2+\epsilon)\delta M. \end{aligned}$$

В отличие от случая естественных флюктуаций анализируемой системы, рассмотренного в [1], здесь можно заметить, что уровень возбуждения генератора в некоторых случаях не оказывает влияния на вклад флюктуаций параметров схемы во флюктуации автоколебания (например, в $f_1(\tau)$ параметр превышения ϵ не входит в коэффициенты, стоящие перед $\delta r_c(\tau)$ и $\delta M(\tau)$).

При анализе технических флюктуаций в автоколебательных системах величинами $f_1(\tau)\alpha$ и $f_2(\tau)\alpha$ в уравнениях (18) обычно пренебрегают (см. [1] и библиографию к [1]), что, как нетрудно видеть, возможно в том случае, если $\langle f_1^2(\tau) \rangle \ll p^2$ и $\langle f_2^2(\tau) \rangle \ll q^2$. Пренебрежем вначале ими и мы. Рассмотрим подробнее, что в таком случае дало применение рассмотренной здесь μ -методики в модификации Митропольского по сравнению с μ -методикой, изложенной в [1], в случае, например, амплитудных флюктуаций, обусловленных флюктуациями одной лишь емкости $C(\tau)$.

Можно показать, что применение μ -методики и формы записи уравнения движения генератора, описанных в [1], дает в этом случае во втором приближении приблизительно те же результаты, что и (18). Вместе с тем результаты, полученные обоими методами в первом приближении, различаются между собой значительно. Это обстоятельство было уже отмечено нами ранее в [12], где, однако, оно подробно не обсуждалось.

Как уже указывалось в [1], применение *u*-методики и метода усреднения дает в первом приближении одно и то же. Поэтому можно здесь сравнить флюктуационное уравнение для $\alpha(t)$, полученное из (13) с учетом лишь (15 б),

$$\dot{\alpha} = -p\alpha + \frac{\mu}{2}(g - \omega_0)\delta C - \frac{1}{4} \frac{d}{dt}\delta C, \quad (19)$$

с флюктуационным уравнением

$$\dot{\alpha} = -p\alpha - \frac{\mu}{2}\omega_1\delta C - \frac{1}{2} \frac{d}{dt}\delta C, \quad (20)$$

полученным в первом приближении методом усреднения в [11] (см. (6.3.10) в [11]).

Можно заметить, что в (19) появился добавочный член $\frac{\mu}{2}g\delta C(\tau)$, а перед $\frac{d}{dt}\delta C(\tau)$ стоит в два раза меньший коэффициент, по сравнению с коэффициентом при соответствующем члене в (20). Для объяснения этого различия выпишем, придерживаясь принятых нами обозначений, уравнение исследуемого автогенератора, которое использовалось в [11] для получения флюктуационного уравнения (20) (см. (6.1.7), (6.3.5) и (6.3.6) в [11]):

$$\ddot{x} + \omega_1^2 x = \mu F(\tau, x, \dot{x}), \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} \mu F(\tau, x, \dot{x}) = & \mu(g - h_1\dot{x}^2)\dot{x} + \omega_1^2 x\delta C - \dot{x} \frac{d}{dt}\delta C - \\ & - \mu(g - \omega_0 - h_1\dot{x}^2)x\delta C - \mu x\omega_1 \frac{d}{dt}\delta C. \end{aligned}$$

Члены правой части этого уравнения имеют различный порядок малости по μ . Поэтому полученное из (21) в первом приближении флюктуационное уравнение (20) учитывает не все члены, в то время как форма записи уравнения движения генератора (14) с последующим применением *u*-методики в модификации Митропольского позволила получить здесь в первом приближении более точный результат.

Перейдем к анализу устойчивости системы (18). Если по-прежнему пренебречь величинами $f_1(\tau)\alpha$ и $f_2(\tau)\alpha$, то поведение системы флюктуационных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} + p\alpha &= f_1(\tau), \\ \frac{d\varphi}{dt} + q\alpha &= f_2(\tau) \end{aligned} \quad (22)$$

будет целиком определяться характером флюктуационных сил $f_1(\tau)$ и $f_2(\tau)$. При стационарных флюктуациях $f_1(\tau)$ и $f_2(\tau)$ случайные процессы $\alpha(t)$ и $\varphi(t)$ при достаточно больших t также можно приближен-но считать стационарными и система будет устойчива (а моменты $\langle \alpha^n(t) \rangle$ и $\langle \varphi^n(t) \rangle$ будут ограниченными). В случае несимметричного распределения стационарных флюктуаций $f_1(\tau)$ и $f_2(\tau)$ в рассматрива-

емом приближении возможно лишь смещение предельного цикла на постоянную величину $\langle \alpha \rangle_{t>1/p} = \frac{\langle f_1(\tau) \rangle}{p}$. При нестационарных (например, фликкерных) флуктуациях $f_1(\tau)$ и $f_2(\tau)$ случайные функции $\alpha(t)$ и $\varphi(t)$ также будут нестационарными и система (22) будет неустойчивой, поскольку, как известно, моменты $\langle \alpha^n(t) \rangle$ и $\langle \varphi^n(t) \rangle$ будут теперь зависеть от времени. Если $\langle f_1(\tau) \rangle = \langle f_2(\tau) \rangle = 0$ и распределение $f_1(\tau)$ и $f_2(\tau)$ является симметричным (например, гауссовым), то все нечетные моменты случайных процессов $\alpha(t)$ и $\varphi(t)$ * будут равны нулю, и неустойчивость решения (22) приведет лишь к «расплыванию» площади местоположения изображающей точки симметрично относительно неподвижной траектории невозмущенного предельного цикла. Если же распределение нестационарных флуктуаций параметров (а следовательно, и распределение флуктуационных сил $f_1(\tau)$ и $f_2(\tau)$) несимметрично, то $\langle \alpha(t) \rangle \neq 0$ (и $\langle \varphi(t) \rangle \neq 0$), и среднее местоположение предельного цикла также станет неустойчивым. Произойдет так называемое «возмущение» предельного цикла флуктуациями параметров системы.

Если флуктуации параметров системы являются настолько интенсивными, что нельзя пренебречь в уравнениях (18) величинами $f_1(\tau)\alpha$, $f_2(\tau)\alpha$ (по сравнению с $p\alpha$ и $q\alpha$ соответственно), то анализ их устойчивости несколько усложняется.

Пусть спектральная плотность мощности флуктуаций параметров $\lambda_k(t)$ имеет вид $S_{\lambda_k}(\Omega) = \frac{D_{\lambda_k} a_k^2}{a_k^2 + \Omega^2}$. (Таким образом, функции $f_1(\tau)$ и $f_2(\tau)$ имеют — в квазистатическом приближении — аналогичный вид спектральных плотностей, например, для функции $f_1(\tau)$ спектральная плотность мощности имеет вид $S_{f_1}(\Omega) = \frac{D_{f_1} a^2}{a^2 + \Omega^2}$.) Тогда для случая медленных (по сравнению с периодом автоколебаний), но достаточно широкополосных гауссовых флуктуаций параметров системы (т. е. таких, что $p, q \ll a_k \ll \omega_0$ для всех k), можно воспользоваться приближением так называемого диффузионного случайного процесса и применить для решения задачи хорошо разработанный аппарат марковских случайных процессов (см., например, применение этого аппарата для анализа устойчивости систем с флуктуирующими параметрами в [13, 14]).

Поскольку первое уравнение системы (18) не зависит от второго, то его можно рассмотреть отдельно. Для случая $\langle f_1(\tau) \rangle = 0$ в приближении диффузионного случайного процесса будем иметь следующее уравнение Эйнштейна — Фоккера — Планка (ЭФП) для плотности вероятности амплитудных флуктуаций $W_1(\alpha, t)$, соответствующее первому уравнению системы (18) (ср. с (9.4) [14]):

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_1(\alpha, t)}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} \left\{ \left[\left(p - \frac{1}{2} D_{f_1} \right) \alpha + \frac{1}{2} D_{f_1} \right] W_1(\alpha, t) \right\} + \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} \{ [D_{f_1} \alpha^2 - 2D_{f_1} \alpha - D_{f_1}] W_1(\alpha, t) \}. \end{aligned} \quad (23)$$

В установившемся режиме $\frac{\partial W_1(\alpha, t)}{\partial t} = 0$ и из уравнения (23) легко получается уравнение Пирсона (см. [15]) для стационарной плотности вероятности $W_{1 \text{ ст}}(\alpha)$ (ср. с (9.5) [14]):

* Заметим, что в данном случае при гауссовых флуктуациях параметров генератора случайные процессы $\alpha(t)$ и $\varphi(t)$ будут также гауссовыми.

$$\frac{D_{f_1}}{2} (\alpha^2 - 2\alpha + 1) \frac{dW_{1\text{ct}}(\alpha)}{d\alpha} + \left[\left(p + \frac{1}{2} D_{f_1} \right) \alpha - \frac{3}{2} D_{f_1} \right] W_{1\text{ct}}(\alpha) = 0, \quad (24)$$

после решения которого получается функция распределения

$$W_{1\text{ct}}(\alpha) = W_0 \exp \left[\ln |D_{f_1}(\alpha^2 - 2\alpha + 1)|^{-p/D_{f_1} - 1/2} - \frac{2p}{\sqrt{D_{f_1}^2 - D_{f_1}}} \operatorname{arctg}(\alpha - 1) \sqrt{\frac{D_{f_1}}{D_{f_1} - 1}} \right], \quad (25)$$

где $W_0 = \text{const.}$

Как нетрудно видеть, функция распределения $W_{1\text{ct}}(\alpha)$ (25) может существенно отличаться от кривой Гаусса, что является характерным для систем, описываемых уравнениями типа (18). Так как обычно в автоколебательном режиме $p > 0$ и, кроме того, также $D_{f_1} > 0$, то функция $W_{1\text{ct}}(\alpha)$ (25) будет иметь максимум, смещенный в область отрицательных значений α . С физической точки зрения эта деформация кривой распределения (и смещение ее максимума) может быть объяснена наличием в системах, описываемых уравнениями типа (18), эффекта «синхронного детектирования».

Зная плотность вероятности $W_{1\text{ct}}(\alpha)$ (25), легко найти моменты $\langle \alpha^n(t) \rangle$. В частности, умножая $W_{1\text{ct}}(\alpha)$ на $\alpha(t)$ и интегрируя от $-\infty$ до $+\infty$ по α , можно получить следующее выражение для первого момента $\langle \alpha \rangle$ в установившемся режиме (и, таким образом, величину уменьшения размеров предельного цикла):

$$\langle \alpha \rangle = - \frac{D_{f_1}}{p - (1/2) D_{f_1}}.$$

Однако при достаточно интенсивных флуктуациях параметров (в пределах рассматриваемого нами первого — линейного — приближения теории возмущений) установившегося режима может и не существовать. Нетрудно показать (см., например, [14]), что параметрическое возмущение средних размеров предельного цикла произойдет при $p < \frac{D_{f_1}}{2}$. Второй момент $\langle \alpha^2(t) \rangle$ будет неустойчив при $p < D_{f_1}$. В установившемся режиме (при $p > D_{f_1}$) $\langle \alpha^2 \rangle = \frac{p + D_{f_1}^2}{2(p - D_{f_1})^2}$.

По-видимому, если $\frac{D_{f_1}}{2} < p < D_{f_1}$, то система будет иметь устойчивую среднюю траекторию предельного цикла, в то время как нестационарность второго момента приведет к «расплыванию» площади местоположения изображающей точки относительно этой средней траектории. Для случаев других моментов $\langle \alpha^n(t) \rangle$ условия стохастической устойчивости системы будут еще более жесткими: $p > \frac{n}{2} D_{f_1}$.

В установившемся режиме можно получить (см., например, [14]) следующее рекуррентное соотношение между начальными моментами:

$$\langle \alpha^n \rangle = \frac{(n-1)D_{f_1}^n \langle \alpha^{n-2} \rangle - (2n-1)D_{f_1} \langle \alpha^{n-1} \rangle}{2p - nD_{f_1}}.$$

Поскольку $W_{1\text{ст}}(\alpha)$ (25) отлична от кривой Гаусса, то полезно знать также выражения для кумулянтов κ_n в установившемся режиме:

$$\kappa_1 = \langle \alpha \rangle, \quad \kappa_2 = \langle \alpha^2 \rangle - \kappa_1^2 = \frac{D_{f_1}(p + (1/2)D_{f_1})}{2(p - (1/2)D_{f_1})^2},$$

$$\kappa_3 = \langle \alpha^3 \rangle - 3\langle \alpha \rangle \langle \alpha^2 \rangle + 2\langle \alpha \rangle^3 = -\frac{D_{f_1}^3}{4(p - (1/2)D_{f_1})} \text{ и т. д.}$$

Для случая исследования устойчивости системы (18) при гауссовых и негауссовых стационарных и нестационарных фликкерных флуктуациях параметров возможно обобщение работы [15], которое будет проведено нами в другой статье.

Исследовав вопросы устойчивости, можно решать далее различные задачи статистической радиофизики. Мы здесь рассмотрим лишь две из них, практически важные, на наш взгляд: задачу об измерении флуктуаций параметров конденсаторов по флуктуациям автоколебания генератора и известную задачу о стабилизации частоты автоколебательной системы путем охлаждения ее резонатора.

Рассмотрим первую задачу.

1) Измерение флуктуаций параметров конденсатора обычно производится при нормальных условиях. Поэтому для обычного LC -автогенератора должны выполняться следующие неравенства: $\mu^2 \varepsilon \ll 1$, $\frac{\mu}{2}(1 + 3\varepsilon) \frac{d}{dt} \delta C \ll \omega_0 \delta C$.

Принимая это во внимание и полагая $\delta M(\tau) \equiv 0$, перепишем флуктуационные силы $f_1(\tau)$ и $f_2(\tau)$ в следующем виде:

$$\begin{aligned} f_1(\tau) &= \frac{1}{2} \mu \omega_0 \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_0} \varepsilon \right) \delta C - \frac{1}{4} \frac{d}{dt} \delta C - \frac{\mu}{2} \omega_0 k \delta r_c, \\ f_2(\tau) &= -\frac{\omega_0}{2} \delta C + \frac{\mu}{4} k \frac{d}{dt} \delta r_c. \end{aligned} \tag{26}$$

Из флуктуационных уравнений (18) (в предположении, что $\langle f_1^2(\tau) \rangle \ll p^2$, $\langle f_2^2(\tau) \rangle \ll q^2$) находим выражения для спектральных плотностей амплитудных, частотных и амплитудно-частотных флуктуаций (корреляцией между $C(\tau)$ и $r_c(\tau)$ для упрощения можно здесь пренебречь):

$$S_a(\Omega) = \frac{S_{f_1}(\Omega)}{p^2 + \Omega^2}, \quad S_v(\Omega) = q^2 S_a(\Omega) + S_{f_2}(\Omega) - 2q S_{af_2}^0(\Omega), \tag{27}$$

$$S_{av}^0(\Omega) = -q S_a(\Omega) + S_{af_2}^0(\Omega), \quad S_{av}^1(\Omega) = S_{af_2}^1(\Omega),$$

где

$$S_{f_1}(\Omega) = \frac{\mu^2}{4} \left[\omega_0^2 \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_0} \varepsilon \right)^2 + \left(\frac{\Omega}{2\mu} \right)^2 \right] S_{\delta C}(\Omega) + \left(\frac{\mu \omega_0 k}{2} \right)^2 S_{\delta r_c}(\Omega),$$

$$S_{f_2}(\Omega) = \frac{\omega_0^2}{4} S_{\delta C}(\Omega) + \left(\frac{\mu \Omega k}{2} \right)^2 S_{\delta r_c}(\Omega),$$

$$S_{af_2}^0(\Omega) = \frac{pS_{f_1f_2}^0(\Omega) + \Omega S_{f_1f_2}^1(\Omega)}{p^2 + \Omega^2},$$

$$S_{af_2}^1(\Omega) = \frac{pS_{f_1f_2}^1(\Omega) - \Omega S_{f_1f_2}^0(\Omega)}{p^2 + \Omega^2}$$

($S_{f_1f_2}^0(\Omega)$ и $S_{f_1f_2}^1(\Omega)$ здесь не выписываются, так как в дальнейшем их выражения не используются).

