

СОДЕРЖАНИЕ

Академии наук СССР — 250 лет	643
Мицц А. Л. Радиотехника, радиофизика, радиоэлектроника	645
Берман Г. П. Влияние внешнего модулирующего поля на нелинейные двухпучковые колебания плазмы	650
Рогашкова А. И., Цейтлин М. Б., Вилкова Л. П. Анализ структуры сигналов в системе плазма—пучок в многочастотном режиме	659
Станкевич К. С. Характеристики турбулентной атмосферы по данным мерцаний радиоисточников	666
Абрамян Л. Э., Мартиросян Р. М. Квантовый усилитель на волне 1,35 см для радиоастрономических исследований	674
Ларионцев Е. Г., Серкин В. Н. Роль нелинейности активной среды в процессе формирования ультракоротких импульсов света	679
Чехлова Т. К. Исследование активных пленочных оптических микроволноводов	683
Бочков Г. Н., Солин Н. Н., Чикин А. И. О предельной чувствительности частотных дискриминаторов	687
Бочков Г. Н., Малахов А. Н. О приближенном представлении функции корреляции после нелинейного преобразования	693
Малахов А. Н., Саичев А. И. К вопросу о кинетических уравнениях в теории случайных волн	699
Гельфер Э. И., Князева М. М., Постникова Т. А., Черемухин А. М. Измерение двумерной функции корреляции интенсивности в сфокусированном световом пучке	710
Крикунова Э. М., Маркус Ф. А., Муравьев Н. И., Черемухин А. М. Определение структурной постоянной показателя преломления атмосферы оптическими методами	714
Иванов С. Н., Илясов Ю. П., Щербинин В. Я. Широкополосные устройства СВЧ на основе связанных линий	719
Камышан А. В., Цвык А. И., Шестопалов В. П. Экспериментальное исследование открытых резонаторов с тороидальными зеркалами	727
Барташевский Е. Л., Долгов В. М., Красовский В. А. О визуализации распределения электромагнитного поля в прямоугольном волноводе с помощью жидкокристаллических термондикаторов	734
Белянцев А. М., Игнатов А. А. Высокочастотная проводимость тонкой пленки вырожденного полупроводника с диффузно рассеивающими границами	739
Бердникова В. А., Корнилов С. А., Уман С. Д. Исследование корреляционных связей между низкочастотными шумами электронного потока и флуктуациями колебания отражательного клистрона	743
Бердникова В. А., Корнилов С. А., Уман С. Д. Исследование источников фликкерного шума в отражательном клистроне	753

Краткие сообщения и письма в редакцию

Станкевич К. С. Поглощение радиоволн субмиллиметрового диапазона в сухой атмосфере	764
Беспалова М. П., Богословский Н. Н., Кулагин Е. В., Кисельникова С. И., Пихтелев А. И., Ульянов А. А. О некоторых частотных характеристиках квантового стандарта частоты на парах Rb^{87}	767
Генкин Б. Н., Соколов В. В. О структуре поперечного электрического поля в размерно-квантованной пленке	770
Кривошеков Г. В., Самарин В. И., Строганов В. И. Эффективность возбуждения оптических гармоник в нелинейных поглощающих средах	773
Андропова И. А. Обратное рассеяние в кольцевом резонаторе	775
Руденко А. И. Высшие гармоники в нелинейной задаче токопереноса	777
Кормилицин Б. Т., Зуш Я. Я. Собственные электромагнитные и электростатические колебания сферической полости в плазме	779

Информация

Аннотации статей, помещенных в журнале «Геомagnetизм и аэрономия», т. XIV, № 1, 1974 г.	782
---	-----

АКАДЕМИИ НАУК СССР — 250 ЛЕТ

В 1974 году Академия наук СССР и вместе с ней вся научная общественность нашей страны празднуют 250-летие со дня основания Академии, указ об учреждении которой был опубликован в феврале 1724 года. Первые шаги Академии и самое ее создание были связаны с деятельностью Петра I. При нем было подготовлено положение об Академии, которым она руководствовалась в течение первых десятилетий своего существования, были выделены денежные ассигнования и назначены первые академики. Академии было передано несколько зданий, в том числе знаменитая Кунсткамера.

Материалы исторического характера, как и другие материалы, связанные с юбилеем Академии, а также с итогами и планами развития советской науки, будут опубликованы в специальных изданиях и журналах. Но одной стороны деятельности Академии, а именно ее участия в создании высших учебных заведений и подготовке научных работников, уместно, хотя бы коротко, коснуться на страницах нашего журнала. Обращаясь к этой стороне деятельности Академии наук, мы прежде всего встречаемся с именем М. В. Ломоносова.

М. В. Ломоносов ряд лет руководил Петербургским Академическим университетом. Ломоносов считал университет и его подготовительную ступень — гимназию — основным инструментом подготовки национальных научных кадров, призванных заменить в Академии приглашаемых из-за рубежа иностранных ученых. Ломоносов много сделал для расширения программы университетского и подготовительного к университету образования, ввел в программу университета новые лекционные курсы: химию, ботанику и др. В планировании структуры университета (факультеты, кафедры) и численного состава преподавателей и студентов Ломоносов как в Петербургском, так и в основанном им Московском университете считал нужным исходить из потребностей развития России.

Из Академического университета, руководимого Ломоносовым, вышли многие видные русские ученые, и поистине справедливы слова А. С. Пушкина, написавшего о Ломоносове: «Он создал первый русский университет — он, лучше сказать, сам был первым нашим университетом».

Следует упомянуть и о других предложениях Ломоносова, нашедших, однако, свое воплощение в жизнь только в наши дни: передача управления Академией и университетами в руки ученых, организация научных центров, в том числе Академии сельскохозяйственных наук («Государственная Коллегия Земского Домостройства»), и, наконец, гармоническое совмещение академиками научной и преподавательской работы.

Прогрессивные идеи Ломоносова об организации науки и высшего образования не получили развития в царской России. При царизме Академию, как и ведомство народного просвещения, возглавляли почти всегда люди, далекие от науки, назначаемые на этот пост по признаку принадлежности к высшим слоям дворянства и придворным кругам. Ученый во главе Академии наук был не правилом, а исключением из правила. Не удивительно, что при такой системе управления высшим научным учреждением многие выдающиеся отечественные ученые оставались вне

Академии. Не был академиком А. С. Попов, работавший в одном из военно-морских учебных заведений; деятельность создателя первой в России научной школы экспериментальной физики П. Н. Лебедева и одного из основоположников физической электроники А. Г. Столетова пролегла только в Московском университете. Не были избраны членами Академии даже Н. И. Лобачевский и Д. И. Менделеев, не говоря уже о прогрессивных ученых-историках и ученых социально-экономических специальностей.

Совсем иным стало положение Академии наук уже в первые годы существования Советского государства. Во главе ее неизменно стояли крупнейшие отечественные ученые (А. П. Карпинский, В. Л. Комаров, С. И. Вавилов и др.). Была создана обширная сеть академических научных институтов, во многих союзных республиках были организованы национальные Академии наук.

Ограничиваясь близкими к радиофизике направлениями науки, следует, прежде всего, упомянуть о научной школе академика Л. И. Мандельштама в Московском университете, тесно связанной с институтами Академии наук и промышленностью. Сотрудники Л. И. Мандельштама академики И. Е. Тамм, Г. С. Ландсберг не только много лет вели преподавательскую работу, но и были авторами образцовых учебников. Академиком А. А. Андроновым в Горьковском университете была создана научная школа, из которой вышли ставшие классическими работы в области радиофизики и близких к ней направлений науки. Следует отметить, что руководящие деятели Нижегородской радиолaborатории имени В. И. Ленина — М. А. Бонч-Бруевич, В. В. Татарин, В. К. Лебединский и другие — были в числе первых профессоров создававшегося тогда Нижегородского университета.

Как на пример органического соединения научно-исследовательской работы и деятельности по подготовке научных кадров, можно указать на опыт ученых Сибирского отделения Академии наук, которые наряду с работой в многочисленных научно-исследовательских институтах руководят Новосибирским университетом и специализированной средней школой.

Приведенные выше примеры деятельного участия академических работников в жизни высших учебных заведений можно было бы значительно умножить. Плодотворная идея М. В. Ломоносова об естественном сочетании научной и преподавательской деятельности ученых высшей квалификации нашла свое воплощение в последнем, советском пятидесятилетии существования Академии наук.

Редакционная коллегия и редакция журнала «Известия высших учебных заведений, раздел Радиофизика» поздравляют Академию наук СССР с 250-летним юбилеем.

В честь юбилея мы публикуем написанную специально для настоящего номера журнала статью одного из выдающихся и заслуженно известных советских ученых, создателя крупнейших радиостанций и радиоаппаратуры для мощных ускорителей, академика АН СССР Александра Львовича Минца.

РАДИОТЕХНИКА, РАДИОФИЗИКА, РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

А. Л. Минц

В течение последних десятилетий наблюдаются процессы дифференциации и интеграции различных наук. С одной стороны, углубляется специализация наук, сопровождающаяся сужением различных областей знания при одновременном их углублении в каждой из этих областей. С другой стороны, на стыке различных областей, часто далеко отстоящих друг от друга, рождаются новые гибридные отрасли науки и техники, в которых либо находят применение теоретические исследования, проведенные в одной области для объяснения новых явлений в другой области, либо расширяются применения экспериментальных методов, разработанных в одной области знания для усиления методов, разработанных в других областях. Несколько иное положение создано в области радиотехники, радиофизики и радиоэлектроники, в которых особенно тесно взаимно переплетаются теория и методические вопросы. Более того, если критически посмотреть на развитие этих трех областей знания, то легко заметить, что многие из них поочередно замещают друг друга. Например, опыты Г. Герца по генерированию, обнаружению электромагнитных волн и применению параболических отражателей на том уровне, на каком они проводились, должны быть, конечно, отнесены к радиофизике. В то же время первые опыты А. С. Попова с применением антенного провода, когерера и докогератора являются радиотехническими, хотя сначала они служили для регистрации грозových разрядов, но затем стали основой радиосвязи. С другой стороны, работы великого русского физика П. Н. Лебедева по получению, излучению и приему миллиметровых волн, а также созданию аналогов оптических приборов, с которыми на 6-миллиметровой волне были воспроизведены отражение, преломление, поляризация и др. оптические явления, безусловно должны быть отнесены к наиболее блестящим страницам современной радиофизики.

То же следует сказать о явлениях распространения радиоволн в приземном слое атмосферы, в тропосфере, в ионосфере и в космическом пространстве, где в зависимости от среды и длин волн мы сталкиваемся с различными областями науки, несмотря на общность (хотя бы качественную) задачи радиопередачи при помощи электромагнитных волн.

Я лично никогда не чувствовал себя в силах провести четкую границу между радиотехникой и радиофизикой. Когда редакция БСЭ (второе издание) предложила мне написать статью «Радиотехника», я попросил, чтобы мне сначала показали статью «Радиофизика», правда, мне и после ознакомления со второй статьей легче не стало, так как из-за нечеткости разделения понятий «радиофизика» и «радиотехника» они во многом перекрывали друг друга.

В начале 50-х годов этого века получил всеобщее признание термин «радиоэлектроника», но вряд ли это понятие внесло большую ясность в рассматриваемый нами вопрос.

Попробуем воспроизвести, почти точно, определения всех трех терминов, данные в томе 35 Большой советской энциклопедии. Там сказано,

что РАДИОТЕХНИКА — это наука об электромагнитных колебаниях высокой частоты и радиоволнах; отрасль техники, осуществляющая их применения для связи, вещания, передачи изображений, радиолокации, навигации, управления, астрономии и др. К основным областям радиотехники относятся: генерирование, усиление электромагнитных колебаний высокой частоты и управление ими; излучение, распространение и прием радиоволн, избирательное выделение электромагнитных колебаний заданной частоты, восстановление и усиление переданных электрических радиосигналов; воспроизведение переданного телеграфного текста, речи, музыки, изображений, координатных знаков, операций контроля, управления и регулирования.

Термин РАДИОФИЗИКА определяется следующим образом: это область физики, в которой изучаются физические основы радиотехники и смежных с нею отраслей техники. Так как все практические применения радио связаны с использованием электромагнитных колебаний и радиоволн, то предметом радиофизики является изучение процессов возбуждения и преобразования электромагнитных колебаний, излучения и приема радиоволн и их распространения в различных средах. Радиофизические методы исследования находят широчайшие применения в различных областях науки.

Эти применения способствовали развитию ряда областей, иногда даже далеких от радиофизики. В качестве примера укажем на исследования высоких слоев атмосферы. Зондирование земной атмосферы с помощью радиоволн дает сведения о состоянии ионосферы и о некоторых происходящих в ней процессах. На грани радиофизики с астрономией возникла новая область науки — радиоастрономия. Применение радиофизических методов исследования к изучению строения вещества привело к возникновению радиоспектроскопии. В результате применения радиофизических методов к изучению тропосферы возникла радиометеорология.

Наконец, термин РАДИОЭЛЕКТРОНИКА объединяет комплекс многих отраслей знаний, родившихся из радиотехники и электроники. К радиоэлектронике относят радиосвязь во всех ее видах, радиовещание, телевидение, радионавигацию, инфракрасную сигнализацию, радиоастрономию, радиометеорологию, радиоспектроскопию, радиотелемеханику, промышленную электронику, электронно-вычислительные машины, электронно-вакуумную технику, полупроводниковую технику и многое другое.

Из приведенных трех определений видно, что радиоэлектроника является наиболее широким термином, перекрывающим многие разделы радиотехники и радиофизики, но одновременно и наименее четким, тем более, что, кроме перечисленных областей радиотехники, радиофизика и радиоэлектроника все больше отличаются широким и глубоким проникновением в такие области новейшей науки и техники, как атомная физика, космонавтика, автоматизация и применение новых технологических процессов производства и управления, статистика, медицина, сельское хозяйство и многое другое.

Современное исследование макромира и далеких миров и галактик, а также микромира элементарных частиц, структуры атомного ядра и ряда новых современных разделов физики без развития экспериментальных разделов радиофизики, радиотехники и радиоэлектроники было бы совершенно невозможным. В качестве примера укажем на область ускорения заряженных частиц в современных ускорителях, использование так называемого синхротронного излучения, дающего возможность получения широчайшего диапазона волн от 1 до 1000 \AA для целей биологии, физики твердого тела и др.

Необыкновенная гибкость и универсальность радиосистем, высокая селективность колебательных контуров, получение синтезированных во времени импульсов любой формы, в огромном интервале длительностей от долей наносекунды и до бесконечно больших периодов времени, легкость изменения и измерения амплитуды, частоты и фазы колебаний в радиоцепях дают экспериментаторам небывалые возможности. Если к этому добавить исключительную компактность радиосистем, полученную благодаря применению микрорадиоэлектроники, совершенно новую технологию, начиная от печатного монтажа и кончая микросхемами, то возможности использования всех трех разделов радио станут еще шире. Ниже мы сделаем попытку классификации различных областей радио в пределах указанных выше направлений развития новейших отраслей науки и техники.

К радиотехнике следует отнести вопросы генерирования и усиления высокочастотных, сверхвысокочастотных и ультравысокочастотных электромагнитных колебаний, усиления их в первоизданном качестве (в смысле частоты) и преобразования (модуляция, манипуляция и детектирование), транспозиции спектров электромагнитных колебаний, селектирования основных или заданных более высоких частот, умножения частоты электрических напряжений, канализирования высокочастотных и сверхвысокочастотных колебаний и разводки по потребителям при помощи проводных и волноводных линий, длина которых во много раз превышает рабочие длины волн. Далее следует процесс излучения электромагнитных волн при помощи антенн самых различных типов (проводные сети, щелевые излучатели, жесткие вибраторы, комбинированные антенны, позволяющие получить заданную заранее диаграмму направленного излучения, рупорные антенны, антенны с рефлектором в виде сетей или параболоидов вращения, которые широко применяются в радиоастрономии или ретрансляционных системах, рассчитанных на большие расстояния вплоть до спутников связи (около 36000 км)).

После того как радиоволны отшнуровались от излучающих их антенн, начинается процесс распространения радиоволн в различных средах — изотропных, анизотропных и на границе двух сред. Наконец, благодаря прозрачности ионосферы для сантиметровых волн имеется полная возможность осуществления космической радиосвязи и космической радиолокации небесных тел на расстояниях, измеряемых многими миллионами километров.

Все перечисленные выше вопросы распространения радиоволн обычно относятся к радиофизике, а теорию излучения и построения сложных антенных систем и разводку энергии электромагнитных высокочастотных колебаний правильнее было бы отнести к разделам прикладной электродинамики.

Благодаря закону взаимности перечисленные выше передающие антенные системы могут быть применены и для приема радиоволн. Принятые радиоволны возбуждают колебательные цепи приемного устройства и после их усиления и селектирования поступают в устройство однократного или многократного преобразования. Например, в приемниках супергетеродинного типа обычно применяют двукратное преобразование с последующим детектированием, для чего используется нелинейность характеристик радиоламп или полупроводниковых приборов.

В случае применения на месте передачи импульсной или частотной модуляции в приемном устройстве должны быть соответствующие преобразующие устройства, из которых получают выходные телеграфные, телефонные, фототелеграфные или телевизионные сигналы, поступающие соответственно на реле, телефоны, громкоговорители или телевизионные кинескопы.

В процессах передачи и приема, а также распространения радиоволн в анизотропных средах имеют место явления как линейного, так и нелинейного характера.

В общей литературе принято процессы в линейных цепях или трактах относить к радиотехнике, а в нелинейных — к радиофизике. Однако это деление также является условным. Следует сразу отметить, что в большинстве случаев одни и те же явления могут иметь различную трактовку; особенно важно строго рассмотреть нелинейных систем, так как основные используемые практически процессы нелинейны.

Вместе с тем линеаризация облегчает создание методов инженерных расчетов многих процессов, например, генерирования и модуляции электромагнитных колебаний. Хотя рассмотрение подобных явлений сильно упрощается, тем не менее получающиеся неточности составляют всего лишь единицы процентов, что для инженерной практики вполне приемлемо. Методы линеаризации характеристик триодов, тетродов и их применений получили очень широкое распространение (М. В. Шулейкин, И. Г. Кляцкин, А. И. Берг и многие другие). Теория нелинейных систем охватывает также интересную область параметрических систем, в которых адиабатически изменяются значения основных параметров колебательных контуров.

Огромный вклад в теорию нелинейных систем и общую теорию колебаний сделали советские радиофизики под руководством Л. И. Мандельштама. Здесь следует особо отметить заслуги Н. Д. Папалекси, А. А. Андропова, А. А. Витта, С. Э. Хайкина, Г. С. Горелика, С. М. Рытова и др. К этим работам примыкают труды голландского ученого Б. Вандер-Поля и его школы. Наконец, в радиофизику вошел и так называемый квазилинейный метод гармонической линеаризации рассмотрения явлений (Ю. Б. Кобзарев, Н. Н. Боголюбов, Н. М. Крылов и др.), который оказался очень удобным.

Из всего сказанного выше следует сделать выводы, что понятие РАДИО следует вынести за скобки, а в скобках оставить слова техника, физика и электроника.

Читатель, вероятно, заметил, что один из важнейших и новых разделов науки — радиоастрономия — по одним определениям оказался причисленным к радиотехнике, а по другим к радиофизике. Это — еще один пример условности принятых критериев и определений. Наконец, следует указать отрасль метрики и техники, называемую специальным приборостроением, в которой понятия радиотехники, радиофизики и радиоэлектроники еще теснее переплетаются между собой. В частности, это относится к находящим все большее применение автоматическим методам обработки результатов экспериментальных исследований.

Все большую роль в научных исследованиях, в теоретических работах, в инженерной и экономической практике и вообще в народном хозяйстве стали играть электронно-вычислительные машины. Первые ЭВМ были построены на электронных лампах (I поколение), затем вошли в строй ЭВМ, собранные на полупроводниковых элементах (II поколение), и, наконец, ЭВМ III поколения стали строить на интегральных схемах. Над горизонтом современной науки начинают появляться новые звезды IV поколения ЭВМ, построенные на БИС (больших интегральных схемах). Все эти поколения ЭВМ должны быть естественно отнесены к радиоэлектронике. Их роль становится все больше и важнее. Производительность новых машин уже исчисляется миллионами операций в секунду, память — многими десятками тысяч единиц. Математическое их обеспечение становится и больше и разнообразнее.

Подобные примеры можно было бы приводить из очень многих областей науки и техники. Но нам представляется целесообразным ограничиться приведенными выше.

Из всего сказанного следует, что границ, разделяющих радиотехнику, радиофизику и радиоэлектронику, или вовсе не существует, или они крайне условны и расплывчаты. Наоборот, имеет место все более глубокое взаимное проникновение и обогащение этих областей науки и техники и комплексирование их в общих теориях, устройствах и приборах. В зависимости от научных интересов и личных склонностей ученых и инженеров они могут причислять себя к специалистам по технике, физике и электронике. Это определяется не сутью различий этих наук, а либо вкусом ученых, либо характером основного рода их деятельности.

УДК 533.951

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕГО МОДУЛИРУЮЩЕГО ПОЛЯ НА НЕЛИНЕЙНЫЕ ДВУХПУЧКОВЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПЛАЗМЫ

Г. П. Берман

Рассматривается поведение нелинейной плазменной волны в системе двух пучков при наличии внешнего модулирующего потенциала. Методом теории возмущений рассмотрены случаи нерезонансного взаимодействия гармоник волны с внешним полем, случай одного локализованного резонанса и случай большого количества резонансов между гармониками волны и внешним высокочастотным полем. Определены поправки в дисперсионном уравнении, связанные с наличием внешнего поля. Найдены условия возбуждения стохастической неустойчивости при движении плазменной волны, близком к опрокидыванию. Приведена оценка области, отделяющей стохастическое движение от области устойчивости

Интерес к взаимодействию пучков заряженных частиц связан, во-первых, с тем, что такая система является простейшей неустойчивой плазменной системой, во-вторых, с возможностью их практического использования, в частности, в плазменных генераторах и в установках для нагрева плазмы. Неустойчивости, возникающие в таких системах, поддаются в некоторых случаях управлению с помощью предварительной модуляции плотности или скорости частиц пучка [1-3]. В работе [4] рассматривался случай, когда «моноэнергетический» пучок возбуждает в плазме узкий пакет волн с $k \approx k_0 = \omega_p / v_0$ (k , ω_p — волновой вектор и плазменная частота колебаний, v_0 — скорость пучка). Взаимодействие возмущений с k , близкими к k_0 (принадлежащих к пакету неустойчивых колебаний), приводит к развитию сателлитной неустойчивости, и система переходит в турбулентный режим. При этом нелинейность поля E можно считать малой: $E_{s1} \ll E_{1s}^-$ ($s=2, 3, \dots$; $\omega_s = s \omega_p$); $(\rho_1 / \rho_0)^{1/3} \ll 1$, ρ_1, ρ_0 — плотности соответственно пучка и плазмы.

Представляет интерес вопрос об устойчивости сильнонелинейных решений в таких системах. В настоящей работе изучаются явления, связанные с развитием неустойчивости в системе двух пучков, электронного и ионного (средние величины $\bar{\rho}_i = \bar{\rho}_e = \rho_0$), при наличии сильной нелинейности. Рассматривается гидродинамическая модель взаимопроникающих пучков; взаимодействие осуществляется за счет самосогласованного поля (см. (1.1)).

Известно, что такая система имеет точное решение в виде сильнонелинейной периодической волны [5]. Такое решение существует, если амплитуда колебаний частиц меньше некоторой максимальной A_{\max} , при которой происходит опрокидывание волны. Исследуется устойчивость такого решения при $A \leq A_{\max}$ при наличии внешнего модулирующего потенциала как заданной функции пространственных и временных переменных. При этом естественно выделить три различных случая поведения решения во внешнем поле.

1) Случай нерезонансного возмущения.

2) Случай локализованного резонанса между гармоникой волны с номером n и внешним полем.

3) Наличие большого числа резонансов с внешним полем.

