ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XVIII, № 10 РАДИОФИЗИКА 1975

УДК 621 372.8

О РАСЧЕТЕ ГОФРИРОВАННЫХ ВОЛНОВОДОВ

Ю. Г. Белов, С. Б. Раевский

Предлагается метод расчета волноводов с гофрированной поверхностью. Применение метода к решению конкретных задач иллюстрируется на примере симметричной волны магнитного типа в круглом волноводе с синусоидальной гофрой.

Гофрированные волноводы находят широкое применение в качестве фидерных линий в подвижных радиоустройствах. Для расчета волноводов с прямоугольной гофрой используется метод согласованных полей [1–3]. В настоящей работе предлагается метод исследования волноводов с гофрой, описываемой гладкой, непрерывной функцией продольной координаты, основанный на интегральном соотношении Лоренца [4].

Поле внутри поверхности S гофрированного волновода создается электрическими и магнитными токами

$$j_{e,m}, \quad j'_{e,m}.$$

Токи j_e и j_m создают поле (E, H) интересующей нас волны, удовлетворяющее граничному условию

$$E_\tau\big|_S = 0. \tag{1}$$

Токи j'_e и j'_m создают поле сферической волны (E', H'), удовлетворяющее нулевому граничному условию в точках, бесконечно удаленных от этих токов.

На основании леммы Лоренца для изотропной среды записываем

$$\oint\limits_{S+2S_1} ([HE'] - [H'E])\, dS = \int\limits_V (j_e E' - j_m H' - j'_e E + j'_m H) dV, \tag{2}$$

где V — объем, ограниченный боковой поверхностью волновода S и поперечными сечениями S_1, расположенными при $z \to \pm\infty$. Интегралы в (2) будут сходящимися, если токи $j'_{e,m}$ расположены в конечной области рассматриваемого объема.

Поскольку токи $j_{e,m}$ и $j'_{e,m}$ расположены внутри поверхности S, интегрирование в (2) по объему V можно заменить интегрированием по бесконечному пространству. Учитывая, что в силу условия (1) $[H'E]\, ds = 0$ на поверхности S, а $H' \to 0$ при $z \to \pm\infty$, уравнение (2) переписываем в виде

$$\oint\limits_{S+2S_1} [HE'] dS = \int\limits_{V_\infty} (j_e E' - j_m H' + j'_m H - j'_e E) dV. \tag{3}$$

В безграничном пространстве токи $j_{e,m}$ создадут сферическую волну (E_0, H_0). В этом случае лемма Лоренца принимает вид

$$\int\limits_{V_\infty} (j_e E' - j_m H' + j'_m H_0 - j'_e E_0) dV = 0. \tag{4}$$

Исключая из (3) с помощью (4) токи $j_{e,m}$, получаем

$$\oint\limits_{S+2S_1} [HE'] dS = \int\limits_{V_\infty} [j'_e(E_0 - E) - j'_m(H_0 - H)] dV. \tag{5}$$

Электрические и магнитные токи выбираем в виде элементарных диполей:

$$j_{e,m} = I_{e,m}\delta(R - R_{j_{e,m}}), \quad j'_{e,m} = I'_{e,m}\delta(R - R_{j'_{e,m}}),$$

где R, $R_{j,j'}$ — координаты точки наблюдения и точек источников.

Используя свойство δ-функции, получаем

$$\oint\limits_{S+2S_1} [HE'] dS = I'_e[E_0(R_{j'_e}) - E(R_{j'_e})] - I'_m[H_0(R_{j'_m}) - H(R_{j'_{e,m}})], \tag{6}$$

где $E_0(R_{j'_e})$, $E(R_{j'_e})$, $H_0(R_{j'_m})$ и $H(R_{j'_m})$ — проекции векторов E_0, E, H_0 и H на направления элементарных диполей $j'_{e,m}$ в точках их расположения.