Если ширина спектров $S_{\delta C}(\Omega)$ и $S_{\delta r_c}(\Omega)$ много меньше Π и $\varepsilon\Pi$, то $S_a(\Omega)$ и $S_v(\Omega)$ в (27) примут вид (для простоты здесь взят случай $q \approx 0$)

$$\begin{aligned} S_a(\Omega) &\approx \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)^2 S_{\delta C}(\Omega) + \frac{1}{4} \Pi^2 k^2 S_{\delta r_c}(\Omega), \\ S_v(\Omega) &= \left(\frac{\omega_0}{2}\right)^2 S_{\delta C}(\Omega) + \left(\frac{\Omega k}{2\omega_0}\right)^2 S_{\delta r_c}(\Omega). \end{aligned} \quad (28)$$

Заметим, что первая формула (28), относящаяся, по сути дела, к квазистатическим флуктуациям, может быть получена непосредственно из выражения амплитуды установившихся колебаний (17). Из (28) следует, что при $\varepsilon \approx 1$ ($MS \approx 2r_1C$) квазистатические амплитудные флуктуации, обусловленные флуктуациями $C(\tau)$, обращаются в нуль. Это обстоятельство позволяет предложить следующую стратегию измерения флуктуаций параметров конденсаторов.

Настраивая схему так, чтобы $\varepsilon \approx 1$, можно исключить в рассматриваемом приближении влияние флуктуаций емкости $C(\tau)$ на амплитудные флуктуации автоколебания и, тем самым, измерить по ним вначале спектр флуктуаций потерь конденсатора $S_{\delta r_c}(\Omega)$. А затем (после измерения частотных флуктуаций генератора) этот спектр можно учесть при расчетах спектральной плотности флуктуаций емкости конденсатора, полученной из второй формулы системы (28).

2) Рассмотрим теперь вопрос о влиянии флуктуаций коэффициента взаимоиндукции $M(\tau)$ на стабильность автоколебания.

Как было показано в [1], при охлаждении частотозадающего LC -контура генератора оптимальный коэффициент M^{opt} становится очень малой величиной. В то же время величина $\sqrt{\langle (\Delta M(t))^2 \rangle}$ должна оставаться много меньше, чем $\langle M(t) \rangle$ (при любом t), для того чтобы выполнялись вышеуказанные условия стохастической устойчивости.

При малых флуктуациях коэффициента $M(\tau)$ ($\langle (\Delta M)^2 \rangle \ll 1$, $\langle f_1^2(\tau) \rangle \ll p^2$, $\langle f_2^2(\tau) \rangle \ll q^2$) можно получить из уравнений (18) систему флуктуационных уравнений, в которой случайные функции $f_1(\tau)$ и $f_2(\tau)$ имеют следующий вид:

$$f_1(\tau) = \mu \frac{\omega_0}{2} \delta M(\tau), \quad (29)$$

$$f_2(\tau) = \frac{\mu}{4} \frac{d}{dt} \delta M(\tau) - \frac{\mu^2 \varepsilon}{8} (2 + \varepsilon) \omega_1 \delta M(\tau).$$

Далее обычными методами спектрально-корреляционной теории нетрудно получить следующие выражения для спектральных плотностей амплитудных и частотных флуктуаций:

$$S_a(\Omega) = \frac{1}{4} \frac{\Pi^2}{p^2 + \Omega^2} S_{\delta M}(\Omega), \quad (30)$$

$$S_v(\Omega) = \frac{\mu^2}{16} \left\{ \frac{p^2}{4} \left[\frac{p^2(\varepsilon + 1)^2 + [4 + (\varepsilon + 2)^2] \Omega^2}{p^2 + \Omega^2} \right] + \Omega^2 \right\} S_{\delta M}(\Omega).$$

Рассмотрим пример стационарных флюктуаций коэффициента $M(t)$, со спектральной плотностью

$$S_{\delta M}(\Omega) = \frac{\langle (\delta M)^2 \rangle}{\pi a} \frac{a^2}{a^2 + \Omega^2} \quad (31)$$

система (18) будет устойчива по моменту $\langle \alpha^2(t) \rangle$ при $p > \pi a \langle (\delta M)^2 \rangle$. Тогда для дисперсии амплитудных флюктуаций $\langle \alpha^2 \rangle$, обусловленных флюктуациями $M(t)$, и для ширины спектральной линии $\Delta\Omega_1$, в установленном режиме нетрудно найти с помощью известных преобразований (см. [11]) следующие выражения:

$$\begin{aligned} \langle \alpha^2 \rangle_{\delta M} &= \langle \alpha^2 \rangle_{0 \delta M} \frac{1}{\varepsilon(\varepsilon\Pi + a)}, \\ \Delta\Omega_{1 \delta M} &= \pi^2 S_v(0) = \Delta\Omega_{0 \delta M} \varepsilon^2 (\varepsilon + 1)^2, \end{aligned} \quad (32)$$

где

$$\langle \alpha^2 \rangle_{0 \delta M} = \frac{\Pi}{8} \langle (\delta M)^2 \rangle, \quad \Delta\Omega_{0 \delta M} = \mu^4 \frac{\pi \omega_0^2 \langle (\delta M)^2 \rangle}{64 a}.$$

Из (32) можно видеть, что ни функция $\langle \alpha^2 \rangle_{\delta M} = f'_1(\varepsilon)$, ни функция $\Delta\Omega_{1 \delta M} = f'_2(\varepsilon)$ в рассматриваемом приближении ни при каких ε минимума не достигают. Вместе с тем отметим, что при уменьшении величины параметра превышения ε до нуля* ширина спектральной линии генератора $\Delta\Omega_{1 \delta M}$, обусловленная флюктуациями $M(t)$, также уменьшается до нуля, в то время как дисперсия $\langle \alpha^2 \rangle_{\delta M}$ неограниченно возрастает.

Если непрерывно выполнять вышеуказанные условия стохастической устойчивости режима автоколебаний, то при охлаждении резонатора уменьшаются величины Π и μ , а вместе с ними и $\langle \alpha^2 \rangle_{\delta M}$ и $\Delta\Omega_{1 \delta M}$, обусловленные флюктуациями $M(t)$ (см. (32)).

Более сложный случай квазистойчивости автоколебаний при нестационарных флюктуациях $M(t)$ будет рассмотрен нами в другой работе.

Считаю своим приятным долгом поблагодарить Г. Н. Бочкова за обсуждение результатов и полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Н. Солин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 18, № 3, 371 (1975).
2. G. B. Whitham, J. Fluid Mech., 22, 273 (1965); Proc. Roy. Soc., A229, 6 (1967).
3. Н. Н. Моисеев, Асимптотические методы нелинейной механики, изд. Наука, М., 1969.
4. Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский, Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний, Физматгиз, М., 1963.
5. Ю. А. Митропольский, Проблемы асимптотической теории нестационарных колебаний, изд. Наука, М., 1964.
6. В. И. Татарский, Распространение волн в турбулентной атмосфере, изд. Наука, М., 1967.
7. Л. А. Апресян, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 17, № 2, 165 (1974).
8. В. И. Кляцкин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 16, № 11, 1629 (1973).

* Заметим, что вопрос о флюктуациях при приближении к порогу самовозбуждения генератора, когда величина $\alpha(t)$ становится одного порядка с R_0^0 , не может быть рассмотрен в рамках примененной нами здесь корреляционной теории.

9. Y. H. Ku, T. S. Lin, J. Franc. Inst., 292, № 5, 313 (1971).
10. А. Л. Фабрикант, Дипломная работа, ГГУ, Горький, 1970.
11. А. Н. Малахов, Флуктуации в автоколебательных системах, изд. Наука, М., 1968.
12. А. Н. Малахов, Н. Н. Солин, А. Л. Фабрикант, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 15, № 4, 557 (1972).
13. Р. З. Хасьминский, Устойчивость систем дифференциальных уравнений при случайных возмущениях их параметров, изд. Наука, М., 1969.
14. В. С. Пугачев, И. Е. Казаков, Л. Г. Евланов, Основы статистической теории автоматических систем, изд. Машиностроение, М., 1974.
15. В. И. Романовский, Математическая статистика, М.-Л., 1938.
16. Г. Н. Бочков, О. В. Музычук, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 14, № 3, 403 (1971).
17. С. М. Рытов, Введение в статистическую радиофизику, изд. Наука, М., 1966.

Куйбышевский государственный университет

Поступила в редакцию
2 июля 1974 г.

APPLICATION OF ASYMPTOTIC METHODS OF THE OSCILLATION THEORY
TO THE ANALYSIS OF STOCHASTIC NONLINEAR LUMPED OSCILLATING
SYSTEMS. II.

N. N. Solin

The modification of Mitropol'skii μ -methods is given for the case of weakly-nonlinear oscillating systems with slowly fluctuating parameters. Technical fluctuations of the well-known Thompson self-oscillating system are found with an accuracy of the second approximation. The criteria of stochastic stability of a steady-state regime are obtained for sufficiently broadband fluctuations of the oscillator parameters. The deformation (displacement) effect of the mean trajectory of the limit cycle in the presence of the parameter fluctuations is discovered.

УДК 535.4

РАСЧЕТ ДИФРАКЦИИ СВЕТА НА УЛЬТРАЗВУКЕ МЕТОДОМ ВОЗМУЩЕНИЙ

A. M. Мартынов, И. С. Мирер

Методом возмущений решается задача о дифракции света на ультразвуке. Особенность предлагаемой методики заключается в разложении полиномов от линейных дифференциальных операторов, через которые выражено решение, на сумму по степеням «элементарных» операторов, что позволяет получить ответ в аналитической форме. По полученным рекуррентным формулам на ЭВМ осуществлены расчеты амплитуд и фаз парциальных волн, отвечающих различным спектрам, и интенсивностей нулевого, первого и второго спектров и исследованы их зависимости от приведенного угла падения света и несущей частоты ультразвука.

Возобновившийся в последнее время интерес к изучению явления дифракции света и ультразвука стимулирован появлением оптико-акустических устройств модуляции светового излучения и обработки радиосигналов [¹⁻⁸]. Результаты дифракционных расчетов находят также применение в технике фазовой голографии [⁹]. Особый практический интерес представляют расчеты дифракции при значениях параметра Рамана—Ната $\nu_0 \gg 1$, где $\nu_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\Delta n}{n_0} Z$, Δn — максимальное изменение показателя преломления среды относительно среднего значения n_0 , λ — длина волны света, Z — толщина ультразвукового столба. Аналитические решения, описывающие интенсивности спектров при $\nu_0 \gg 1$, в настоящее время получены лишь для двух предельных случаев: $U \ll 1$ (упрощенная теория Рамана—Ната и теория Рытова) и $U \gg 1$ (режим брэгговской дифракции); волновой параметр $U = \frac{\pi \lambda Z}{\Lambda^2}$, где Λ — длина волн ультразвука [¹⁰⁻¹⁶]. Решение задачи о дифракции в промежуточном режиме $U \sim 1$ осуществлено для некоторых частных случаев [¹⁷⁻²⁰] численными методами. Методика численного расчета интенсивностей спектров, принятая в работе [¹⁸], предполагает разбиение возмущенной ультразвуком области на конечное число тонких слоев. Затем производятся вычисления последовательной дифракции по слоям в приближении упрощенной теории Рамана—Ната. Однако расчеты по этой методике требуют значительных затрат машинного времени. Конкретные результаты авторами получены только для случая нормального падения.

В работах [^{17, 19}] применяется более простая процедура расчетов, основанная на строгом брэгговском решении задачи через функции Матье [¹¹]. Интенсивности спектров рассчитываются путем фурье-анализа функций Матье. При таком подходе требование вычисления с высокой точностью функций Матье сочетается с необходимостью численного нахождения амплитуд их фурье-разложения, что связано с трудоемкой подготовительной работой.

Система дифференциальных уравнений Рамана—Ната для амплитуд дифракционных спектров решалась в работе [²⁰] численным методом до значений $\nu_0 \sim 6$. Известно [¹²], что дифракцию света на ультра-

звуке можно рассматривать и как явление многократного рассеяния. В этом случае дифракционный спектр представляется в виде суммы парциальных волн, возникающих при последовательных актах рассеяния. Исследование свойств таких волн представляет значительный самостоятельный интерес для оптико-акустических устройств обработки радиосигналов потому, что парциальные волны высших порядков, пропорциональные степеням Δn , порождают нелинейные искажения сигналов в оптической системе. Вопрос о вычислении амплитуд и фаз парциальных волн в работах [17-20] не обсуждается. Естественным способом расчета парциальных волн представляется способ расчета по теории возмущений [12]. Этот метод и применяется в данной работе.

Как известно, в теории возмущений p -кратно-рассеянное поле представляется в виде p -кратных интегралов. Такое представление решения, хотя и не в традиционной форме, получено в работе [21], причем p -кратное интегрирование производится с разными ядрами, что связано с многократными переходами волны из одного дифракционного спектра в другой. В нашей работе используется дифференциально-операторная форма представления ряда теорий возмущений. В этом случае легко произвести разложение операторных полиномов, через которые выражено решение, на сумму степеней «элементарных» операторов. Это эквивалентно сведению p -кратных интегралов с различными ядрами к сумме p -кратных интегралов с одинаковыми ядрами. Последние же выражаются в аналитической форме, в результате чего счет на ЭВМ сводится просто к суммированию таких функций.

В данной работе по полученным рекуррентным формулам осуществлены численные расчеты амплитуд и фаз парциальных волн первого порядка дифракции. Принятая методика удобна также для расчета интенсивностей спектров и исследования их зависимостей от приведенного угла падения света и несущей частоты ультразвука.

1. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Схема дифракции света на ультразвуковом столбе толщиной Z представлена на рис. 1. Световая волна единичной амплитуды падает под углом φ_0 к оси z . Показатель преломления в ультразвуковом столбе меняется по закону бегущей волны:

$$n(x, t) = n_0 \left[1 + \frac{\Delta n}{n_0} s \left(t - \frac{x}{v} \right) \right],$$

где v — скорость распространения ультразвука,

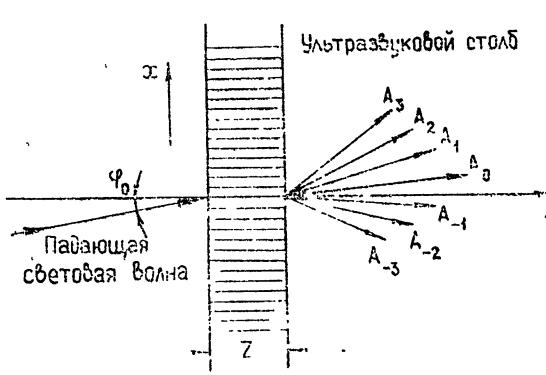


Рис. 1.

$$s(t) = b(t) \cos [\omega t + \beta(t)]$$

— квазимохроматический радиосигнал ($\Delta\omega/\omega \ll 1$), преобразованный в ультразвук, $b(t)$ — безразмерная амплитудная временная функция сигнала, максимальное значение которой равно единице, $\beta(t)$ — фазовая временная функция. При расчетах положим $b = 1$, так что Δn будет представлять собой амплитуду акустической волны.

Диаграмма, описывающая многократное рассеяние света, изображена на рис. 2, где по вертикальной оси откладывается порядок спектра m , а по горизонтальной оси — кратность рассеяния p . В первом акте рассеяния световой луч из нулевого спектра частично переходит в ± 1 -й спектры с некоторыми, пока неизвестными, парциальными амплитудами $A_{\pm 1}^{(1)}$. При втором рассеянии свет из ± 1 порядков возвращается в нулевой и частично трансформируется в ± 2 спектры соответственно с амплитудами $A_0^{(2)}$ и $A_{\pm 2}^{(2)}$. Непосредственно из диаграммы следует, что первая парциальная волна в m -м спектре появляется при $p = m$ -кратном рассеянии, вторая волна — при $p = (m+2)$ -кратном рассеянии, третья — при $p = (m+4)$ -кратном рассеянии и т. д. Амплитуда спектра A_m вычисляется как сумма амплитуд парциальных волн $A_m^{(p)}$ (примеры суммирования даны на рис. 3).