Анализ дисперсионных уравнений в случаях 1) и 2) позволяет сделать вывод о стабилизирующем воздействии модулирующего поля на систему при наличии сильной нелинейности. Оказывается, однако, что в случае сильной нелинейности существует граница стабилизирующего воздействия внешнего поля на волну. Эта граница отделяет область устойчивого движения от области стохастической неустойчивости. В случае 3) найдены условия, при которых оказывается возможным развитие стохастической неустойчивости. Эта неустойчивость приводит к росту в среднем энергии волны вплоть до ее опрокидывания.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Гидродинамическая система уравнений, описывающая движение двух холодных пучков заряженных частиц, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_\alpha v_\alpha) &= 0, \\ \frac{\partial v_\alpha}{\partial t} + v_\alpha \frac{\partial v_\alpha}{\partial x} &= -\frac{e_\alpha}{m_\alpha} \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} &= -4\pi \sum_\alpha e_\alpha \rho_\alpha, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где $\alpha = e, i$ — электроны и ионы соответственно. Если искать решение (1.1), зависящее только от одной переменной $\xi = x - ut$ (u — скорость волны) и периодическое по ξ с периодом $\lambda = 2\pi/k$, то система (1.1) сводится к одному уравнению [5]:

$$\sin 2\theta \frac{d\theta}{d\xi} = \pm \frac{4k(1 + \beta^2)^{1/4}}{\beta^{3/2}} \sqrt{A^2 - \sin^2 \frac{\theta - \theta_0}{2}}, \quad (1.2)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} u - v_e &= \frac{\beta a_e^{1/3} \omega_e^{2/3}}{k^{2/3}} \cos \theta, & u - v_i &= \frac{\mu^{1/2} \beta a_e^{1/3} \omega_e^{2/3}}{k^{2/3}} \sin \theta, \\ a_\alpha &= u - V_\alpha, & V_\alpha &= \frac{\langle \rho_\alpha v_\alpha \rangle}{\langle \rho_\alpha \rangle}, \\ \langle f \rangle &= \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda f(\xi) d\xi, & \beta &= \frac{a_i}{\mu^{1/2} a_e}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

$\mu = m_e/m_i$, ω_e — плазменная частота электронов. В дальнейшем положим $\langle \rho_{e,i} \rangle = \rho_0$.

Постоянная A в (1.2) имеет смысл амплитуды колебаний, причем максимальное значение $A_{\text{макс}}$, при котором происходит опрокидывание электронов ($u = v_e$, $\rho_e = \infty$), имеет вид

$$A_{\text{макс}}^2 = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{|\beta|}{\sqrt{1 + \beta^2}} \right]. \quad (1.4)$$

Колебания осуществляются в окрестности равновесного значения угла $\theta = \theta_0$, причем область изменения угла θ , как следует из (1.2), зависит от величины A . Плотность частиц находится по формулам

$$\rho_e = \frac{\rho_0 \alpha_e^{2/3} k^{2/3}}{\beta \omega_e^{2/3} \cos \theta}, \quad \rho_i = \frac{\rho_0 \alpha_e^{2/3} k^{2/3}}{\omega_e^{2/3} \sin \theta}.$$

Мы рассмотрим случай, когда $\beta \gg 1$. При этом система близка к опрокидыванию электронов, и колебания осуществляются в малом угле

$$|\theta - \theta_0| \ll \theta_0 \leq \frac{\pi}{2}. \quad (1.5)$$

При условии (1.5) выражение для решения уравнения (1.2) можно значительно упростить:

$$\begin{aligned} \pm \sin 2\theta_0 I_2 k (\xi - \xi_0) &= \int_{Z(\xi_0)}^{Z(\xi)} \frac{\sin(4y + 2\theta_0) dy}{\sqrt{A^2 - \sin^2 y}} \approx \\ &\approx \int_{Z(\xi_0)}^{Z(\xi)} \frac{(\sin 2\theta_0 + 4y \cos 2\theta_0) dy}{\sqrt{A^2 - \sin^2 y}}, \end{aligned}$$

где

$$I_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\arcsin A}^{\arcsin A} \frac{\cos 2ny}{\sqrt{A^2 - \sin^2 y}}, \quad Z = \frac{\theta - \theta_0}{2}.$$

Отсюда получаем

$$\frac{Z}{\varepsilon A_{\max}} = \Psi = -\cos \left[\pm k \xi - \varepsilon \sqrt{1 - \Psi^2} \right], \quad (1.6)$$

где параметр $\varepsilon = A/A_{\max}$ меняется в пределах

$$0 \leq \varepsilon \leq 1,$$

причем $\varepsilon = 0$ соответствует линейному движению, при $\varepsilon = 1$ наступает опрокидывание электронов.

Из (1.4) следует, что при $\beta \gg 1$ $A_{\max} \approx 1/2\beta \ll 1$. Используя это, запишем дисперсионное уравнение [5] в виде

$$\frac{\omega_e^2}{\alpha_e^2} + \frac{\omega_i^2}{\alpha_i^2} = k^2 \frac{I_1^3}{I_2} \approx k^2 \left(1 + \frac{3\varepsilon^2}{8\beta^2} \right), \quad (1.7)$$

откуда имеем для определения периода колебаний

$$k(\varepsilon) = \frac{I_2^{1/2} \omega_e \sqrt{1 + \beta^2}}{I_1^{3/2} \alpha_e \beta} \approx \frac{\omega_e}{\alpha_e} \left(1 - \frac{3\varepsilon^2}{16\beta^2} \right). \quad (1.8)$$

Остановимся несколько подробнее на физическом смысле указанного приближения. При $\beta \gg 1$ движение ионов вносит малый вклад в вид решения, так как система близка к опрокидыванию электронов, и появление сильной нелинейности при $\varepsilon \sim 1$ связано именно с движением электронов. Так что вид решения можно считать таким же, как в случае покоящихся ионов. Движение последних учитывается в выражении для периода колебаний (1.8). Параметром малости, по которому производится разложение, является величина $1/\beta^2 \ll 1$.

2. МОДУЛЯЦИЯ ВНЕШНИМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Нашей дальнейшей целью является изучение поведения нелинейной периодической волны (1.6) в системе двух пучков при наличии внешнего модулирующего потенциала. Для определения изменения параметров системы в этом случае рассмотрим соответствующую теорию возмущений. Запишем уравнение движения частиц во внешнем поле $\varphi_1(x, t)$

$$\frac{\partial v_a}{\partial t} + v_a \frac{\partial v_a}{\partial x} = -\frac{e_a}{m_a} \frac{\partial}{\partial x} (\varphi + \varphi_1) \quad (2.1)$$

и перейдем в (1.1), (2.1) к фурье-представлению по x . Уравнения для фурье-гармоник можно представить в виде

$$\frac{\partial q_{s,n}}{\partial t} = ink \frac{\partial H}{\partial p_{s,n}}, \quad \frac{\partial p_{s,n}}{\partial t} = -ink \frac{\partial H}{\partial q_{s,n}}, \quad (2.2)$$

где n — номер гармоники, s принимает значения от 1 до 4. Канонические переменные $q_{s,n}$, $p_{s,n}$ выбраны следующим образом:

$$\begin{aligned} (q_{1,n}; q_{2,n}; q_{3,n}; q_{4,n}) &= (\rho_{e,n}; v_{e,n}; \rho_{i,n}; v_{i,n}), \\ (p_{1,n}; p_{2,n}; p_{3,n}; p_{4,n}) &= \left(v_{e,n}^*; \rho_{e,n}^*; \frac{v_{i,n}^*}{\mu}; \frac{\rho_{i,n}^*}{\mu} \right). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Гамильтониан H в (2.2) представляется в виде

$$H = H + H_{\text{int}},$$

где H — энергия системы при отсутствии взаимодействия,

$$\begin{aligned} H = - \sum_n \frac{\omega_e^2}{\rho_0 k^2 n^2} |\rho_{e,n} - \rho_{i,n}|^2 - \frac{1}{2} \sum_{n_1, n_2, n_3} \left(\rho_{e,n_1} v_{e,n_2} v_{e,n_3} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\mu} \rho_{i,n_1} v_{i,n_2} v_{i,n_3} \right) \delta(n_1 + n_2 + n_3) + \text{к. с.}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

H_{int} — член, учитывающий взаимодействие с внешним полем,

$$H_{\text{int}} = \frac{e}{m_e} \sum_n \varphi_{1,n} (\rho_{e,n}^* - \rho_{i,n}^*) + \text{к. с.} \quad (2.5)$$

Определим теперь изменение H со временем за счет взаимодействия:

$$\frac{dH}{dt} = \sum_{s,n} \left(\frac{\partial H}{\partial q_{s,n}} \frac{\partial q_{s,n}}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial p_{s,n}} \frac{\partial p_{s,n}}{\partial t} \right). \quad (2.6)$$

При вычислении (2.6) мы воспользуемся условием $\beta \gg 1$. При этом вкладом ионов можно пренебречь, и после несложных преобразований получим

$$\frac{dH}{dt} = -\frac{e}{m_e} \sum_n \frac{\partial \rho_{e,n}}{\partial t} \varphi_{1,n}^* + \text{к. с.} \quad (2.7)$$

В дальнейшем мы будем опускать индекс e , где это можно сделать, считая все величины относящимися к электронам.

3. ВЫСОКОЧАСТОТНОЕ ВОЗМУЩЕНИЕ В ОТСУТСТВИЕ РЕЗОНАНСОВ

Движение нелинейной плазменной волны (1.6) характеризуется эффективным числом гармоник N в ее спектре [6]:

$$N \approx (1 - \epsilon)^{-3/2}. \quad (3.1)$$

При $N \gg 1$ нелинейность волны велика, и движение близко к опрокидыванию ($\epsilon \sim 1$). В этом разделе мы рассмотрим случай, когда нелинейность волны не слишком велика, хотя N в (3.1) будем считать достаточно большим.

Пусть частота ν внешнего поля удовлетворяет неравенству

$$\omega N \ll \nu. \quad (3.2)$$

Внешнее поле $\varphi_1(x, t)$ будем считать гармоническим по времени. При этом для величин $\varphi_{1,n}(t)$ в выражении (2.7) имеем

$$\varphi_{1,n}(t) = \varphi_{1,n} \sin \nu t, \quad (3.3)$$

где величина $\varphi_{1,n}$ не зависит от времени. Неравенство (3.2) означает, что частота внешнего поля намного превышает частоты основной части спектра волны. При этом условия движение может быть разделено на быстрое, связанное с воздействием внешнего поля (3.3), и медленное, связанное с движением гармоник волны. Для быстроменяющейся компоненты плотности $\tilde{\rho}_n$ получаем из (2.2), (2.4)

$$\tilde{\rho}_n \approx \frac{\rho_0 e n^2 k^2 \varphi_{1,n} \sin \nu t}{m_e \nu^2}. \quad (3.4)$$

Найдем изменение энергии волны ΔH , связанное с действием высокочастотного поля. Подставляем (3.3), (3.4) в (2.7) и после интегрирования и усреднения по быстрым осцилляциям имеем

$$\Delta H \approx - \frac{\rho_0 e^2 k^2}{2\nu^2 m_e^2} \sum_n n^2 |\varphi_{1,n}|^2. \quad (3.5)$$

Найдем теперь поправку в правой части дисперсионного уравнения (1.7), связанную с действием высокочастотного поля. Для этого определим изменение величины ϵ :

$$\Delta \epsilon \approx \frac{d\epsilon}{dH} \Delta H. \quad (3.6)$$

Вычисление производной $\frac{d\epsilon}{dH}$ является довольно громоздкой процедурой. Мы приведем здесь окончательный результат:

$$\frac{dH}{d\epsilon} = - 5\epsilon \rho_0 a_e^2. \quad (3.7)$$

С учетом (3.5)—(3.7) дисперсионное уравнение (1.7) принимает вид

$$\frac{\omega_e^2}{a_e^2} + \frac{\omega_i^2}{a_i^2} = k^2 \left[1 + \frac{3\epsilon^2}{8\beta^2} + \frac{3e^2 k^2}{40\nu^2 m_e^2 a_e^2} \sum_n n^2 |\varphi_{1,n}|^2 \right]. \quad (3.8)$$

Для области неустойчивости плазменных колебаний получаем

$$k^2 < k_0^2 \left[1 - \frac{3\varepsilon^2}{8\beta^2} - \frac{3e^2 k_0^2}{40v^2 m_e^2 a_e^2} \sum_n n^2 |\varphi_{1,n}|^2 \right], \quad (3.9)$$

где $k_0^2 = \omega_e^2(1 + \mu^{1/3})^3 / (V_e - V_i)^2$. Из выражения (3.9) видно, что внешнее высокочастотное поле при условии (3.2) приводит к увеличению устойчивости системы.

4. РЕЗОНАНСНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ С ВНЕШНИМ ПОЛЕМ

При достаточной близости волны к опрокидыванию ($\varepsilon \sim 1$) нелинейность становится настолько сильной, что неравенство (3.2) может перестать выполняться. При этом частота внешнего поля ν становится порядка частот, лежащих на краю спектра волны. В этом смысле внешнее поле уже не является высокочастотным. Мы рассмотрим здесь случай, когда внешнее поле (3.1) вступает в резонансное взаимодействие с гармоникой волны с номером $n \gg 1$:

$$n \omega(\varepsilon_n) = n u k(\varepsilon_n) = \nu. \quad (4.1)$$

Величины ω и k являются вследствие нелинейности функциями ε или H (см. (1.8)).

Найдем изменение энергии волны, связанное с резонансом (4.1). Для этого оставим в выражении (2.7) только один член с номером n , удовлетворяющим условию (4.1), и воспользуемся нулевым приближением для величины ρ_n . Фурье-гармоники ρ_n для нелинейной плазменной волны вычисляются аналогично [6] и имеют вид

$$\rho_n(t) = \rho_0 (-1)^n J_n(\varepsilon n) e^{-i n k u t}, \quad (4.2)$$

где $J_n(\varepsilon n)$ — функция Бесселя.

С учетом (3.6), (3.7), (4.2) получаем из (2.7) для изменения величины ε

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{k^3 u n}{10\pi e \rho_0} (-1)^n J_n(\varepsilon n) |\varphi_{1,n}| \cos(n\vartheta - \nu t + \Phi_n), \quad (4.3)$$

где $\Phi_{-n} = -\Phi_n$ — постоянная фаза внешнего поля, определяемая условием

$$\varphi_{1,n} = |\varphi_{1,n}| \exp(i\Phi_n).$$

Фаза волны ϑ в (4.3) определяется из уравнения

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \omega(\varepsilon) = u k(\varepsilon). \quad (4.4)$$

Система уравнений (4.3), (4.4) позволяет получить точный интеграл движения

$$\int \frac{[n \omega(\varepsilon) - \nu] d\varepsilon}{F(\varepsilon)} = \sin(n\vartheta - \nu t + \Phi_n) + \text{const}, \quad (4.5)$$

где

$$F(\varepsilon) = \frac{n k^3(\varepsilon) u (-1)^{n+1} J_n(\varepsilon n) |\varphi_{1,n}|}{10\pi e \rho_0 \varepsilon}.$$

Разлагая подынтегральное выражение в (4.5) в окрестности резонанса (4.1), имеем

$$n \frac{d\omega(\varepsilon)}{d\varepsilon} (\varepsilon - \varepsilon_n)^2 = 2F(\varepsilon_n) \sin(n\vartheta - \nu t + \Phi_n) + \text{const.} \quad (4.6)$$

Из выражения (4.6) следует, что величина ε меняется в ограниченной области порядка

$$(\Delta\varepsilon)^2 \sim \frac{F(\varepsilon_n)}{n \frac{d\omega(\varepsilon)}{d\varepsilon}} \sim \frac{\beta^2 k^2 |\varphi_{1,n}|}{e \rho_0 n^{1/3}}. \quad (4.7)$$

В последней оценке использовано выражение (1.8) и условие близости системы к опрокидыванию, $\varepsilon \sim 1$. Ввиду нелинейности системы частота $\omega(\varepsilon)$ изменяется в окрестности резонанса на величину

$$\Delta\omega \approx \frac{d\omega}{d\varepsilon} \Delta\varepsilon \sim \frac{uk^2}{\beta n^{1/6}} \sqrt{\frac{|\varphi_{1,n}|}{e \rho_0}}. \quad (4.8)$$

Оценим расстояние Ω по частоте между резонансом (4.1) и ближайшим к нему резонансом

$$(n+1)\omega(\varepsilon_{n+1}) = \nu. \quad (4.9)$$

Для $n \gg 1$ получаем

$$\Omega = \omega(\varepsilon_n) - \omega(\varepsilon_{n+1}) \approx \frac{\nu}{n^2} \approx \frac{\omega}{n}.$$

Введем теперь параметр стохастизации [7, 8], характеризующий отношение ширины резонанса к расстоянию между соседними резонансами, и оценим его для нашего случая:

$$K = (\Delta\omega/\Omega)^2 \sim \frac{u^2 k^2 |\varphi_{1,n}| n^{5/3}}{e \rho_0 \beta^2 a_e^2}. \quad (4.10)$$

Согласно работам [7, 8] при $K \ll 1$ резонанс (4.1) локализован. В этом смысле система является устойчивой. Эффективная амплитуда колебаний при этом увеличивается за счет резонанса на величину $\sim \Delta\varepsilon$. С учетом этого эффекта дисперсионное уравнение (1.7) принимает вид

$$\frac{\omega_e^2}{a_e^2} + \frac{\omega_i^2}{a_i^2} = k^2 \left[1 + \frac{3\varepsilon^2}{8\beta^2} + \frac{k}{\beta n^{1/6}} \sqrt{\frac{|\varphi_{1,n}|}{e \rho_0}} \right]. \quad (4.11)$$

Соответственно уменьшается область неустойчивости плазменных колебаний:

$$k^2 < k_0^2 \left[1 - \frac{3\varepsilon^2}{8\beta^2} - \frac{k_0}{\beta n^{1/6}} \sqrt{\frac{|\varphi_{1,n}|}{e \rho_0}} \right].$$

Таким образом, как и в случае нерезонансного взаимодействия, наличие одного резонанса при условии его локализации ($K \ll 1$) оказывает стабилизирующее воздействие на систему.

В случае $K \gg 1$ соседние резонансы перекрываются, корреляция фаз расщепляется [7, 8] за время τ_c , равное

$$\tau_c \sim \frac{\nu}{\omega^2 \ln K}, \quad (4.12)$$

и движение становится перемешивающимся. Такое движение может быть описано статистическим образом.

Введем функцию распределения параметров системы $f(\epsilon, \vartheta, t)$. Так как фаза волны ϑ ведет себя случайным образом, то для времен $t \gg \tau_c$ можно перейти к уравнению для функции $f(\epsilon, t)$, равной

$$f(\epsilon, t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\epsilon, \vartheta, t) d\vartheta. \quad (4.13)$$

Функция распределения (4.13) удовлетворяет уравнению Фоккера—Планка, и в нашем случае его можно записать в виде

$$\frac{\partial f(\epsilon, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \epsilon} \frac{\langle (\Delta \epsilon) \rangle \Omega}{\epsilon} f(\epsilon, t) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \epsilon^2} \frac{\langle (\Delta \epsilon)^2 \rangle \Omega}{\epsilon} f(\epsilon, t). \quad (4.14)$$

Здесь $\langle \rangle$ означает усреднение по случайным фазам. Отметим, что для достаточно интенсивного перемешивания в случае возмущения с одной временной гармоникой необходимо наличие в сумме (2.7) большого количества членов, которые смогли бы обеспечить резонансы типа (4.1), (4.9) в различные моменты времени.

Оценка характерного времени диффузии в уравнении (4.14) дает

$$\tau_D \sim \frac{(1 - \epsilon_0) e^2 \rho_0}{n_0^{1/3} u k^5 |\varphi_{1, n_0}|^2}, \quad (4.15)$$

где ϵ_0 — начальное значение ϵ (при $\varphi_1 = 0$), n_0 — номер характерной для рассматриваемого процесса резонансной гармоники.

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Как уже отмечалось, наличие внешнего модулирующего потенциала приводит в некоторых случаях к стабилизирующему воздействию на систему: сужению области неустойчивости плазменных колебаний. При этом для слабых полей такое сужение области неустойчивости пропорционально φ_1^2 для случая нерезонансного взаимодействия волны с внешним полем и $\sim \sqrt{\varphi_1}$ для случая резонансного взаимодействия при условии отсутствия перекрытия соседних резонансов ($K \ll 1$). Оказывается, однако, что внешнее высокочастотное поле может приводить не к стабилизирующему воздействию на систему, а, наоборот, вызывать новую неустойчивость стохастического типа. Эта неустойчивость возбуждается в случае, когда соседние резонансы перекрываются ($K \gg 1$) и движение фазы ϑ в (4.3) становится случайным. Область стохастического движения отделена от области устойчивости условием $K \sim 1$. Если выбрать величину $a_i^2 \approx u^2$ и ввести обозначение

$$\alpha_n = k^2 |\varphi_{1, n}| / e \rho_0, \quad (5.1)$$

то параметр K принимает вид

$$K \sim \begin{cases} \mu \alpha_n n^{5/3} & (n \ll N) \\ \mu \alpha_n N^{1/6} n^{3/2} \exp\left(-\frac{n}{N}\right) & (n \gg N) \end{cases} \quad (5.2)$$

Из выражения (5.2) следует, что для достаточно малых номеров n (случай слабой нелинейности) выполняется условие $K \ll 1$. В этом случае имеет место устойчивость системы в смысле наличия локализованного резонанса типа (4.1).

Пусть номер n_0 определяется решением уравнения $K = 1$. Тогда для интенсивного развития неустойчивости, кроме условия $K \gg 1$, необходимо дополнительное условие $n_0 \ll N$, которое означает, что движение основной части гармоник спектра волны является случайным. Это условие не выполняется в случае $n \gg N$ (см. (5.2)). Поэтому при условии (3.2) резонансное взаимодействие хвостовой части спектра волны ($n \gg N$) с внешним полем даже при выполнении условия перекрытия резонансов $K \gg 1$ приводит к очень медленному развитию неустойчивости: $\tau_D \sim \exp\left(\frac{2n}{N}\right)$.

В случае же $n < N$, если a_n убывает с ростом n достаточно слабо, то для достаточно больших номеров n (сильная нелинейность) резонансное взаимодействие гармоник волны с внешним полем приводит к возбуждению стохастической неустойчивости и к опрокидыванию плазменной волны за время порядка τ_D (см. (4.15)).

Отметим, что случай $\beta \ll 1$ (опрокидывание ионов) может быть описан аналогичным образом. В случае же $\beta \sim 1$ колебания при $\varepsilon \sim 1$ осуществляются в области углов $\Delta\theta \sim \pi/2$ и для исследования устойчивости системы рассмотренное приближение (1.6) не применимо.

В заключение выражаю благодарность Г. М. Заславскому за ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Файнберг, Атомная энергия, 11, 313 (1961).
2. Я. Б. Файнберг, В. Д. Шапиро, Атомная энергия, 18, 315 (1965).
3. Ya. B. Fainberg, A survey of phenomena in ionized gases, Intern. Atomic Energy Agency, Vienna, 1968, p. 149.
4. Н. Г. Мациборко и др., ЖЭТФ, 63, вып. 3 (9), 874 (1973).
5. J. P. Freidberg, Phys. Fluids, 8, № 6, 1031 (1965).
6. Г. П. Берман, Г. М. Заславский, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 15, № 10, 1456 (1972).
7. Б. В. Чириков, Атомная энергия, 6, 630 (1959).
8. Г. М. Заславский, Н. Н. Филоненко, ЖЭТФ, 54, вып. 5, 1590 (1968).

Новосибирский государственный университет

Поступила в редакцию
6 декабря 1972 г.

THE INFLUENCE OF THE EXTERNAL MODULATING FIELD ON NONLINEAR TWO-BEAM OSCILLATIONS OF PLASMA

G. P. Berman

The behaviour of a nonlinear plasma wave in a two-beam system in the presence of the external modulating field is considered. Some cases are considered by the method of the perturbation theory: the nonresonance interaction of the wave harmonics with the external field, one localized resonance and a great number of resonances between the wave harmonics and the external high-frequency field. Corrections are made in the dispersion equation which are due to the external field. The conditions of excitation of the stochastic instability when the motion of a plasma wave is close to braking are found. The region separating the stochastic motion from the stability region is estimated.

УДК 533.9 ... 1

АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ СИГНАЛОВ В СИСТЕМЕ ПЛАЗМА—ПУЧОК В МНОГОЧАСТОТНОМ РЕЖИМЕ

А. И. Рогашкова, М. Б. Цейтлин, Л. П. Вилкова

На основе численного решения нелинейных уравнений, описывающих взаимодействие электронного пучка с плазмой при развитии электростатической неустойчивости в многочастотном режиме, показана возможность управления спектром колебаний. Рассчитано распределение амплитуд гармоник ВЧ тока пучка вдоль пространства взаимодействия при начальной модуляции пучка на нескольких частотах как по скорости, так и по току.

1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что при взаимодействии пучка с плазмой возбуждается широкий спектр колебаний. Исследование многочастотного режима в плазменно-пучковых системах представляет практический интерес при решении задач управления спектром выходного сигнала. В частности, при исследовании коллективных методов ускорения весьма важным является возбуждение монохроматической волны плотности большой интенсивности и подавление неустойчивостей на остальных частотах. Впервые возможность управления пучковой неустойчивостью предварительной модуляцией электронного пучка экспериментально обсуждалась в [1]. В [2] показано, что значительное сужение спектра может быть достигнуто предварительной модуляцией на частоте, близкой к плазменной.

