

УДК 621.378.323

К ТЕОРИИ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ МАЗЕРОВ НА ЦИКЛОТРОННОМ АВТОРЕЗОНАНСЕ

М. И. Петелин

Показано, что КПД индуцированного циклотронного излучения стационарного ультрарелятивистского электронного потока может составлять несколько десятков процентов, если электромагнитная волна, взаимодействующая с потоком, распространяется в направлении, близком к направлению статического магнитного поля, а ее фазовая скорость близка к скорости света.

Появление сильноточных электронных ускорителей (см. обзор [1]) стимулировало развитие теоретических [2, 3] и экспериментальных [4] исследований, направленных на создание мощных релятивистских генераторов когерентного электромагнитного излучения. Одним из физических механизмов, которые могут быть положены в основу действия таких генераторов, является индуцированное циклотронное излучение электронов. В настоящее время этот механизм используется в слабoreлятивистских мазерах на циклотронном резонансе (МЦР) (см. обзор [5]). Очевидно, однако, что релятивистские МЦР по своим параметрам и характеристикам должны существенно отличаться от своих слабoreлятивистских аналогов.

1. Главная особенность процесса воздействия переменной силы на вращение релятивистских электронов в магнитном поле — по сравнению с циклотронным резонансом слабoreлятивистских электронов — заключается в том, что релятивистский электрон, потеряв энергию порядка своей исходной энергии, увеличивает свою циклотронную частоту ω_H на величину порядка исходного значения ω_H . Чтобы это обстоятельство не приводило к выходу электронов из синхронизма или резонанса с излучаемой электромагнитной волной до того, как они отдадут этой волне значительную часть своей энергии, существуют две возможности:

а) использовать взаимодействие электромагнитной волны с электронным потоком на участке, много меньшем радиуса циклотронной орбиты (теоретически исследованные Юлпатовым синхротронные генераторы, основанные на механизме, аналогичном ответственному за отрицательную реабсорбцию синхротронного излучения межзвездной плазмой — см. обзор [6]);

б) использовать взаимодействие электронов с электромагнитными волнами, распространяющимися с фазовой скоростью, близкой к скорости света, в направлении, близком к направлению магнитного поля.

Последняя из перечисленных возможностей, которая и представляет собой тему настоящего сообщения, основывается на том, что изменение расстройки циклотронного резонанса электронов по отношению к электромагнитной волне $\omega - \hbar\omega_{||} - \omega_H$ (ω — частота волны, \hbar — ее постоянная распространения в направлении магнитостатического поля

$H_0 = H_0 z_0$) происходит не только вследствие изменения их циклотронной частоты ω_H , но — с учетом эффекта Допплера — и вследствие изменения их поступательной скорости v_{\parallel} под действием волны (фазовая и пространственная группировки электронов [7]). Существенно, что соответствующие приращения расстройки резонанса противоположны по знаку, а соотношение между ними зависит от параметра $\beta_{\Phi} = v_{\Phi}/c$ ($v_{\Phi} = \omega/h$ — фазовая скорость волны в направлении статического магнитного поля, c — скорость света в вакууме) [7–9]. В частности, при $\beta_{\Phi} = 1$ электроны ведут себя по отношению к электромагнитной волне как линейные осцилляторы, и если условие резонанса $\omega - hv_{\parallel} - \omega_H = 0$ выполнено в начальный момент, то оно выполняется тождественно во времени (авторезонанс [9]), при этом в плоскости $\beta_{\parallel}, \beta_{\perp}$ ($\beta_{\parallel} = v_{\parallel}/c$, $\beta_{\perp} = v_{\perp}/c$, v_{\perp} — орбитальная составляющая скорости частицы) электроны движутся по эллипсу $(2\beta_{\parallel} - 1)^2 + 2\beta_{\perp}^2 = 1$, стремясь асимптотически к точке $\beta_{\perp} = 0$, $\beta_{\parallel} = 1$.