Рис. 2. К расчету амплитуд парциальных волн и дифракционных спектров.

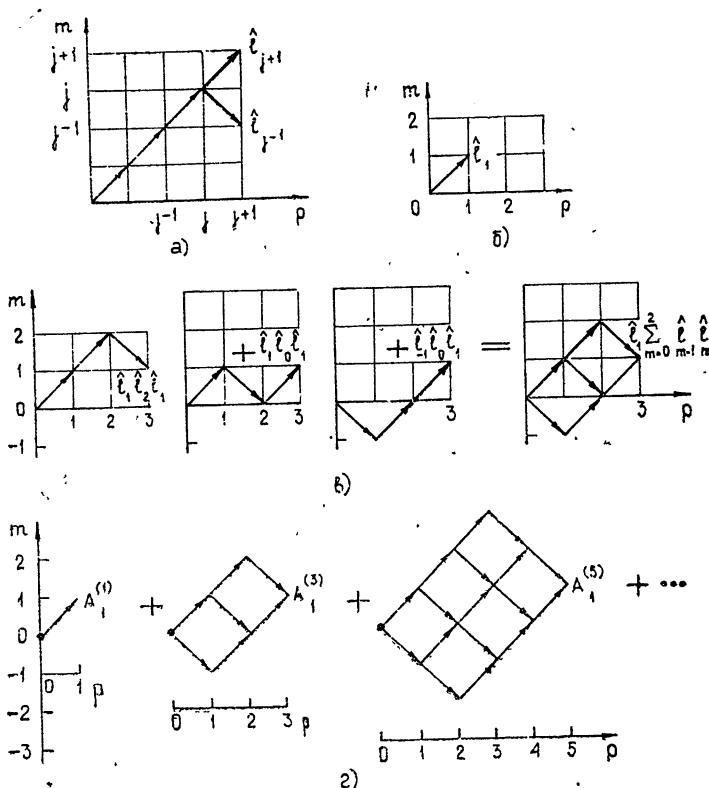
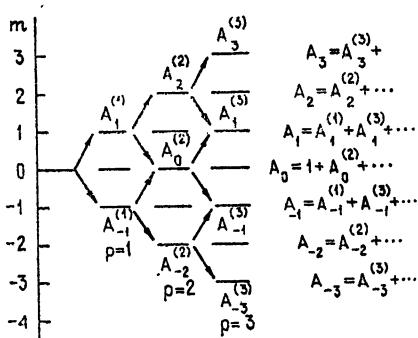


Рис. 3. Диаграммы рассеяния света на ультразвуке.

Наша задача как раз и состоит в вычислении амплитуд парциальных волн $A_m^{(p)}$ и спектров A_m . Эти амплитуды вычисляются путем реше-

ния волнового уравнения для поля световой волны в пространственно-неоднородной среде:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + k^2 n^2(x, t) E = 0,$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число световой волны. В квазистационарном приближении решение этого уравнения можно записать в виде разложения по дифракционным спектрам*:

$$E = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m(z) \exp [-ik(\sin \varphi_m x + \cos \varphi_m z)], \quad (1)$$

где использованы обозначения

$$\sin \varphi_m = \sin \varphi_0 + \frac{m\lambda}{\Lambda}, \quad C_m(z) = A_m(z) \exp [i(m\beta + \zeta_m)],$$

$$\zeta_m = kz(\cos \varphi_m - \cos \varphi_0),$$

A_m — амплитуда m -го спектра на расстоянии z от входа в ультразвуковой столб. В приложениях обычно $\lambda/\Lambda \ll 1$, что позволяет пренебречь неоднородными волнами и положить:

$$\cos \varphi_m - \cos \varphi_0 \approx \frac{\alpha_m \lambda^2}{2 \Lambda^2}, \quad (2)$$

где

$$\alpha_m = m(m + \gamma), \quad \gamma = \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi_{bp}}, \quad \sin \varphi_{bp} = \frac{\lambda}{2\Lambda},$$

а φ_{bp} — брэгговский угол. Фактически приближение (2) эквивалентно замене исходного волнового уравнения параболическим.

Считая, что коэффициент преломления промодулирован слабо ($\frac{\Delta n}{n_0} \ll 1$), разложим амплитуду A_m в ряд по степеням $\Delta n/n_0$:

$$A_m = \sum_p A_m^{(p)}, \quad (3)$$

где парциальная амплитуда $A_m^{(p)}$ отвечает p -кратно-рассеянной волне в m -м дифракционном спектре. Подстановка (1), (2) и (3) в волновое уравнение показывает, что вопрос о вычислении парциальных амплитуд $A_m^{(p)}$ сводится к интегрированию бесконечной системы линейных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dA_m^{(m+2k)}}{du} - i \alpha_m A_m^{(m+2k)} = -ih(A_{m-1}^{(m+2k-1)} + A_{m+1}^{(m+2k-1)}) \quad (4)$$

$$(k = 0, 1, 2, \dots),$$

где $u = \frac{\pi\lambda z}{\Lambda^2}$ — «текущий» волновой параметр, а безразмерный параметр $h = \frac{\Delta n}{n_0} \frac{\Lambda^2}{\lambda^2}$. Решение системы уравнений (4) должно удовлетворять сле-

* В силу квазистационарного характера задачи ($\omega/\omega_0 \ll 1$, где ω_0 — циклическая световая частота) достаточно найти решение, считая $n(x, t)$ не зависящим от t , и при необходимости восстановить эту зависимость в окончательном результате [12].

дующим граничным условиям при $u=0$ (т. е. в начале ультразвукового столба): $A_0^{(0)}=1$, $A_m^{(p)}=0$ при всех $p\neq 0$.

Последовательно интегрируя систему (4), можно выразить $A_m^{(p)}$ в виде p -кратных интегралов с переменными ядрами [21], которые, как отмечалось выше, неудобны для численных расчетов. Однако оказывается (в этом и состоит существо предлагающей методики), что многократные интегралы с переменными ядрами можно свести к сумме многократных интегралов с постоянным ядром, которые легко вычисляются в аналитической форме. Указанную процедуру удобно осуществить, взяв за основу дифференциально-операторную форму уравнения (4):

$$\hat{A}_m^{(m+2k)} = h \hat{l}_m (A_{m-1}^{(m+2k-1)} + A_{m+1}^{(m+2k-1)}), \quad (5)$$

где $\hat{l}_m = \frac{-i}{\hat{D} - i \alpha_m}$, $\hat{D} \equiv \frac{d}{du}$ — оператор дифференцирования. Пользуясь

уравнением (5) как рекуррентным соотношением, можно показать, что амплитуда $(k+1)$ -й парциальной волны m -го спектра, появляющаяся при $p=m+2k$ -кратном рассеянии, описывается формулой

$$\hat{A}_m^{(m+2k)} = h^{m+2k} \hat{L}_m \hat{\psi}_m^{(k)}, \quad (6)$$

где

$$\hat{L}_m = \prod_{p=1}^m \hat{l}_p, \quad \hat{\psi}_m^{(k)} = \sum_{i=-(k-1)}^{m+1} \hat{l}_i \hat{l}_{i-1} \hat{\psi}_i^{(k-1)} \quad (k = 1, 2, \dots, \hat{\psi}_m^{(0)} = 1).$$

Под выражениями вида $\hat{M} = \hat{L} \hat{\psi}$ здесь подразумевается результат действия оператора \hat{M} на единицу.

На рис. 3 приведены диаграммы, поясняющие структуру формулы (6). При однократном рассеянии световой луч трансформируется только на соседние уровни, скажем, с уровня j на уровни $j \pm 1$ (рис. 3а). Такой спектральный переход описывается «элементарным» оператором $\hat{l}_{j \pm 1}$ и на диаграмме представлен вектором, направленным в сторону уровня $j \pm 1$. Амплитуда первой парциальной волны первого дифракционного спектра определяется спектральным переходом с нулевого уровня на первый и описывается оператором \hat{l}_{+1} (рис. 3б). Амплитуда второй парциальной волны определяется тремя спектральными переходами, и при этом, как показано на рис. 3в, возможны три различных пути рассеяния в первый спектр. Каждой диаграмме рассеяния ставится в соответствие операторный полином. Например, спектральная диаграмма рассеяния $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ описывается операторным полиномом вида $\hat{l}_1 \hat{l}_2 \hat{l}_1$. Амплитуда парциальной волны вычисляется как сумма трех операторных полиномов. Аналогично строятся диаграммы парциальных волн более высокого порядка и вычисляются их амплитуды. На рис. 3г приведены диаграммы, описывающие амплитуду спектра в приближении 3 парциальных волн, т. е. в приближении 5-кратного рассеяния.

Недостаток формулы (6) заключается в том, что в нее входят произведения вида $\hat{l}_i \hat{l}_j \dots \hat{l}_k$, отвечающие многократному интегрированию с разными ядрами. Заметим, что произведения $\hat{l}_i \hat{l}_j \dots \hat{l}_k$ представляют собой правильную несократимую дробь, поскольку по определению $\hat{l}_m = -i(\hat{D} - i \alpha_m)^{-1}$. Такую дробь можно представить в виде суммы

элементарных дробей. Отсюда вытекает, что произведения вида $\hat{l}_i \hat{l}_j \dots \hat{l}_k$ можно свести к операторному многочлену типа $\sum_{k,i} q_{ik} \hat{l}_i^k$, куда входят только степени «элементарных» операторов \hat{l}_i , но не входят смешанные степени вида $\hat{l}_m^{k_1} \hat{l}_j^{k_2}$. Например, при $\alpha_m \neq \alpha_j$

$$\begin{aligned} \hat{l}_m \hat{l}_j &= \frac{1}{(\hat{D} - i \alpha_m)(\hat{D} - i \alpha_j)} = \frac{i}{\alpha_m - \alpha_j} \left(\frac{1}{\hat{D} - i \alpha_m} - \frac{1}{\hat{D} - i \alpha_j} \right) = \\ &= \eta_{mj} (\hat{l}_m - \hat{l}_j), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\eta_{mj} = -\frac{1}{\alpha_m - \alpha_j}$. Интегралы, отвечающие \hat{l}_i^k , легко вычисляются:

$$\hat{l}_0^k = \frac{(-i U)^k}{k!}, \quad \hat{l}_m^k = \frac{1}{\alpha_m^k} \left[1 - e^{i \alpha_m U} \sum_{j=0}^{k-1} \frac{(-i \alpha_m U)^j}{j!} \right] \quad (\alpha_m \neq 0). \quad (8)$$

Таким образом, процедура расчетов амплитуд парциальных волн сводится к представлению операторных полиномов в виде сумм степеней элементарных операторов \hat{l}_m^k , результаты действия которых на единицу находятся по формуле (8). Коэффициенты при \hat{l}_m^k вычисляются элементарными методами, но получающиеся формулы громоздки, и мы их не приводим.

Для вычислений формулу (6) перепишем в виде

$$A_m^{(m+2k)} = v_0 a_m^{(m+2k)}, \quad a_m^{(m+2k)} = \left(\frac{1}{2U} \right)^{m+2k} \hat{L}_m \hat{\psi}_m^{(m+2k)}. \quad (9)$$

Мы будем вычислять амплитудный коэффициент парциальной волны $a_m^{(p)}$, который является универсальной функцией волнового параметра $U = \frac{\pi \lambda Z}{\Lambda^2}$, приведенного угла падения $\gamma = \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi_{bp}}$ и не зависит от параметра Рамана — Ната v_0 .

2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ АМПЛИТУД ПАРЦИАЛЬНЫХ ВОЛН И ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ДИФРАКЦИОННЫХ СПЕКТРОВ

По описанной выше методике на алгоритмическом языке «Фортран» была составлена программа для расчета амплитуд 4 парциальных волн ($k=4$) и интенсивностей спектров произвольного порядка дифракций m (это соответствует $(m+6)$ -му борновскому приближению для каждого m -го спектра).

Рассмотрим некоторые дифракционные эффекты, которые описываются численными результатами.

Парциальные волны

В приложениях часто осуществляют операцию воспроизведения в первом дифракционном спектре поля ультразвуковой волны, амплитуда которого согласно формулам (3) и (9) равна

$$A_1 = [v_0 a_0^{(1)}(\gamma, U) + v_0^3 a_1^{(3)}(\gamma, U) + \dots] e^{i(\omega t + \theta)}. \quad (10)$$

Из формулы (10) видно, что с появлением второй парциальной волны возникают нелинейные искажения волны A_1 относительно ультразвукового поля, $\Delta n \sim v_0$. При заданном значении параметра v_0 величину искажений $|a_1^{(3)}|/|a_1^{(1)}|$ можно оценить, используя графики модулей $|a_1^{(1)}|$, $|a_1^{(3)}|$ и $|a_1^{(5)}|$ в зависимости от γ при фиксированном U , приведенные на рис. 4. Величины аргументов этих коэффициентов, которые также нужны для оценок, приведены на рис. 5. (Расчеты семейства кривых рис. 4 и 5 выполнены на ЭВМ БЭСМ-6 за 0,5 мин. Оптимизация программы может существенно сократить время расчетов.)

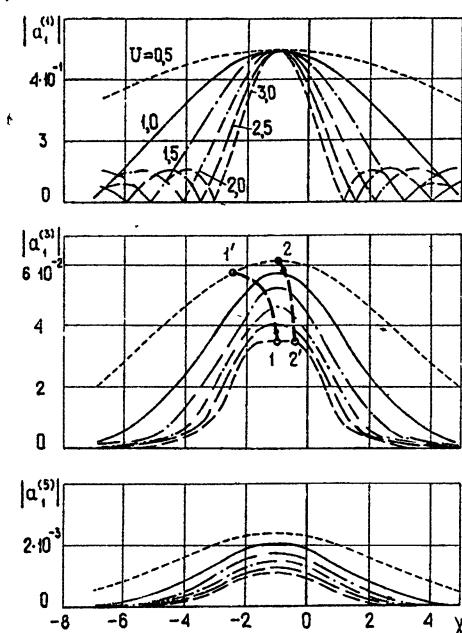


Рис. 4.

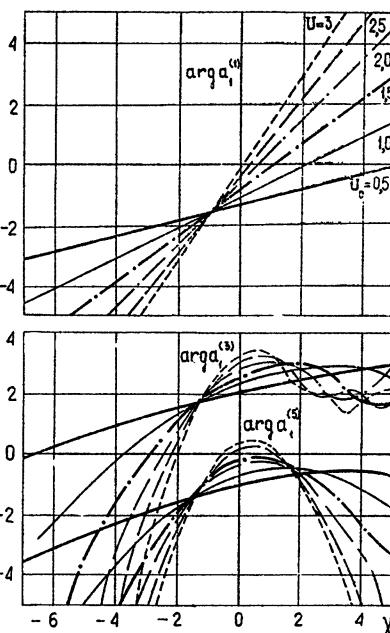


Рис. 5.

В окрестности брэгговского угла ($\gamma = -1$), как следует из рис. 4, модуль амплитудного коэффициента первой парциальной волны практически не зависит от волнового параметра U , а модуль второй парциальной волны $|a_1^{(3)}|$ падает с ростом U . Таким образом, при постоянных значениях γ и v_0 величина нелинейных искажений падает с ростом U .

На практике угол падения светового потока ϕ_0 , толщина ультразвукового столба Z и длина световой волны фиксированы. Меняются только несущая частота радиосигнала $f = \omega/2\pi$ и амплитуда акустической волны Δn . В качестве иллюстрации рассмотрим частотные зависимости амплитуд парциальных волн при Z и $\phi_0 = \text{const}$. С изменением частоты параметры U и γ меняются по закону

$$U = f^2/f_0^2, \quad \gamma = \gamma_0 \frac{f_0}{f}, \quad (11)$$

где $f_0 = \frac{v}{\sqrt{\pi \lambda Z}}$ и $\gamma_0 = 2 \sin \phi_0 \sqrt{\frac{\pi Z}{\lambda}}$. Таким образом, амплитудные коэффициенты зависят от частоты достаточно сложно.