Однако теоретический анализ пространственного развития колебаний в плазменно-пучковых системах в нелинейном режиме в настоящее время проведен лишь для монохроматических сигналов (см., например, [3, 4]). В связи с этим представляет значительный интерес исследование многочастотных режимов, когда пучок на входе системы модулируется сложным сигналом и структура выходного сигнала является результатом нелинейного взаимодействия электронного пучка с различными комбинационными составляющими СВЧ поля.

В настоящей работе приводится анализ пространственного развития нелинейных колебаний при начальной модуляции по скорости либо по плотности на нескольких частотах. Исследуется возможность управления выходным спектром колебаний изменением параметров, характеризующих модуляцию на входе системы. Рассматривается дисковая модель пучка, и теория строится в одномерном приближении; однако учитывается влияние конечных размеров пучка и плазмы на продольную составляющую ВЧ поля пространственного заряда путем введения соответствующих коэффициентов депрессии.

2. ВЫВОД ОСНОВНЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассмотрим цилиндрический волновод радиуса a , полностью заполненный однородной холодной изотропной плазмой, пронизываемой электронным пучком. В плоскости $z = 0$ пучок модулируется либо по скорости, либо по току сложным сигналом, спектр которого состоит из

нескольких гармонических составляющих. Поскольку при отсутствии пучка в плазменном волноводе медленная волна не распространяется, то в такой системе имеет место взаимодействие электронного пучка с наведенными в плазме зарядами. Самоогласованная система нелинейных уравнений, описывающих взаимодействие пучка с наведенными в плазме зарядами, получена в [5]. В настоящей работе эти уравнения обобщаются на случай модуляции пучка на нескольких частотах, кратных опорной частоте Ω .

При модуляции электронного пучка на нескольких частотах конвекционный ток в результате нелинейного взаимодействия с волной будет, вообще говоря, непериодической функцией времени. Однако, если эти частоты соизмеримы, т. е. кратны некоторой опорной частоте Ω , ток может быть разложен в ряд Фурье относительно этой частоты.

Таким образом, можно записать

$$i(z, t) = I_0 + \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} i_n e^{jn\Omega t}, \quad (1)$$

где I_0 — среднее за период значение тока, i_n — комплексная амплитуда n -й гармоники опорной частоты,

$$i_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i(z, t) e^{-jn\Omega t} d(\Omega t). \quad (2)$$

Запишем уравнение движения электронов пучка в поле наведенных зарядов в безразмерных переменных

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} = - \left(1 + \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right)^3 \operatorname{Re} E_Q. \quad (3)$$

Безразмерная амплитуда поля пространственного заряда E_Q может быть представлена в виде разложения в ряд Фурье по временным гармоникам, коэффициенты которого пропорциональны амплитудам соответствующих гармоник конвекционного тока [6]:

$$E_Q = j \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega_{pe}^2}{\Omega^2} \frac{\Gamma_n}{n} I_n e^{jn\Phi}. \quad (4)$$

Здесь $\xi = \frac{\Omega}{v_0} z$; $\Phi = \Omega t - \frac{\Omega}{v_0} z$ — текущая фаза электрона в системе координат, движущейся с постоянной скоростью пучка v_0 ; ω_{pe} — плазменная частота электронов пучка; Ω — опорная частота модулирующего сигнала; Γ_n — коэффициент депрессии кулоновских сил на частоте $\omega_n = n\Omega$, характеризующий влияние среды и поперечных размеров системы на продольную составляющую ВЧ поля. В плазменной электронике он характеризует изменение постоянных распространения волн пространственного заряда в пучке:

$$\gamma_n = \frac{n\Omega}{v_0} \pm \sqrt{\Gamma_n} \frac{\omega_{pe}}{\Omega}.$$

Конкретный вид Γ_n зависит от параметров системы (подробно см. [7]). В частности, для волновода с металлическими стенками при равенстве радиуса пучка радиусу волновода

$$\Gamma_n = \frac{1}{\varepsilon_{zn}}, \quad \varepsilon_{zn} = 1 - \frac{\omega_p^2}{n^2 \Omega^2}, \quad (5)$$

ω_p — плазменная частота электронов плазмы. Наконец,

$$I_n = \frac{i_n}{I_0} \exp\left(jn \frac{\Omega}{v_0} z\right).$$

Получим выражение для I_n , используя закон сохранения заряда. При модуляции по скорости из соотношения $i(z, t) dt = I_0 dt_0$ следует

$$I_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-jn\Phi} d\varphi_0, \tag{6a}$$

где $\varphi_0 = \Omega t_0$ — фаза влета электрона в пространство взаимодействия. В случае начальной модуляции по току закон сохранения заряда запишется в виде

$$i(z, t) dt = \left[I_0 + \sum_{k=n_1}^{k=n_2} i_k^0 \cos(k\varphi_0 + \varphi_k) \right] dt_0,$$

где i_k^0 — амплитуда гармоники тока на частоте $k\Omega$ в плоскости $z = 0$, φ_k — начальная фаза. В этом случае

$$I_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-jn\Phi} \left[1 + \sum_{k=n_1}^{k=n_2} I_k^0 \cos(k\varphi_0 + \varphi_k) \right] d\varphi_0. \tag{6б}$$

Система уравнений (3), (4), (6) должна быть решена с граничными условиями, соответствующими данному типу модуляции. При модуляции по скорости эти условия записываются следующим образом:

$$\xi = 0, \quad \Phi = \varphi_0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = - \sum_{k=n_1}^{k=n_2} \alpha_k \cos k\varphi_0, \tag{7a}$$

где $\alpha_k = \frac{v_k}{v_0}$ — глубина модуляции на частоте $k\Omega$. Для начальной модуляции по току граничные условия имеют вид

$$\xi = 0, \quad \Phi = \varphi_0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = 0. \tag{7б}$$

Самосогласованная система уравнений (1) — (4) выведена в предположении линейности плазмы. Как показано в [1], это предположение справедливо при выполнении неравенства

$$\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_p^2} |\Gamma_n| \left| I_n + \frac{dI_n}{d\xi} \right| \ll 1, \tag{8}$$

которое выполняется для пучков малой плотности. Для пучков большой плотности в первую очередь проявляется нелинейность плазмы. Этот случай рассмотрен в [8].

Кроме того, при выводе уравнений были сделаны следующие предположения: амплитуда модулирующего сигнала значительно меньше флуктуационной; скорость электронов пучка значительно превосходит тепловую скорость электронов плазмы; частота модуляции и ее гармоник удовлетворяет неравенству

$$\frac{v_T}{v_0} \ll \frac{|\varepsilon_{zn}|}{\left(\frac{\omega_{pe}}{n\Omega}\right)^2 + |\varepsilon_{zn}|}$$

При выполнении этого неравенства можно пренебречь взаимодействием электронов пучка с ленгмюровскими волнами. Если же частота модуляции близка к плазменной частоте ($\omega \approx \omega_p$), то $|\Gamma_n| \gg 1$ и не выполняется неравенство (8). В этом случае плазму уже нельзя считать бесстолкновительной, либо следует учитывать возможность возбуждения плазменных волн с фазовой скоростью $v_\phi = v_T/\sqrt{\varepsilon}$. Этот вопрос рассмотрен в [9].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА И ИХ АНАЛИЗ

Система (3), (4), (6) с граничными условиями (7) была решена методом численного интегрирования на БЭСМ-4. Уравнения движения решались для 192 электронов, равномерно входящих в пространство взаимодействия в течение периода $T = 2\pi/\Omega$. Начальная модуляция по

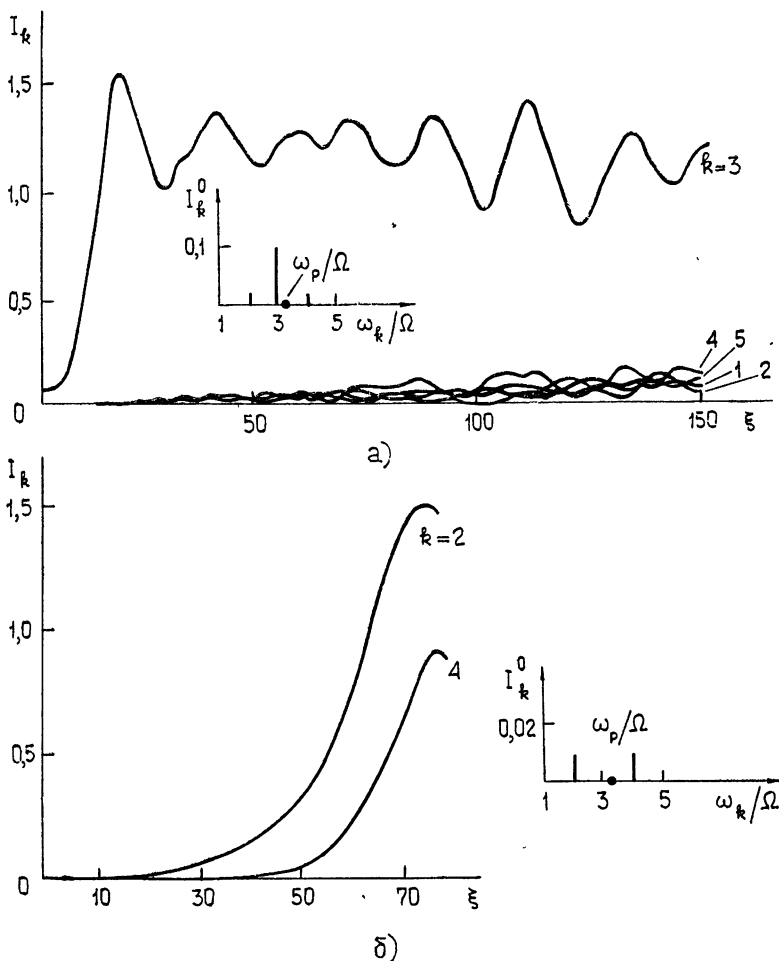


Рис. 1. Распределение амплитуд гармоник ВЧ тока вдоль пространства взаимодействия;
 $\omega_{pe}/\Omega = 0,1$, $(\omega_p/\Omega)^2 = 11$, $I_2^0 = I_4^0 = 0,01$; а) $I_3^0 = 0,1$, б) $I_3^0 = 0$.

скорости либо по току задавалась на трех частотах. Для исследования возможности управления спектром и, в частности, подавления нежелательных неустойчивостей внешним полем глубина модуляции на одной из частот была на порядок больше, чем на двух других частотах.

Рассмотрим сначала некоторые результаты расчета в случае начальной модуляции по току. В качестве иллюстрации на рис. 1 а представлено распределение амплитуд гармоник ВЧ тока для следующих значений параметров:

$$I_2^0 = I_4^0 = 0,01, \quad I_3^0 = 0,1, \quad \frac{\omega_{pe}}{\Omega} = 0,1, \quad \left(\frac{\omega_p}{\Omega}\right)^2 = 11.$$

Частота третьей гармоники ($k=3$) наиболее близка к плазменной частоте. На этой частоте коэффициент депрессии отрицателен и принимает наибольшие значения по абсолютной величине (см. [5]). Для сравнения на рис. 1 б приведено распределение амплитуд гармоник ВЧ тока, характеризующее развитие колебаний для тех же значений параметров, но при $I_3^0 = 0$. Из анализа графиков рис. 1 следует, что возможно практически полное подавление полей на всех частотах (в том числе и комбинационных) полем на частоте $\omega_k \leq \omega_p$. (Заметим, что, согласно (4), для вычисления амплитуды гармоники поля следует умножить соответствующую амплитуду гармоники тока на множитель Γ_n/n .)

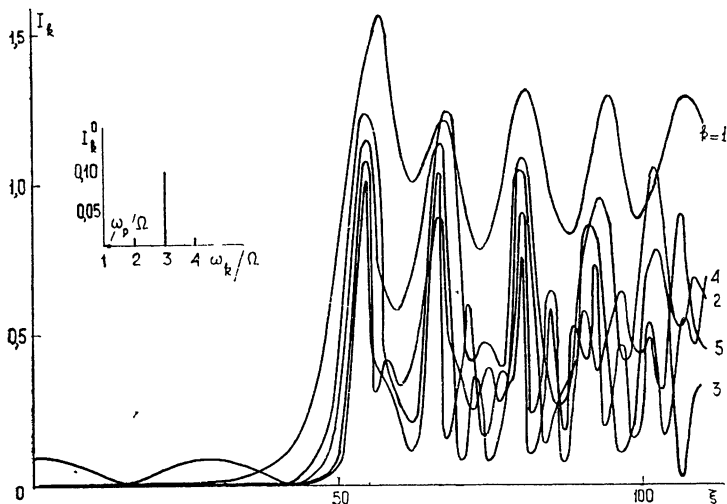


Рис. 2. Распределение амплитуд гармоник ВЧ тока вдоль пространства взаимодействия;

$$\omega_{pe}/\Omega = 0,1, \quad (\omega_p/\Omega)^2 = 1,2, \quad I_2^0 = I_4^0 = 0,01, \quad I_3^0 = 0,1.$$

Необходимо подчеркнуть, что эффективность взаимодействия определяется, в основном, не величиной амплитуды модуляционного тока, а близостью частоты модуляции к плазменной ($\omega_k \leq \omega_p$). Для подтверждения этого рассмотрим рис. 2, на котором представлено распределение амплитуд гармоник для значений параметров

$$I_2^0 = I_4^0 = 0,01, \quad I_3^0 = 0,1, \quad \frac{\omega_{pe}}{\Omega} = 0,1, \quad \left(\frac{\omega_p}{\Omega}\right)^2 = 1,2.$$

Для этого случая наиболее близкой к резонансной является гармоника на комбинационной частоте, соответствующей $k=1$. Как видно из рисунка, развитие колебаний вдоль пространства взаимодействия проис-

ходит совсем иначе, чем для случая, приведенного на рис. 1 а. Теперь наибольшую амплитуду ВЧ тока имеет комбинационная составляющая поля на частоте, соответствующей $k = 1$; отличие значений амплитуд остальных гармоник тока не такое большое, как для случая, представленного на рис. 1. Это объясняется тем, что кроме комбинационных частот здесь появляются высшие временные гармоники основной частоты, характеризующиеся значением $k = 1$.

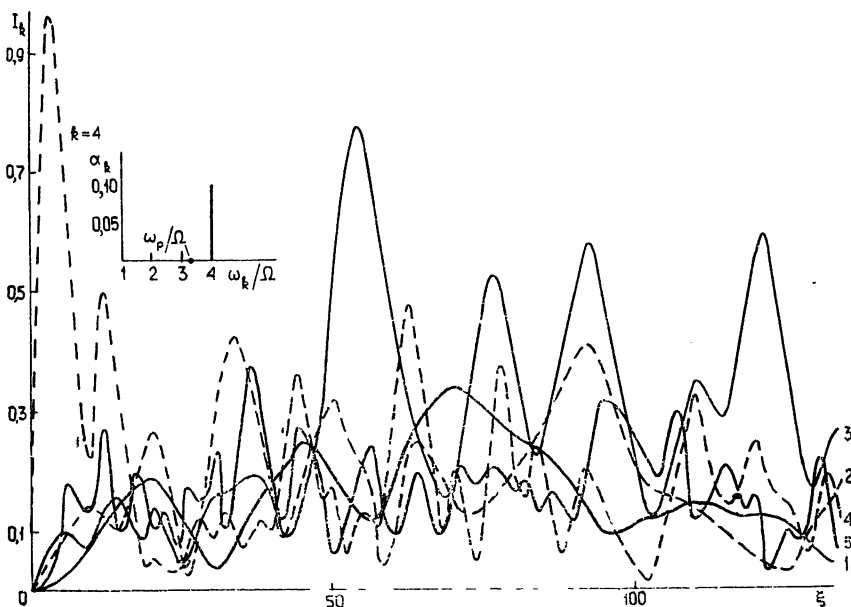


Рис. 3. Распределение амплитуд гармоник ВЧ тока при начальной модуляции по скорости $\alpha_2 = \alpha_3 = 0,01$, $\alpha_4 = 0,1$, $(\omega_p/\Omega)^2 = 11$.

Рассмотрим теперь распределение гармоник амплитуд ВЧ тока при начальной модуляции по скорости. На рис. 3 представлены соответствующие кривые для значений параметров $\alpha_2 = \alpha_3 = 0,01$; $\alpha_4 = 0,1$; $(\omega_p/\Omega)^2 = 11$. Для этого случая наиболее близкой к резонансной является третья гармоника опорной частоты ($k = 3$). Здесь процесс развития колебаний вдоль пространства взаимодействия происходит гораздо быстрее, чем при модуляции по току; это объясняется тем, что в последнем случае необходима определенная длина дрейфа для преобразования модуляции по току в модуляцию по скорости. Это приводит к различию спектров колебаний. Отличительной особенностью развития колебаний при начальной модуляции по скорости является преобладающий характер колебаний на частоте с наибольшей начальной глубиной модуляции на начальном участке пространства взаимодействия (см. кривую для $k = 4$). Однако далее преобладающей, как и в случае модуляции по току, является гармоника, соответствующая частоте, близкой к плазменной ($\omega_3 \leq \omega_p$).

Для взаимодействия электронов с наведенными зарядами характерно отсутствие энергообмена между пучком и волной. Это справедливо при отсутствии соударений. Однако если соударениями нельзя пренебречь, то следует записать выражение для коэффициента депрессии в комплексном виде:

$$\Gamma_n = \Gamma_{0n} \left[1 + jS_n \left(\frac{\omega_p}{n\Omega} \right)^2 \Gamma_{0n} \right], \quad (9)$$

где Γ_{0n} — коэффициент депрессии при отсутствии соударений, $S_n = \gamma_{эфф}/\omega_n$, $\gamma_{эфф}$ — эффективная частота соударений. Расчеты распределения гармоник ВЧ тока с учетом соударений показали, что в этом случае имеет место затухание осцилляций амплитуд гармоник ВЧ тока вдоль пространства взаимодействия. Функция распределения электронов по скоростям имеет такой же вид, как и при отсутствии соударений (см. [3]), но средняя скорость электронов сдвинута влево относительно v_0 , что обусловлено потерей части энергии пучка при взаимодействии.

Проведенные расчеты показали, что возможно управление спектром выходного сигнала в плазменно-пучковых системах при начальной модуляции по току либо по скорости на нескольких частотах. Наиболее эффективно такое управление происходит при модуляции пучка на частоте, близкой к резонансной. Показано, что при модуляции по скорости управление спектром колебаний может быть осуществлено на более короткой длине.

Авторы выражают благодарность И. Ф. Харченко за интерес и внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. I. F. Kharchenko, Ya. V. Fainberg, E. A. Kornilov a. o., *J. Plasma Physics and Thermonuclear Fusion*, 1962, Supplement, p. 3, Vienna, 1963.
2. Я. Б. Файнберг, Приглашенные доклады Международной конференции по ионизационным явлениям в газах, Вена, 1967 г., изд. МАГАТЭ, Вена, 1968, стр. 149; А. К. Березин, Я. Б. Файнберг и др., Материалы Международной конференции по ускорителям, Дубна, 1963, Атомиздат, М., 1964, стр. 1023.
3. А. И. Рогашкова, И. Ф. Харченко, М. Б. Цейтлин, В. А. Лавровский, И. Т. Цицонь, Препринт ИРЭ АН СССР, № 87, М., 1972; А. И. Рогашкова, И. Ф. Харченко, М. Б. Цейтлин, И. Т. Цицонь, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 15, № 8, 1121 (1972)
4. В. Д. Шапиро, В. И. Шевченко, ЖЭТФ, 60, № 3, 1023 (1971).
5. А. И. Рогашкова, М. Б. Цейтлин, Электронная техника, серия 1, Электроника СВЧ, № 7, 3 (1967).
6. Л. А. Вайнштейн, ЖТФ, 23, № 4, 654 (1953).
7. А. И. Рогашкова, М. Б. Цейтлин, Электронная техника, серия 1, Электроника СВЧ, № 4, 3 (1967).
8. В. Б. Красовицкий, В. И. Курилко, ЖЭТФ, 51, 445 (1966).
9. А. И. Рогашкова, М. Б. Цейтлин, Препринт ИРЭ АН СССР, № 113, М., 1972.

Институт радиотехники и электроники
АН СССР

Поступила в редакцию
4 сентября 1972 г.

ANALYSIS OF SIGNALS STRUCTURE IN A PLASMA—STREAM SYSTEM IN MULTI-FREQUENCY REGIME

A. I. Rogashkova, M. B. Tseytlin, L. P. Vilкова

The possibility is shown of controlling the oscillation spectrum on the basis of numerical solution of nonlinear equations describing the interaction between an electron stream and plasma when the electrostatic instability is developed in a multi-frequency regime. The distribution of the amplitudes of the stream HF current harmonics along the interaction space is calculated at the initial velocity and current modulation of the stream at several frequencies.

УДК 621 371.24

ХАРАКТЕРИСТИКИ ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЫ ПО ДАННЫМ МЕРЦАНИЙ РАДИОИСТОЧНИКОВ

К. С. Станкевич

На основе теории распространения радиоволн в турбулентной атмосфере проведен анализ данных мерцаний радиоисточников в тропосфере при больших зенитных углах. Показано, что причиной мерцания являются амплитудные флуктуации радиоволн при прохождении слоя турбулентной атмосферы. Получены характеристики турбулентной атмосферы: $C_n = (1 \div 3) \cdot 10^{-7}$ и толщина неоднородного слоя атмосферы $H = (3 \div 4)$ км.

При приеме радиоизлучения дискретных источников, в особенности на низких углах, температура антенны испытывает значительные флуктуации, которые принято называть мерцанием дискретных источников. Общие свойства этих флуктуаций достаточно хорошо известны, они обычно характеризуются индексом мерцаний и периодами. Для иллюстрации на рис. 1 и 2 приведены средние месячные (июльские) значения индекса мерцаний и периодов, полученные на длине волны $\lambda = 30$ см при приеме источника Лебедь-А в зависимости от угла места.

В ряде исследований [1-4] было установлено, что наблюдаемое явление связано с прохождением радиоволн через слой тропосферных неоднородностей. Однако вопрос о том, какие тропосферные неоднородности вызывают мерцания и каков их механизм образования, насколько известно, в литературе не обсуждался. Исключение составляет работа [3], где высказано предположение, что тропосферные неоднородности, вызывающие мерцания, имеют нетурбулентное происхождение. Они представляют собой тонкие слои с размерами порядка нескольких сотен метров, которые действуют как собирательные линзы, фокусируя поток от источника на антенну.

В последние годы был накоплен обширный экспериментальный материал о тропосферных неоднородностях, которые исследовались как флуктуации коэффициента преломления с помощью рефрактометров [8] и как флуктуации разности фаз в системах апертурного синтеза [5, 6] и интерферометрах [7].

Некоторое обобщение этих исследований сделано в [9]. В этих работах результаты измерений хорошо интерпретируются на основе теории распространения радиоволн в турбулентной атмосфере, утверждая тем самым, что неоднородности, влияющие на распространение радиоволн, имеют турбулентное происхождение. Поэтому целесообразно рассмотреть явление мерцаний дискретных источников с помощью теории распространения радиоволн в турбулентной атмосфере и получить из сопоставления с экспериментальными данными характеристики турбулентной атмосферы.

В дальнейшем будем рассматривать флуктуации радиоизлучения при приеме точечных дискретных источников на больших зенитных углах (до $\vartheta = 89^\circ$). Определяя температуру антенны согласно выражению

$$T_a(\vartheta) = \frac{\lambda^2}{2k} \frac{S_n}{4\pi} G_a(\vartheta), \quad (1)$$

где S_n — поток источника, $G_a(\vartheta) = \frac{4\pi F(\vartheta)}{\int_{4\pi} F d\Omega}$ — усиление антенны, мож-

но видеть, что флуктуации температуры антенны являются следствием флуктуаций усиления антенны.

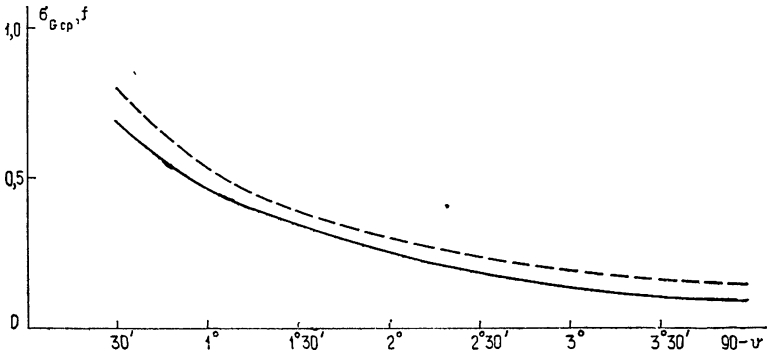


Рис. 1. Пунктирная кривая представляет индекс мерцаний, сплошная—средняя величина стандарта флуктуаций температуры антенны.