В свете сказанного очевидно, что при любой энергии электронов существует возможность подбором фазовой скорости волны обеспечить эффективную неизохронность вращения электронов, оптимальную с точки зрения достижения высокого коэффициента преобразования энергии потока вращающихся электронов (который можно рассматривать как ансамбль возбужденных классических осцилляторов [5]) в электромагнитное излучение. В ультрарелятивистских МЦР, где

$$\gamma = (1 - \beta_{\parallel}^2 - \beta_{\perp}^2)^{-1/2} \gg 1,$$

наиболее благоприятными, по-видимому, должны быть режимы, близкие к авторезонансу:

$$|\beta_{\Phi} - 1| \ll 1,$$

$$\beta_{\perp}^2 \ll 1.$$

2. Многие особенности процессов, которые должны происходить в ультрарелятивистских МЦР, можно, по-видимому, выявить при исследовании движения и группировки электронов в поле плоской однородной циркулярно-поляризованной электромагнитной волны

$$\mathbf{E} = E_0(x_0 \cos \psi + y_0 \sin \psi),$$

$$\mathbf{H} = (E_0/\beta_{\Phi})(y_0 \cos \psi - x_0 \sin \psi),$$

$$\psi = \omega t - hz,$$

распространяющейся в однородном диэлектрике в направлении статического магнитного поля (x, y, z — прямоугольные декартовы координаты, x_0, y_0, z_0 — соответствующие единичные векторы).

Будем использовать следующие соотношения:

$$\frac{d}{dt}(mc^2) = \mathbf{v}\mathbf{F} \quad (1)$$

— уравнение, описывающее изменение энергии частицы под действием переменной силы $\mathbf{F} = -e\{\mathbf{E} + [(\mathbf{v}/c)\mathbf{H}]\}$,

$$m\mathbf{v}_{\perp} \frac{d\varphi}{dt} = m\mathbf{v}_{\perp} \omega_H - (\mathbf{r}_0 \mathbf{F}) \quad (2)$$

— уравнение движения электрона, умноженное на единичный вектор \mathbf{r}_0 , перпендикулярный статическому магнитному полю и скорости электрона,

$$\gamma(1 - \beta_{\parallel}\beta_{\phi}) = \text{const} \equiv \kappa \quad [9] \quad (3)$$

— интеграл уравнения

$$\frac{d(mc^2)}{d(mv_{\parallel})} = \frac{\omega}{h},$$

обе части которого представляют собой отношение приращений энергии и продольной составляющей импульса электрона при поглощении (или излучении) им одного из фотонов, образующих электромагнитную волну. В (1)—(3) φ — угол между орбитальной составляющей скорости электрона \mathbf{v}_{\perp} и осью x ; e , m_0 и $m = \gamma m_0$ — заряд, масса покоя и релятивистская масса электрона; $\gamma\omega_H = eH_0/m_0c = \omega_{H0}$.

Систему уравнений (1)—(3) удобно преобразовать к виду

$$\frac{d\gamma}{dZ} = -\frac{\beta_{\phi}}{\beta_{\parallel}} \beta_{\perp} \alpha \cos \vartheta,$$

$$\frac{d\vartheta}{dZ} = \frac{1}{\beta_{\parallel}\beta_{\phi}} \frac{1}{\beta_{\perp}\gamma} \left(\beta_{\phi}^2 - 1 + \frac{\kappa}{\gamma} \right) \alpha \sin \vartheta + \frac{\beta_{\phi}}{\beta_{\parallel}} \delta,$$

где $\vartheta = \psi - \varphi$, $Z = hz$, $\delta = \frac{\omega - hv_{\parallel} - \omega_H}{\omega}$, $\alpha = \frac{eE_0\bar{\lambda}}{m_0c^2}$, $\bar{\lambda} = \frac{c}{\omega} = \frac{\lambda}{2\pi}$.

Опуская в этих уравнениях члены высокого порядка малости по параметрам γ^{-1} , β_{\perp}^2 , $|\beta_{\phi} - 1|$ и κ , получаем

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\zeta} = -\tilde{\beta}_{\perp} \alpha \cos \vartheta,$$

$$\frac{d\vartheta}{d\zeta} = (\tilde{\beta}_{\perp}\mathcal{E})^{-1}(A + B\mathcal{E}^{-1})\alpha \sin \vartheta + (\Delta - A)\mathcal{E}^{-1} + A, \quad (4)$$

$$\tilde{\beta}_{\perp} = \beta_{\perp}\gamma_0 = (A + 2B\mathcal{E}^{-1} - \mathcal{E}^{-2})^{1/2}.$$

Здесь $\zeta = Z/\gamma_0^2$, $\mathcal{E} = \gamma/\gamma_0$, $A = (\beta_{\phi}^2 - 1)\gamma_0^2$, $B = \kappa\gamma_0$, $\Delta = \gamma_0^2(\omega - hv_{\parallel}^{(0)} - \omega_H^{(0)})/\omega$, $\omega_H^{(0)} = \omega_{H0}/\gamma_0$, $v_{\parallel}^{(0)} = (c/\beta_{\phi})[1 - (\kappa/\gamma_0)]$.