Пусть угол падения световой волны равен брэгговскому углу при $f = \sqrt{3}f_0$. С уменьшением частоты до $(1/\sqrt{2})f_0$ величина $|\alpha_1^{(1)}|$ падает на 2%, а величина $|\alpha_1^{(3)}|$ увеличивается на 39%. Если же угол падения выбрать равным брэгговскому углу на частоте $\frac{1}{\sqrt{2}}f_0$, то с увеличением час-

тоты до $\sqrt{3}f_0$ значения первого и второго коэффициентов падают на 10% и 43% соответственно (см. кривые 1 и 2 на рис. 6). Поэтому можно заключить, что если частоты радиосигналов меняются в пределах от

$\frac{1}{\sqrt{2}}f_0$ до $\sqrt{3}f_0$, то величина нелинейных искажений $\left| \frac{\alpha_1^{(3)}}{\alpha_1^{(1)}} \right|$ меньше,

если угол падения выбирался равным брэгговскому для высшей из частот (в данном случае для $f = \sqrt{3}f_0$). Этот вывод сохраняет силу и для меньших интервалов изменения f .

При помощи графиков на рис. 4 и 5 можно также рассчитывать нелинейные искажения и ограничение динамического диапазона в более сложных оптико-акустических устройствах обработки радиосигналов, элементом которых является рассматриваемая система.

ИНТЕНСИВНОСТИ СПЕКТРОВ

Путем суммирования амплитуд 4 парциальных волн (это отвечает $p=m+2(k-1)$ -кратному рассеянию при $k=4$) были рассчитаны зависимости интенсивностей нулевого, 1-го и 2-го спектров от приведенного угла падения света γ при фиксированных значениях параметра U . Результаты расчета представлены на рис. 6 и 7 (значение параметра Рамана — Ната соответственно $v_0 = 2$, $v_0 = 3$). На основании графиков можно сделать следующие выводы:

1. Обычно считают, что максимальное значение интенсивности первого порядка дифракции соответствует брэгговскому углу падения ($\gamma = -1$), однако, как показали расчеты, кривые интенсивностей при $v_0 = 3$ и $U = 0,5$ и 1 имеют в окрестности брэгговского угла минимальные значения (а не максимальные).

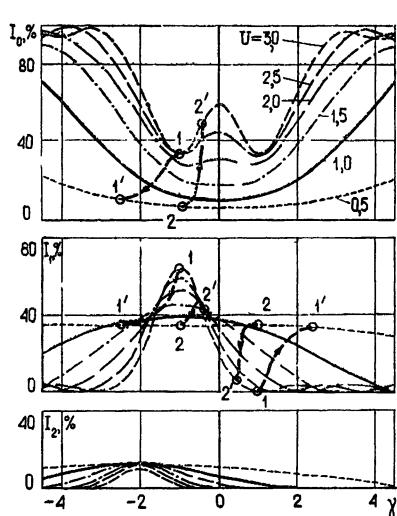


Рис. 6.

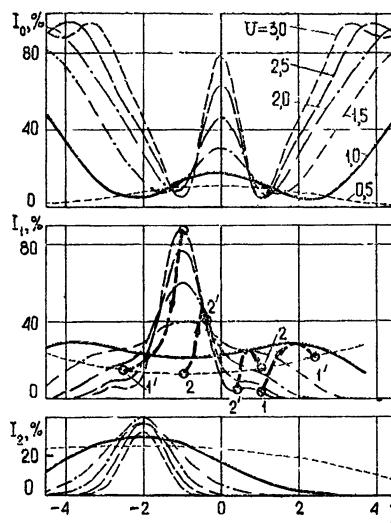


Рис. 7.

2. Из сравнения кривых на рис. 6 и 7 следует, что ширина графика $I_1(\gamma)$ (т. е. угловая полоса интенсивности первого порядка дифракции) существенным образом зависит от параметра Рамана — Ната ν_0 . Так, например, при $U=3$ и $\nu_0=2$ спектр I_1 сосредоточен (по уровню 0,5) в пределах $-1,75 \leq \gamma \leq -0,25$, а при $\nu_0=3$ «угловая полоса» падает и спектр расположен в интервале $-1,6 \leq \gamma \leq -0,4$.

По рис. 6 и 7 можно также проследить зависимость интенсивностей от частоты ультразвука f аналогично тому, как выше исследованы частотные зависимости модулей амплитудных коэффициентов для двух случаев брэгговского угла падения световой волны при $f = \sqrt{3}f_0$ и $(1/\sqrt{2})f_0$ (на графиках эти зависимости представлены пунктирными кривыми 1 и 2).

При построении оптических гетеродинов иногда используются спектры второго порядка (частота света во втором спектре смещена относительно входной несущей световой частоты ω_0 на величину 2ω). Количественные оценки угловой зависимости интенсивности этого спектра можно получить с помощью кривых, также приведенных на рис. 6 и 7.

Границы применимости метода

Формально в методе возмущений разложение поля производится по малому параметру $\Delta n/n_0 \ll 1$. Фактическое же разложение (3) ведется по безразмерному параметру Рытова $h = \frac{\Delta n}{n_0} \frac{\Lambda^2}{\lambda^2} = \frac{\nu_0}{2U}$. Этот параметр может и не быть малым. Например, при $U=0,5$ и $\nu_0=3$ параметр $h=3$. Естественно, возникает вопрос о скорости сходимости ряда теории возмущений при разных значениях параметров U и ν_0 . Аналитическое исследование сходимости суммы парциальных волн при больших значениях номера k не проводилось. Отметим лишь, что величина модулей амплитудных коэффициентов парциальных волн $a_m^{(p)}$ более чем на порядок уменьшается с ростом порядка парциальной волны. Это и обеспечивает сходимость ряда при $h \approx 3$.

При определенных частных значениях наши расчеты совпадают с известными результатами [17—20]. Например, полученные нами кривые для нулевого и 1-го спектров при $U=0,5$ и $\nu_0=2$ ($h=2$) совпадают с расчетами Кука и Клейна [20]. В качестве границы применимости приближения 4 парциальных волн (например, первого спектра) можно принять условие, что разность интенсивностей рассчитанных в приближениях 4 и 5 парциальных волн в окрестности брэгговского угла ($\gamma = -1$) не превышает 10 %. В этом случае расчеты показывают, что величина параметра Рамана — Ната ν_0 не должна превышать 3,5 и 4,0 радиан при $U=0,5$ и 3,0 соответственно, т. е. с ростом волнового параметра U и при $\nu_0=\text{const}$ повышается точность расчетов.

Таким образом, теория возмущений позволяет рассчитать при небольших затратах машинного времени амплитуды парциальных волн, интенсивности дифракционных спектров и осуществить детальный анализ их зависимостей от несущей частоты ультразвука волнового параметра U , параметра Рамана — Ната ν_0 и приведенного угла падения света γ .

Возможно, метод возмущений окажется полезным и для расчета более сложных оптических систем обработки радиосигналов.

Авторы выражают глубокую признательность Ю. А. Кравцову за интерес и внимание к работе, а также методические рекомендации при подготовке текста рукописи. Авторы благодарны С. М. Рытову, В. В. Караваеву и З. И. Файзулину за полезные дискуссии и критические замечания.

чания по работе и выражают признательность В. Н. Парыгину, обратившему внимание на работу [21] и давшему по ней консультацию.

ЛИТЕРАТУРА

1. N. F. Izzc, Proc. IEEE, 51, 11 (1961).
2. E. B. Fealstead, IEEE, AES-3, 6 (1968).
3. E. B. Fealstead, Appl. Opt., 7, № 1, 105 (1968).
4. С. В. Кулаков, Б. П. Рождественский, Д. В. Тигин, Т. К. Ульянов, сб. Проблемы голограммии, вып. 2, 1973, стр. 46, 51, 56.
5. Г. А. Бакут, В. Г. Чумак, Радиотехника и электроника, 15, № 9, 1916 (1970).
6. Ю. В. Егоров, К. П. Наумов, Изв. высш. уч. зав.—Радиоэлектроника, 16, № 7, 47 (1973).
7. В. В. Караваев, З. И. Файзуллин, Труды РАИАН СССР, № 5, 125 (1971).
8. M. Agm, M. King, Appl. Opt., 8, № 7, 1413 (1969).
9. Н. М. Померанцев, УФН, 111, № 3, 508 (1973).
10. C. V. Raman, N. S. N. Nath, Proc. Ind. Sci., 2A, 406, 413 (1935); 3A, 75 (1936).
11. L. Brillouin, Actualites Scientifiques et Industrielles, Hermann et Cie, Paris, 1933.
12. С. М. Рытов, Изв. АН СССР, серия физическая, 2, 223 (1937).
13. A. B. Bhattacharyya, W. I. Noble, Proc. Roy. Soc., 220A, 356 (1953).
14. А. С. Брюховецкий, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 9, № 3, 576 (1966).
15. P. P. Phariseau, Proc. Indian Acad. Sci., 44, 165 (1956).
16. А. М. Мартынов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 16, № 7, 1079 (1973); Радиотехника и электроника, 18, № 9, 1948 (1973).
17. R. C. Extermann, G. Wannier, Helv. Phys. Acta, 9, 520 (1936).
18. O. Nomoto, Y. Toricai, The 6-th International Congress on Acoustics, Tokyo, Japan, August 21—28, H-4-7, 1968, p. 145.
19. O. Nomoto, Japan. J. Appl. Phys., 10, № 5, 611 (1971).
20. W. R. Klein, B. D. Cook, IEEE Trans. Sonics and Ultr., SU-14, № 3, 123 (1967).
21. В. Н. Парыгин, Л. Е. Чирков, Радиотехника и электроника, 18, № 4, 703 (1973).

Радиотехнический институт АН СССР

Поступила в редакцию
24 июня 1974 г.

CALCULATION OF LIGHT DIFFRACTION BY ULTRA-SOUND BY THE PERTURBATION METHOD

A. M. Martynov, I. S. Mirer

The problem of light diffraction by ultrasound is solved by the perturbation method. The peculiarity of the suggested methods consists in expanding the polynomials of linear differential operators representively the solution into the sums over "elementary" operator powers. This enables one to obtain the result in an analytical form. The amplitudes and phases of partial waves corresponding to different spectra and the zero, first, second spectrum intensities are calculated using recurrent formulas by the electron computer. Their dependences on the effective angle of the incident light and the carrier ultrasound frequency are investigated.

УДК 538.574.6

К ФОРМАЛЬНОМУ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ДИФРАКЦИИ НА СФЕРАХ И ЦИЛИНДРАХ С МЕНЯЮЩИМИСЯ ВО ВРЕМЕНИ РАДИУСАМИ

B. A. Класс, B. N. Красильников

Решение задач дифракции на сферах и цилиндрах с меняющимся во времени радиусом ищется в виде ортогональных рядов по соответствующим угловым функциям. Коэффициенты этих рядов с помощью специальных операторов L_i выражаются через бегущие волны Даламбера по радиальной координате. В работе с расчетом на коротковолновой случай эти операторы строятся в виде некоторых контурных интегралов. Для заданных полей (например, для плоской волны) подынтегральные функции в контурных интегралах известны. Для полей же, возникающих при дифракции волн на импедансных сferах или цилиндрах с меняющимися радиусами, соответствующие функции должны находиться из некоторых интегро-дифференциальных уравнений, вытекающих из граничных условий на движущейся поверхности. В работе дан явный вид этих интегро-дифференциальных уравнений.

Задачи дифракции волн на нестационарных объектах сравнительно мало изучены, в том числе и относительно простой случай взаимодействия волн с центрально-симметричными телами (сфера, цилиндр), геометрические размеры которых меняются во времени. Предлагаемая работа посвящена дальнейшему развитию опубликованного в [1, 2] метода решения таких задач. Основная идея его заключается в описании полей с помощью функций, поверхности равных значений которых совпадали бы с мгновенным положением границы раздела.

Известно, что скалярное поле u , удовлетворяющее однородному волновому уравнению (скорость распространения волн с считается постоянной).

$$\Delta u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

представимо в виде ортогональных рядов по сферическим угловым функциям

$$u(r, \theta, \varphi, t) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n(r, t) Y_n(\theta, \varphi) \quad (2)$$

в трехмерном случае и в виде рядов по экспонентам

$$u(\rho, \varphi, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} u_m(\rho, t) e^{im\varphi} \quad (3)$$

в двумерном случае.

В соответствии с упомянутыми работами, коэффициенты рядов с помощью специальных операторов L_i выражаются через бегущие волны Даламбера по радиальной координате:

$$u_n(r, t) = L_n \{ \Phi_n(t - r/c) + \Psi_n(t + r/c) \}, \quad (4)$$

$$u_m(r, t) = L_m \{ \Phi_m(t - r/c) + \Psi_m(t + r/c) \}.$$

В связи со структурой выписанных формул обсуждаемый метод может быть назван разложением полей по нестационарным сферическим (или цилиндрическим) волнам.

Согласно [1] операторы L_i определяются коммутативным соотношением

$$M_i L_i = L_i \square \quad (i = n, m), \quad (5)$$

где \square — одномерный волновой оператор по радиальной координате, а M_n и M_m соответственно равны

$$\begin{aligned} M_n &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{n(n+1)}{r^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}, \\ M_m &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Из явного вида (5) следует зависимость L_i только от радиальных координат и неединственность этих операторов.

В данной работе мы ограничимся построением форм операторов L_i наиболее удобных при исследовании коротковолновой асимптотики поля, отраженного от сферы или цилиндра с меняющимся во времени радиусом.

1. ПОСТРОЕНИЕ ОПЕРАТОРОВ L_i

В работе [1] был построен только один оператор L_n ,

$$L_n = r^n \left(\frac{\partial}{r \partial r} \right)^n \frac{1}{r}, \quad (7)$$

удовлетворяющий коммутационному соотношению (5) в трехмерном случае. Очевидно, что при больших n простота выражения (7) является только кажущейся и целесообразно искать более гибкие формы записи операторов. Явный вид формулы (7) наводит на мысль о возможности интегрального представления оператора L_n и подсказывает вероятную структуру последнего. Естественно допустить, что оператор \hat{L}_n , действующий на функцию $\Phi(r)$, имеет вид

$$\hat{L}_n \{ \Phi(r) \} = a \frac{r^k}{2\pi i} \int_l \frac{\Phi(x) dx}{(x^2 - r^2)^p}, \quad (8)$$

где a, k, p — постоянные, а l — некоторый контур на вспомогательной комплексной плоскости x . Основное свойство (5) операторов \hat{L}_n будет выполнено, если имеет место равенство

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{n(n+1)}{r^2} \right) r^k \int_l \frac{\Phi(x) dx}{(x^2 - r^2)^p} = r^k \int_l \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \frac{dx}{(x^2 - r^2)^p}. \quad (9)$$

Однако непосредственным дифференцированием при целых n можно установить справедливость формулы

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{n(n+1)}{r^2} \right) \frac{r^n}{(x^2 - r^2)^{n+1}} = r^n \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{1}{(x^2 - r^2)^{n+1}}. \quad (10)$$

Поэтому, если положить в (8) $k = n$, $p = n + 1$ и выбрать контур \hat{L}_n так, чтобы при двукратном интегрировании по частям функции

$$\Phi(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left\{ \frac{1}{(x^2 - r^2)^{n+1}} \right\}$$

внештегральные члены исчезали, то коммутационное соотношение (5) будет выполнено. Определим теперь интегральный оператор \hat{L}_n :

$$\hat{L}_n^{(i)} \{ \Phi(r) \} = \frac{2 \cdot n!}{2\pi i} (2r)^n \int_{l_i} \frac{\Phi(x) dx}{(x^2 - r^2)^{n+1}},$$

предусмотрев возможность выбора разных контуров l_i , и введем новую переменную интегрирования $\xi = x/r$:

$$\hat{L}_n^{(i)} \{ \Phi(r) \} = \frac{\Gamma(n+1)}{2\pi i} \left(\frac{2}{r} \right)^{n+1} \int_{l_i} \frac{\Phi(r\xi) d\xi}{(\xi^2 - 1)^{n+1}}. \quad (11)$$

Тождество (10) сохраняется при замене n на $-(n+1)$. Это дает возможность осуществить подобную же замену в форме (11) и получить интегральное представление оператора $\tilde{L}_n^{(i)}$ вида

$$\tilde{L}_n^{(i)} \{ \Phi(r) \} = \frac{\Gamma(-n)}{2\pi i} \left(\frac{r}{2} \right)^{-n} \int_{l_i} \Phi(r\xi) (\xi^2 - 1)^n d\xi. \quad (11a)$$

Однако каких-либо принципиальных преимуществ у операторов $\tilde{L}_n^{(i)}$ перед $\hat{L}_n^{(i)}$ не имеется, и в дальнейшем мы будем опираться на определение (11). Функция $\Phi(r\xi)$ в (11) является аналитическим продолжением исходной функции $\Phi(r)$, заданной первоначально только на положительной части вещественной оси. Наиболее важными в приложениях оказываются функции $\Phi(r)$ экспоненциального типа, имеющие на бесконечности секторы экспоненциального убывания.