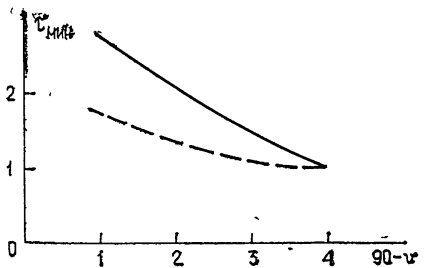
При больших зенитных углах усиление антенны меняется под влиянием рефракции. Эти изменения принято характеризовать рефракционным ослаблением. В [10] показано, что в рассматриваемом случае величина рефракционного ослабления η равна

$$\eta(\vartheta) = \frac{1}{1 + \xi'(\vartheta)}, \quad (2)$$

где $\xi(\vartheta)$ — угол рефракции. Для дальнейшего усиление антенны в среде удобно представить в виде

$$G_a(\vartheta) = G(\vartheta) \eta(\vartheta). \quad (3)$$

Рис. 2. График зависимости периода мерцаний от зенитного угла. Сплошная линия представляет экспериментальные данные, пунктирная—вычисления.



В случае малых флуктуаций из (1) и (3) получим соотношение, связывающее флуктуации температуры антенны с флуктуациями рефракционного ослабления $\Delta\eta$, усиления антенны ΔG и рефракции, возникающими в атмосфере, содержащей неоднородности:

$$\frac{\sqrt{\overline{(\Delta T_a(\vartheta))^2}}}{\bar{T}_a(\vartheta)} = \left\{ \frac{(\overline{\Delta G})^2}{\bar{G}^2} + \frac{(\overline{\Delta \eta})^2}{\bar{\eta}^2} + \frac{[\overline{\Delta F(\Delta \xi(\vartheta))}]^2}{\bar{F}^2} \right\}^{1/2}. \quad (4)$$

При нормальном распределении флуктуаций рефракции с дисперсией σ_ξ^2 последний член в равенстве (4) равен

$$\frac{\sqrt{(\overline{\Delta F_\xi})^2}}{F_{\text{макс}}} = 0,5 \frac{\sigma_\xi^2}{\theta_{0,5}^2}, \quad (5)$$

где $\theta_{0,5}$ — ширина диаграммы антенны на уровне половинной мощности.

Согласно [11]

$$\sigma_\xi^2 = \sigma_n^2 \operatorname{tg}^2 \vartheta, \quad (5a)$$

где σ_n^2 — средний квадрат флуктуаций показателя преломления. Оценки показывают, что на больших зенитных углах σ_ξ может быть порядка нескольких угловых минут. При $\theta_{0,5} \gg \sigma_\xi$, как это имело место в нашем случае, последним членом в (4) можно пренебречь.

Оценку флуктуаций рефракционного ослабления можно провести, используя выражение (2). Для источника, находящегося в бесконечности, угол рефракции в рассматриваемом интервале зенитных углов равен [11]

$$\xi(\vartheta) = \Delta n \operatorname{tg} \vartheta Z(\sqrt{\beta A}), \quad (6)$$

где для показателя преломления принято выражение

$$n(z) = 1 + \Delta n e^{-Az}, \quad (7)$$

$\beta = a(1 - \sin \vartheta)$ (a — земной радиус) и введена функция

$$Z(x) = 2x \exp(x^2) \int_x^\infty \exp(-t^2) dt. \quad (8)$$

Прделав соответствующие вычисления, получим

$$\frac{\sqrt{(\overline{\Delta \eta})^2}}{\bar{\eta}} = \frac{aA \sigma_n [1 - Z(\sqrt{\beta A})]}{1 + aA \bar{\Delta n} [1 - Z(\sqrt{\beta A})]}. \quad (9)$$

При средних значениях $\bar{\Delta n} = 3 \cdot 10^{-4}$ и $A = 0,135 \text{ км}^{-1}$ флуктуации, описываемые выражением (9), не превышают 1—2%. Для слабых флуктуаций усиления антенны, являющихся следствием амплитудных флуктуаций радиоволн, распространяющихся в турбулентной среде, в [12] получено

$$\sigma^2 = \frac{(\overline{\Delta G})^2}{\bar{G}^2} = 4,78 \langle \chi^2 \rangle \Phi \left(\frac{D}{\sqrt{\lambda L}} \right). \quad (10)$$

В случае низких углов длина пути в атмосфере велика ($L \sim 100 \text{ км}$), и для вычисления функции усредняющего действия антенны (с диаметром D) $\Phi(D/\sqrt{\lambda L})$ воспользуемся приближенным выражением для коэффициента корреляций [13]:

$$b_\chi \left(\frac{D}{\sqrt{\lambda L}}, x \right) = 1 - 10,8 \left(\frac{D^2}{\lambda L} \right)^{5/6} x^{5/3} + 10,7 \frac{D^2}{\lambda L} x^2. \quad (11)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \Phi \left(\frac{D}{\sqrt{\lambda L}} \right) &= \frac{16}{\pi} \int_0^1 b_\chi \left(\frac{D}{\sqrt{\lambda L}}, x \right) [\arccos x - x\sqrt{1-x^2}] x dx = \\ &= 1 - 3,2 \left[\left(\frac{D}{\sqrt{\lambda L}} \right)^{5/3} - 0,83 \left(\frac{D}{\sqrt{\lambda L}} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Средний квадрат логарифма амплитуды для неоднородной тропосферы согласно [13] равен

$$\langle \chi^2 \rangle = 0,56 k^{7/6} \int_0^H C_n^2(z) z^{5/6} dz, \quad (13)$$

где интегрирование выполняется вдоль траектории луча. Для сферически слоистой атмосферы с учетом рефракции (13) имеет вид

$$\langle \chi^2(\theta) \rangle = 0,56 k^{7/6} \int_0^H \frac{C_n^2(z) z^{5/6} dz}{\left[1 - \frac{n^2(0)}{n^2(z)} (1 - 3,1 \cdot 10^{-4} z) \sin^2 \theta \right]^{11/12}}. \quad (14)$$

Таким образом, если ширина диаграммы направленности $\theta_{0,5} \gg \sigma_\varepsilon \sim (1 \div 4)^\circ$, то флуктуации температуры антенны при приеме точечного дискретного источника на больших зенитных углах являются следствием амплитудных флуктуаций при распространении радиоволн в турбулентной атмосфере и определяются выражениями (10), (12) и (14).

Для удобства сравнения экспериментальных данных с теорией целесообразно перейти от характеристики с помощью индекса мерцания

$$f = \frac{(T_a)_{\max} - (T_a)_{\min}}{(T_a)_{\max} + (T_a)_{\min}} \quad \text{к стандарту } \sigma_s = \frac{\sqrt{(\Delta T_a)^2}}{\bar{T}_a}.$$

На рис. 1 нижняя кривая представляет собой результат статистической обработки антенной температуры при наблюдениях мерцаний источника Лебедь-А, усредненный по нескольким записям, сделанным в течение месяца. В данном случае f и σ_s связаны довольно просто:

$$\sigma_s(\theta) = f(\theta) - 0,08.$$

Функция ослабления (12) для нашего эксперимента менялась в пределах нескольких процентов ($< 5\%$) в зависимости от зенитного угла и была принята равной $\Phi \left(\frac{D}{\sqrt{\lambda L}} \right) \approx 0,92$. Используя соотношение (10)

и значения σ_s , представленные на графике рис. 1, можно определить средний квадрат флуктуаций логарифма амплитуды в тропосфере в зависимости от зенитного угла. Вычисленные значения приведены в табл. 1. Оценку толщины слоя неоднородной атмосферы, в котором происходят мерцания, можно сделать, сравнивая мерцания от точечного и протяженного источников. Для этого сравнивались средние квадраты интенсивности флуктуаций от источников Лебедь-А и Телец-А. Для зенитного

угла $\vartheta = 89^\circ \frac{\sigma_T^2}{\sigma_L^5} = 0,5 \pm 0,04$. Согласно [13] этому отношению соответствует параметр $2\gamma/\gamma_0 = 1,25$, где γ — угловой размер протяженного источника (для Гельца $\gamma = 3',6$) и $\gamma_0 = \sqrt{2\lambda/\pi L}$ — угол корреляции мерцаний. Отсюда толщина мерцающего слоя L (89°) = $70 \div 100$ км. Эта оценка служила критерием для отбора моделей различных высотных распределений структурного коэффициента $C_n^2(z)$, используемых при вычислениях (14).

Таблица 1

ϑ°	σ_3	$\langle \chi^2(\vartheta) \rangle$	$C_{n_0}^2 I(\vartheta)$	$I(\vartheta)$ ($H=3$ км)
86	0,09	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$2,06 \cdot 10^{-2}$	$0,74 \cdot 10^{12}$
87	0,136	$4,2 \cdot 10^{-3}$	$4,65 \cdot 10^{-2}$	$1,20 \cdot 10^{12}$
88	0,226	$11,6 \cdot 10^{-3}$	$12,9 \cdot 10^{-2}$	$2,21 \cdot 10^{12}$
89	0,446	$49 \cdot 10^{-3}$	$54,5 \cdot 10^{-2}$	$4,86 \cdot 10^{12}$

$C_{n_0}^2(\vartheta)$ ($H=3$ км)	$I(\vartheta)$ ($H=4$ км)	$C_{n_0}^2(\vartheta)$ ($H=4$ км)	$I(\vartheta)$ ($H=5$ км)	$C_{n_0}^2(\vartheta)$ ($H=5$ км)
$1,67 \cdot 10^{-7}$	$1,23 \cdot 10^{12}$	$1,29 \cdot 10^{-7}$	$1,82 \cdot 10^{12}$	$1,05 \cdot 10^{-7}$
$1,96 \cdot 10^{-7}$	$1,95 \cdot 10^{12}$	$1,55 \cdot 10^{-7}$	$2,82 \cdot 10^{12}$	$1,28 \cdot 10^{-7}$
$2,41 \cdot 10^{-7}$	$3,47 \cdot 10^{12}$	$1,93 \cdot 10^{-7}$	$4,87 \cdot 10^{12}$	$1,63 \cdot 10^{-7}$
$3,34 \cdot 10^{-7}$	$7,06 \cdot 10^{12}$	$2,78 \cdot 10^{-7}$	$9,3 \cdot 10^{12}$	$2,40 \cdot 10^{-7}$

Весьма важно для интерпретации природы неоднородностей, на которых происходят мерцания, знать высоту мерцающего слоя. Эту информацию можно получить, задаваясь в (14) высотным распределением $C_n^2(z)$ и сравнивая результат вычисления с угловой зависимостью $\langle \chi^2(\vartheta) \rangle$. С этой целью были рассчитаны следующие варианты: 1) однородный слой с высотой H (C_n^2 не зависит от высоты) при $H = 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12$ км; 2) $C_n^2 = C_{n_0}^2 \exp(-z/H)$ при $H = 3; 4; 6; 8; 10; 12$ км, а также распределения типа слоя; 3) $C_n^2 = C_{n_0}^2 \exp\left(-\frac{z}{H} + 1\right) \left(\frac{z}{H}\right)$ при $H = 2; 3$ км; 4) $C_n^2 = C_{n_0}^2 \exp\left(-\frac{z}{H} + 2\right) \left(\frac{z}{2H}\right)^2$ при $H = 1$ и 2 км. При вычислениях использовались также значения показателя преломления при $\Delta n = 1,5 \cdot 10^{-4}; 3 \cdot 10^{-4}$ и $4 \cdot 10^{-4}$.

Проведенный анализ показывает, что во всех рассмотренных вариантах длина пути в неоднородной тропосфере, соответствующая оценкам, сделанным при сравнении мерцаний двух источников, и обладающая наибольшей зависимостью от зенитных углов, получается при наименьших значениях эффективных высот: $H = (3 \div 5)$ км для однородного слоя, $H = (3 \div 4)$ км для убывающей зависимости $C_n^2(z)$ и $H = 1$ км для распределений типа слоя.

В табл. 1 приведены значения интеграла

$$I(\vartheta) = \int_0^H \frac{z^{5/6} dz}{\left[1 - \frac{n^2(0)}{n^2(z)} (1 - 3,1 \cdot 10^{-4} z) \sin^2 \vartheta\right]^{11/12}}$$

для $H = 3; 4$ и 5 км и при $\overline{\Delta n} = 3 \cdot 10^{-4}$ вычислены также соответствующие значения C_{n_0} . Как видно из таблицы, C_{n_0} увеличивается с возрастанием зенитных углов, изменяясь в рассматриваемом интервале углов в 2—2,5 раза. Из всех распределений именно $C_n^2(z) = \text{const}$ при приведенных выше параметрах делает эти изменения наименьшими. Получившаяся угловая зависимость C_{n_0} нарушает универсальность этой постоянной, введенной в теории турбулентности. По-видимому, здесь необходимо уточнение теории.

С учетом сделанных замечаний из сопоставления экспериментальных данных с развитой выше теорией можно сделать вывод, что за мерцания отвечает слой тропосферных неоднородностей толщиной $H = 3 \div 5$ км при $C_n(z) = \text{const}$ или с более слабо убывающей зависимостью, чем $e^{-z/H}$. Распределение $C_n^2(z)$, приведенное в [14] для оптического диапазона, хорошо согласуется с полученными параметрами, однако, сами величины C_{n_0} оказались в радиодиапазоне на порядок больше, чем в оптическом, где средняя величина $C_{n_0} \approx 2 \cdot 10^{-8}$ для слоя с толщиной, меньшей 4 км. Это различие вполне объяснимо, так как флуктуации коэффициента преломления в оптическом диапазоне не зависят от влагосодержания. Так, в [7] было установлено, что на базе в 11,3 км флуктуации фазы за счет турбулентности в сухой атмосфере составляют 3° , в то время как в влажной атмосфере фазовые вариации могут быть более 40° . В [16] был найден высокий коэффициент корреляции ($\sim 0,6$) между флуктуациями относительной влажности и фазовыми флуктуациями.

В [6] на длине волны $\lambda = 6$ см в течение длительного времени исследовалась неоднородная структура атмосферы и было установлено, что нерегулярности представляют собой флуктуации паров воды. Они находятся на высоте $1 \div 2$ км и имеют размеры в пределах $300 \div 1200$ м со средней величиной $L_0 \sim 700$ м. Величина флуктуаций показателя преломления зависит от времени дня и сезона. Она максимальна в летнее дневное время. При исследовании флуктуаций интенсивности лазерного луча в приземном слое было установлено, что C_n^2 имеет максимум в середине дня (между 11 и 14 час местного времени), превышающий в 3—4 раза величины C_n^2 в ночное время суток [15]. В [4] было получено, что индекс мерцаний Лебеда-А имеет максимум, приходящийся на летние месяцы (июнь—август). Для этих месяцев заходы и восходы Лебеда-А приходятся на середину дня (между 15 и 11 часами) и, следовательно, совпадают по времени с часами максимальных флуктуаций показателя преломления. Этот эффект служит дополнительным аргументом в пользу турбулентной природы неоднородностей, на которых происходят мерцания.

Полученные из эксперимента значения C_n на низких углах к горизонту позволяют вычислить интенсивность флуктуаций рефракции и рефракционного ослабления с помощью формул (5а) и (9) средний квадрат флуктуаций показателя преломления $\sigma_n^2 = \overline{(\Delta n)^2} = \frac{1}{2} C_n^2 L_0^2/3$.

Для оценки σ_n^2 примем размер внешнего масштаба турбулентности $L_0 \approx 1000$ м в соответствии с данными [6]. Результаты вычислений приведены в табл. 2.

В заключение рассмотрим вопрос о периоде флуктуаций. С помощью гипотезы о замороженной турбулентности можно получить оценку для периода флуктуаций:

$$\tau(\theta) = (2 \div 3) \frac{\sqrt{\lambda L(\theta)}}{v_{\perp}},$$

где $\sqrt{\lambda L(\vartheta)}$ — величина, пропорциональная радиусу корреляции флуктуаций, v_{\perp} — компонента скорости ветра. Принимая толщину неоднородной атмосферы в направлении зенитного угла ϑ $L(\vartheta)$, полученную из анализа амплитудных флуктуаций, найдем, что $\bar{v}_{\perp} \approx (3,5 \div 5)$ м/сек (при $L(86^{\circ})$). Малая средняя величина скорости ветра также говорит в пользу небольших эффективных высот турбулентной атмосферы $H \approx (3 \div 4)$ км. Поскольку с ростом зенитного угла $L(\vartheta)$ увеличивается, то увеличивается также и период флуктуаций $\tau(\vartheta)$.

Таблица 2

ϑ°	σ_n	$\sqrt{\Delta\eta^2/\eta}$	$\bar{\eta}(\vartheta)$	$\sigma_{\xi}(\vartheta)$
85	$0,35 \cdot 10^{-5}$	$0,4 \cdot 10^{-3}$	0,972	$0,4 \cdot 10^{-4}$ ($\sim 8''$)
86	$0,40 \cdot 10^{-5}$	$0,5 \cdot 10^{-3}$	0,960	$0,57 \cdot 10^{-4}$ ($15''$)
87	$0,58 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	0,943	$1,1 \cdot 10^{-4}$ ($30''$)
88	$0,94 \cdot 10^{-5}$	$2,6 \cdot 10^{-3}$	0,917	$2,7 \cdot 10^{-4}$ ($1'$)
89	$2,1 \cdot 10^{-5}$	$9,1 \cdot 10^{-3}$	0,872	$12 \cdot 10^{-4}$ ($4'$)

На рис. 2 нижняя кривая представляет вычисленные на основе принятой модели для $L(\vartheta)$ при постоянной скорости ветра v_{\perp}^* значения $\tau(\vartheta)$, которые отличаются от наблюдаемых величин не более, чем в 1,6 раза. Это расхождение, по-видимому, можно устранить, если учесть, что при наблюдениях на больших зенитных углах возрастает вклад нижних слоев, в которых скорость ветра меньше и, следовательно, средняя скорость ветра \bar{v} уменьшается. Возможно, что учет этой зависимости ликвидирует отмеченные также расхождения при оценках амплитудных флуктуаций.

Автор выражает благодарность О. Б. Шуко за проведение вычислений на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Kazes, J. L. Steinberg, C. R. Acad. Sci., 245, 782 (1957).
2. H. C. Ko, Proc. IRE, 48, 1871 (1960).
3. J. Aarons, Radio astronomical and satellite studies of the atmosphere, North-Holland publishing Company, Amsterdam, 1963.
4. Л. Н. Демьяненко, К. С. Станкевич, О. Н. Шипуля, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 11, № 2, 200 (1968).
5. R. A. Hinder, Nature, 225, № 5233, 614 (1970).
6. R. A. Hinder, M. Ryle, M. N., 154, № 2, 230 (1971).
7. J. P. Basart, G. K. Milley, B. G. Clark, IEEE Trans. Anten. Propag., AP-18, № 3, 375 (1970).
8. В. А. Андрианов, Н. А. Арманд, В. И. Ветров, Препринт № 79, ИРЭ, АН СССР, М., 1971.
9. А. А. Стоцкий, Радиотехника и электроника, 17, № 11, 2277 (1972).
10. В. С. Троицкий, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 2, № 5, 683 (1959).
11. Н. А. Арманд, М. А. Колосов, Радиотехника и электроника, 10, № 8, 1406 (1965).
12. К. С. Станкевич, Радиотехника и электроника, 18, № 4, 717 (1973).
13. В. И. Татарский, Распространение волн в турбулентной атмосфере, изд. Наука, М., 1967.
14. R. E. Hufnagel, N. R. Stanley, J. Opt. Soc., 54, № 1, 52 (1964).
15. R. A. Kazarian, A. S. Gurvich, R. G. Manucharian, E. S. Vartanian, Proc. IEEE, 58, № 10, 1547 (1970).
16. J. W. M. Vaars, IEEE Trans. Anten. Propag., AP-15, № 4, 582 (1967).

THE CHARACTERISTICS OF THE TURBULENT ATMOSPHERE ON THE BASIS
OF RADIO SOURCE SCINTILLATION DATA

K. S. Stankevich

Based upon the theory of radio wave propagation in the turbulent atmosphere, the analysis is made of the data on radio source scintillations in the troposphere at large zenith angles. It is shown that the reasons for scintillations is the amplitude fluctuations of radio waves passing through the turbulent atmospheric layer. The characteristics of the turbulent atmosphere are obtained: $C_n = (1 \div 3) \cdot 10^{-7}$ and the thickness of the atmospheric inhomogeneous layer $H = (3 \div 4)$ km.

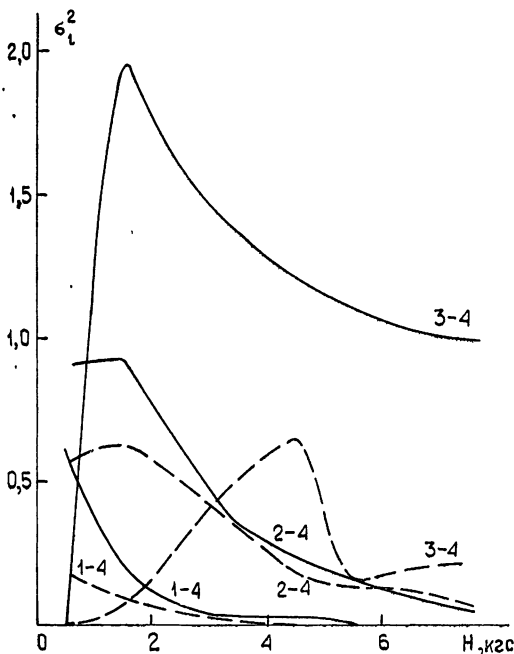
УДК 621.375 : 523.164

КВАНТОВЫЙ УСИЛИТЕЛЬ НА ВОЛНЕ 1,35 см ДЛЯ РАДИОАСТРОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Л. Э. Абрамян, Р. М. Мартиросян

Приведены результаты работы по созданию резонаторного квантового усилителя на волне $\lambda = 1,35$ см. Дано описание конструктивных особенностей, и указаны рабочие характеристики усилителя

В квантовых парамагнитных усилителях (КПУ) сантиметрового и дециметрового диапазонов длин волн в качестве активного вещества широкое применение нашел рубин. В настоящее время резонаторные КПУ и КПУ бегущей волны на рубине применяются во многих радиоприемных устройствах. Использование рубина для создания усилителей на более коротких волнах (меньше 3 см) затрудняется тем, что при требуемых для получения усиления на таких волнах напряженностях магнитного поля (превышающих 4000 гс) энергетические состояния становятся почти чистыми при любых ориентациях кристалла, в связи с чем оказываются разрешенными индуцированные переходы лишь между соседними уровнями. В результате трудно получить инверсию населенностей уровней при не слишком больших мощностях источников накачки.



Для иллюстрации на рис. 1 приведены зависимости величины вероятности индуцированных переходов от напряженности магнитного поля для двух ориентаций $\theta = 90^\circ$ и $\theta = 54^\circ 44'$. Из рисунка видно, что значения вероятностей возможных переходов накачки при напряженностях магнитного поля больше 5000 гс (6000 гс соответствует рабочему режиму на волне 1,35 см при $\theta = 90^\circ$) резко уменьшаются.

Рис. 1. Зависимости величины вероятностей различных переходов от величины напряженности магнитного поля для ориентаций $\theta = 90^\circ$ (сплошная кривая) и $\theta = 54^\circ 44'$ (пунктирная кривая).

Это обстоятельство накладывает определенные требования на выбор оптимального режима накачки и конструкции усилителя с точки зрения

эффективного взаимодействия полей усиливаемого сигнала и накачки с веществом.

В КПУ коротковолновой части сантиметрового и миллиметрового диапазонов в качестве активного вещества применялись кристаллы рутила с примесью ионов Cr^{3+} и Fe^{3+} , фольфраматы с примесью ионов Cr^{3+} и другие вещества. По ряду причин применение этих веществ в указанных диапазонах длин волн связаны с определенными трудностями. Сравнение различных параметров рубина с параметрами этих веществ показывает, что в коротковолновой части сантиметрового диапазона рубин успешно можно применять в КПУ в качестве активного вещества. Впервые работа лазера миллиметрового диапазона с использованием рубина, в симметричном режиме накачки при $\theta = 54^\circ 44'$, описана в работах [1, 2].