Расположим излучатели $j'_{e,m}$ в конечной области пространства в сечении $z = z_0$, а $j_{e,m}$ — в сечении $z = -\infty$. В этом случае при $z \neq -\infty$ E и H будут представлять собой электрическое и магнитное поля волны в гофрированном волноводе, которая нас интересует. Поскольку E_0 и H_0 — электрическое и магнитное поля сферической волны, создаваемой токами $j_{e,m}$ в месте расположения диполей $j'_{e,m}$ $(z = z_0)$, этими полями можно пренебречь по сравнению с электрическим и магнитным полями волноводной волны:

$$E_0(R_{j'_e}) \ll E(R_{j'_e}), \quad H_0(R_{j'_m}) \ll H(R_{j'_m}). \tag{7}$$

В силу того, что источники $j'_{e,m}$ расположены в конечной области, с учетом неравенств (7) уравнение (6) переписываем в виде

$$\int\limits_{S} [HE'] dS = -I'_e E(R_{j'_e}) + I'_m H(R_{j'_m}). \tag{8}$$

Расположим элементарные диполи $j'_{e,m}$ на поверхности S гофрированного волновода (в сечении $z = z_0$) и ориентируем их касательно к ней. В этом случае с учетом (1) имеем в уравнении (8) $E(R_{j'_e}) = 0$.

В обобщенных цилиндрических координатах ξ, ζ, z, определяющих положение диполя, с учетом $\xi_0 = \xi(z_0)$ уравнение (8) переписываем в виде

$$\int\limits_{S} [HE'] dS = I'_m H_{j'_m}(\zeta_0, z_0). \tag{9}$$

В (9) $H = H(\zeta, z)$ — неизвестное магнитное поле на поверхности гофрированного волновода, $H_{j'_m}(\zeta_0, z_0)$ — проекция этого поля на направление диполя j'_m в точке его расположения, $E' = E'(\zeta, \zeta_0, z, z_0)$ — электрическое поле сферической волны, создаваемой током j'_m. Амплитуда этого поля пропорциональна I'_m. Поэтому в дальнейшем I'_m из уравнения (9) исключается.

Уравнение (9) представляет собой однородное интегральное уравнение Фредгольма второго рода относительно магнитного поля на поверхности гофрированного волновода. После определения магнитного поля на поверхности гофрированного волновода с помощью уравнения (8) можно рассчитать поле исследуемой волны внутри волновода. Действительно, положив в (8) $I'_m = 0$, $I'_e \neq 0$, находим проекцию электрического поля $\boldsymbol{E}$ на направление диполя $\boldsymbol{j}'_e$ в точке его расположения. При этом $\boldsymbol{E}'$ под знаком интеграла определяется положением $\boldsymbol{j}'_e$. Изменяя ориентацию и местоположение этого диполя внутри волновода, находим значения различных компонент электрического поля в различных точках. Аналогично можно рассчитать и магнитное поле.

В качестве примера рассчитаем с помощью полученного интегрального уравнения критическую частоту симметричной магнитной волны в круглом волноводе с синусоидальной гофрой. Магнитное поле этой волны так же, как и поле волны H_{01} в гладком круглом волноводе, имеет две компоненты H_r и H_z, которые в силу граничного условия (1) связаны соотношением

$$H_r = H_z \operatorname{tg} \varphi,$$

где φ — угол наклона касательной к линии профиля гофры, описываемого функцией

$$\rho(z) = a\left(1 + \frac{\delta}{2a} \cos \frac{2\pi}{D} z\right)$$

(δ и D — глубина и период гофры, a — средний радиус гофрированного волновода).

В качестве источника сферической волны возьмем элементарный излучатель $\boldsymbol{j}'_m$, расположенный на поверхности гофрированного волновода в сечении $z=z_0$ и ориентированный вдоль оси z. Электрическое поле $\boldsymbol{E}'$ сферической волны, создаваемой таким излучателем, имеет в цилиндрических координатах, связанных с волноводом, компоненты E'_r и E'_α. Нам в дальнейшем потребуется лишь E'_α, которую запишем [5] как

$$E'_\alpha = -\frac{I'_m}{4\pi}\left(i\frac{k}{R^2} + \frac{1}{R^3}\right)(r - \rho_0 \cos\alpha) e^{-ikR}, \tag{10}$$

где

$$R = [(r\cos\alpha - \rho_0)^2 + r^2 \sin^2\alpha + (z - z_0)^2]^{1/2},$$

$$k = 2\pi/\lambda, \quad \rho_0 = \rho(z_0).$$

Компоненту E'_α в виде (10), положив $r = \rho(z)$, подставляем в уравнение (9). Приняв во внимание связь между H_z и H_r, получаем

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{2\pi} H_z E'_\alpha (\rho'^2 - 1) \rho \, d\alpha \, dz = I'_m H_z(z_0). \tag{11}$$

Используя метод Галеркина — Ритца [6], неизвестное магнитное поле записываем в виде

$$H_z(z) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} C_m e^{-i\beta_m z}, \tag{12}$$

где $\beta_m = \beta_0 + \frac{2\pi}{D} m$, C_m — неизвестные постоянные коэффициенты.