Ограничивааясь этим случаем, мы получаем возможность определить операторы \hat{L}_n не только для целочисленных, но и для любых комплексных значений n . Для этого проведем разрезы из точек $\xi = \pm 1$ на бесконечность в секторе убывания функции $\Phi(r\xi)^*$ и зафиксируем ветвь неоднозначного сомножителя условием

$$\arg(\xi^2 - 1)^{n+1} = 0 \quad (\xi > 1).$$

При нецелых n контур интегрирования в (11) нельзя выбрать замкнутым, и на рис. 1 показаны различные способы его фиксации. Так контур l_1 обходит разрез, проведенный из точки $\xi = 1$ против часо-

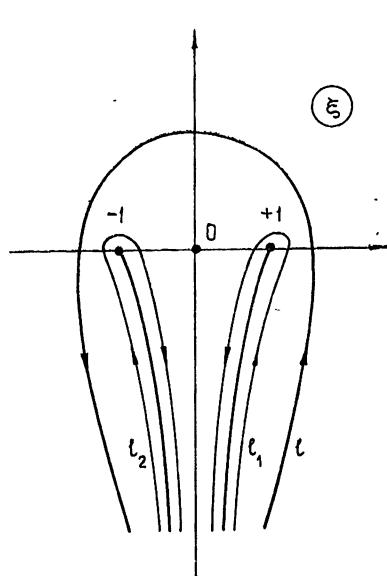


Рис. 1.

* В последующих иллюстрациях считается, что $\Phi(r\xi)$ экспоненциально убывает в нижней полуплоскости ξ , что, разумеется, непринципиально.

вой стрелки, l_2 обходит разрез, проведенный из точки $\xi = -1$ по часовой стрелке, а контур l гомотопен контурам l_1 и $-l_2$. При целых n контуры оказываются замкнутыми и охватывающими полюса $(n+1)$ -го порядка в точках $\xi = \pm 1$. Вычисляя при этом интеграл (12) по формуле Коши, нетрудно установить связь вновь построенных интегральных операторов \hat{L}_n с дифференциальным оператором (7). Оказывается, что

$$\begin{aligned}\hat{L}_n^{(1)}\{\Phi(r)\} &= L_n\{\Phi(r)\}, \\ \hat{L}_n^{(2)}\{\Phi(r)\} &= L_n\{\Phi(-r)\}, \\ \hat{L}_n\{\Phi(r)\} &= L_n\{\Phi(r) - \Phi(-r)\}.\end{aligned}\quad (12)$$

В двумерном случае операторы \hat{L}_m можно получить таким же образом из коммутационного соотношения. Если пытаться строить их в виде интегралов типа (8), то получаются сходные с (11) и (11а) формулы:

$$\begin{aligned}\hat{L}_m^{(1)}\{\Phi(\rho)\} &= \frac{\Gamma(m+1/2)}{2\pi i} \left(\frac{2}{\rho}\right)^m \int_{l_i} \frac{\Phi(\rho\xi) d\xi}{(\xi^2 - 1)^{m+1/2}}, \\ \tilde{L}_m^{(1)}\{\Phi(\rho)\} &= \frac{\Gamma(-m+1/2)}{2\pi i} \left(\frac{\rho}{2}\right)^m \int_{l_i} \Phi(\rho\xi) (\xi^2 - 1)^{m-1/2} d\xi,\end{aligned}\quad (13)$$

где контуры интегрирования на плоскости ξ и ветвь функции $(\xi^2 - 1)^{m+1/2}$ выбираются указанным выше способом. Между операторами \hat{L}_m существует следующая связь:

$$\hat{L}_m\{\Phi(\rho)\} = \hat{L}_m^{(1)}\{\Phi(\rho)\} - \tilde{L}_m^{(2)}\{\Phi(\rho)\}. \quad (14)$$

Заметим, что при целом m возможно два полубесконечных разреза заменить на один, соединяющий точки ветвления второго порядка $\xi = +1$ и $\xi = -1$. В предположении аналитичности $\Phi(\rho)$ контур интегрирования l может быть совмещен с берегами разреза, и операторы \hat{L}_m и \tilde{L}_m определяются тогда через процедуру интегрирования по вещественной оси. Например,

$$\tilde{L}_m\{\Phi(\rho)\} = -\frac{\Gamma(-m+1/2)}{\pi} \left(\frac{\rho}{2}\right)^m \int_{-1}^1 \Phi(\rho\xi) (1 - \xi^2)^{m-1/2} d\xi, \quad (15)$$

где $\arg \sqrt{1 - \xi^2} = 0$. Наконец, укажем, что для чисто монохроматических режимов, когда $\Phi(\tau\xi) = \exp(i\tau\xi)$, построенные выше интегральные представления операторов \hat{L}_i в пределе переходят в известные формулы теории цилиндрических функций [3].

2. РАЗЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ ПО НЕСТАЦИОНАРНЫМ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ВОЛНАМ

В работе [1] содержатся примеры разложения волновых полей по нестационарным сферическим волнам. Теперь на основе построенных выше операторов \hat{L}_m мы можем осуществлять аналогичные разложения

и в двумерном случае. При этом плоская скалярная волна может быть записана в виде

$$u = f(t - \rho/c \cos \varphi), \quad (16)$$

где произвольная функция $f(t - \rho/c \cos \varphi)$, описывающая форму волны, предполагается кусочно-непрерывной.

Коэффициенты разложения функции (16) в ряд по $\exp(im\varphi)$ определяются интегралами

$$u_m(\rho, t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f\left(t - \frac{\rho \cos \varphi}{c}\right) e^{-im\varphi} d\varphi. \quad (17)$$

Очевидно, что $u_m = u_{-m}$, и достаточно рассмотреть только $m > 0$. Заменив переменную интегрирования $x = -\cos \varphi$, мы сведем (17) к интегралу по берегам разреза, проведенного по вещественной оси между точками ветвления функции $\sin \varphi = \sqrt{1-x^2}$ (рис. 2). На верхнем берегу разреза зафиксируем ветвь корня условием $\operatorname{Re} \sqrt{1-x^2} > 0$. Тогда

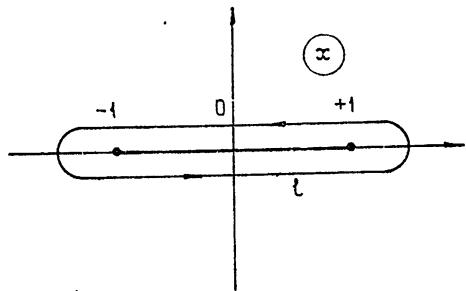


Рис. 2.

$$u_m(\rho, t) = \frac{(-1)^m}{2\pi} \int_l f\left(t + \frac{\rho x}{c}\right) \frac{(x + i\sqrt{1-x^2})^m}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad (18)$$

где контур l обходится против часовой стрелки. Если в (18) осуществить m -кратное интегрирование по частям по формуле (D — оператор дифференцирования)

$$u_m(\rho, t) = \frac{(-1)^m}{2\pi} \int_l D_x^{-m} \left\{ f\left(t + \frac{\rho x}{c}\right) \right\} D_x^m \left\{ \frac{(x + i\sqrt{1-x^2})^m}{\sqrt{1-x^2}} \right\} dx, \quad (19)$$

то внеинтегральных членов из-за замкнутости l и кусочной непрерывности функции $f\left(t + \frac{\rho x}{c}\right)$ не возникает. Далее используем тождество

$$D_x^{-m} \left\{ f\left(t + \frac{\rho x}{c}\right) \right\} = \left(\frac{c}{\rho}\right)^m D_t^{-m} \left\{ f\left(t + \frac{\rho x}{c}\right) \right\},$$

$$D_x^m \left\{ \frac{(x + i\sqrt{1-x^2})^m}{\sqrt{1-x^2}} \right\} = \frac{(-1)^m (2m-1)!!}{(V1-x^2)^{2m+1}} = \frac{(-2)^m \Gamma(m+1/2)}{\sqrt{\pi} (1-x^2)^{m+1/2}},$$

второе из которых может быть доказано методом математической индукции. И, наконец, учтем, что при выбранной фиксации неоднозначных функций $(1-x^2)^{m+1/2} = -i(-1)^m (x^2-1)^{m+1/2}$. В результате получим

$$u_m(\rho, t) = -\frac{(-c)^m}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(m+1/2)}{2\pi l} \left(\frac{2}{\rho}\right)^m \int_l \frac{D_t^{-m} \left\{ f\left(t + \frac{\rho x}{c}\right) \right\} dx}{(x^2-1)^{m+1/2}}. \quad (20)$$

Вспоминая выражение для интегрального оператора \hat{L}_m (14), убеждаемся, что плоская волна (16) имеет следующее разложение по нестационарным цилиндрическим волнам:

$$\begin{aligned} u &= \sum_{m=0}^{\infty} (2 - \delta_{0m}) u_m(\rho, t) \cos m\varphi, \\ u_m(\rho, t) &= -\frac{(-c)^m}{\sqrt{\pi}} \hat{L}_m D_t^{-m} \{f(t + \rho/c)\}, \end{aligned} \quad (21)$$

где δ_{0m} — символ Кронекера, оператор D_t^{-m} — означает m -кратное интегрирование по времени. Если функция $f(t)$ аналитическая, то контур l может деформироваться на вспомогательной комплексной плоскости x , что открывает возможность рассмотрения функций u_m и при нецелых m .

Развитый аппарат без труда переносится на анализ векторного электромагнитного поля. В соответствии с принципом поляризационной двойственности электромагнитные поля могут быть описаны с помощью электрического Π_e и магнитного Π_h векторов Герца, имеющих в цилиндрической системе только одну компоненту, параллельную оси z :

$$\Pi_e = \Pi_e e_z, \quad \Pi_h = \Pi_h e_z. \quad (22)$$

Скалярные функции Π_e , Π_h удовлетворяют волновому уравнению.

Потенциалы Π_e и Π_h естественно представлять в виде разложений по цилиндрическим нестационарным волнам. Рассмотрим плоскую электромагнитную волну, распространяющуюся в направлении оси Ox цилиндрической системы координат (ρ, φ, z) , характеристики которой не зависят от координаты z . Такую волну можно получить суперпозицией двух волн с разной поляризацией; для одной из них

$$E_0 = f_1(t - \rho/c \cos \varphi) e_z, \quad H_0 = [e_x E_0], \quad (23)$$

для другой

$$H_0 = f_2(t - \rho/c \cos \varphi) e_z, \quad E_0 = [H_0 e_x]. \quad (24)$$

Используя формулы, выражающие компоненты полей E и H через потенциалы, получим

$$E_0 = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Pi_e}{\partial t^2} e_z, \quad \Pi_h = 0$$

в первом случае и

$$H_0 = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Pi_h}{\partial t^2} e_z, \quad \Pi_e = 0$$

во втором случае.

Векторы Герца отсюда находятся двукратным интегрированием:

$$\Pi_e = -c^2 D_t^{-2} f_1(t - \rho/c \cos \varphi) e_z,$$

$$\Pi_h = -c^2 D_t^{-2} f_2(t - \rho/c \cos \varphi) e_z.$$

Функции f_1 и f_2 являются плоскими скалярными волнами, для которых получены ранее разложения по нестационарным цилиндрическим волнам (21). Выпишем выражение для потенциала Π_{e0} плоской волны:

$$\begin{aligned}\Pi_{e0} &= \sum_{m=0}^{\infty} (2 - \delta_{0m}) u_{m0}(\rho, t) \cos m\varphi, \\ u_{m0} &= \frac{(-c)^{m+2}}{\sqrt{\pi}} \hat{L}_m D_t^{-(m+2)} [f_1(t + \rho/c)].\end{aligned}\quad (25)$$

Вклад от магнитного вектора Герца учитывается путем замены в (25) $\Pi_{e0} \rightarrow \Pi_{h0}$, $u_{m0} \rightarrow v_{m0}$, $f_1 \rightarrow f_2$. Компоненты векторов поля в пространстве вне цилиндра определяются следующей группой формул:

$$\begin{aligned}E_z &= -\frac{1}{c^2} \sum_{m=0}^{\infty} (2 - \delta_{0m}) \frac{\partial^2 u_m}{\partial t^2} \cos m\varphi, \\ H_\rho &= -\frac{1}{c} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m}{\rho} \frac{\partial u_m}{\partial t} \sin m\varphi, \\ H_\varphi &= -\frac{1}{c} \sum_{m=0}^{\infty} (2 - \delta_{0m}) \frac{\partial^2 u_m}{\partial t \partial \rho} \cos m\varphi\end{aligned}\quad (26)$$

для волны, у которой вектор электрического поля параллелен оси z .

3. О ФОРМАЛЬНОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ НА ИМПЕДАНСНОМ ЦИЛИНДРЕ С МЕНЯЮЩИМСЯ ВО ВРЕМЕНИ РАДИУСОМ

Постановка задачи о дифракции плоской электромагнитной волны на импедансном цилиндре с меняющимся во времени радиусом аналогична постановке такой же задачи для сферы, данной в [2]. Во внешности кругового цилиндра, меняющего свой радиус по известному закону $a(t)$, ищется решение однородных уравнений Максвелла, удовлетворяющее на окружности $\rho = a(t)$ совместно с падающим полем условию

$$E_\tau + E_{\tau0} = w [(H_\tau + H_{\tau0}) \mathbf{n}] \quad (\mathbf{n} = -\mathbf{e}_\rho), \quad (27)$$

где w — поверхностный импеданс, величина которого может меняться со временем; вид его зависит от характера рассматриваемой задачи. Дифрагированные поля E , H должны также удовлетворять условию причинности. Для квазипериодических решений — это условие излучения на бесконечности, в случае же импульсного режима — это начальные условия. Падающее поле при выбранной поляризации (23) представляется разложением (25). Дифрагированное поле естественно искать в виде суперпозиции волн, уходящих от цилиндра*:

$$U_e = \sum_{m=0}^{\infty} (2 - \delta_{0m}) u_m \cos m\varphi, \quad (28)$$

где

$$u_m = \frac{(-c)^{m+2}}{\sqrt{\pi}} \hat{L}_m^{(2)} [\Phi_m(t + \rho/c)]. \quad (29)$$

Функции Φ_m — неизвестны и подлежат определению из граничных условий. Используя связь векторов поля с потенциалами Π_e и Π_h , перепишем граничные условия в виде

* Им отвечает оператор $\hat{L}_m^{(2)}$; подробнее см. [4].

$$\hat{N}(w) \hat{L}_m^{(2)} \{\Phi_m(t + \rho/c)\} = -\hat{N}(w) \{\hat{L}_m^{(1)} - \hat{L}_m^{(2)}\} D_t^{-(m+2)} f_1(t + \rho/c), \quad (30)$$

где дифференциальная операция $\hat{M}(w)$ определена так:

$$\hat{N}(w) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{w}{c} \frac{\partial^2}{\partial t \partial \rho}. \quad (31)$$

Для магнитного вектора Герца Π_h необходимо заменить в граничных условиях $w \rightarrow 1/w$. Учитывая структуру правой части граничных условий, удобно ввести новые разыскиваемые функции по формуле

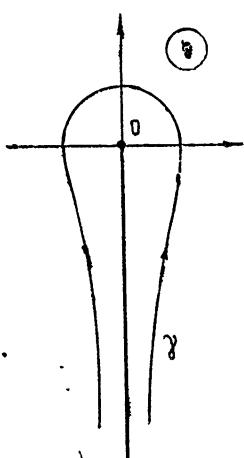
$$\Phi_m(t + \rho/c) = D_t^{-(m+2)} \{\Phi_m^{(1)}(t + \rho/c) - \Phi_m^{(2)}(t + \rho/c)\}. \quad (32)$$

Оператор $D_t^{-(m+2)}$ описывает интегрирование по времени $(m+2)$ -кратности. Для его обобщения на комплексные t рассмотрим контурный интеграл:

$$D_t^{-(m+2)} \{f(t + \rho/c)\} = \frac{1}{\Gamma(m+2)} \int_b^{t+\rho/c} (t + \rho/c - x)^{m+1} f(x) dx. \quad (33)$$

Пусть b — существенно особая точка функции $f(x)$, расположенная в секторе экспоненциального убывания. Переидем от интегрирования по отрезку вещественной оси к контурному интегрированию, введя новую переменную η по формуле $\eta = \frac{c}{\rho} \left(t + \frac{\rho}{c} - x \right)$, значение ветвящейся функции η^{m+1} зафиксируем условием $\arg \eta^{m+1} = 0$ при $\arg \eta = 0$, проводя разрез из точки $\eta = 0$ в существенно особую точку. Контур интегрирования охватывает разрез и приближается к существенно особой точке в секторе экспоненциального убывания $f(x)$. Интеграл записывается через значение функции η^{m+1} на правом берегу разреза следующим образом:

$$D_t^{-(m+2)} \left\{ f \left(t + \frac{\rho}{c} \right) \right\} = \frac{e^{i\pi(m+1)}}{1 - e^{2\pi i(m+1)}} \left(\frac{\rho}{c} \right)^{m+2} \frac{1}{\Gamma(m+2)} \int \eta^{m+1} f \left(t + \frac{\rho}{c} + \frac{\rho}{c} \eta \right) d\eta. \quad (34)$$



Контур интегрирования указан на рис. 3. Представление (34) оператора $D_t^{-(m+2)}$ можно использовать при любых комплексных t . Основное уравнение, вытекающее из граничного условия (30) для поля выбранной поляризации, с учетом (32) и определения (13) операторов $\hat{L}_m^{(i)}$ запишется:

$$\hat{N}(w) \{\rho^2 I_m^{(i)}\} = -\hat{N}(w) \{\rho^3 I_m^{(i)}\} \quad (35)$$

($\rho = a(t); \quad i = 1, 2; \quad m = 0, 1, 2, \dots$),

Рис. 3.