Квантовый усилитель на волне $1,35 \text{ см}$ на рубине можно создать при двух ориентациях магнитного поля по отношению к кристаллографической оси кристалла: $\theta = 90^\circ$, $H = 6000 \text{ гс}$ и $\theta = 54^\circ 44'$, $H = 8500 \text{ гс}$. Выбор той или иной ориентации диктуется соображениями получения как можно больших значений коэффициента инверсии.

Усилитель на волне $1,35 \text{ см}$ был выполнен на двух активных прямоугольных резонаторах из рубина с полным заполнением при $\theta = 90^\circ$. Преимущество ориентации 90° заключается в том, что в КПУ с двумя активными резонаторами на частотную характеристику усилителя не особенно влияет положение линии поглощения ЭПР относительно резонансных частот активных резонаторов [3], тогда как при симметричной ориентации, $\theta = 54^\circ 44'$, резориентация оптических осей активных резонаторов должна быть не больше $15'$ [4]. Кроме того, при $\theta = 90^\circ$ угловая зависимость спектра ЭПР минимальна и имеющийся в кристаллах рубина разброс направления оптической оси не приводит к заметному уширению линий ЭПР поглощения. Это связано с мощностью накачки, необходимой для насыщения перехода накачки.

Активные резонаторы представляют посеребренные рубиновые параллелепипеды. Размеры резонаторов были определены на основании уравнения [5]

$$k^4 - k^2 \left[\frac{k_y^2 + k_z^2}{\epsilon_{11}} + \frac{k_x^2 + k_z^2}{\epsilon_{22}} + \frac{k_x^2 + k_y^2}{\epsilon_{33}} \right] + k_0^2 \left[\frac{k_x^2}{\epsilon_{22} \epsilon_{33}} + \frac{k_y^2}{\epsilon_{11} \epsilon_{33}} + \frac{k_z^2}{\epsilon_{11} \epsilon_{22}} \right] = 0, \quad (1)$$

где $k_0^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$, ϵ_{11} , ϵ_{22} , ϵ_{33} — главные диэлектрические проницаемости кристалла вдоль осей x , y , z соответственно,

$$k_x = \frac{m\pi}{a}, \quad k_y = \frac{n\pi}{b}, \quad k_z = \frac{l\pi}{c},$$

m , n , l — индексы колебаний, a , b , c — размеры резонаторов, k — волновое число. Размеры резонаторов рассчитывались из условия возбуждения в них колебаний H_{101} по сигналу, а по накачке — более высшие типы колебаний. Рассчитанные по формуле (1) размеры затем уточнялись с учетом изменения диэлектрических проницаемостей кристалла при охлаждении, а также влияния отверстий связи с волноводами по сигналу и по накачке. При охлаждении резонансные частоты резонаторов систематически увеличивались на $150 \div 200 \text{ Мгц}$. Окончательные размеры резонаторов на волне $\lambda = 1,35 \text{ см}$ в действующем усилителе составляли:

кристалл 1: $a=3,23$ мм, $b=1,77$ мм, $c=2,67$ мм; кристалл 2: $a=3,23$ мм, $b=1,77$ мм, $c=2,66$ мм.

Резонаторы включались в тракт сигнала припайванием на боковые стенки стандартного волновода $11 \times 5,5$ мм². За плоскостью включения резонаторов стоит короткозамыкающий поршень, перемещением которого осуществляется изменение связи резонаторов с трактом сигнала. Связь между резонаторами подбиралась небольшой расстройкой их резонансных частот, а затем регулировалась реактивными штырями, расположенными на широкой стенке волновода. Активные резонаторы по накачке питались отдельными волноводами, через широкополосные согласованные переходы, заполненные сапфиром и имеющие в плоскости связи с резонаторами размеры $2 \times 1,8$ мм². Волноводы накачки над верхним фланцем криостата через волноводно-щелевой мост соединялись с генератором накачки. Мощность накачки, измеренная на входе тракта накачки, составляла около 200 мвт. Сравнительная большая мощность насыщения перехода накачки объясняется потерями и частичным рассогласованием в тракте накачки. Специальных мер по уменьшению потерь в нержавеющей волноводах тракта накачки не принималось. После полировки и посеребрения этих волноводов мощность накачки можно значительно уменьшить.

Эскиз головки усилителя с двумя активными резонаторами и схема включения резонаторов в тракт сигнала и накачки приведены на рис. 2.

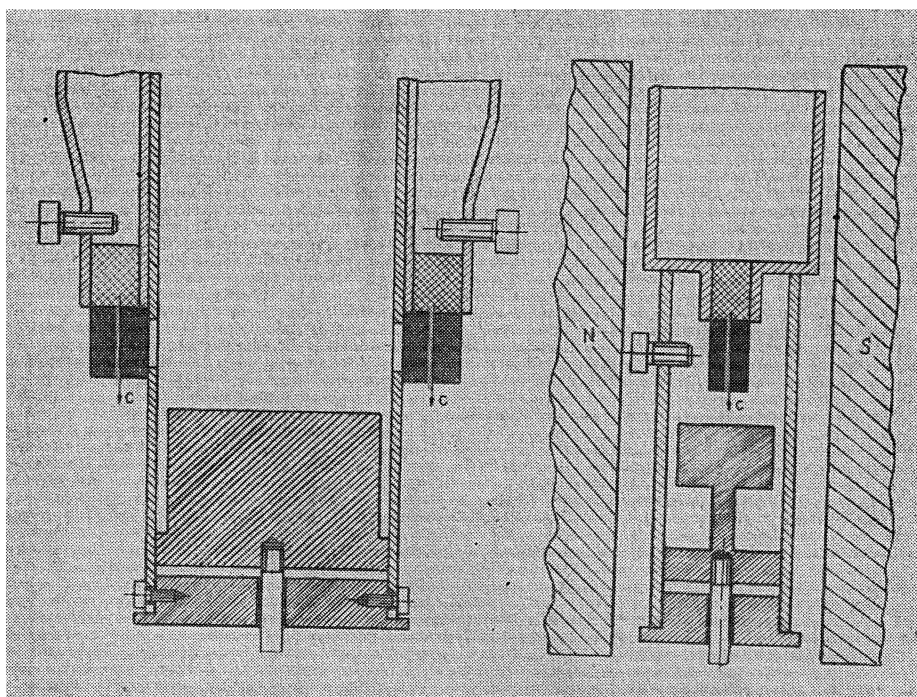


Рис. 2. Схема включения активных резонаторов в тракт сигнала и накачки.

Рабочие режимы усилителя были отработаны на обычном электромагните. После определения этих режимов в усилителе был применен сверхпроводящий магнит типа использованного в работе [6]. Необходимое поле напряженностью 6000 гс на месте расположения резонаторов

достигалось при токе 17,2 а. При этом мощность подогрева теплового ключа магнита составляла 450 мквт.

Характеристики усилителя измерялись при помощи обычного супергетеродинного приемника, УПЧ которого имел центральную частоту 80 Мгц с полосой пропускания около 30 Мгц. Полоса пропускания КУ измерялась с помощью частотной метки от вспомогательного генератора промежуточной частоты, колебания которого вводились в трак приемника.

Для усилителя с двумя активными резонаторами многократными измерениями значений полосы пропускания и коэффициента усиления был получен коэффициент усиления $20 \div 23$ дб при полосе пропускания $13 \div 15$ Мгц.

На рис. 3 приведены две различные частотные характеристики усилителя. По предварительным измерениям шумовая температура усилителя вместе с циркулятором составляет около 50°K . Сравнительно высокая шумовая температура обусловлена в основном потерями в циркуляторе. Вклад этих потерь составляет $30 \div 35^\circ\text{K}$.

Во время экспериментов были проведены измерения характеристик усилителя в режиме, когда один из активных резонаторов

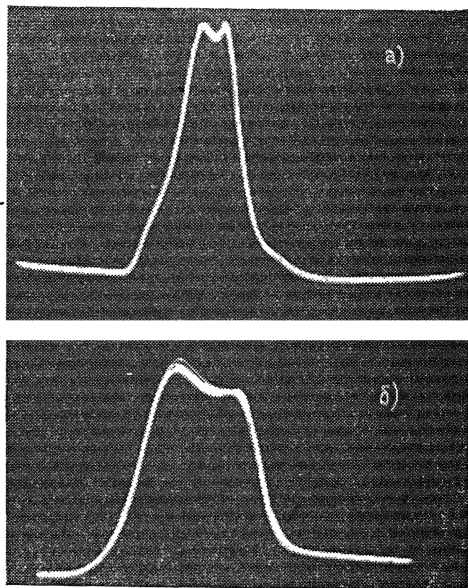


Рис. 3. Частотные характеристики усилителя:

а) коэффициент усиления $G = 23$ дб, $\Delta f = 13$ Мгц; б) $G = 20$ дб, $\Delta f = 15$ Мгц.

был заменен пассивным резонатором. В качестве пассивных резонаторов применялись сапфировые посеребренные параллелепипеды, которые имели те же размеры, что и активные резонаторы. При этом по сравнению со случаем двух активных резонаторов [7] был получен сравнительно низкий коэффициент усиления при той же полосе пропускания. При коэффициенте усиления $9 \div 10$ дб усилитель работал достаточно стабильно.

В окончательном варианте два одинаковых каскада были включены через разделительный циркулятор. Каждый двухрезонаторный каскад содержит один активный и один пассивный резонатор. Такая система позволила получить максимально плоскую характеристику с полосой пропускания $20 \div 25$ Мгц при коэффициенте усиления $18 \div 20$ дб. Конструктивно оба каскада представляют единую систему, и для них используется один сверхпроводящий магнит. Система довольно проста по конструкции и не вызывает особых затруднений при изготовлении. После настройки усилителя регулирующие устройства фиксируются, и в дальнейшем при эксплуатации дополнительных подстроек и регулировок не требуется.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Загатын, Г. С. Мисежников, В. Б. Штейншлегер, Радиотехника и электроника, 12, № 3, 539 (1967).

2. В. Б. Некрашевич, В. Б. Штейншлегер, В. Ф. Щербак, С. А. Элькинд, Радиотехника и электроника, 17, № 7, 1544 (1972).
3. Р. М. Мартиросян, А. М. Прохоров, Радиотехника и электроника, 9, № 12, 2094 (1964).
4. Т. А. Смирнова, Н. Т. Черпак, Я. Л. Шамфаров, Радиотехника и электроника, 18, № 2, 361 (1973).
5. В. Б. Штейншлегер, Г. С. Мисежников, П. С. Лифанов, Квантовые усилители СВЧ, изд. Сов. радио, М., 1971.
6. L. M. Troxel, IEEE Trans., MAG-1, № 4, 378 (1965).
7. Л. Э. Абрамян, Р. М. Мартиросян, Э. Л. Саркисян, Изв. АН Арм. ССР — Физика, 7, 464 (1972).

Институт радиофизики и электроники
АН Арм. ССР

Поступила в редакцию
21 августа 1972 г.,
после доработки
11 ноября 1973 г.

A QUANTUM AMPLIFIER AT 1.35 cm WAVELENGTH FOR RADIO ASTRONOMICAL INVESTIGATIONS

L. E. Abramyan, R. M. Martirosyan

The experimental results of designing a resonator quantum amplifier at the wavelength $\lambda=1.35$ cm are presented. The construction is described and the main performance characteristics of the amplifier are given.

УДК 535.3 : 530.18

РОЛЬ НЕЛИНЕЙНОСТИ АКТИВНОЙ СРЕДЫ В ПРОЦЕССЕ ФОРМИРОВАНИЯ УЛЬТРАКОРОТКИХ ИМПУЛЬСОВ СВЕТА

Е. Г. Ларионцев, В. Н. Серкин

Показано, что в лазере с просветляющимся фильтром можно существенно повысить эффективность выделения одиночных УКИ из шума спонтанного излучения при увеличении отношения сечений перехода для активной среды и фильтра, а также при увеличении длины резонатора.

Формирование ультракоротких импульсов света (УКИ) в лазере с просветляющимся фильтром исследовалось в ряде работ (см. обзоры [1, 2]). В существующих теоретических работах предполагается, что просветление фильтра происходит при полях, недостаточных для насыщения усилителя, т. е. активная среда в процессе просветления фильтра линейна.

В данном сообщении исследуется динамика формирования УКИ в случае, когда активная среда оказывается нелинейной в процессе просветления фильтра. Исходной является следующая система уравнений [1]:

$$I(t + T) = I(t)[1 - \chi(I)]e^{\alpha(t)R}; \quad (1)$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = -2\sigma_a\alpha(t)I(t). \quad (2)$$

Первое уравнение описывает изменение интенсивности излучения $I(t)$ при проходе импульсов света по резонатору, а второе определяет насыщение коэффициента усиления среды $\alpha(t)$. Здесь T — период резонатора, R — эффективный коэффициент отражения зеркал, $\chi(I) = \chi_0/(1 + I/I_s)$ — коэффициент поглощения безынерционного фильтра, I_s — интенсивность насыщения фильтра, σ_a — сечение перехода для активной среды. В уравнении (2) пренебрегается действием накачки и релаксацией инверсной населенности в процессе развития гигантского импульса. Эти факторы существенны лишь на линейном этапе развития генерации (до начала просветления фильтра) [1, 2].

Будем предполагать, что поле в резонаторе имеет вид последовательности импульсов гауссовой формы $I_i(t_i + kT) = I_{ik} \exp\left[-\left(\frac{t_i}{\tau_{ik}}\right)^2\right]$ (I_{ik} и τ_{ik} — соответственно интенсивность в максимуме и длительность i -го импульса излучения на k -м проходе по резонатору). Изменение длительности i -го импульса при k -м проходе через фильтр определяется уравнением [1]

$$\tau_{ik+1} - \tau_{ik} = -\chi(I_{ik})\tau_{ik} \frac{I_{ik}/I_s^2}{2 + I_{ik}/I_s}. \quad (3)$$

При прохождении импульсов света через нелинейную активную среду их форма изменяется в значительно меньшей степени, чем при прохождении через фильтр [2]. Учитывая это, будем пренебрегать изменением формы импульса вне фильтра. В этом приближении из уравнений (1), (2) получим

$$I_{ik+1} = I_{ik}[1 - \chi(I_{ik})]e^{\alpha_k R}, \quad (4)$$

$$\alpha_{k+1} = \alpha_k \exp[-2\sigma_a \sqrt{\pi} \sum_i I_{ik} \tau_{ik}].$$

Система уравнений (3), (4) решалась численно. Рассматривался ОКГ на неодимовом стекле со следующими значениями параметров: $\sigma_a = 1,6 \cdot 10^{-21} \text{ см}^2$, $\chi_0 = 0,3$, $R = 0,9$, $T = 10^{-8} \text{ сек}$. Время релаксации просветленного состояния T_b и сечение перехода σ_b для фильтра полагались равными $T_b = 8 \cdot 10^{-12} \text{ сек}$, $\sigma_b = 2 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$.

Рассматривалась простейшая модель исходного шума, состоящего из N одинаковых импульсов фона и основного импульса вдвое большей начальной интенсивности. Число импульсов полагалось равным $N = T/\tau_0$, где τ_0 — начальная длительность импульсов. Вначале рассчитывались характеристики ОКГ на линейном этапе развития генераций (фильтр и усиливающая среда полагалась равной $I_0/I_s = 10^{-12}$, характерное время накачки $T_n = 10^{-3} \text{ сек}$. В конце линейного этапа вычислялся коэффициент усиления среды $\alpha(t_1)$, и эта величина использовалась в качестве начального значения α_k при $k = 0$ для системы (3), (4).

Для того, чтобы выяснить влияние нелинейности усиливающей среды в процессе просветления фильтра, при расчетах варьировалось сечение перехода $\sigma_a \cdot \sigma_a = K \sigma_a^0$, где $\sigma_a^0 = 1,6 \cdot 10^{-21} \text{ см}^2$, K — численный коэффициент.

Выбранная модель исходного шума позволяет существенно сократить объем вычислений. В этом случае система $2N + 1$ уравнений (3), (4) сводится к пяти уравнениям (для длительностей и интенсивностей основного и фонового импульсов и для α_k). Это и явилось основной причиной выбора данной модели исходного шума. В [1, 2] показано, что число мод N в конце линейного участка развития генерации (а следовательно, и начальная длительность импульсов фона $\tau_0 = T/N$) зависит от длительности этого участка t_1 :

$$N = N_0 \left(\alpha_0 \frac{t_1}{T} \right)^{-1/2}. \quad (5)$$

Здесь N_0 — начальное число мод, определяемое шириной линии люминесценции и селекцией потерь внутри резонатора.

Проведенные расчеты показали, что при варьировании коэффициента K в диапазоне от 10^{-4} до 10^2 величина t_1 изменялась незначительно (от $0,34 \cdot 10^{-4} \text{ сек}$ до $0,29 \cdot 10^{-4} \text{ сек}$). При этом, согласно (5), изменение числа мод также оказывается достаточно малым. При расчетах начальная длительность импульсов τ_0 полагалась равной $\tau_0 = 10^{-10} \text{ сек}$ (соответственно, $N = 10^2$, $N_0 \approx 3 \cdot 10^3$). В реальных условиях при достаточно слабой селекцией потерь внутри резонатора величина τ_0 может быть значительно меньшей ($\tau_0 \sim 10^{-11} \text{ сек}$ при $N_0 \sim 3 \cdot 10^4$). При таких значениях τ_0 следует учитывать инерционность фильтра ($T_b = 0,8 \cdot 10^{-11} \text{ сек}$).

На основании проведенных расчетов были определены характеристики УКИ в максимуме гигантского импульса (интенсивность $I_{\text{осн}}$ и длитель-

ность $\tau_{осн}$ основного импульса, отношение интенсивности основного импульса к импульсу фона $I_{осн}/I_{фон}$. Результаты расчетов представлены на рис. 1—3. В области малых K ($K \ll 1$) характеристики УКИ достаточно хорошо описываются соотношениями, полученными в работах [1, 2] без учета нелинейности среды в процессе просветления фильтра. Нелинейное преобразование поля фильтром определяется параметром

$$\rho = \frac{\ln[R/(1 - \alpha_0)]}{\ln[R(1 - \alpha_0)/(1 - \alpha_0)]} \approx 5,6$$

и не зависит от отношения сечений перехода, т. е. от величины K . В области значений $1 < K < 10$ характеристики УКИ, напротив, сильно зависят от отношения σ_a/σ_b . Происходит значительное увеличение отношения интенсивности основного импульса к импульсу фона (рис. 1; $1 - I_{осн}/I_{фон}$, $2 - I_{осн}/I_s$) и сокращение длительности УКИ в максимуме гигантского импульса (рис. 2). При значениях $K > 10$ генерация гигантского импульса становится невозможной, интенсивность излучения в максимуме огибающей резко уменьшается (см. рис. 1).

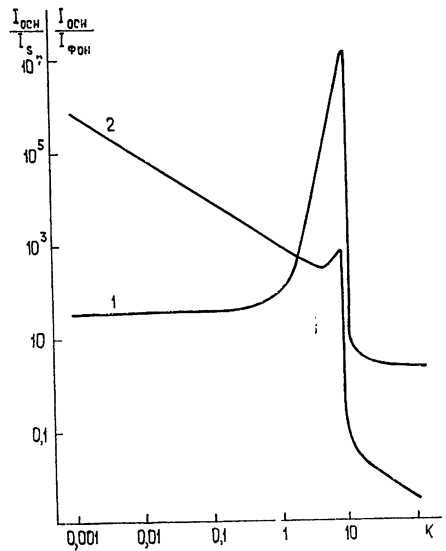


Рис. 1.

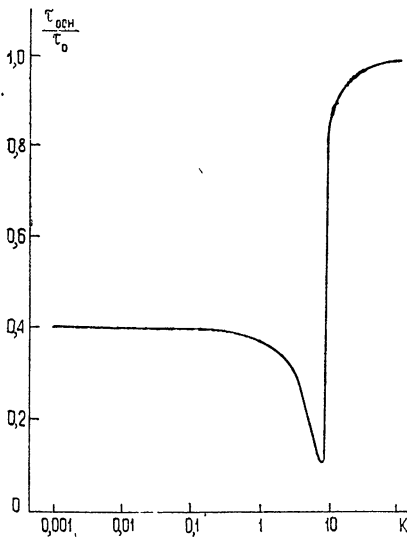


Рис. 2.

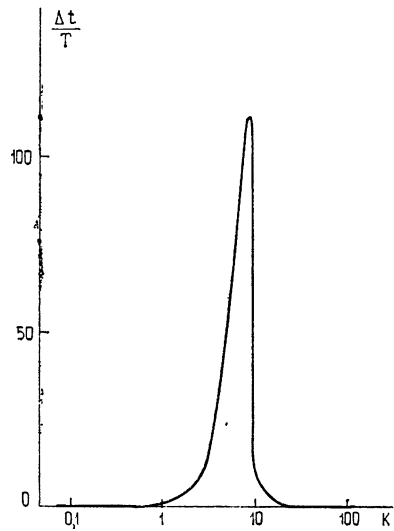


Рис. 3.

Такое поведение основных характеристик лазера с просветляющим фильтром при изменении отношения σ_a/σ_b объясняется качественно следующим образом. В области $K \ll 1$ выполняется условие линейности активной среды в процессе просветления фильтра: $I_s \ll (\sigma_a T)^{-1}$. С увеличением K это условие перестает выполняться и становится существенным насыщение усиления активной среды при просветлении фильтра. Насыщение усиления определяется импульсами фона, причем

при $K > 1$ максимальная интенсивность импульсов фона $I_{\text{фон}}^{\text{макс}} \leq I_s$, т. е. импульсы фона начинают затухать, когда фильтр для них еще не полностью просветлен. Основной импульс, имея большую интенсивность, продолжает нарастать, поскольку для него потери в фильтре меньше. В результате максимум огибающей основного импульса запаздывает относительно максимума импульсов фона на время Δt . Вследствие затухания импульсов фона происходит значительное увеличение отношения интенсивностей основного импульса и фона в максимуме гигантского импульса. На рис. 3 приведена зависимость времени запаздывания Δt (в числе проходов по резонатору) от величины K .

Таким образом, вследствие насыщения усиления среды в процессе просветления фильтра повышается вероятность выделения одиночных УКИ. Существует оптимальное отношение сечений перехода σ_a/σ_b , при котором генерация УКИ оказывается наиболее эффективной. Экспериментально отношение сечений σ_a/σ_b можно изменять с помощью телескопической системы, помещенной внутрь резонатора.

Заметим, что эффекты, аналогичные рассмотренным, должны иметь место при увеличении длины резонатора L . Действительно, при увеличении L возрастает насыщение усиления за время $T = 2L/c$ прохода по резонатору. Условие нелинейности среды в процессе просветления фильтра $\sigma_a T \gtrsim \sigma_b T_b$ зависит от T , и изменение T оказывается эквивалентным изменению σ_a .

ЛИТЕРАТУРА

1. П. Г. Крюков, В. С. Летохов, УФН, **99**, 169 (1969).
2. Б. Я. Зельдович, Т. И. Кузнецова, УФН, **106**, 47 (1972).

Научно-исследовательский институт ядерной физики
Московского университета

Поступила в редакцию
18 июня 1973 г.

THE EFFECT OF THE ACTIVE MEDIUM NONLINEARITY IN THE PROCESS OF ULTRA-SHORT LIGHT PULSE FORMATION

E. G. Lariontsev, V. N. Serkin

It is shown that in a laser with a saturable absorber one can essentially raise the efficiency of isolation of single ultra-short light pulses from the spontaneous emission noise when the ratio of transition cross-sections for the active medium and filter increases as well as the resonator length.

УДК 621.372.8

ИССЛЕДОВАНИЕ АКТИВНЫХ ПЛЕНОЧНЫХ ОПТИЧЕСКИХ МИКРОВОЛНОВОДОВ

Т. К. Чехлова

Проведено исследование люминесценции и свертлюминесценции в оптических микроволноводах, несущий слой которых выполнен из полиметилметакрилата с растворенным в нем родамином 6Ж, при накачке второй гармоникой неодимового лазера ($\lambda = 0,53$ мк). Исследовались образцы с концентрацией красителя 10^{-3} – 10^{-2} моль/л.

В связи с развитием идей интегральной оптики большое внимание в последнее время уделяется созданию и исследованию пленочных оптических микроволноводов на диэлектрической подложке, на базе которых возможно построение плоскостных оптических схем, включающих как пассивные, так и активные элементы, например, квантовые усилители и генераторы. Показатель преломления несущего слоя (пленки) подобных волноводов должен быть больше показателя преломления подложки, а поглощение и рассеяние в волноводах должны быть достаточно малы.

В настоящей работе исследуются активные оптические микроволноводы, предназначенные для создания квантовых усилителей и генераторов. В этом случае, помимо указанных требований, должна быть обеспечена возможность введения активных частиц в несущую пленку.