3. Будем считать, что в сечении $\zeta = 0$ электроны образуют стационарный поток, равномерно распределены по фазе вращения $\vartheta_0 = \vartheta(0)$ и имеют одинаковые орбитальные и поступательные составляющие скорости. Положив $\gamma_0 = \gamma(0)$, для относительной доли энергии, которую электроны в среднем отдают волне на отрезке $[0, \zeta_k]$, имеем

$$\eta = 1 - \bar{\mathcal{E}}_{\kappa}^{\vartheta_0} \equiv 1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathcal{E}(\vartheta_0, \zeta_k) d\vartheta_0. \quad (5)$$

Параметр η можно рассматривать как КПД взаимодействия электромагнитной волны с электронным потоком.

В приближении слабого поля ($\alpha \rightarrow 0$) выражение для КПД

$$\eta = -\frac{\alpha^2 \zeta_k^2}{2} \left[(A + 1)F_1(0) + \tilde{\beta}_{\perp}^2 \left(1 - \frac{A\zeta_k}{\theta} \right) F_2(0) \right], \quad (6)$$

$$\tilde{\beta}_{\perp} = (A + 2B - 1)^{1/2},$$

$$F_1 = \frac{1 - \cos \theta}{\theta^2}, \quad F_2 = 2F_1 - \frac{\sin \theta}{\theta},$$

$$\theta = \Delta \zeta_k,$$

как и следовало ожидать, совпадает по своей структуре с КПД взаимодействия слабого одночастотного поля с ансамблем возбужденных неизохронных классических осцилляторов [5].

Ограничимся анализом поведения КПД в основной зоне циклотронного резонанса

$$|\omega - \hbar v_{\parallel}^{(0)} - \omega_H^{(0)}| \leq 2\pi(c/z_k)^*.$$

В этой области, где $|\theta|$ не превышает 2π , функции $F_1(\theta)$ и $F_2(\theta)$ имеют наибольшую величину и положительны.

а) Если фазовая скорость волны совпадает со скоростью света ($A = 0$), КПД согласно (6) отрицателен — электроны поглощают энергию волны, что представляется естественным, так как в этом случае, как отмечалось, поток электронов по существу вырождается в ансамбль линейных осцилляторов.

б) Если фазовая скорость волны превышает скорость света ($A > 0$), КПД может быть положительным в случае, когда орбитальная скорость электронов отлична от нуля, при $\omega - \hbar v_{\parallel}^{(0)} - \omega_H^{(0)} > 0$ ($\theta > 0$) и при достаточно большом значении параметра $A \zeta_k$ (аналогичные условия имеют место и в слабoreлятивистских МЦР с $\beta_{\phi} > 1$ [5]). Оптимальным с точки зрения достижения наибольшего КПД является следующее соотношение параметров, найденное численным интегрированием уравнений (4) **:

$$(A \zeta_k)_{\text{опт}} = 10, \quad (\alpha^2/A)_{\text{опт}} = 5 \cdot 10^{-3}, \quad (B/A)_{\text{опт}} = 0,5, \quad (A/A)_{\text{опт}} = 0,5,$$

$$A_{\text{опт}} \gg 1,$$

при этом

$$\eta = 0,23 - (0,07/A).$$

Отметим, что неравенство $A \gg 1$ эквивалентно условию $\beta_{\perp}^2 \gg \gamma^{-2}$.

в) Если электромагнитная волна является замедленной, КПД может быть положительным, даже если начальная орбитальная скорость электронов равна нулю ($2B = 1 - A$), а именно в области аномального эффекта Доплера [10], где $A < -1$ и, соответственно, $v_{\phi} < v_{\parallel}$. В этом случае, используя интеграл уравнений (4),

$$\mathcal{E}[(A\mathcal{E}/2) + \Delta - A + \tilde{\beta}_{\perp} \alpha \sin \vartheta] = \text{const},$$

нетрудно найти, что наибольший КПД

$$\eta \approx 1 - (1/2B)$$

достигается при $B \gg 1$. ($1 - \beta_{\phi} \gg 1 - \beta_{\parallel}$), если $8\alpha^2 > B$, $\Delta \approx -B$ и

$$\zeta_k \approx (1/B) \int_0^1 x^{1/2} [(2\alpha^2/B)(1-x) - x(1-x)^2]^{-1/2} dx.$$

* Вне этой зоны имеют место эффекты, подобные лежащим в основе действия релятивистского моноотрона [3].