где

$$\begin{aligned} I_m^{(i)} &= \int_1 d\eta \int_{l_2} \Phi_m^{(i)} \left(t + \frac{\rho}{c} \xi + \frac{\rho}{c} \eta \right) \frac{(\eta)^{m+1}}{(\xi^2 - 1)^{m+1/2}} d\xi, \\ I_{n0}^{(i)} &= \int_1 d\eta \int_{l_1} f_1 \left(t + \frac{\rho}{c} \xi + \frac{\rho}{c} \eta \right) \frac{(\eta)^{m+1}}{(\xi^2 - 1)^{m+1/2}} d\xi. \end{aligned} \quad (36)$$

Таким образом, граничные условия сводятся к бесконечному набору интегро-дифференциальных уравнений.

Важно, что соотношения (35) можно считать имеющими силу при комплексных значениях t . Отметим, что предложенный в [2] алгоритм решения задачи дифракции на сфере переменного радиуса также включает в себя уравнения типа (35), куда входят операторы L_n (7). Из-за отмечавшейся выше (см. (12)) тождественности этих дифференциальных операторов с интегральными операторами $\hat{L}_n^{(i)}$ следует, что граничные условия в задаче дифракции на сфере, приведенные в [2], тоже имеют вид интегро-дифференциальных уравнений. Приведем явное выражение для них:

$$\begin{aligned} \hat{M}(w) \{ rI_n^{(i)} \} &= -\hat{M}(w) \{ rI_{n0}^{(i)} \} \\ (r = a(t); \quad i = 1, 2; \quad n = 1, 2, \dots), \end{aligned} \quad (37)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{M}(w) &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r - \frac{w}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \\ I_n^{(i)} &= \int_1 d\eta \int_{l_2} \Phi_n^{(i)} \left(t + \frac{r}{c} \xi + \frac{r}{c} \eta \right) \frac{(\eta)^{n+1}}{(\xi^2 - 1)^{n+1}} d\xi, \\ I_{n0}^{(i)} &= \int_1 d\eta \int_{l_1} f \left(t + \frac{r}{c} \xi + \frac{r}{c} \eta \right) \frac{(\eta)^{n+1}}{(\xi^2 - 1)^{n+1}} d\xi. \end{aligned} \quad (38)$$

Необходимо отыскать такое частное решение $\Phi^{(i)}$ уравнений (35) и (37), которое удовлетворяет упомянутому условию причинности. В результате будут определены функции $\Phi_n^{(i)}$ и $\Phi_m^{(i)}$ на поверхности тела дифракции. В любой точке пространства, эти функции просто строятся путем проектирования по характеристике на начальную поверхность $a(t)$, как это описано в [2]. Тем самым находятся дифрагированное и полное поля.

Несмотря на кажущуюся сложность уравнений (35) и (37), оказывается возможным найти их приближенные решения в случае дифракции достаточно коротких волн. Построению этих решений посвящается наша следующая работа [4].

ЛИТЕРАТУРЫ

1. В. Н. Красильников, в сб. Проблемы дифракции, вып. 7, изд. ЛГУ, 1968, стр. 77.
2. В. Н. Красильников, в сб. Проблемы дифракции, вып. 7, изд. ЛГУ, 1968, стр. 89.
3. В. И. Смирнов, Курс высшей математики, т. 3, ч. 2, Гостехиздат, 1953.
4. В. А. Класс, В. Н. Красильников, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика (в печати).

ON THE FORMAL SOLUTION OF THE PROBLEMS OF DIFFRACTION BY SPHERES AND CYLINDERS TIME-VARYING RADII*V. A. Klass, B. N. Krasil'nikov*

The solution of the problems of diffraction by spheres and cylinders with time-varying radii is sought in the form of orthogonal series over the corresponding angular functions. The coefficients of these series are expressed through Dalamber traveling waves along the radial coordinate using special operators L_i . In the case of short waves these operators are built in the form of some contour integrals. For the given fields (for example, for a plane wave) the integrands in the contour integrals are known. For the fields occurring at wave diffraction by impedance spheres or cylinders with time-varying radii, the corresponding functions must be found from some integral differential equations followed from the boundary conditions for the moving surface. The explicit form of these integral differential equations is given.

УДК 535.825.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ФАЗОВОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ В ВИДЕ ОТРАЖАТЕЛЬНОЙ ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКИ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ГЕНЕРАТОРА ДИФРАКЦИОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

А. А. Вертий, Н. А. Попенко, Б. К. Скрынник, В. П. Шестопалов

Проведены исследования влияния фазовой неоднородности в открытом резонаторе (ОР) генератора дифракционного излучения (ГДИ), выполненной в виде локальной отражательной дифракционной решетки (ОДР), на его спектр и добротность. Показано, что компенсация такой неоднородности приводит к увеличению добротности резонатора ГДИ и улучшению условий возбуждения ОР электронным пучком. Использование «компенсированного» ОР в генераторе позволило существенно улучшить его характеристики.

Использование эффекта дифракционного излучения для генерации волн привело к созданию ряда приборов. В первых генераторах такого типа используются открытые резонаторы (ОР) типа интерферометра Фабри—Перо и полусферического ОР, в которых одно из зеркал полностью покрыто отражательной дифракционной решеткой (ОДР) [1—3]. В настоящее время широкое развитие получили генераторы дифракционного излучения (ГДИ) [4]. В ГДИ используется полусферический ОР с периодической структурой, нанесенной лишь в центральной части одного из зеркал.

Настоящая работа посвящена исследованию влияния локальной периодической структуры на характеристики ОР ГДИ с целью улучшения параметров генератора.

Рассмотрим бесконечную ОДР из брусьев прямоугольного поперечного сечения в области частот, где условие излучения выполняется только для нулевой гармоники рассеянного поля. В этом случае для дальней зоны (здесь существуют только падающая и отраженная волны) фаза нулевой гармоники отраженного поля (обозначим ее через $\arg a_0$) будет полностью характеризовать дифракционные свойства решетки, поскольку модуль амплитуды этой волны равен единице.

Для ОДР с узкими щелями поведение $\arg a_0$ (при произвольном падении под углом φ плоской волны на решетку) описывается функцией [5]. При $\theta \ll 1$ с погрешностью $O(k^2 \theta^2)$ фаза отраженной волны записывается следующим образом:

$$\arg a_0 = 2 \operatorname{arctg} \frac{\theta \operatorname{tg} kh}{(1 + \zeta \ln \sin \pi\theta) \cos \varphi} + O(k^2 \theta^2), \quad (1)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, l — период решетки, d — ширина щели, $\theta = d/l$ — относительная ширина канавки, h — глубина канавки, $\zeta = l/\lambda$.

С точки зрения наблюдателя, находящегося в дальней зоне, ОДР в рассматриваемом случае может быть заменена некоторой эквивалентной идеально проводящей плоскостью. Положение этой плоскости определяется фазой отраженной волны и равно [5]

$$z_0 = \frac{\arg a_0}{2k \cos \varphi}. \quad (2)$$

Подобный теоретический анализ ОДР конечной ширины, размещенной в виде полосы на металлическом экране, представляет значительные трудности. Однако, пользуясь теоретическими результатами для бесконечных периодических структур и экспериментальными данными для ограниченных ОДР, можно сделать вывод о том, что наличие локальной ОДР в ОР эквивалентно локальной фазовой неоднородности на зеркале резонатора.

Для улучшения работы ГДИ важным вопросом является установление условий компенсации такой фазовой неоднородности. Очевидно, ее компенсацию можно провести, совмещая поверхность плоского зеркала с эквивалентной отражающей плоскостью z_0 , которая заменяет собственно решетку. Поскольку на практике решетки имеют конечную ширину, то величину подъема z_0 необходимо искать экспериментально.

С целью выяснения влияния периодической структуры, частично покрывающей плоское зеркало, на характеристики ОР (амплитудное распределение поля, добротность) и условий компенсации фазовой неоднородности были проведены экспериментальные исследования ОР ГДИ.

ОР представлял собой полусимметричный резонатор, вдоль диаметра плоского зеркала которого частично была нанесена ОДР шириной $D = 10 \text{ мм}$, с периодом $l = 0,4 \text{ мм}$, относительной шириной канавки $\theta = 0,35$ и глубиной $h = 0,92$. Апертуры зеркал $a_{\text{сп}} = a_{\text{пл}} = 60 \text{ мм}$, радиус кривизны $R = 150 \text{ мм}$. Исследования проводились на длине волны $\lambda = 4,01 \text{ мм}$. Запитка резонатора осуществлялась щелью связи $0,1 \times 3,6 \text{ мм}^2$, расположенной в центре сферического зеркала.

Так как введение волноводного элемента связи в области дифракционной решетки привело бы к существенному возмущению поля вблизи периодической структуры, то связь с ОР осуществлялась по дифракционному полю.

Исследовались амплитудные распределения полей и добротности данного резонатора. Для изучения структуры поля применялся метод пробного тела [6] с учетом погрешностей, обусловленных выбором размера зонда [7]. Измерения полей проводились в плоскости, параллельной ламелям гребенки в различных сечениях по OZ .

На рис. 1 представлено распределение поля колебания, близкого к моде TEM_{01q} , в сечениях вблизи плоского зеркала $OZ = \lambda/4$ и в сечении $OZ = 10\lambda$. Как видно из приведенных распределений, наличие

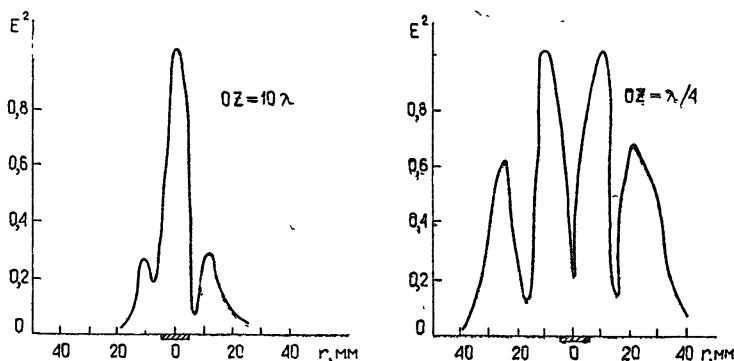


Рис. 1. Амплитудное распределение поля колебания, близкого к моде TEM_{01q} , в ОР с решеткой „заподлицо“.

ОДР приводит к существованию в ОР поля со сложным распределением. Вблизи центра ОР поле имеет максимум по оси ОР. В то же время в сечении около плоского зеркала вследствие интерференции волн, отраженных от плоскости z_0 и плоскости зеркала, на оси резонатора суммарное поле имеет минимум, т. е. на периодической структуре мы имеем малую амплитуду поля. Добротность данного колебания не высокая: $Q = 6000$.

Такая ситуация неблагоприятна с точки зрения условий взаимодействия электронного пучка с полем системы. Очевидно, что для уменьшения нежелательных искажений поля, вносимых дифракционной решеткой, необходимо совместить эквивалентную отражающую плоскость ОДР с плоскостью зеркала. Величину подъема приближенно можно рассчитать по формулам (1), (2).

Подъем ОДР осуществлялся при помощи микрометрического устройства без разъюстировки резонатора.

Распределение поля того же колебания (близкого к моде TEM_{01q}) в ОР, у которого решетка приподнята над плоским зеркалом на $z_0 = 0,6 \text{ мм}$ ($z_0 \text{ расч} = 0,75 \text{ мм}$), приведено на рис. 2. В этом случае отражение про-

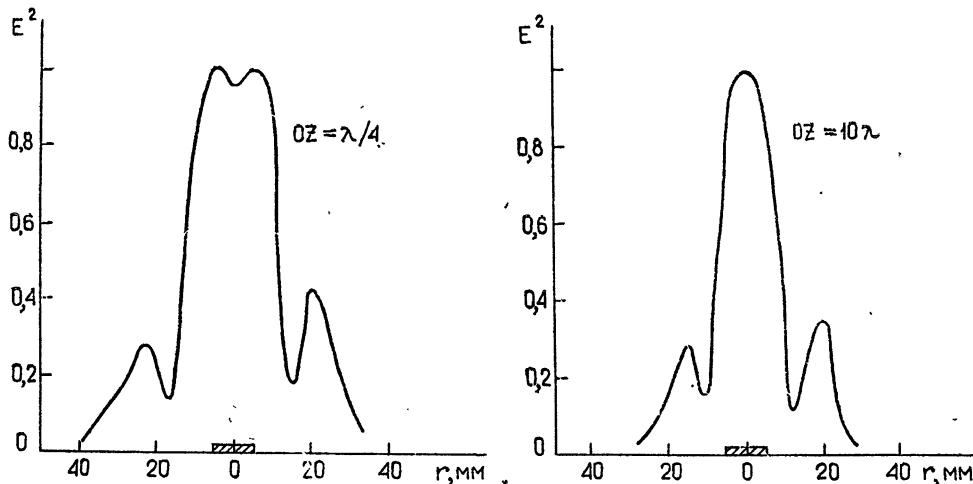


Рис. 2.

исходит от плоского зеркала, как от почти идеальной плоскости. Этот факт положительно сказывается на распределении поля колебания, возбуждаемого в рассматриваемом ОР. Поскольку динамический диапазон при регистрации распределения поля и чувствительность зонда во всех случаях были одинаковы, мы можем сравнивать амплитуды полей в первом и во втором случае. Амплитуда поля на гребенке значительно увеличилась (с 0,2 в предыдущем случае до 0,9). Добротность колебания составила $Q = 18000$.

На базе «холодных» измерений созданы ГДИ, резонансная система в которых представляет собой ОР с близким к оптимальному распределением поля в области взаимодействия с электронным пучком. Исследования проводились на макете, описанном в [8].