Пленочные волноводы с необходимыми характеристиками могут быть изготовлены из органических веществ, таких, как полистирол, полиметилметакрилат, эпоксидные и полиуретановые смолы и т. п. Согласно нашим исследованиям и данным работы [1] волноводы, изготовленные из этих материалов, имеют достаточно малое затухание $1 \div 0,5$ дБ/см. Активными частицами в подобных материалах могут служить молекулы обширного класса органических красителей, среди которых молекулы родамина 6Ж обладают наибольшим квантовым выходом. Усиление в полиуретановой пленке с молекулами родамина 6Ж при накачке ультрафиолетовым азотным лазером ($\lambda = 0,337$ мк) при плотности мощности облучения $1,5$ вт/см² достигало 100 дБ/см [1].

В настоящей работе проведено исследование активных одномодовых волноводов, выполненных из полиметилметакрилата (ПММК) с молекулами родамина 6Ж, при накачке зеленым светом на длине волны $0,53$ мк (вторая гармоника инфракрасного неодимового лазера), соответствующей максимальному поглощению этого красителя. Накачка на длине волны $0,53$ мк применялась ранее для возбуждения толстых жидкостных волноводов ($h = 10$ мк) [2]. Тонкие активные волноводные пленки изготавливались известным методом вытягивания подложки из раствора [3], в который предварительно был введен краситель.

Подложками для пленок из ПММК (показатель преломления $n = 1,49$) служили полированные кварцевые пластины ($n = 1,45$). Концентрация ПММК в растворителе и скорость извлечения подложки из раствора подбирались такими, чтобы толщина h готовой пленки составляла $1 \div 2$ мк. По пленочному волноводу с такой толщиной несущего

слоя распространялась волна только одного основного типа (H_1), что было предварительно рассчитано с помощью теории тонкопленочных оптических микроволноводов, изложенной в работе [4]. Оценка толщины готовой пленки производилась с помощью прибора ИЗВ-2. Более точное значение h определялось посредством измерения фазового замедления волны в волноводе γ , по которому с помощью дисперсионных кривых, представляющих графическую зависимость γ от отношения h/λ , находили h [5, 6]. Затухание в волноводе измерялось путем сравнения прошедшей через волновод мощности при разных расстояниях между возбуждающим и излучающим устройством. Коэффициент затухания, измеренный таким способом, для пленки из ПММК был равен $0,2 \text{ см}^{-1}$. Концентрация красителя в пленке измерялась на спектрофотометре СФ-4.

Таким способом была изготовлена серия образцов пленочных волноводов с толщинами пленки $1 \div 2 \text{ мк}$ и концентрацией родамина 6Ж $10^{-3} \div 10^{-2} \text{ моль/л}$.

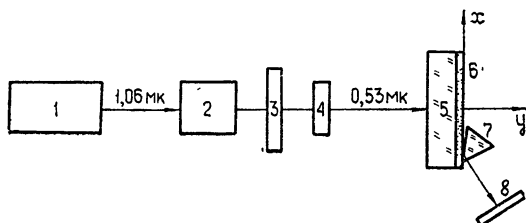


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:
1—неодимовый лазер, 2—кристалл КДР, 3—фильтр СС-21,
4—цилиндрическая линза, 5—подложка, 6—пленка ПММК
с родамином 6Ж, 7—призма, 8—экран.

Для исследования люминесценции была создана установка, схематически показанная на рис. 1. Неодимовый лазер ($\lambda = 1,06 \text{ мк}$) работал с частотой повторения $0,5 \text{ гц}$. Удвоение частоты происходило на кристалле КДР. Энергия импульса второй гармоники ($\lambda = 0,53 \text{ мк}$) составляла 10^{-3} Дж . Импульсная мощность была $3 \div 4 \text{ квт}$. Излучение с $\lambda = 0,53 \text{ мк}$ фокусировалось на пленку цилиндрической линзой в полосу длиной 10 мм по оси x и шириной $0,4 \text{ мм}$ по оси z , перпендикулярной плоскости рисунка (плотность мощности в освещенной полоске имела порядок 100 квт/см^2). При этом наблюдалась люминесценция засвеченной полоски на пленке за счет той части излучения люминесценции, которая попадает в конус, ограниченный углами полного внутреннего отражения на границе пленки с обрамляющими диэлектриками. Другая часть излучения люминесценции остается внутри волновода и распространяется по всем направлениям в плоскости пленки.

Для вывода излучения из волновода [4, 5] служила призма из стекла ТФ-5 ($n = 1,75$). Выведенное излучение люминесценции образует коническую поверхность, след которой может наблюдаться на экране в виде светящейся дугообразной полосы. Спектр люминесценции исследовался на спектрографе ИСП-51. По данным измерений ширина спектра составляла $\sim 270 \text{ \AA}$.

При описанном способе поперечного возбуждения пленки только небольшая часть возбужденного излучения (менее 10%) поглощалась пленкой. С целью повышения эффективности возбуждения было применено наклонное возбуждение пленки (рис. 2). Излучение накачки, сфокусированное сферической линзой, под углом вводилось в торец подложки и под некоторым углом i падало на пленку. При этом происходило увеличение доли возбуждающего излучения, поглощаемого пленкой, за счет увеличения длины пути луча в пленке. Эта доля могла регулиро-

ваться путем изменения угла i . В этом случае при увеличении i можно было наблюдать переход от люминесценции к сверхлюминесценции, о чем свидетельствовало заметное увеличение направленности излучения (уменьшение протяженности по оси z светящейся дуги, наблюдаемой на экране, см. рис. 3) и сужение спектра.

Спектральный состав и расходимость излучения сверхлюминесценции исследовались для двух образцов волноводных пленок с концентрацией родамина 6Ж $C = 10^{-3}$ моль/л и $C = 10^{-2}$ моль/л. Результаты измерений сведены в табл. 1, из которой, в частности, видно, что при увеличении концентрации активных частиц максимум сверхлюминесценции сдвигается в длинноволновую область и происходит сужение спектра подобно тому, как это имеет место в жидкостных лазерах на растворах красителей [7].

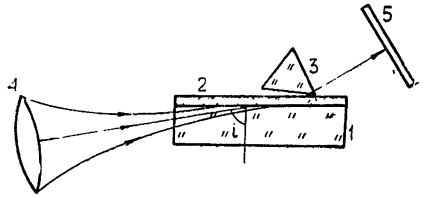


Рис. 2. Схема возбуждения пленки из ПММК с родамином 6Ж под углом в подложку:

1—подложка, 2—пленка из ПММК с родамином 6Ж, 3—призма, 4—сферическая линза, 5—экран.

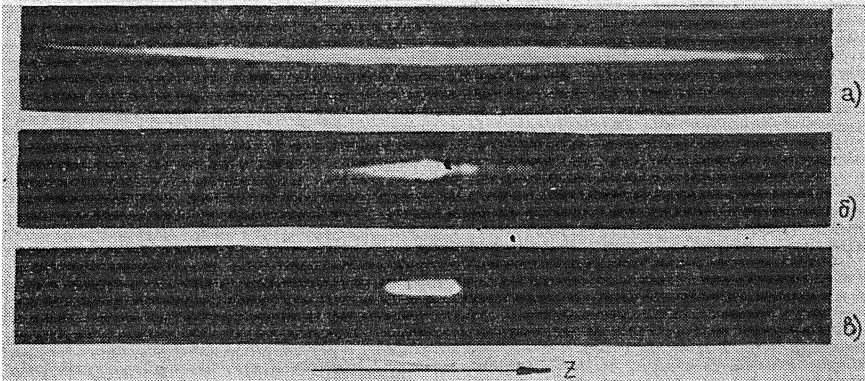


Рис. 3. Фотографии выходного излучения при разных углах i ($i_a < i_b < i_b$): а) — люминесценция (i_a); б), в) — сверхлюминесценция (i_b, i_b).

Таблица 1

C , моль/л	10^{-3}	10^{-2}
$\lambda_{\text{макс}}$, Å	5700	6200
$\Delta\lambda$, Å	90	70
Расходимость в плоскости XY , рад	10^{-3}	10^{-3}

Была проведена оценка импульсной мощности сверхлюминесценции с помощью фотоумножителя и осциллографа. Излучение сверхлюминесценции фокусировалось на фотокатод ФЭУ-51, и на осциллографе (ДЭСО-1) наблюдался сигнал, амплитуда которого была откалибрована по излучению накачки, ослабленному фильтрами (при этом учитывалась спектральная чувствительность фотокатода). Оцененная таким образом импульсная мощность имела порядок 300 вт.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Ulrich, H. P. Weber, Appl. Opt., 11, № 2, 428 (1972).
2. G. Zeidler, J. Appl. Phys., 42 № 2, 884 (1971).

3. Н. В. Суйювская, Химические методы получения тонких прозрачных пленок, изд. Химия, Ленинградское отделение, 1971, стр. 154.
4. Л. Н. Дерюгин, А. Н. Марчук, В. Е. Сотин, Изв. высш. уч. зав. — Радиоэлектроника, 10, № 2, 134 (1967).
5. Л. Н. Дерюгин, В. И. Аникин, В. Е. Сотин, Изв. высш. уч. зав. — Радиоэлектроника, 14, № 3, 371 (1971).
6. Л. Н. Дерюгин, Т. К. Чехлова, Оптика и спектроскопия, 35, вып. 2, 362 (1973).
7. Б. И. Степанов, А. Н. Рубинов, УФН, 95, вып. 1, 45 (1968).

Университет дружбы народов
им. Патриса Лумумбы

Поступила в редакцию
5 марта 1973 г.

INVESTIGATION OF ACTIVE FILM OPTICAL MICROWAVEGUIDE

T. K. Chekhlova

The luminescence and super-luminescence in optical micro-waveguides the carrier layer of which is made of polymethyl methacrylate with rhodamin 6 G soluble in it when pumped by the second harmonic of the modymium laser ($\lambda = 0.53 \mu$) are investigated. The specimens with the dye concentration $10^{-3} \div 10^{-2}$ mol/litre were tested.

УДК 621.376.332

О ПРЕДЕЛЬНОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ЧАСТОТНЫХ ДИСКРИМИНАТОРОВ

Г. Н. Бочков, Н. Н. Солин, А. И. Чикин

Исследуется влияние флуктуаций параметров различных дискриминаторов на чувствительность измерения амплитудно-частотных флуктуаций автоколебаний. Показано, что в ряде случаев основное ограничение при измерениях флуктуаций частоты вносят не шумы детектора и анализатора, а флуктуации параметров дискриминаторов. Рассматривается кварцевый режекторный дискриминатор. Найдено, что предельная чувствительность измерения ширины линии автоколебания δf кварцевым дискриминатором обусловлена лишь весьма малыми флуктуациями динамической емкости кварца и оказывается на три-четыре порядка лучше чувствительности обычных RLC дискриминаторов, достигая величины $\delta f_{\text{мин}} \approx 10^{-11}$.

1. Создание высокостабильных автогенераторов требует усовершенствования существующих методик измерения флуктуационных характеристик автоколебаний. В большинстве случаев на практике исследуются флуктуации частоты автоколебаний. Для измерения обычно применяются различные линейные фильтры-дискриминаторы, преобразующие изменения частоты исследуемого колебания в изменения амплитуды [1]. В общем случае дискриминатор представляет собой линейный четырехполюсник с коэффициентом передачи $K(\omega; p_1, \dots, p_n)$, где p_i — параметры дискриминатора (рис. 1).

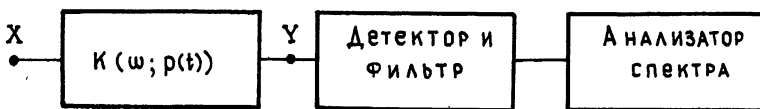


Рис. 1.

Рассмотрим вопрос о чувствительности частотного дискриминатора при наличии флуктуаций его параметров*. Допустим вначале, что параметры p_i не флуктуируют. Поскольку амплитуды квазимонохроматических колебаний частоты ω на входе $X(t)$ и на выходе дискриминатора $Y(t)$ связаны соотношением

$$Y = X K(\omega; p_1, \dots, p_n),$$

то для малых флуктуаций амплитуды $\alpha = \frac{dX}{X}$, $\beta = \frac{dY}{Y}$ и частоты

* Вопрос о чувствительности дискриминатора—колебательного LCR контура при флуктуациях его параметров—был рассмотрен в работе [2]. Было показано, что предельная чувствительность установки, измеряющей спектр флуктуаций частоты, определяется не шумами детектора и анализатора, как считалось ранее, а флуктуациями емкости дискриминатора, приводящими к флуктуациям «собственной» резонансной частоты дискриминатора.

$\delta v = \frac{d\omega}{\omega}$ получаем следующее квазистатическое соотношение [1]:

$$\beta = \alpha + \frac{\omega}{K(\omega, p)} \frac{dK(\omega, p)}{d\omega} \delta v. \quad (1)$$

Для спектральных плотностей выходного колебания при квазистатическом рассмотрении в предположении независимости амплитудных и частотных флуктуаций колебания на выходе дискриминатора получим

$$S_{\beta}(\Omega) = K_{\alpha} S_{\alpha}(\Omega) + K_{\nu} S_{\delta v}(\Omega), \quad (2)$$

где

$$K_{\alpha} = 1, \quad K_{\nu} = \frac{\omega^2}{K^2(\omega, P)} \left[\frac{dK(\omega, P)}{d\omega} \right]^2.$$

Наличие шумов детектора и анализатора спектра, следующих за дискриминатором, эквивалентно существованию его собственных шумов со спектральной плотностью $S_{\text{вн}}(\Omega)$, которая и определяет минимальные обнаружимые дискриминатором флуктуации с плотностями $S_{\alpha}(\Omega)$ и $S_{\nu}(\Omega)$.

Из уравнения (2) следует, в частности, что лучше производить измерение частотных флуктуаций тем дискриминатором, у которого можно получить наибольшее значение величины $\frac{\omega}{K(\omega, P)} \frac{dK}{d\omega}$ на частоте

изучаемого колебания. Отсюда вытекает преимущество таких частотных дискриминаторов, как система линии задержки с вычитающим устройством, балансый T -мост, и других режекторных дискриминаторов ([1, 3]) перед колебательным контуром, если пренебречь флуктуациями параметров применяемых дискриминаторов.

Сравним теперь различные дискриминаторные системы с точки зрения влияния флуктуаций параметров на их чувствительность.

2. Пусть теперь дискриминатор обладает малыми и медленными* флуктуациями параметров

$$p_i(t) = p_{i0}(1 + \delta p_i), \quad \langle \delta p_i \rangle = 0, \quad \langle \delta p_i^2 \rangle \ll 1.$$

Тогда

$$\beta = \alpha + \frac{\omega}{K(\omega, P)} \frac{\partial K}{\partial \omega} \delta v + \sum_i \frac{p_i}{K(\omega, P)} \frac{\partial K}{\partial p_i} \delta p_i. \quad (3)$$

Отсюда легко получить следующее квазистатическое спектральное соотношение:

$$S_{\beta}(\Omega) = S_{\alpha}(\Omega) + \frac{\omega^2}{K^2} \left| \frac{\partial K}{\partial \omega} \right|^2 S_{\delta v}(\Omega) + \sum_i \frac{p_i^2 \left| \frac{\partial K}{\partial p_i} \right|^2}{K^2} S_{\delta p_i}(\Omega). \quad (4)$$

Если на входе дискриминатора действует монохроматическое колебание $A \cos \omega t$, то спектральная плотность амплитудных флуктуаций

* По сравнению с $\cos\left(\frac{2\pi}{\tau_{\text{макс}}} t\right)$, где $\tau_{\text{макс}}$ — максимальное из времен релаксации рассматриваемого дискриминатора.

выходного колебания, порождаемая флуктуациями параметров дискриминатора, а также шумами системы «детектор плюс анализатор», равна

$$S_{\beta}(\Omega) = \sum_i \frac{p_i^2 \left| \frac{\partial K}{\partial p_i} \right|^2}{K^2} S_{\delta p_i}(\Omega) + S_{\beta_{\text{ш}}}(\Omega). \quad (5)$$

Из (4) легко теперь получить минимальную обнаружимую спектральную плотность частотных флуктуаций, обязанную флуктуациям параметров дискриминатора и аддитивным шумам установки:

$$S_{\delta v}^{\text{мин}}(\Omega) = \frac{S_{\beta_{\text{ш}}}}{\frac{\omega^2}{K^2} \left| \frac{\partial K}{\partial \omega} \right|^2} + \sum_i \frac{p_{i0}^2 \left| \frac{\partial K}{\partial p_i} \right|^2}{\omega^2 \left| \frac{\partial K}{\partial \omega} \right|^2} S_{\delta p_i}(\Omega). \quad (6)$$

Таким образом, если дискриминатор обладает флуктуациями параметров и за ним следуют «шумящие» детектор и анализатор, а измеряемое автоколебание не имеет флуктуаций амплитуды и частоты (или они достаточно малы), то измерительная установка «обнаруживает» у автоколебания спектральную плотность флуктуаций частоты (6), которая и определяет предел измеримых частотных флуктуаций автоколебания.

Первое слагаемое в (6), определяющее вклад аддитивных шумов установки в ограничение ее чувствительности, полностью совпадает с соответствующим выражением, полученным в [1].

3. Предполагая, что за дискриминатором следуют нешумящие каскады (или считая, что их собственные шумы достаточно малы), из (6) будем иметь следующее соотношение, определяющее вклад флуктуаций параметров в ограничение чувствительности дискриминатора:

$$S_{\delta v}^{\text{мин}}(\Omega) = \sum_i \frac{p_{i0}^2 \left| \frac{\partial K}{\partial p_i} \right|^2}{\omega^2 \left| \frac{\partial K}{\partial \omega} \right|^2} S_{\delta p_i}(\Omega). \quad (7)$$

С помощью (7) легко показать, что такие распространенные дискриминаторы, как колебательный контур, линия задержки на сосредоточенных L - и C -элементах с вычитающим устройством, балансный T -мост на L и C , при флуктуациях емкости $C(t) = \langle C \rangle [1 + \delta C(t)]$ (считаем, что $\langle \delta C^2 \rangle \ll 1$; $\delta C = \frac{\Delta C}{C}$), входящей в схемы указанных дискриминаторов, будут иметь одинаковую чувствительность к частотным флуктуациям входного колебания.

Минимальная обнаружимая спектральная плотность относительных флуктуаций частоты, обязанная флуктуациям емкости $\delta C(t)$, будет в данном случае согласно (7) равна (см. также [2])

$$S_{\delta v}^{\text{мин}}(\Omega) \approx \frac{1}{4} S_{\delta C}(\Omega). \quad (8)$$

В элементы частотных дискриминаторов реальных радиосхем включаются также нестабильные «паразитные» емкости схемы: флуктуирующие горячие емкости входа и выхода ламп, емкости $p-n$ -переходов транзисторов и т. д. Так как относительные флуктуации этих емкостей имеют спектральную плотность $S_{\delta C}(\Omega) \approx (10^{-14} \div 10^{-15}) |\Omega|^{-\gamma} \Gamma \mu^{-1} (0 < \gamma < 3)$ ([1], § 3, 4), то чувствительность указанных RLC дискриминаторов к фликкерным относительным частотным флуктуациям входного колебания будет величиной того же порядка. Следовательно, с помощью подобных дискриминаторов можно измерять относительную техническую ширину спектральной линии генераторов δf , не меньшую, чем $10^{-7} \div 10^{-8}$ *

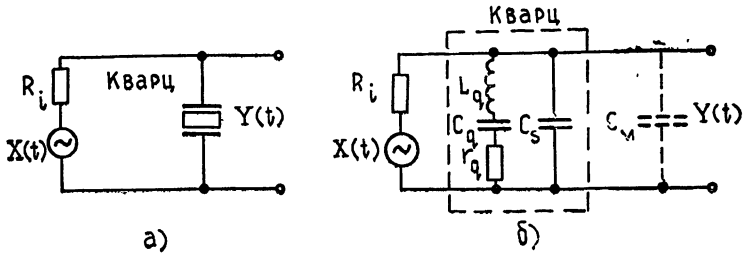


Рис. 2.

4. Иначе обстоит дело с кварцевыми дискриминаторами (рис. 2). Во-первых, прецизионные кварцевые резонаторы, согласно оценкам, обладают чрезвычайно малыми флуктуациями некоторых параметров. Так, например, величина спектральной плотности флуктуаций «динамической» емкости $S_{\delta C_q}(\Omega)$ для лучших образцов кварцевых резонаторов оказывается равной

$$S_{\delta C_q}(\Omega) \approx 10^{-23} |\Omega|^{-\gamma} \Gamma \mu^{-1}. \quad (9)$$

Во-вторых, особенностью эквивалентной электрической схемы кварцевого резонатора является то, что высокостабильный последовательный кварцевый контур, состоящий из динамической емкости C_q , индуктивности L_q и сопротивления r_q , определенным образом «защищен» от флуктуаций нестабильной емкости $C_S(t)$ и нестабильных элементов измерительной схемы $C_M(t)$. Действительно, считая, что флуктуируют $C_q(t)$ и $C_0(t)$ ($C_0 = C_S + C_M$), и следуя (4), для кварцевого дискриминатора (рис. 2) легко найти

$$S_{\delta v}^{\text{мин}}(\Omega) = \frac{1}{4} \left[S_{\delta C_q}(\Omega) + \left(\mu - \frac{\Delta\omega}{\omega} \right)^2 S_{\delta C_0}(\Omega) \right], \quad (10)$$

где

$$\mu = \frac{r_q C_0 \Pi_q}{4}, \quad \omega_q = \frac{1}{\sqrt{L_q C_q}}, \quad \Delta\omega = \omega - \omega_q, \quad \Pi_q = \frac{\omega_q}{Q_q}.$$

Коэффициент μ для хороших образцов кварцевых резонаторов достигает величины $\sim 10^{-10} \div 10^{-12}$. Поэтому, выбирая частоту колеба-

* Нетрудно провести сравнение указанной величины $\delta f_{\text{пар}}^{\text{мин}} \approx 10^{-7}$ с минимальной обнаружимой шириной спектральной линии, обязанной шумам детектора и анализатора. Как показано в работе [2],

$$\delta f_{\text{пар}}^{\text{мин}} \approx 10^{-7} \gg \delta f_{\text{ш д}}^{\text{мин}}.$$

ния $X(t)$ вблизи частоты последовательного резонанса (так, чтобы расстройка $\Delta\omega$ была порядка полосы Π_q), влияние флуктуаций емкости $C_0(t)$ на результаты измерения можно существенно ослабить*. Добротность кварцевых резонаторов достигает в настоящее время величин $Q_q \approx 10^8$, поэтому при расстройке $\Delta\omega \approx \Pi_q$ будем иметь

$$S_{\delta v}^{\text{мин}}(\Omega) \approx \frac{1}{4} [S_{\delta C_q}(\Omega) + Q_q^{-2} S_{\delta C_0}(\Omega)]. \quad (11)$$

На основании оценок флуктуаций обычных нестабильных емкостей из [1] (см. также [2]) можно сделать вывод, что второй член в (11) на 2—5 порядков меньше первого, и лишь при $S_{\delta C_0}(\Omega) \approx \frac{10^{-7}}{\Omega} \Gamma \zeta^{-1}$ они становятся сравнимыми.

Таким образом, предельная чувствительность кварцевого дискриминатора обусловлена лишь флуктуациями эквивалентной динамической емкости кварца $C_q(t)$. При этом, согласно (10) (ср. с (8)),

$$S_{\delta v}^{\text{мин}}(\Omega) \approx \frac{1}{4} S_{\delta C_q}(\Omega) \approx 10^{-23} |\Omega|^{-1} \Gamma \zeta^{-1}. \quad (12)$$

Интересно отметить, что этой спектральной плотности соответствует ширина спектральной линии автоколебания, равная по порядку величины $\delta f_{\text{мин}} \approx 10^{-11}$. Таким образом, кварцевый режекторный дискриминатор имеет лучшую на три порядка чувствительность измерения ширины линии автоколебания по сравнению с обычными RLC -дискриминаторами.

В заключение следует сказать, что для достижения на практике столь малой величины $S_{\delta C_q}(\Omega)$, как (9), необходимо кварцевый дискриминатор достаточно хорошо термостатировать, экранировать, амортизировать и т. д., т. е. исключить влияние на измерения основных технических факторов. При этом флуктуации параметров кварцевого резонатора будут обусловлены лишь флуктуационными процессами, сопровождающими общеизвестное естественное старение кварца, а также статистическими явлениями при переполаризации отдельных областей кристалла кварца при изменениях приложенного к нему электрического поля.