** Интегрирование уравнений (4) на ЭВМ проводилось З. Н. Кротовой, которой автор приносит глубокую благодарность.

4. С точки зрения оценки возможностей практической реализации ультрарелятивистских МЦР представляется очень важным выяснить, каким требованиям должно удовлетворять качество электронных потоков в устройствах этого типа. Основанием для опасений в данном случае является сужение полосы циклотронного резонанса при увеличении энергии электронов. Основанием для оптимизма, с другой стороны, служит то, что в ультрарелятивистских МЦР орбитальная скорость электронов должна быть относительно невелика (электроны отдают волне энергию, связанную, главным образом, с их поступательным движением); поэтому достаточно малый разброс их поступательных скоростей и, соответственно, достаточно малое доплеровское уширение линии циклотронного резонанса могут быть обеспечены при малом разбросе их полных энергий.

Анализ уравнений (4) и результаты численных расчетов показывают, что КПД взаимодействия электронного потока с электромагнитной волной мало отклоняется от своего максимального значения при малом относительном разбросе параметров α , ζ_k , A , B , Δ , т. е. при $\delta\alpha/\alpha \ll 1$, $\delta\zeta_k/\zeta_k \ll 1$ и т. д. Все эти условия удовлетворяются, если малы относительный разброс энергий и относительный разброс орбитальных скоростей электронов:

$$\delta\gamma_0/\gamma_0 \ll 1, \quad \delta\beta_{\perp 0}/\beta_{\perp 0} \ll 1. \quad (7)$$

Ограничения (7), аналогичные требованиям к электронным потокам в слабoreлятивистских МЦР*, представляются реализуемыми и в ультрарелятивистском случае. То, что электронные потоки, формируемые в сильноточных ускорителях, удовлетворяют первому из условий (7), в настоящее время доказано экспериментально [11]. Второму из условий (7), по-видимому, можно удовлетворить при использовании как адиабатических магнетронно-инжекторных электронных пушек (применяемых в гиротронах [12]), так и пушек с ударной [13] и пространственно-периодической [14] раскачкой орбитальных колебаний электронов. В обоих случаях благоприятным обстоятельством является то, что циклотронное вращение электронов происходит с частотой, в γ_0^2/A раз меньшей частоты излучения, и, соответственно, с пространственным периодом, в γ_0^2/A раз превышающим длину волны.

5. Цель настоящего сообщения состояла, главным образом, в том, чтобы показать принципиальную возможность создания мазеров на циклотронном резонансе с релятивистскими электронными потоками. Однако полученные выше результаты могут быть и непосредственно использованы при расчете частной разновидности МЦР-автогенератора с одним резонатором (МЦР-монотрона).

Будем считать, что резонатор обладает достаточно высокой добротностью Q , так что структура поля в нем является фиксированной и, соответственно, отношение средисквадратичного (по объему) поля $(\bar{E}^2)^{1/2}$ к амплитуде E_0 пространственной гармонки поля, резо-

* Заметим, впрочем, что в слабoreлятивистских МЦР (например, в гиротронах [12]) малость относительного разброса энергий и относительного разброса орбитальных скоростей еще не обеспечивает малости разброса поступательных скоростей электронов; поэтому во избежание большого доплеровского уширения линии циклотронного резонанса здесь, как правило, приходится использовать взаимодействие электронных потоков с электромагнитными волнами, имеющими фазовые скорости, много большие скорости света.

нансным образом действующей на электроны, не зависит от режима генератора. Тогда при заданном потенциале электронного потока U (а следовательно, и при заданной длине резонатора, которую естественно выбрать оптимальной) электронный ток I , необходимый для поддержания стационарных автоколебаний с оптимальной амплитудой резонансной гармоники E_0 , определяется из уравнения энергетического баланса

$$\omega W = PQ,$$

где $W = (\overline{E^2}/8\pi) V$ — энергия переменного поля в резонаторе, V — объем резонатора, $P = \eta IU$ — мощность, которую электронный поток отдает переменному полю. Следует иметь в виду, что введение электронного потока в резонатор приводит к смещению частоты автоколебаний относительно собственной частоты «холодного» резонатора, однако оптимального (с точки зрения получения высокого КПД) соотношения между частотой переменного поля и циклотронной частотой электронов всегда можно добиться настройкой статического магнитного поля. Подбор оптимальной фазовой скорости волны может быть осуществлен введением в резонатор плазмы* с соответствующей плотностью.