Измеряются следующие характеристики генератора: диапазон перестройки, зависимость пусковых токов и выходной мощности от длины волны. Измерения проведены по методике, приведенной в [8]. Параметры рассматриваемого ГДИ сравнивались с соответствующими характеристиками базового генератора с решеткой «заподлицо» (при одном

и том же микроперванссе пучка $\mu P = 0,9 \text{ мкA/B}^{3/2}$, фиксированном положении электронной пушки и магнитном поле $H = 4 \text{ кЭ}$).

Диапазон перестройки двух сравниваемых генераторов приведен на рис. 3. В случае ГДИ с резонатором, близким к оптимальному,

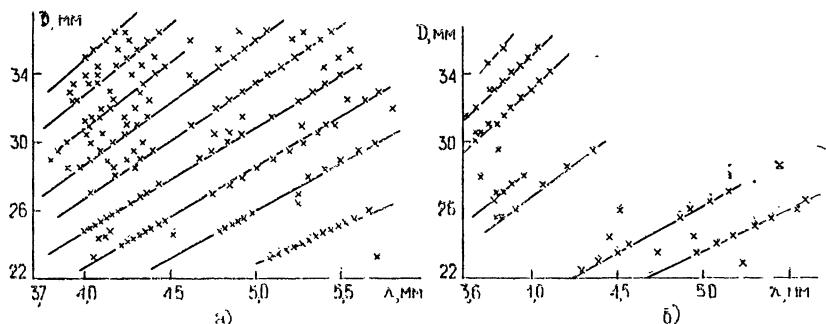


Рис. 3. Диапазон перестройки ГДИ:
а) ОР с решеткой, поднятой на величину $z_0 = 0,68 \text{ мм}$; б) ОР с решеткой „заподлицо“.

существенным образом расширился диапазон перестройки. Это объясняется тем, что в базовом генераторе эффективное возбуждение колебаний происходит в тех областях и на тех типах колебаний, для которых влияние решетки невелико. Другими словами, распределение поля их таково, что на границе решетка—зеркало поле минимально. Для колебаний с иным распределением поля условия возбуждения хуже. Это приводит к увеличению пусковых токов и уменьшению уровня выходной мощности.

В генераторе с компенсированной фазовой неоднородностью условия возбуждения для идентичных типов колебаний практически одинаковы по всему диапазону перестройки. Это подтверждает зависимость изменения величины пускового тока от длины волны двух генераторов (рис. 4 а и рис. 4 в). В рассматриваемом ГДИ пусковые токи по диапазону изменяются плавно в пределах одного типа колебаний (TEM_{01q}).

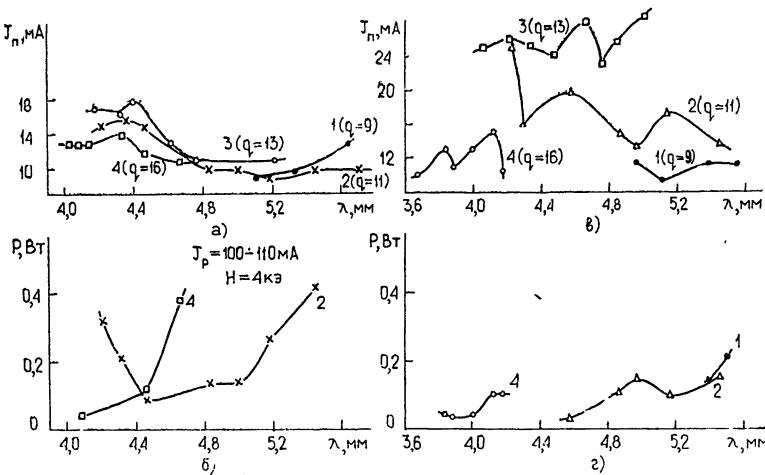


Рис. 4. Зависимость пусковых токов и выходной мощности от длины волны:

а, б) ГДИ с решеткой, поднятой на величину $z_0 = 0,68 \text{ мм}$,

в) базовый ГДИ.

и мало отличаются при переходе от одного колебания к другому. При этом средняя величина пускового тока уменьшилась по сравнению с базовым вариантом в два раза. Это связано с увеличением добротности и улучшением условия взаимодействия электронного пучка с электромагнитным полем системы.

Из приведенной зависимости изменения выходной мощности от длины волны (рис. 4 б и рис. 4 г) видно, что ГДИ с ОР с компенсированной фазовой неоднородностью имеет несколько повышенный уровень выходной мощности. При рабочем токе 200 мА величина выходной мощности базового прибора на $\lambda = 4,05 \text{ mm}$ составила 1 Вт, а для исследуемого — $P = 2,2 \text{ Wt}$ на той же длине волны.

Таким образом, эти данные позволяют утверждать, что компенсация фазовой неоднородности, обусловленной ОДР в ОР ГДИ, приводит к значительному улучшению основных характеристик генератора.

Основные результаты работы можно сформулировать следующим образом.

1. Показана возможность управления распределением поля и добротностью ОР с дифракционной решеткой конечной ширины на плоском зеркале путем изменения соотношения фаз волн, отраженных от плоского зеркала и ОДР.

2. На базе «холодных» измерений создан ГДИ с улучшенными характеристиками, у которого резонансная система близка к оптимальной.

В заключение авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность С. Д. Андреню и С. А. Масалову за полезные советы, высказанные в процессе обсуждения работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. N. Taguchi et al., Tohoku University, RIEC, Sendai, Japan, Rep. of Pes. Croup on Electron Devices (1964).
2. Ф. С. Русин, Г. Д. Богоялов, в сб. Электроника больших мощностей, вып. 5, 39 (1968).
3. K. Mizuno et al., Proc. IEEE (Lett.), 57, 720 (1969).
4. И. М. Балаклицкий, Б. К. Скрынник и др., УФЖ, 14, № 4, 539 (1969).
5. В. П. Шестопалов, Л. Н. Литвиненко и др., Дифракция волн на решетках, изд. ХГУ, Харьков, (1973).
6. Р. А. Валитов, С. Ф. Дюбко и др., ЖЭТФ, 47, 1173 (1964).
7. Н. А. Попенко, Радиотехника и электроника, 20, № 4 (1975).
8. И. М. Балаклицкий, В. Г. Курин и др., Электронная техника, сер. 1, Электроника СВЧ, № 6, 117 (1971).

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
24 февраля 1975 г.

INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF A PHASE INHOMOGENEITY IN THE FORM OF A REFLECTING DIFFRACTION ARRAY ON CHARACTERISTICS OF A DIFFRACTION OSCILLATOR

A. A. Vertit, N. A. Popenko, B. K. Skrynnik, V. P. Shestopalov

The investigations are made of the phase inhomogeneity effect in the open resonator (OR) of the diffraction oscillator (DO) in the form of the local reflecting diffraction array (RDA) on its spectrum and Q-factor. The compensation of such an inhomogeneity is shown to lead to an increase in DO resonator quality and to improvement of excitation conditions of OR by an electron beam. The use of „compensated“ OR in the oscillator permits its characteristics to be essentially improved.

**КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ
И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ**

УДК 538.311

О ПРИМЕНЕНИИ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ ДЛЯ ОПИСАНИЯ СВОБОДНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Л. Апресян

В работах [1, 2] были указаны некоторые критерии применимости решения скалярного уравнения переноса излучения (УПИ) для определения двухточечной корреляционной функции поля $\Gamma(r, R) = \langle \psi\left(R + \frac{r}{2}\right)\psi^*\left(R - \frac{r}{2}\right) \rangle$. Рассмотрим аналогичную задачу для случая свободного электромагнитного поля, распространяющегося в полупространстве $z \geq 0$.

Пусть на плоскости $z = 0$ задана тангенциальная компонента вектора электрического поля $E_{\perp}(r)|_{z=0}$, которая, вообще говоря, может быть случайной. Тогда решение уравнений Максвелла приводит к следующему выражению для матричной корреляционной функции $\hat{\Gamma}$ поля E при $z \geq 0$:

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}(r, R) &\equiv \left\langle E\left(R + \frac{r}{2}\right) \oplus E^*\left(R - \frac{r}{2}\right) \right\rangle \equiv \left\| \left\langle E_l\left(R + \frac{r}{2}\right) E_k^*\left(R - \frac{r}{2}\right) \right\rangle \right\| = \\ &= \int \left\{ \left[1 - \frac{e_z \oplus (q_{\perp} + z/2)}{z_1} \right] \hat{\Phi}(q_{\perp}, z) \left[1 - \frac{(q_{\perp} - z/2) \oplus e_z}{z_2^*} \right] \right\} \times \end{aligned} \quad (1)$$

$$\times \exp(i [zR_{\perp} + (z_1 - z_2^*)Z + q_{\perp} \rho + p_z z]) d^2 q_{\perp} d^2 z,$$

где e_z — орт z , $r = (z, \rho)$, $R = (Z, R_{\perp})$, $z_{1,2} = \sqrt{k^2 - (q_{\perp} \pm z/2)^2}$ при $z_{1,2}^2 > 0$ и $z_{1,2} = i|z_{1,2}|$ при $z_{1,2}^2 < 0$, $p_z = \frac{1}{2}(z_1 + z_2^*)$, а $\hat{\Phi}(q_{\perp}, z)$ — матричный спектр граничного значения E_{\perp} :

$$\hat{\Phi}(q_{\perp}, z) = \int \left\langle E_{\perp}\left(R_{\perp} + \frac{\rho}{2}\right) \oplus E_{\perp}^*\left(R_{\perp} - \frac{\rho}{2}\right) \right\rangle \exp(-izR_{\perp} - iq_{\perp}\rho) \frac{d^2 R_{\perp} d^2 \rho}{(2\pi)^4}. \quad (2)$$

Выражение (1) отличается от аналогичного выражения (9) работы [1], полученного для скалярной задачи, во-первых, заключенные в фигурные скобки поляризационными множителями, и, во-вторых, формой записи экспоненты. Последнее отличие связано с тем, что (1) позволяет рассматривать не только бегущие, но и неоднородные волны, для которых $z_{1,2}^2 < 0$.

Решение матричного уравнения переноса для рассматриваемой задачи имеет вид

$$\hat{I}(n, e) = I_0\left(n, R_{\perp} - \frac{n_{\perp}}{n_z} Z\right), \quad (3)$$

* Корреляционные функции электромагнитного поля вида $\langle E_1 \oplus H_2^* \rangle$ и $\langle H_1 \oplus H_2^* \rangle$, как следует из уравнений Максвелла, выражаются простым дифференцированием матрицы $\hat{\Gamma}(r, R)$ ($E_{1,2} = E(R \pm r/2)$, $H_{1,2} = H(R \pm r/2)$).

где $\hat{I}(\mathbf{n}, \mathbf{R})$ — корреляционная матрица, $\mathbf{n} = (n_z, \mathbf{n}_\perp)$ — единичный вектор, $I_0(\mathbf{n}, \mathbf{R}_\perp) = \hat{I}(\mathbf{n}, Z=0, \mathbf{R}_\perp)$ — граничное значение $\hat{I}(\mathbf{n}, \mathbf{R})$. Предполагается, что матрица \hat{I} ортогональна \mathbf{n} , т. е. $\mathbf{n}^\top \hat{I}(\mathbf{n}, \mathbf{R}) = 0$, а лучевая интенсивность определяется, как $I(\mathbf{n}, \mathbf{R}) = \text{Sp } \hat{I}(\mathbf{n}, \mathbf{R})$.

В классической теории переноса плотность энергии излучения $\frac{\langle |E(\mathbf{R})|^2 \rangle}{8\pi} = (8\pi)^{-1} \text{Sp } \hat{I}(0, \mathbf{R}) \equiv \frac{I(0, \mathbf{R})}{8\pi}$ выражается через лучевую интенсивность $I(\mathbf{n}, \mathbf{R})$ как [3]

$$\frac{I(0, \mathbf{R})}{8\pi} = \int \frac{I(\mathbf{n}, \mathbf{R})}{c} d\Omega_{\mathbf{n}} = \int \frac{1}{c} \text{Sp } I_0\left(\mathbf{n}, \mathbf{R}_\perp - \frac{\mathbf{n}_\perp}{n_z} Z\right) d\Omega_{\mathbf{n}}, \quad (4)$$

а средний по времени и по ансамблю вектор Пойнтинга $S(\mathbf{R})$ равен

$$S(\mathbf{R}) = \int n I(\mathbf{n}, \mathbf{R}) d\Omega_{\mathbf{n}} = \int n \text{Sp } \hat{I}_0\left(\mathbf{n}, \mathbf{R}_\perp - \frac{\mathbf{n}_\perp}{n_z} Z\right) d\Omega_{\mathbf{n}}. \quad (5)$$

Как показано Долинным на примере скалярной задачи [4], лучевая интенсивность I позволяет определить не только $\langle E(\mathbf{R})E^*(\mathbf{R}) \rangle$, но и величину $\langle E\left(\mathbf{R} + \frac{r}{2}\right)E^*\left(\mathbf{R} - \frac{r}{2}\right) \rangle$, аналогом которой в скалярной модели выступает $\langle \psi\left(\mathbf{R} + \frac{r}{2}\right)\psi^*\left(\mathbf{R} - \frac{r}{2}\right) \rangle$.

С учетом поляризационных эффектов указанное обобщение соотношения (4) должно иметь вид

$$\frac{1}{8\pi} \hat{I}(r, \mathbf{R}) = \int \frac{1}{c} \hat{I}(\mathbf{n}, \mathbf{R}) e^{iknr} d\Omega_{\mathbf{n}} = \int \frac{1}{c} \hat{I}_0\left(\mathbf{n}, \mathbf{R}_\perp - \frac{\mathbf{n}_\perp}{n_z} Z\right) e^{iknr} d\Omega_{\mathbf{n}}. \quad (6)$$

Рассмотрим условия, при которых точное решение задачи о полупространстве (1) представимо в виде решения (6) уравнения переноса излучения.

Поскольку в теории переноса не допускаются комплексные значения единичного вектора \mathbf{n} , УПИ не учитывает вклада в $\hat{I}(r, \mathbf{R})$ неоднородных волн. Чтобы исключить из рассмотрения область интегрирования, соответствующую неоднородным волнам, введем в подынтеральное выражение в (1) множитель $\theta(x_1^2)\theta(x_2^2)$, где $\theta(x)$ — функция Хевисайда ($\theta(x)=1 (x>0), \theta(x)=0 (x<0)$). Отбрасывание неоднородных волн обычно допустимо, если рассматриваются точки наблюдения, достаточно удаленные от плоскости $z=0$. Тогда нетрудно привести (1) к виду*

$$\frac{\hat{I}(r, \mathbf{R})}{8\pi} = \int \frac{1}{c} \hat{I}_1\left((\mathbf{n}, \mathbf{R}_\perp - \frac{\mathbf{n}_\perp}{n_z} Z, \mathbf{x}) e^{ik_r(\mathbf{n}, \mathbf{x})nr} \theta(n_z) d^2\mathbf{x} d\Omega_{\mathbf{n}}\right), \quad (7)$$

где

$$\hat{I}_1(\mathbf{n}, \mathbf{R}_\perp, \mathbf{x}) = [\theta(x_1^2)\theta(x_2^2)\Phi_1(q_\perp, \mathbf{x})]_{q_\perp=x_r n} \frac{ce^{ik_r R_\perp} x_r^2 (8\pi)^{-1}}{\left| n_z - \frac{d}{dx_r} p_z(q_\perp = x_r n_\perp) \right|}; \quad (8)$$

$$\hat{\Phi}_1(q_\perp, \mathbf{x}) = \left[1 - \frac{e_z \oplus \left(q_\perp + \frac{\mathbf{x}}{2} \right)}{x_1} \right] \hat{\Phi}(q_\perp, \mathbf{x}) \left[1 - \frac{\left(q_\perp - \frac{\mathbf{x}}{2} \right) \oplus e_z}{x_2} \right], \quad (9)$$

а $x_r = x_r(\mathbf{n}, \mathbf{x})$ находится из уравнения $x_r n_z = p_z|_{q_\perp=x_r n_\perp}$ и имеет вид

$$x_r = \left[k^2 - \left(\frac{\mathbf{x}}{2} \right)^2 - \left(\frac{xn_\perp}{2n_z} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (10)$$

Представление вклада в $\hat{I}(r, \mathbf{R})$ от бегущих волн в виде (7) имеет простой физический смысл. Рассмотрим корреляцию двух бегущих волн с волновыми векторами

* Аналогичному преобразованию к интегрированию по телесному углу в [1] предшествует предположение о квазиоднородности поля на экране. Это ограничивает область применимости результатов [1] по сравнению с излагаемыми.

\mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_2 . Координатам r и R соответствуют сопряженные по Фурье переменные $\mathbf{x}_r = \mathbf{z}, \mathbf{n} = \frac{\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2}{2}$ и $\mathbf{x}_R = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$, так что $\mathbf{k}_{1,2} = \mathbf{x}_r \pm \frac{\mathbf{x}_R}{2}$. Из рис. 1 видно, что модуль \mathbf{x}_r при $\mathbf{x}_R \neq 0$ зависит от направления \mathbf{n} вектора \mathbf{x}_r и от попечерной по отношению к \mathbf{z} -компоненты вектора \mathbf{x}_R : $(\mathbf{x}_R)_{\perp} = \mathbf{x}$, что и отражено в выражении (7). В статистически однородном случае волны с $\mathbf{k}_1 \neq \mathbf{k}_2$ некоррелированы и $\mathbf{x}_r(\mathbf{n}, \mathbf{x})$ переходит в $\mathbf{x}_r(\mathbf{n}, 0) = \mathbf{k}$.

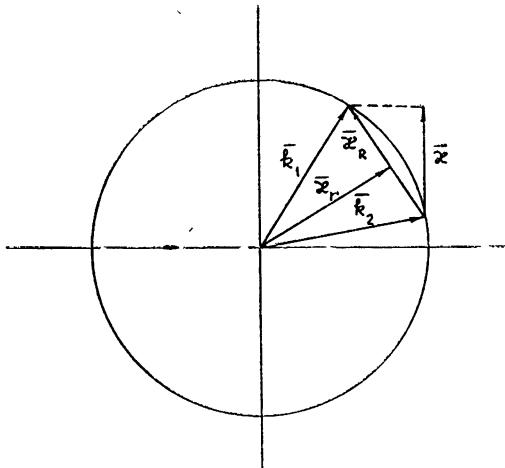


Рис. 1.

Из (7) следует:

1. В рассматриваемом случае решение уравнения переноса (в принципе) позволяет, согласно (6), точно восстановить вклад бегущих волн в $\hat{I}_0(\mathbf{n}, R)$, если правильно подобрать граничное условие для лучевой матрицы $\hat{I}_0(\mathbf{n}, R_{\perp})$. Последнее выражается через спектр граничных значений тангенциальной компоненты E_{\perp} соотношением

$$\hat{I}_0(\mathbf{n}, R_{\perp}) = \int \hat{I}_1(\mathbf{n}, R_{\perp}, \mathbf{x}) d^2x, \quad (11)$$

где \hat{I}_1 определяется согласно (8).

2. Применимость соотношения (6) для описания вклада бегущих волн в величину $\hat{I}(\mathbf{r}, R)$ при $r \neq 0$ ограничена условием квазиоднородности поля в плоскости $z = 0$. Точное выражение (7) принимает вид (6), если в экспоненте можно пренебречь изменениями $\mathbf{x}_r(\mathbf{n}, \mathbf{x})$, положив $\mathbf{x}_r \approx \mathbf{x}_r(\mathbf{n}, 0) = \mathbf{k}$. Для этого необходимо, чтобы в существенной для интегрирования области в (7) выполнялось неравенство

$$k^2 \gg \left(\frac{\mathbf{x}}{2} \right)^2 + \left(\frac{\mathbf{x} n_{\perp}}{2n_z} \right)^2 \sim \left(\frac{\mathbf{x}}{2n_z} \right)^2. \quad (12)$$

Заметим, что, поскольку подынтегральное выражение в (7) зависит от R , существенная для интегрирования в (7) область, вообще говоря, изменяется при изменении R .

При выполнении (12) и столь малых $|r|$, что

$$|(nr)| \left[\left(\frac{\mathbf{x}}{2} \right)^2 + \left(\frac{\mathbf{x} n_{\perp}}{2n_z} \right)^2 \right] \sim |(nr)| \left(\frac{\mathbf{x}}{2n_z} \right)^2 \ll 2k, \quad (13)$$

(7) принимает вид (6), где \hat{I}_0 определяется в соответствии с (11). В случае статистически однородного граничного условия поле бегущих волн также статистически однородно, так что (13) не налагает ограничений на величину $|r|$.

3. Правильное граничное значение $\hat{I}_0(\mathbf{n}, R_{\perp})$ не является в общем случае попечеренным по отношению к n , т. е. $\hat{I}_0(\mathbf{n}, R) \neq 0$. Условие «попечерности» \hat{I}_0 прибли-

женно и связано с предположением о квазиоднородности поля на экране. В случае полупространства это условие имеет вид

$$k^2 \gg \frac{1}{n_z^2} \left| \left(\frac{\mathbf{x}}{2} \right)^2 + k(\mathbf{n}_\perp \mathbf{x}) \right| \quad (14)$$

Таким образом, в рамках теории переноса (т. е. в предположении $\hat{I}_0(\mathbf{n}, \mathbf{R}) = 0$) в электромагнитном случае, в отличие от скалярной задачи, нельзя выбрать граничное условие так, чтобы точно учесть вклад бегущих волн в $\hat{\Gamma}(0, \mathbf{R})$, если только поле на экране не является статистически однородным.

Рассмотрим теперь условия, допускающие представление вклада бегущих волн в среднее значение вектора Пойнтинга $\mathbf{S}(\mathbf{R})$ в форме (5), принятой в теории переноса.

Нетрудно показать, что вектор $\mathbf{S}(\mathbf{R})$ выражается через матрицу $\hat{\Gamma}(\mathbf{r}, \mathbf{R})$ соотношением

$$\mathbf{S}(\mathbf{R}) \equiv \frac{c}{8\pi} \langle \mathbf{E}(\mathbf{R}) \times \mathbf{H}^*(\mathbf{R}) \rangle = - \frac{c}{ik} \left(\frac{\nabla_R}{2} - \nabla_r \right) (\text{Sp} - \dots) \frac{\hat{\Gamma}(\mathbf{r}, \mathbf{R})}{8\pi} \Big|_{r=0}. \quad (15)$$

Здесь используются следующие сокращения: $a(\text{Sp} - \dots) \hat{b} = a \text{Sp} \hat{b} - ab$, $(ab)_i = a_k b_{ki}$, где a и \hat{b} — произвольные вектор и матрица.

Предположим, что выполняется неравенство (14). Тогда часть $\hat{\Gamma}(\mathbf{r}, \mathbf{R})$, связанная с бегущими волнами, представима в виде решения уравнения переноса (6) с «попечерчным» граничным условием $\hat{I}_0(\mathbf{n} \hat{I}_0(\mathbf{n}, \mathbf{R}_\perp) = 0)$. Подставив (6) в (15), получаем

$$\mathbf{S}(\mathbf{R}) = - \frac{1}{ik} \int \left[\frac{1}{2} \left(\nabla_{R_\perp} - \frac{e_z(n_\perp \nabla_{R_\perp})}{n_z} \right) - ikn \right] (\text{Sp} - \dots) \hat{I}_0 \left(\mathbf{n}, \mathbf{R}_\perp - \frac{\mathbf{n}_\perp}{n_z} Z \right) d\Omega_n. \quad (16)$$

В (16) члены, содержащие ∇_{R_\perp} , описывают часть вектора Пойнтинга, обусловленную статистической неоднородностью поля и направленную перпендикулярно \mathbf{n} . Если этими членами можно пренебречь, то (16) переходит в (5). Можно показать, что выполнение условия (14) позволяет отбросить эти члены при вычислении компоненты S_z вектора $\mathbf{S}(\mathbf{R})$. Однако для возможности пренебрежения этими членами при вычислении $S_\perp = S - e_z S_z$ требуется выполнение дополнительного условия:

$$|n_\perp| = \sqrt{1 - n_z^2} \gg \frac{z}{2k}. \quad (17)$$

Обычно в теории переноса граничное значение $\hat{I}_0(\mathbf{n}, \mathbf{R}_\perp)$ задается произвольно, с помощью вспомогательных элементарных физических соображений. Разобранный здесь простейший пример дает некоторые ограничения, достаточные (в данном частном случае) для согласования граничного условия в теории переноса с точным решением уравнений Максвелла.

В заключение благодарю Г. И. Овчинникова, Ю. А. Кравцова и В. И. Татарского за обсуждение данной заметки.

ЛИТЕРАТУРА

- Г. И. Овчинников, В. И. Татарский, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 15, № 9, 1419 (1972).
- Г. И. Овчинников, Радиотехника и электроника, 18, № 10, 2044 (1973).
- С. Чандрасекар, Перенос лучистой энергии, ИЛ, М., 1953.
- Л. С. Долин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 7, № 3, 559 (1964).

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ НИЗКОВОЛЬТНОГО ГЕНЕРАТОРА С ТОРМОЗЯЩИМ ПОЛЕМ ПРИ НАЛИЧИИ НАЧАЛЬНОЙ МОДУЛЯЦИИ ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА

С. Г. Афанасов, И. Я. Ашбель, Б. М. Жулковский, В. И. Кочетков,
С. Г. Петров, В. И. Чередник, А. П. Чириманов

В работе [1] приведены некоторые результаты экспериментального исследования систем с тормозящим полем, позволяющие сделать вывод о возможности применения таких систем для создания низковольтных миниатюрных экономичных генераторов СВЧ диапазона. Приведенные экспериментальные данные были получены при исследовании одноконтурного генератора [2]; резонатор включался между ускоряющим электродом и отражателем (рабочий промежуток), и, следовательно, СВЧ поле было локализовано между этими электродами.

Основные параметры приборов с тормозящим полем могут быть значительно улучшены путем модулирования электронного потока в прикатодной области СВЧ полем, синхронизированным по фазе с полем между отражателем и ускоряющим электродом*.

Роль модуляции потока в прикатодной области можно пояснить, анализируя пространственно-временные диаграммы движения электронов в рабочем промежутке. На рис. 1 представлена одна из таких диаграмм, соответствующая центру зоны возбуждения генератора с тормозящим полем при отсутствии модуляции электронного потока в прикатодной области (промежуток начальной модуляции) [2]. Из рисунка видно, что область фаз влета разгруппированных электронов лежит в интервале $\sim 225 - 315^\circ$, а область фаз влета группирующихся электронов — приблизительно $0 - 180^\circ$. При модуляции катодного тока СВЧ полем, колебания которого синфазны с колебаниями поля в рабочем промежутке, при нулевом угле пролета в прикатодной области число электронов, вылетающих из катода в интервале фаз $0 - 180^\circ$, будет увеличиваться, а вылетающих в интервале фаз $225 - 315^\circ$ будет уменьшаться. Такое изменение соотношения между числом группирующихся электронов и числом разгруппированных электронов позволяет предположить возможность увеличения активной компоненты отрицательной проводимости рабочего промежутка и КПД рассматриваемых систем. Проведенные при указанных выше идеализациях теоретические расчеты подтверждают эти предположения.

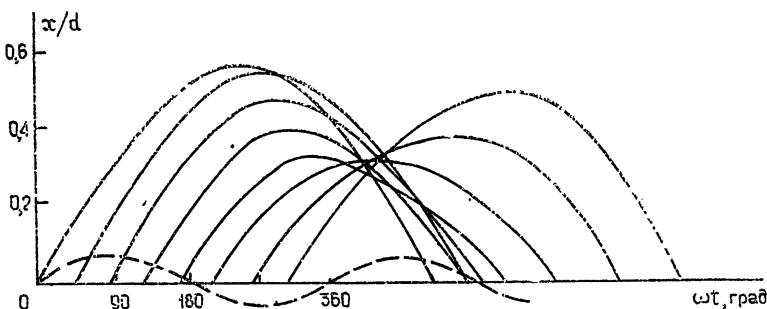


Рис. 1.

В настоящей работе приводятся результаты экспериментального исследования возможности увеличения КПД генераторов с тормозящим полем за счет модуляции электронного потока в прикатодной области. Исследования проводились на двухконтурных генераторах, в которых использовались экспериментальные образцы систем с тормозящим полем, аналогичные образцам, использовавшимся в работе [1]. Часть мощности из резонатора, включенного между электродами рабочего промежутка, через цепь обратной связи подводилась к резонатору, подключенному к промежутку начальной модуляции. Цепь обратной связи включала в себя ЛБВ, которая позволяла изменять фазу и величину СВЧ сигнала, подаваемого в прикатодную область.

На рис. 2 приведены зависимости мощности в нагрузке P_n и КПД η от частоты f во всем диапазоне генерируемых частот при фиксированных значениях уско-

* Известен патент США на отражательный кристаллон, в котором этим методом улучшались основные параметры прибора [3].

ряющего напряжения и рабочего тока ($I_0 = 20 \text{ Ma}$, $U_0 = 40 \text{ В}$) для центра первой зоны генерации (соответственно кривые 1 и 2).

На этом же рисунке представлены аналогичные зависимости для случая, когда модуляция потока в прикатодной области отсутствует (кривые 3 и 4), а также зависимость мощности СВЧ сигнала, потребляемой модулирующим резонатором в рабочем режиме, от частоты (кривая 5).

Как следует из приведенных экспериментальных результатов, наличие модуляции электронного потока в прикатодной области значительно повышает выходную мощность и КПД генератора. Из рис. 2 видно, что за счет модуляции электронного потока в прикатодной области максимальная мощность в нагрузке возрастает примерно с 50 мВт до $\sim 180 \text{ мВт}$, а КПД — с 6% до 22%, т. е. приблизительно в 3,5 раза. При учете мощности, потребляемой модулирующим резонатором, полный КПД генератора составляет более 17% (без учета мощности накала лампы).

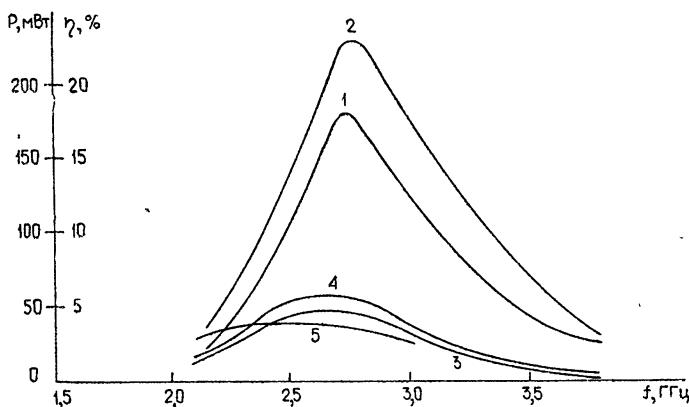


Рис. 2.

Были проведены также экспериментальные исследования свойств двухконтурного генератора на тех же приборах с тормозящим полем при отсутствии усиления СВЧ сигнала в цепи обратной связи. В этом случае часть мощности из резонатора, подключенного к электродам рабочего промежутка через фазовращатель, подводилась к резонатору, подключенному к электродам промежутка начальной модуляции. На частоте $f = 2,75 \text{ ГГц}$ было получено значение КПД около 11%, а выходная мощность при этом достигала 90 мВт (при отсутствии начальной модуляции эти параметры составляли соответственно 6% и примерно 50 мВт). Эти результаты являются предварительными, поскольку конструкция генератора для данного эксперимента не оптимизирована.

Полученные значения эксплуатационных характеристик исследованных приборов значительно превосходят аналогичные характеристики известных маломощных изоквивольтных ЭВП СВЧ.

В заключение можно отметить, что подобные системы являются перспективными с точки зрения решения проблем микроминиатюризации и снижения питающих напряжений маломощных ЭВП СВЧ.

ЛИТЕРАТУРА

- С. Г. Афанасов, И. Я. Ашбель и др., Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 16, № 11, 1173 (1973).
- В. И. Калинин, Генерирование дециметровых и сантиметровых волн, изд. Связь, М., 1948.
- Патент США, Positive grid oscillator, 2, 454, 330, 1948.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
10 марта 1975 г.