Считаем своим приятным долгом поблагодарить А. Н. Малахова за обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Н. Малахов, Флуктуации в автоколебательных системах, изд. Наука, М., 1968.
2. Г. Н. Бочков, А. Н. Малахов, Радиотехника и электроника, 15, № 8, 1622 (1970).
3. А. И. Чикин, ЖЭТФ, 42, 649 (1962).
4. Н. Н. Солин, Радиотехника и электроника, 16, № 2, 316 (1971).

Кировский политехнический институт

Поступила в редакцию
1 февраля 1973 г.

* Из (9) следует также, что существует оптимальная расстройка $\Delta\omega_{\text{опт}} = \mu\omega \approx \mu\omega_q$, при которой флуктуации емкости $C_0(t)$ не влияют на измерения. Это обстоятельство можно понять, рассматривая квазистатические деформации зависимости $|K(\omega, t)|^2$ при флуктуациях $C_0(t)$. Заметим, однако, что крутизна преобразования дискриминатора при этом может быть мала, и в таком случае (в соответствии с (6)) чувствительность установки определится шумами системы «детектор плюс анализатор».

LIMIT SENSITIVITY OF FREQUENCY DISCRIMINATORS

G. N. Bochkov, N. N. Soltn, A. I. Chikin

The influence of parameter fluctuations of different discriminators on the sensitivity of measuring the amplitude-frequency fluctuations of self-oscillations is investigated. It is shown that in some cases the measurements of the frequency fluctuations are mainly limited not by the detector and analyser noises but by fluctuations of the discriminator parameters. It is shown that the limit sensitivity of measuring the line width of self-oscillation δf by a quarz discriminator is only due to rather small fluctuations of the dynamic quarz capacity and appear three-four times better than the sensitivity of ordinary *RLC* discriminators reaching the value $\delta f_{\min} \approx 10^{-11}$.

УДК 538.56 : 519.25

О ПРИБЛИЖЕННОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ ФУНКЦИИ
КОРРЕЛЯЦИИ ПОСЛЕ НЕЛИНЕЙНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Г. Н. Бочков, А. Н. Малахов

Получены простые асимптотические выражения для аппроксимации корреляционной функции преобразованного нормального шума при большом и малом значениях аргумента, а также формула связи между временами корреляции процессов на выходе и входе безынерционного нелинейного устройства.

1. Одним из основных вопросов анализа нелинейного преобразования случайных процессов является вопрос о преобразовании их функций корреляции и спектров. Эту задачу можно в общем случае поставить следующим образом. Пусть имеются безынерционные нелинейные преобразования случайных входных стационарных и стационарно-связанных процессов $u = u(t)$ и $v = v(t)$:

$$\begin{aligned}x &= x(t) = F[u(t)], \\y &= y(t) = G[v(t)].\end{aligned}\quad (1)$$

Требуется найти совместную функцию корреляции «выходов» $\Phi_{xy}(\tau) = \langle x(t)y(t+\tau) \rangle$. Входные процессы предполагаются нормально распределенными (совместно) с заданной функцией корреляции $\Phi_{uv}(\tau) = \langle u(t)v(t+\tau) \rangle$ ($\langle \dots \rangle$ означает статистическое усреднение).

Нахождению функции корреляции на выходе нелинейных безынерционных устройств посвящена обширная литература (см., например, библиографию в [1]). Большинство приемов основывалось на методе Райса (метод «характеристических функций»), а также на «прямом» методе (см., например, [2]), дающем следующее выражение выходной функции корреляции Φ_{xy} через входную Φ_{uv} :

$$\Phi_{xy}(\tau) = \iint F(u)G(v)W(u, v; \Phi_{uv}) du dv = f(\Phi_{uv}).\quad (2)$$

Однако оба метода нередко приводят к большим вычислительным трудностям. Вместе с тем, часто требуется провести лишь асимптотические оценки спектрально-корреляционных характеристик преобразованного процесса (а также оценить ширину спектра или время корреляции). В таких случаях, как показывает проведенный далее анализ, нет необходимости в точных вычислениях корреляционной функции выходного сигнала.

2. В [3] Прайсом была доказана весьма полезная теорема, которая для нормально распределенных $u(t)$ и $v(t)$ дает следующее соотношение:

$$\frac{\partial^k \Phi_{xy}}{\partial \Phi_{uv}^k} = \left\langle \frac{d^k F(u)}{du^k} \frac{d^k G(v)}{dv^k} \right\rangle = \langle F^{(k)}(u)G^{(k)}(v) \rangle.\quad (3)$$

Это соотношение является дифференциальным уравнением для Φ_{xy} (как функции от Φ_{uv}) и почти всегда может быть записано в явном виде, поскольку почти всегда можно выбрать такое k , что правая часть (3) (зависящая от Φ_{uv}) легко найдется «прямым» методом.

Соотношение (3) позволяет, с другой стороны, без всякого труда записать Φ_{xy} в виде ряда по степеням Φ_{uv} . В самом деле, запишем левую и правую части (3) при значении $\Phi_{uv} = 0$:

$$\left(\frac{\partial^k \Phi_{xy}}{\partial \Phi_{uv}^k} \right)_{\Phi_{uv}=0} = \langle F^{(k)}(u) G^{(k)}(v) \rangle_{\Phi_{uv}=0} = \langle F^{(k)}(u) \rangle \langle G^{(k)}(v) \rangle. \quad (4)$$

Теперь можно сразу записать искомый ряд

$$\Phi_{xy} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \left(\frac{\partial^k \Phi_{xy}}{\partial \Phi_{uv}^k} \right)_{\Phi_{uv}=0} \Phi_{uv}^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \langle F^{(k)}(u) \rangle \langle G^{(k)}(v) \rangle \Phi_{uv}^k, \quad (5)$$

получаемый обычно иным путем (см., например, [2]). Коэффициенты этого ряда, как нетрудно видеть, находятся путем простого усреднения нелинейных функций F и G и их производных.

Если интересоваться автокорреляционной функцией выхода нелинейного преобразования $X = X(u)$, то из (5), полагая $u(t) = v(t)$, $u(t + \tau) = v(t + \tau)$, $x(t) = y(t)$, $x(t + \tau) = y(t + \tau)$, $F(u) = G(u) = X(u)$, получаем

$$\Phi_x(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} \langle X^{(k)}(u) \rangle^2 \frac{1}{k!} \Phi_u^k(\tau). \quad (6)$$

Этот ряд полностью решает вопрос о функции автокорреляции выхода безынерционного нелинейного преобразования.

Ряд (6) можно использовать различным образом. Во-первых, если $X(u)$ есть полином степени N , то ряд (6) является конечным и содержит лишь $N + 1$ членов. В этом случае (6) дает точное и конечное выражение для $\Phi_x(\tau)$. Во-вторых, в некоторых случаях бесконечный ряд (6) удается просуммировать и также получить для $\Phi_x(\tau)$ точное значение. Наконец, в-третьих, ряд (6) можно оборвать на каком-либо члене и получить приближенное значение для $\Phi_x(\tau)$. Это приближение будет тем точнее, чем больше τ (при $\tau \rightarrow \infty$ $\Phi_u(\tau) \rightarrow 0$). Таким образом, несколько первых членов ряда (6) дают удовлетворительное описание функции корреляции $\Phi_x(\tau)$ при достаточно больших τ (при $\tau > \tau_{0u}$, где τ_{0u} — время корреляции входного процесса).

Вместе с тем, часто требуется в общем случае получить достаточно точное представление о поведении $\Phi_{xy}(\tau)$ при малых τ . В этом случае на основании (3) легко получить для $\Phi_{xy}(\tau)$ другой ряд, записанный по степеням $(\Phi_{uv}(\tau) - \Phi_{uv}(0))$. В самом деле, запишем правую и левую части (3) в «точке» $\Phi_{uv}(\tau) = \Phi_{uv}(0)$:

$$\left(\frac{\partial^k \Phi_{xy}}{\partial \Phi_{uv}^k} \right)_{\Phi_{uv}(\tau)=\Phi_{uv}(0)} = \langle F^{(k)}(u) G^{(k)}(v) \rangle_{\Phi_{uv}(\tau)=\Phi_{uv}(0)} \equiv \langle F^{(k)}(u) G^{(k)}(v) \rangle_0.$$

Тогда имеем

$$\Phi_{xy}(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \langle F^{(k)}(u) G^{(k)}(v) \rangle_0 [\Phi_{uv}(\tau) - \Phi_{uv}(0)]^k. \quad (7)$$

Весьма полезное и простое соотношение получим для автокорреляционной функции нелинейно преобразованного сигнала $u(t)$. Полагая $u(t) = v(t)$, $u(t + \tau) = v(t + \tau)$, $x(t) = y(t)$, $x(t + \tau) = y(t + \tau)$, $F(u) = G(u) = X(u)$, находим при $\tau = 0$

$$\left(\frac{\partial^k \Phi_x}{\partial \Phi_u^k} \right)_{\tau=0} = \langle F^{(k)} [u(t)] F^k [u(t + \tau)] \rangle_0 = \langle [X^{(k)}(u)]^2 \rangle. \quad (8)$$

В этом случае ряд (7) принимает вид*

$$\Phi_x(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \langle [X^{(k)}(u)]^2 \rangle [\Phi_u(\tau) - \langle u^2 \rangle]^k. \quad (9)$$

Нетрудно видеть, что если $X(u)$ есть полином N -й степени, то в ряде (9) содержится $(N + 1)$ член и он будет полностью эквивалентен ряду (6) (как и в случае, когда бесконечный ряд (9) удается просуммировать).

Для случая произвольной функции $X = X(u)$ поведение функции корреляции $\Phi_x(\tau)$ при малых τ (при $\tau < \tau_{0u}$) достаточно точно отображается первыми членами ряда (9).

Таким образом, на основании изложенного имеем следующие две асимптотические формулы для представления функции корреляции после нелинейного безынерционного преобразования нормального шума:

$$\Phi_x(\tau) = \begin{cases} \langle x^2 \rangle - \langle s_x^2 \rangle \sigma_u^2 + \langle s_x^2 \rangle \Phi_u(\tau) & \text{для } \tau \ll \tau_{0u} \\ \langle x \rangle^2 + \langle s_x \rangle^2 \Phi_u(\tau) & \text{для } \tau \gg \tau_{0u} \end{cases}. \quad (10)$$

Здесь $s_x = \frac{dX(u)}{du}$ — крутизна характеристики нелинейного устройства**,

а σ_u^2 и σ_x^2 — дисперсии входного и выходного случайных процессов. Для коэффициента корреляции $R_x(\tau) = \frac{\Phi_x(\tau) - \langle x \rangle^2}{\sigma_x^2}$ соотношения (10)

принимают вид

$$R_x(\tau) = \begin{cases} 1 + \langle s_x^2 \rangle \frac{\sigma_u^2}{\sigma_x^2} [R_u(\tau) - 1] & \text{при } \tau \ll \tau_{0u} \\ \langle s_x \rangle^2 \frac{\sigma_u^2}{\sigma_x^2} R_u(\tau) & \text{при } \tau \gg \tau_{0u} \end{cases}. \quad (11)$$

И, конечно, $R_x \rightarrow 1$ при $\tau \rightarrow 0$ и $R_x \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \infty$.

3. Вместе с тем, часто интересно оценить время корреляции выходного сигнала τ_{0x} (или ширину спектра выхода Ω_{0x}), не прибегая к сложным вычислениям самой корреляционной функции. К тому же аналитическое выражение функции корреляции входного процесса часто

* Следует отметить, что для справедливости разложения (9) необходимо, чтобы процесс $X[u(t)]$ был k раз дифференцируем в среднеквадратичном смысле. Нетрудно получить и соответствующие ограничения на входной процесс и функцию преобразования.

** Заметим, что для четной функции $X(u)$ средняя крутизна $\left\langle \frac{dx}{du} \right\rangle = 0$ и в (10) при $\tau \gg \tau_{0u}$ следует выписать следующий член ряда (6), т. е.

$$\Phi_x(\tau) = \langle x \rangle^2 + \frac{1}{2} \left\langle \frac{d^2x}{du^2} \right\rangle \Phi_u^2(\tau).$$

не известно (а задано лишь время корреляции), и тогда полученными формулами воспользоваться нельзя.

Если спектральная плотность $S_u(\Omega)$ сосредоточена около нулевой частоты и процесс $u(t)$ дифференцируем в среднеквадратичном смысле, то квадрат ширины спектра функции можно определить как

$$\Omega_{0u}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \Omega^2 S_u(\Omega) d\Omega \left(\int_{-\infty}^{\infty} S_u(\Omega) d\Omega \right)^{-1} = \left\langle \left(\frac{du}{dt} \right)^2 \right\rangle \langle u^2(t) \rangle^{-1}. \quad (12)$$

Учитывая также, что $\left\langle \left(\frac{du}{dt} \right)^2 \right\rangle = - \left(\frac{d^2 \Phi_u}{d\tau^2} \right)_{\tau=0}$, будем иметь следующую оценку для квадрата времени корреляции на входе и выходе безынерционного устройства:

$$\tau_{0u}^2 \sim - \frac{\langle u^2 \rangle - \langle u \rangle^2}{\left(\frac{d^2 \Phi_u}{d\tau^2} \right)_{\tau=0}}, \quad \tau_{0x}^2 \sim \frac{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}{\left(\frac{d^2 \Phi_x}{d\tau^2} \right)_{\tau=0}}. \quad (13)$$

Используя формулу (8), нетрудно найти также, что

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2 \Phi_x}{d\tau^2} \right)_{\tau=0} &= \left[\frac{\partial^2 \Phi_x}{\partial \Phi_u^2} \left(\frac{\partial \Phi_u}{\partial \tau} \right)^2 + \frac{\partial \Phi_x}{\partial \Phi_u} \frac{d^2 \Phi_u}{d\tau^2} \right]_{\tau=0} = \\ &= \langle (x'_u)^2 \rangle \left(\frac{d^2 \Phi_u}{d\tau^2} \right)_{\tau=0}. \end{aligned} \quad (14)$$

Подставляя (14) в (13), получаем следующее выражение для времени корреляции после нелинейного безынерционного преобразования нормального шума:

$$\tau_{0x}^2 = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_u^2 \langle S_u^2 \rangle} \tau_{0u}^2. \quad (15)$$

Таким образом, время корреляции преобразованного нормального шума оказывается пропорциональным отношению среднеквадратичных отклонений процессов на выходе и на входе устройства и обратно пропорциональным среднеквадратичной крутизне преобразования (усредненной в соответствии с входным вероятностным распределением). В целом время корреляции выходного процесса оказывается пропорциональным времени корреляции входного шума. Нетрудно показать при этом (на основании (6)), что коэффициент

$$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_u^2 \langle S_u^2 \rangle} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \langle x_u^{(n)} \rangle^2 \sigma_u^{2n}}{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n-1)!} \langle x_u^{(n)} \rangle^2 \sigma_u^{2n}}$$

в (15) всегда ≤ 1 . Поэтому время корреляции на выходе безынерционного преобразователя τ_{0x} не превосходит времени корреляции гауссова входного шума τ_{0u}^* .

* См. также работы [9] и [9]. Соотношение, аналогичное (15), другим методом получено в [10].

Отметим в заключение, что соответствующие асимптотические формулы и оценки ширины спектра и времени корреляции могут быть легко получены и для нелинейной системы со многими входами, а также для случая, когда во входном шуме присутствует детерминированный сигнал, и для других обобщений рассмотренной задачи (см. различные обобщения теоремы Прайса [4-7]).

4. Рассмотрим в качестве примера преобразование нормального шума «детектором» n -й степени

$$x = x(u) = \alpha u^n. \quad (16)$$

Проводя вычисления, будем иметь

$$\sigma_x^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 = \begin{cases} \alpha^2 (2n - 1)!! \sigma_u^{2n} & (n - \text{нечетное}) \\ \alpha^2 \{ (2n - 1)!! - [(n - 1)!!]^2 \} \sigma_u^{2n} & (n - \text{четное}) \end{cases},$$

$$\langle x' \rangle^2 = \langle S_x \rangle^2 = \begin{cases} \alpha^2 (n!)^2 \sigma_u^{2n-2} & (n - \text{нечетное}) \\ 0 & (n - \text{четное}) \end{cases},$$

$$\langle (x')^2 \rangle = \langle S_x^2 \rangle = \alpha^2 n^2 (2n - 3)!! \sigma_u^{2n-2} \quad (n - \text{любое}).$$

Таким образом, для коэффициента корреляции преобразованного шума на основании (10) будем иметь следующие асимптотические выражения:

$$R_x(\tau) = \begin{cases} 1 + \frac{n^2}{2n - 1} [R_u(\tau) - 1], & \tau \ll \tau_{0u} \\ \frac{n!!}{(2n - 1)!!} R_u(\tau), & \tau \gg \tau_{0u} \end{cases} \quad (n - \text{нечетное}); \quad (17)$$

$$R_x(\tau) = \begin{cases} 1 + \frac{n^2(2n - 3)!!}{(2n - 1)!! - [(n - 1)!!]^2} [R_u(\tau) - 1], & \tau \ll \tau_{0u} \\ \frac{n^2 [(n - 1)!!]^2}{(2n - 1)!! - [(n - 1)!!]^2} R_u^2(\tau), & \tau \gg \tau_{0u} \end{cases} \quad (n - \text{четное}) \quad (18)$$

На основании (15) нетрудно получить также формулы для преобразования времен корреляции:

$$\tau_{0x}^2 = \begin{cases} \frac{2n - 1}{n^2} \tau_{0u}^2 & (n - \text{нечетное}) \\ \left(\frac{2n - 1}{n^2} - \frac{[(n - 1)!!]^2}{n^2(2n - 3)!!} \right) \tau_{0u}^2 & (n - \text{четное}) \end{cases}. \quad (19)$$

Ширина спектра шума, преобразованного детектором n -й степени, определится как $\Omega_{0x} = \tau_{0x}^{-1}$. Заметим, что $\tau_{0x} \rightarrow 0$ (и соответственно $\Omega_{0x} \rightarrow \infty$) при $n \rightarrow \infty$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Деч, Нелинейные преобразования случайных процессов, изд. Сов. радио, М., 1965.
2. Б. Р. Левин, Теоретические основы статистической радиотехники, изд. Сов. радио, М., 1966.

3. R. Price, IEEE Trans., IT-4, 69 (1958).
4. R. Price, IEEE Trans., IT-10, 171 (1964).
5. R. F. A. Pawula, IEEE Trans., IT-10, № 2, 285 (1964).
6. М.с. Маһон E. Lawrence, IEEE Trans., IT-10, № 2, 168 (1964).
7. C. D. Gorman, J. Zaborsky, IEEE Trans., IT-14, № 4, 528 (1968).
8. Т. Б. Борукаев, А. А. Спектор, Радиотехника и электроника, 15, № 5, 1086 (1970).
9. Н. А. Рубичев, Радиотехника и электроника, 15, № 7, 1521 (1970).
10. N. Abramson, IEEE Trans., IT-13, № 3, 502 (1967).

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
1 февраля 1973 г.

AN APPROXIMATE REPRESENTATION OF THE CORRELATION FUNCTION AFTER NONLINEAR TRANSFORMATION

G. N. Bochkov, A. N. Malakhov

Simple asymptotic expressions are obtained for approximation of the correlation function of transformed simple noise at large and small values of the argument, as well as the relations between the times of the correlation processes at the output and input of the inertialess nonlinear device.

УДК 538.56 : 519.25

К ВОПРОСУ О КИНЕТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЯХ В ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЛН

А. Н. Малахов, А. И. Саичев

Исследуются возможности и трудности вывода кинетических уравнений для конечномерных функций плотности вероятности случайных волн, удовлетворяющих стохастическим дифференциальным уравнениям в частных производных. С единых позиций выводится несколько уравнений для моментов и кинетических уравнений для функций плотности вероятности различных случайных волн. В частности, находится одномерная функция плотности вероятности случайной волны, распространяющейся в нелинейной идеальной среде без дисперсии.

Возрастающий интерес к исследованию статистических характеристик случайных волн, удовлетворяющих нелинейным стохастическим уравнениям в частных производных, стимулируется множеством прикладных задач в нелинейной оптике, в физике плазмы, в статистической гидродинамике и т. д. (см., например, [1-4]). Обычно, пытаясь определить различные моменты таких нелинейных случайных волн, приходят к бесконечной цепочке уравнений, связывающей моменты всех порядков, переход от которой к конечной системе уравнений часто невозможно строго обосновать (см., например, [1-5]).

Иная ситуация сложилась в теории марковских случайных процессов, удовлетворяющих нелинейным стохастическим уравнениям. Функция плотности вероятности (ФПВ) такого процесса является решением уравнения Эйнштейна—Фоккера—Планка (ЭФП). Вывод уравнения ЭФП, как известно, существенно опирается на то, что ФПВ марковского процесса в момент времени t_0 однозначно определяет эволюцию этой ФПВ для всех $t > t_0$. Уравнения же в частных производных для случайных волн приводят, в общем случае, к уравнениям, связывающим одномерную ФПВ со всеми многомерными. Это обстоятельство в принципе не позволяет вывести в общем случае строгие замкнутые уравнения для конечномерных случайных волн.

Все же, когда случайная волна удовлетворяет нелинейному стохастическому уравнению в частных производных первого порядка, а входящие в него случайные параметры и источники можно считать дельта-коррелированными, для конечномерной ФПВ такой волны удастся вывести замкнутое кинетическое уравнение. Это происходит из-за того, что уравнение в частных производных первого порядка, в отличие от уравнений высших порядков, эквивалентно конечной, а не бесконечной системе обыкновенных дифференциальных уравнений [6]. Поэтому, как и в случае марковских процессов, эволюция конечномерной ФПВ такой волны однозначно определяется своим начальным видом.

В то же время случайная волна, удовлетворяющая уравнению в частных производных первого порядка, в общем случае не является марковской. Поэтому кинетические уравнения для таких волн приходится выводить способом, отличным от того, которым обычно получают уравнение ЭФП (исходя из уравнения Смолуховского).

1. ВЫВОД КИНЕТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ СЛУЧАЙНЫХ ВОЛН, УДОВЛЕТВОРЯЮЩИХ ДИНАМИЧЕСКИМ НЕЛИНЕЙНЫМ УРАВНЕНИЯМ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

1. Рассмотрим одномерную случайную волну $u(x, t)$, удовлетворяющую чисто динамическому, т. е. не содержащему случайных параметров и источников, уравнению в частных производных первого порядка

$$\frac{\partial u}{\partial t} + f(u, v, x, t) = 0, \quad v = \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (1.1)$$

Пусть волна $u(x, t)$ — случайна вследствие того, что начальное условие

$$u(x, 0) = u_0(x) \quad (1.2)$$

определяется случайной функцией $u_0(x)$ с заданными статистическими свойствами.

Нас будет интересовать ФПВ $W_2[u, v, x, t]$ волны $u(x, t)$ и ее пространственной производной $v(x, t)$ в момент времени t и в одной точке x .