В критическом режиме $\beta_0=0$. Подставляя $H_z(z)$ в виде (12) при $\beta_0=0$, в уравнение (11) и используя условие ортогональности, получаем

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty}{}' C_m A_{mn} - C_n D = 0 \quad (n = 0;\ \pm 1;\ \pm 2, \ldots),$$

где

$$A_{mn} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{0}^{D} \int_{0}^{2\pi} E'_\alpha(\rho'^2 - 1)\rho \exp\left[-i\frac{2\pi}{D}(mz - nz_0)\right] d\alpha\, dz_0 dz.$$

Учитывая, что $A_{mn} = A'_{mn} + iA''_{mn}$, $C_m = C'_m + iC''_m$, приходим к системе линейных однородных алгебраических уравнений относительно C'_m и C''_m:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} (C'_m A''_{mn} - C''_m A'_{mn}) - C'_n D = 0,$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} (C'_m A''_{mn} + C''_m A'_{mn}) - C''_n D = 0$$

($n=0$, ± 1, ± 2, ...). Приравняв нулю определитель этой системы, получаем характеристическое уравнение относительно $k_{\text{кр}} = 2\pi/\lambda_{\text{кр}}$ симметричной магнитной волны в гофрированном волноводе.

Результаты решения характеристического уравнения в первом приближении представлены на рис. 1 и 2, где показана зависимость критической частоты соответственно от глубины и периода гофры. Для оценки точности, обеспечиваемой предлагаемым методом, результаты расчета были сопоставлены с экспериментом. Экспериментальное измерение критической частоты производилось методом резонансного объема.

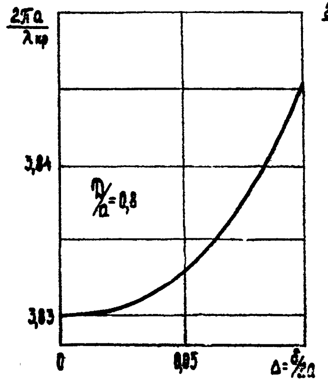

Рис. 1

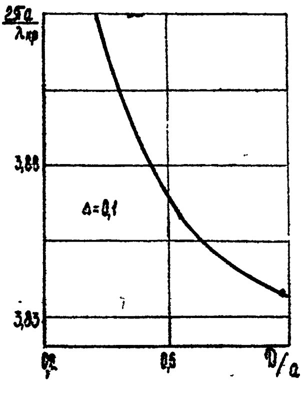

Рис. 2.

Сравнение показало, что уже в первом приближении погрешность расчета по отношению к эксперименту не превышает 1%.

ЛИТЕРАТУРА

1. W. Walkinshaw, J. Appl. Phys., 20, № 6, 634 (1949).
2. О. А. Вальднер, А. В. Шальнов, Электромагнитные поля в диафрагмированных волноводах линейных электрических ускорителей, Госатомиздат, М., 1963.
3. С. Б. Раевский, В Я Сморгонский, Радиотехника и электроника, 17, № 6 1297 (1972).
4. Б. З. Каценеленбаум, Высокочастотная электродинамика, изд. Наука М., 1966.

5 Л. Д. Гольдштейн, Н. В. Зернов, Электромагнитные поля и волны, изд Сов. радио, М., 1971.
. С. Г. Михлин, Х. Л. Смолицкий, Приближенные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений, изд. Наука, М, 1965

Горьковский политехнический институт

Поступила в редакцию
29 января 1973 г.,
после доработки
24 февраля 1975 г.

CALCULATION OF CORRUGATED WAVEGUIDES

Yu. G. Belov, S. B. Raevskii

A method is suggested to calculate corrugated waveguides. The application of the method to the solution of specific problems is illustrated by the example of a symmetrical magnetron-type wave in a circular sinusoidal-corrugation waveguide.