Изложенная здесь теория, разумеется, далеко не достаточна для создания реальной конструкции. Необходимым условием устойчивой работы МЦР является обеспечение режима одномодовых автоколебаний, для чего следует использовать резонаторы с достаточно редким спектром собственных частот высокочастотных мод. С учетом больших — в масштабе длины волны — размеров рабочего пространства ультрарелятивистского МЦР, а также с учетом специфических ограничений, обусловленных импульсным режимом работы сильноточных релятивистских инжекторов [1], создание электродинамических систем с необходимыми параметрами представляется довольно сложной задачей.

Автор признателен А. В. Гапонову, В. К. Юлпатову и А. А. Андронову за ценные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Н. Яблоков, Атомная техника за рубежом, № 10, 33 (1972).
2. P. G. Tallericco, G. E. Rowe, IEEE Trans., ED-17, № 7, 549 (1970); М. И. Петелин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 13, № 10, 1586 (1970); М. И. Петелин, А. В. Сморгонский, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 16, № 2, 294 (1973).
3. В. К. Юлпатов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 13, № 12, 1784 (1970); А. В. Сморгонский, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 16, № 1, 150 (1973).
4. J. A. Nation, Appl. Phys. Lett., 17, № 11, 491 (1970); J. A. Nation, W. L. Gardner, Nucl. Fusion, 11, № 1, 5 (1971); M. Friedman, M. Herndon, Phys. Rev. Lett., 28, № 4, 210 (1972); 29, № 1, 55 (1972); M. Friedman, D. Hammer, Appl. Phys. Lett., 21, № 4, 174 (1972); А. К. Березин, Я. Б. Файнберг, Л. И. Болотин, А. М. Егоров, В. А. Киселев, В. А. Буц, В. И. Курилко, А. П. Толстолужский, ЖЭТФ, 63, № 3 (9), 861 (1972). Н. Ф. Ковалев, М. И. Петелин, М. Д. Райзер, А. В. Сморгонский, Л. Э. Цопп, Письма в ЖЭТФ, 18, № 4, 232 (1973).
5. А. В. Гапонов, М. И. Петелин, В. К. Юлпатов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 10, № 9—10, 1414 (1967).
6. V. V. Zheleznyakov, E. V. Suvorov, Astrophys. Space Sci., 15, № 1, 3 (1972).
7. А. В. Гапонов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 2, № 5, 836 (1959); 4, № 3, 547 (1961); ЖЭТФ, 39, № 2 (8), 326 (1960).

* Расчет ультрарелятивистских МЦР с вакуумными электродинамическими системами должен основываться на теории, учитывающей влияние продольных составляющих переменного поля на вращение электронов, неоднородность переменного поля на ларморовской орбите и поперечный дрейф ведущих центров ларморовских орбит.

8. В. В. Железняков, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 3, № 1, 57 (1960); А. В. Гапонов, В. К. Юлпатов, Радиотехника и электроника, 12, № 4, 627 (1967).
9. В. Я. Давыдовский, ЖЭТФ, 43, № 3 (9), 886 (1962); А. А. Коломенский, А. Н. Лебедев, Докл. АН СССР, 145, № 6, 1259 (1962); ЖЭТФ, 44, № 1, 261 (1963).
10. В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, Докл. АН СССР, 56, № 6, 583 (1947); В. В. Железняков, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 2, № 1, 14 (1959).
11. Г. П. Мхендзе, В. И. Пулин, М. Д. Райзер, Л. Э. Цопп, ЖЭТФ, 63, № 1 (7), 104 (1972).
12. А. В. Гапонов, А. Л. Гольденберг, Д. П. Григорьев, И. М. Орлова, Т. Б. Панкратова, М. И. Петелин, Письма в ЖЭТФ, 2, № 9, 430 (1965).
13. K. K. Chow, R. H. Pantell, IRE Trans., ED-9, № 4, 351 (1962).
14. J. L. Hirshfield, J. M. Wachtel, Phys. Rev. Lett., 12, № 19, 533 (1964); I. V. Bott, Phys. Lett., 14, № 4, 293 (1965).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
28 апреля 1973 г.

TO THE THEORY OF ULTRA-RELATIVISTIC CYCLOTRON AUTO-RESONANCE MASERS

M. I. Petelin

It is shown that the efficiency of induced cyclotron radiation of a stationary ultra-relativistic electron stream may amount to several tens of percent if the electromagnetic wave interacting with the stream propagates in the direction close to that of the static magnetic field and its phase velocity is close to the velocity of light.