Дополнив уравнение (1.1) уравнением для $v(x, t)$ (дифференцируя (1.1) по x)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (1.3)$$

мы получим систему двух уравнений для $u(x, t)$ и $v(x, t)$ с начальными условиями:

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad v(x, 0) = \frac{du_0(x)}{dx} = v_0(x). \quad (1.4)$$

2. Дифференцируя произвольную функцию $\varphi[u(x, t); v(x, t)]$ по времени и используя уравнения (1.1) и (1.3), придем к равенству

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial u} f + \frac{\partial \varphi}{\partial v} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial u} v + \frac{\partial \varphi}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (1.5)$$

Преобразуем его последнее слагаемое в правой части, пользуясь выражением для производной по x от сложной функции

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\int_v^{\infty} \frac{\partial \varphi}{\partial v} \frac{\partial f}{\partial v} dv \right] = \frac{\partial}{\partial u} \left[\int_v^{\infty} \frac{\partial \varphi}{\partial v} \frac{\partial f}{\partial v} dv \right] \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial v} \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x},$$

которое можно переписать в виде

$$\frac{\partial \varphi}{\partial v} \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{\partial}{\partial x} \left[\int_v^{\infty} \frac{\partial \varphi}{\partial v} \frac{\partial f}{\partial v} dv \right] + v \frac{\partial}{\partial u} \left[\int_v^{\infty} \frac{\partial \varphi}{\partial v} \frac{\partial f}{\partial v} dv \right], \quad (1.6)$$

с учетом того, что $v = \frac{\partial u}{\partial x}$. Усредняя (1.5) с помощью W_2 и используя (1.6), найдем

$$\iint_{-\infty}^{\infty} \varphi \frac{\partial W_2}{\partial t} du dv - \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial W_2}{\partial x} \left[\int_v^{\infty} \frac{\partial \varphi}{\partial v} \frac{\partial f}{\partial v} dv \right] du dv + \quad (1.7)$$

$$+ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_2 \left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial u} f + \frac{\partial \varphi}{\partial v} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial v} \frac{\partial f}{\partial u} v + v \frac{\partial}{\partial u} \left[\int_v^{\infty} \frac{\partial \varphi}{\partial v} \frac{\partial f}{\partial v} dv \right] \right\} du dv.$$

Проинтегрировав интегралы в (1.1) по частям, получим

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(u, v) \left\{ \frac{\partial W_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\partial f}{\partial v} \int_{-\infty}^v \frac{\partial W_2}{\partial x} dv \right) - \frac{\partial}{\partial u} (f W_2) + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\partial f}{\partial x} W_2 + v \frac{\partial f}{\partial u} W_2 \right) - \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\partial f}{\partial v} \int_{-\infty}^v \frac{\partial W_2}{\partial u} dv \right) \right\} du dv = 0.$$

Это равенство, в силу произвольности $\varphi(u, v)$, равносильно следующему уравнению для $W_2[u, v, x, t]$:

$$\frac{\partial W_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\partial f}{\partial v} \int_{-\infty}^v \frac{\partial W_2}{\partial x} dv \right) - \frac{\partial}{\partial u} (f W_2) + \\ + \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\partial f}{\partial x} W_2 + v \frac{\partial f}{\partial u} W_2 \right) - \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\partial f}{\partial v} \int_{-\infty}^v \frac{\partial W_2}{\partial u} dv \right) = 0. \quad (1.8)$$

Заметим, что совершенно аналогично можно вывести и уравнение для ФПВ $W_{2N}[u, v, x, t]$ волны $u(x, t)$ и ее производной $v(x, t)$ в один момент t и в N различных точках x_1, \dots, x_N . Оно имеет вид

$$\frac{\partial W_{2N}}{\partial t} + \sum_{n=1}^N \left\{ \frac{\partial}{\partial v_n} \left(\frac{\partial f_n}{\partial v_n} \int_{-\infty}^{v_n} \frac{\partial W_{2N}}{\partial x_n} dv_n \right) - \frac{\partial}{\partial u_n} (f_n W_{2N}) + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial v_n} \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n} W_{2N} + v_n \frac{\partial f_n}{\partial u_n} W_{2N} \right) - \frac{\partial}{\partial v_n} \left(\frac{\partial f_n}{\partial v_n} \int_{-\infty}^{v_n} v_n \frac{\partial W_{2N}}{\partial u_n} dv_n \right) \right\} = 0. \quad (1.9)$$

Здесь для удобства введены следующие обозначения:

$$u(x_n, t) = u_n, \quad v(x_n, t) = v_n, \quad \{x_1, x_2, \dots, x_N\} = x,$$

$$\{u_1, u_2, \dots, u_N\} = u, \quad \{v_1, v_2, \dots, v_N\} = v, \quad f(u_n, v_n, x_n, t) = f_n,$$

$$W[u_1, u_2, \dots, u_N, v_1, v_2, \dots, v_N] = W_{2N}[u, v, x, t].$$

Начальное условие уравнения (1.9)

$$W_{2N}[u, v, x, 0] = W_0[u, v, x] \quad (1.10)$$

полностью определяется начальными условиями (1.4).

Уравнение (1.9) есть точное уравнение, в некотором смысле эквивалентное уравнениям (1.1), (1.3). Пределы применимости его решений целиком определяются пределами применимости тех решений исходного уравнения (1.1), на ансамбле которых определяется $W_{2N}[u, v, x, t]$.

3. В случаях, когда уравнение (1.1) является квазилинейным уравнением, т. е. когда

$$f(u, v, x, t) = c(u, x, t)v + a(u, x, t), \quad (1.11)$$

удаётся вывести замкнутое уравнение не только для $W_{2N}[u, v; x, t]$, но и для более простой N -мерной ФПВ $W_N[u; x, t]$.

Подставляя (1.11) в (1.9), найдем

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_{2N}}{\partial t} - \sum_{n=1}^N \left\{ \frac{\partial}{\partial u_n} (a_n W_{2N}) + v_n \frac{\partial}{\partial u_n} (c_n W_{2N}) + \frac{\partial}{\partial v_n} \left(v_n \frac{\partial a_n}{\partial u_n} W_{2N} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial v_n} \left(v_n^2 \frac{\partial c_n}{\partial u_n} W_{2N} \right) + \frac{\partial}{\partial v_n} \left(\frac{\partial a_n}{\partial x_n} W_{2N} \right) + \frac{\partial}{\partial v_n} \left(\frac{\partial c_n}{\partial x_n} v_n W_{2N} \right) + \right. \\ \left. + c_n \frac{\partial W_{2N}}{\partial x_n} + v_n \frac{\partial W_{2N}}{\partial u_n} \right\} = 0. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Интегрируя (1.12) по v_1, v_2, \dots, v_N и учитывая, что

$$\sum_{n=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial v_n} \left[\left(v_n \frac{\partial a_n}{\partial u_n} + \frac{\partial a_n}{\partial x_n} + v_n^2 \frac{\partial c_n}{\partial u_n} + v_n \frac{\partial c_n}{\partial x_n} \right) W_{2N} \right] d\mathbf{v} \equiv 0,$$

в результате получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_N}{\partial t} - \sum_{n=1}^N \frac{\partial}{\partial u_n} (a_n W_{2N}) - \sum_{n=1}^N \frac{\partial}{\partial u_n} \left(c_n \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} v_n W_{2N}[u, v; x, t] d\mathbf{v} \right) + \\ + \sum_{n=1}^N c_n \frac{\partial W_N}{\partial x_n} + \sum_{n=1}^N c_n \frac{\partial}{\partial u_n} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} v_n W_{2N}[u, v; x, t] d\mathbf{v} = 0. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Преобразуем входящие сюда интегралы. Для этого заметим, что

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} v_n W_{2N}[u, v; x, t] d\mathbf{v} &= \left\langle \frac{\partial u(x_n, t)}{\partial x_n} \prod_{k=1}^N \delta[u_k - u(x_k, t)] \right\rangle = \\ &= - \frac{\partial}{\partial x_n} \left\langle \int_{u_n}^{\infty} \prod_{k=1}^N \delta[u_k - u(x_k, t)] du_n \right\rangle = - \int_{-\infty}^{u_n} \frac{\partial W_N[u; x, t]}{\partial x_n} du_n. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} v_n W_{2N}[u, v; x, t] d\mathbf{v} = - \int_{-\infty}^{u_n} \frac{\partial W_N[u; x, t]}{\partial x_n} du_n.$$

Учитывая это, от (1.13) переходим к следующему уравнению для $W_N[u; x, t]$ ФПВ случайной волны $u(x, t)$, удовлетворяющей уравнению в частных производных первого порядка:

$$\frac{\partial W_N}{\partial t} + \sum_{n=1}^N \frac{\partial}{\partial u_n} \left\{ c_n \int_{-\infty}^{u_n} \frac{\partial W_N}{\partial x_n} du_n \right\} - \sum_{n=1}^N \frac{\partial}{\partial u_n} (a_n W_N) = 0. \quad (1.14)$$

4. Если f не зависит от u , то в этом случае, проинтегрировав уравнение (1.9) по u_1, u_2, \dots, u_N , получим замкнутое уравнение и для $W_N[v; x, t]$:

$$\frac{\partial W_N}{\partial t} + \sum_{n=1}^N \frac{\partial}{\partial v_n} \left\{ \frac{\partial f_n}{\partial v_n} \int_{-\infty}^{v_n} \frac{\partial W_N}{\partial x_n} dv_n \right\} - \sum_{n=1}^N \frac{\partial}{\partial v_n} \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n} W_N \right) = 0.$$

5. Рассмотрим в качестве первого примера квазилинейное уравнение простой волны

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \beta u \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1.15)$$

и будем интересоваться ФПВ $W[u; x, t]$, удовлетворяющей заданному начальному условию $W[u; x, 0] = W_0[u; x]$. На основании (1.14) записываем следующее кинетическое уравнение:

$$\frac{\partial W[u; x, t]}{\partial t} + \beta \frac{\partial}{\partial u} \left\{ u \int_{-\infty}^u \frac{\partial W[\xi; x, t]}{\partial x} d\xi \right\} = 0. \quad (1.16)$$

Введем вместо $W[u, x, t]$ функцию

$$\Theta[\omega; \Omega, t] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W[u; x, t] e^{i\omega u + i\Omega x} du dx, \quad (1.17)$$

для которой из уравнения (1.16) получаем

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} - \beta \Omega \frac{\partial \Theta}{\partial \omega} + \frac{\beta \Omega}{\omega} \Theta = 0, \quad (1.18)$$

начальное условие

$$\Theta[\omega; \Omega, 0] = \Theta_0[\omega; \Omega] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_0[u; x] e^{i\omega u + i\Omega x} du dx. \quad (1.19)$$

Решая уравнение (1.18) методом характеристик и учитывая (1.19), получим

$$\Theta[\omega; \Omega, t] = \Theta_0[\omega + \beta\Omega t; \Omega] \frac{\omega}{\omega + \beta\Omega t}. \quad (1.20)$$

Находя обратное фурье-преобразование от (1.20), придем окончательно к следующему выражению для одномерной ФПВ простой волны, удовлетворяющей уравнению (1.15):

$$W[u; x, t] = W_0[u; x - \beta ut] + \beta t \frac{\partial}{\partial x} \int_{-\infty}^{\infty} W_0[\xi; x - \beta ut] d\xi. \quad (1.21)$$

Эта формула точна, если ансамбль реализаций уравнения (1.15), определяющий $W[u; x, t]$, является ансамблем однозначных функций. Чтобы найти время появления неоднозначных реализаций в ансамбле и, следовательно, определить пределы применимости формулы (1.21), необходимо знать начальное распределение пространственной производной $\overline{W}[v_0; x]$. Согласно общей теории квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка [6], если $\dot{u}_0(x)$ такова, что $\overline{W}[v_0; x]$ тождественно равна нулю при $v_0 < v^0$, реализации однозначны до тех пор, пока

$$\beta t v^0 > -1. \quad (1.22)$$

Это неравенство и определяет интервал времени, на котором справедливо решение (1.21).

6. Если, например, $W_0[u; x] = W_0[u]$, т. е. волна в начальный момент времени статистически однородна по координате, то, как следует из (1.21),

$$W[u; x, t] = W_0[u] \quad (1.23)$$

для всех t , удовлетворяющих (1.22). Таким образом, в этом случае имеет место сохранение одномерной ФПВ волны, распространяющейся в нелинейной среде. В частности, отсюда следует, что сохраняются и любые моменты волны $u(x, t)$, что, в случае если она эргодична вдоль x , запишется как

$$\langle u^m(x, t) \rangle = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L u^m(x, t) dx = \text{const.}$$

Этот результат естественно рассматривать как обобщение динамических законов сохранения простой волны (см., например, [4]) на случай однородных случайных волн.

Пусть теперь в начальный момент времени на пространственно-однородную волну $u_0(x)$ накладывается детерминированная волна $\psi(x)$. Тогда

$$W_0[u; x] = W_0[u - \psi(x)].$$

Учтя, что

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_u^\infty W_0[\xi - \psi(x - \beta ut)] d\xi = \frac{\partial \psi(x - \beta ut)}{\partial x} W_0[u - \psi(x - \beta ut)],$$

получим в этом случае следующее выражение для ФПВ:

$$W[u; x, t] = W_0[u - \psi(x - \beta ut)] \left[1 - \frac{\partial \psi(x - \beta ut)}{\partial u} \right]. \quad (1.24)$$

Легко видеть, что эта функция удовлетворяет свойствам одномерной ФПВ, если для всех x справедливо неравенство

$$\beta t \frac{\partial \psi}{\partial x} > -1.$$

В противном случае функция (1.24) при некоторых значениях u становится отрицательной. Однако это происходит уже тогда, когда заведомо не выполняется неравенство (1.22).

Заметим, что нелинейность исходного уравнения (1.15) ведет здесь к несохранению формы начальной ФПВ и, в частности, первоначально гауссова волна становится существенно не гауссовой. Кроме того, ясно, что нелинейность приводит также к зависимости формы среднего значения волны $\langle u(x, t) \rangle$ от величины $\langle u_0^2 \rangle$, даже если $\langle u_0 \rangle = 0$. Очевидно, что с увеличением $\langle u_0^2 \rangle$ происходит расширение $\langle u(x, t) \rangle$ вдоль x , так как большие значения $u_0(x) > 0$ приводят из-за влияния нелинейности к увеличению скорости распространения детерминированной волны, а, с другой стороны, при отрицательных значениях $u_0(x)$ и задерживают ее.

Интересно, что полученные выражения для $W[u; x, t]$ не чувствительны к изменению пространственных свойств $u_0(x)$, например, к изменению длины корреляции, если $W_0[u; x]$ при этом остается неизменной.

2. КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ВОЛН, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ В СРЕДАХ СО СЛУЧАЙНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

1. Рассмотрим теперь стохастическое уравнение в частных производных первого порядка, к которому сводятся в некотором приближении уравнения, описывающие распространение гидродинамических и электромагнитных волн в средах со случайными неоднородностями (см., например, [1^{–5}, 7, 8]):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \alpha(x, t) \frac{\partial u}{\partial x} + \beta u \frac{\partial u}{\partial x} = a(u) + b(u) \eta(x, t). \quad (2.1)$$

Начальным условием этого уравнения служит условие (1.2). Полагая, что характерное время изменения внешних гауссовых случайных полей $\alpha(x, t)$ и $\eta(x, t)$ много меньше характерного времени изменения волны $u(x, t)$, будем считать их дельта-коррелированными по времени:

$$\begin{aligned} \langle \alpha(x, t) \alpha(x + s, t + \tau) \rangle &= D_\alpha(s) \delta(\tau), \\ \langle \eta(x, t) \eta(x + s, t + \tau) \rangle &= D_\eta(s) \delta(\tau), \\ \langle \alpha \eta \rangle &= 0. \end{aligned} \quad (2.2)$$

2. Выведем уравнение для двумерной ФПВ $W_2[u_1, u_2, x_1, x_2, t]$ волны $u(x, t)$, удовлетворяющей уравнению (2.1). Заметим, что проделанный далее вывод легко обобщить, аналогично предыдущему, на случай N -мерной ФПВ.

Продифференцировав по времени среднее от произвольной функции $\varphi[u(x_1, t); u(x_2, t)]$ и используя уравнение (2.1), найдем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle \varphi \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \varphi \rangle}{\partial x_1} + \frac{\partial \langle \varphi \rangle}{\partial x_2} + \left\langle \alpha(x_1, t) \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} \right\rangle + \left\langle \alpha(x_2, t) \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} \right\rangle + \\ + \beta \frac{\partial}{\partial x_1} \left\langle \int_{-\infty}^{u_1} u_1 \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} du_1 \right\rangle + \beta \frac{\partial}{\partial x_2} \left\langle \int_{-\infty}^{u_2} u_2 \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} du_2 \right\rangle = \left\langle a(u_1) \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \right\rangle + (2.3) \\ + \left\langle a(u_2) \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} \right\rangle + \left\langle \eta(x_1, t) b(u_1) \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \right\rangle + \left\langle \eta(x_2, t) b(u_2) \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} \right\rangle. \end{aligned}$$

Входящие сюда четыре слагаемых, явно зависящие от случайных источников и неоднородностей среды, не замкнуты относительно исследуемой

ФПВ. Замыкая их локальным методом, как в работе [9], или с помощью формулы Фуруцу—Новикова [10, 11], получим

$$\begin{aligned}
 \left\langle \alpha(x_1, t) \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} \right\rangle &= -\frac{1}{2} D_\alpha(0) \frac{\partial^2 \langle \varphi \rangle}{\partial x_1^2} - \frac{1}{2} D_\alpha(x_1 - x_2) \frac{\partial^2 \langle \varphi \rangle}{\partial x_1 \partial x_2}, \\
 \left\langle \alpha(x_2, t) \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} \right\rangle &= -\frac{1}{2} D_\alpha(0) \frac{\partial^2 \langle \varphi \rangle}{\partial x_2^2} - \frac{1}{2} D_\alpha(x_1 - x_2) \frac{\partial^2 \langle \varphi \rangle}{\partial x_1 \partial x_2}, \\
 \left\langle \eta(x_1, t) b(u_1) \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \right\rangle &= \frac{1}{2} D_\eta(0) \left\langle b(u_1) \frac{\partial}{\partial u_1} \left\{ b(u_1) \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \right\} \right\rangle + \\
 &+ \frac{1}{2} D_\eta(x_1 - x_2) \left\langle b(u_2) \frac{\partial}{\partial u_2} \left\{ b(u_1) \frac{\partial \varphi}{\partial u_1} \right\} \right\rangle, \\
 \left\langle \eta(x_2, t) b(u_2) \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} \right\rangle &= \frac{1}{2} D_\eta(0) \left\langle b(u_2) \frac{\partial}{\partial u_2} \left\{ b(u_2) \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} \right\} \right\rangle + \\
 &+ \frac{1}{2} D_\eta(x_1 - x_2) \left\langle b(u_1) \frac{\partial}{\partial u_1} \left\{ b(u_2) \frac{\partial \varphi}{\partial u_2} \right\} \right\rangle.
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Подставляя (2.4) в (2.3) и воспользовавшись произвольностью функции $\varphi [u_1; u_2]$, приходим к следующему кинетическому уравнению:

$$\begin{aligned}
 &\frac{\partial W_2}{\partial t} + \frac{\partial W_2}{\partial x_1} + \frac{\partial W_2}{\partial x_2} + \beta \frac{\partial}{\partial u_1} \left\{ u_1 \int_{-\infty}^{u_1} \frac{\partial W_2}{\partial x_1} du_1 \right\} + \\
 &+ \beta \frac{\partial}{\partial u_2} \left\{ u_2 \int_{-\infty}^{u_2} \frac{\partial W_2}{\partial x_2} du_2 \right\} + \frac{\partial}{\partial u_1} [a(u_1) W_2] + \frac{\partial}{\partial u_2} [a(u_2) W_2] = \\
 &= \frac{1}{2} D_\alpha(0) \frac{\partial^2 W_2}{\partial x_1^2} + \frac{1}{2} D_\alpha(0) \frac{\partial^2 W_2}{\partial x_2^2} + D_\alpha(x_1 - x_2) \frac{\partial^2 W_2}{\partial x_1 \partial x_2} + \\
 &+ \frac{1}{2} D_\eta(0) \frac{\partial}{\partial u_1} \left\{ b(u_1) \frac{\partial}{\partial u_1} [b(u_1) W_2] \right\} + \\
 &+ \frac{1}{2} D_\eta(0) \frac{\partial}{\partial u_2} \left\{ b(u_2) \frac{\partial}{\partial u_2} [b(u_2) W_2] \right\} + \\
 &+ D_\eta(x_1 - x_2) \frac{\partial}{\partial u_1} \left\{ b(u_1) \frac{\partial}{\partial u_2} [b(u_2) W_2] \right\}.
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Начальным условием его решения служит двумерная ФПВ функции $u_0(x)$:

$$W_2[u_1, u_2, x_1, x_2, 0] = W_0[u_1, u_2, x_1, x_2].$$

3. ПРИМЕР. ПРОСТЫЕ ВОЛНЫ В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

1. Обсудим статистические свойства простой волны, удовлетворяющей уравнению (2.1) при $a(u) = 0$, $b(u) = 1$:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \alpha(x, t) \frac{\partial u}{\partial x} + \beta u \frac{\partial u}{\partial x} = \eta(x, t). \tag{3.1}$$

Усредняя (2.5) по u_2 , приходим в этом случае к кинетическому уравнению для одномерной ФПВ волны $u(x, t)$:

$$\frac{\partial W_1}{\partial t} + \frac{\partial W_1}{\partial x} + \beta \frac{\partial}{\partial u} \left\{ u \int_{-\infty}^u \frac{\partial W_1}{\partial x} du \right\} = \frac{1}{2} D_\alpha(0) \frac{\partial^2 W_1}{\partial x^2} + \frac{1}{2} D_\eta(0) \frac{\partial^2 W_1}{\partial u^2}, \quad (3.2)$$

которое вместе с начальным условием

$$W_1[u; x, 0] = W_0[u; x]$$

полностью определяет эволюцию $W_1[u; x, t]$.

Решение уравнения (3.2) можно представить в виде свертки двух функций:

$$W_1[u; x, t] = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{W}[u; z, t] G(x - z; t) dz, \quad (3.3)$$

где

$$G(y; t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_\alpha(0)t}} \exp\left(-\frac{y^2}{2D_\alpha(0)t}\right), \quad (3.4)$$

а $\bar{W}[u; z, t]$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{W}}{\partial z} + \beta \frac{\partial}{\partial u} \left\{ u \int_{-\infty}^u \frac{\partial \bar{W}}{\partial z} du \right\} = \frac{1}{2} D_\eta(0) \frac{\partial^2 \bar{W}}{\partial u^2}$$

с начальным условием

$$\bar{W}[u; z, 0] = W_0[u; z].$$

Очевидно, что $\bar{W}[u; x, t]$ является ФПВ случайной волны $u(x, t)$, распространяющейся в однородной среде со случайными источниками $\eta(x, t)$.

2. Предположим вначале, что $u_0(x)$ является однородной функцией x , т. е. $W_0 = W_0[u]$. В этом случае волна $u(x, t)$ остается однородной и для $t > 0$, поэтому все производные по x в уравнении (3.2) тождественно равны нулю. Следовательно, уравнение (3.2) в рассматриваемом случае переходит в обычное диффузионное уравнение

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{1}{2} D_\eta(0) \frac{\partial^2 W}{\partial u^2}. \quad (3.5)$$

Отсюда следует, что у однородной в пространстве волны, распространяющейся в нелинейной среде с дельта-коррелированными источниками, средний квадрат линейно растет со временем (ср. с поведением броуновской частицы):

$$\langle u^2(x, t) \rangle = D_\eta(0)t + \langle u_0^2 \rangle.$$

Из (3.5) следует также, что нелинейность скорости распространения волны и случайные неоднородности среды $\alpha(x, t)$ никак не сказываются на виде одномерной ФПВ. В частности, если в начальный момент времени ФПВ однородной случайной волны $u(x, t)$ была гауссовой, то она останется гауссовой и во все последующие моменты времени, а негауссова вначале ФПВ за времена $t > \langle u_0^2 \rangle / D_\eta(0)$ «нормализуется», т. е. приближается к гауссову распределению. Если же $\eta \equiv 0$, то ФПВ

однородной волны, как было получено ранее в разд. 1, к тому же и сохраняется.

Однако можно показать, что нелинейность и случайный характер скорости распространения волны должны сильно сказаться на виде ее многомерных ФПВ, в том числе на виде двумерной ФПВ, так как с ростом t они приводят к расширению пространственного спектра волны $u(x, t)$.

3. Интересно отметить, что экспериментальные измерения одномерной ФПВ компоненты изотропного поля скоростей сильно турбулентной жидкости показали, что она практически подчиняется нормальному закону распределения, хотя другие многоточечные ФПВ «нормальными» считать нельзя (см., например, [1]). Частично это можно объяснить, предположив, что нелинейные члены в уравнении Навье—Стокса для поля скоростей жидкости, аналогично нелинейным членам в уравнении (3.1), не искажают одноточечной ФПВ изотропного поля скоростей. Из самого же определения изотропного поля скоростей можно сделать более слабый, но зато точный вывод о четности одномерных ФПВ каждой из компонент изотропного поля скоростей.

4. Перейдем теперь к более подробному анализу общего выражения (3.3) для $W_1[u; x, t]$. Это вероятностное распределение может быть интерпретировано как функция $\bar{W}[u; x, t]$, усредненная по x с помощью гауссова распределения $G(y; t)$ (3.4). Таким образом, влияние $\alpha(x, t)$ на эволюцию $W_1[u; x, t]$ осуществляется через функцию $G(y, t)$, которая полностью определяется коэффициентом интенсивности случайных неоднородностей среды $D_\alpha(0)$. Эффективная длина усреднения равна, очевидно, $L = \sqrt{D_\alpha(0)t}$. Пусть характерный масштаб изменения $\bar{W}[u; x, t]$ по координате равен Π . Тогда за времена $t \ll \Pi^2/D_\alpha(0)$ (при которых эффективная длина усреднения много меньше Π) усреднения практически не происходит и $W_1[u; x, t] = \bar{W}[u; x, t]$. Таким образом, влияние неоднородностей среды на эволюцию ФПВ в этом интервале времени не существенно.

Если $t \gg \Pi^2/D_\alpha(0)$, то происходит, по существу, полное усреднение и формула (3.3) может быть записана в виде

$$W_1[u; x, t] \approx W[u; t] = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{x-L}^{x+L} \bar{W}[u; z, t] dz.$$

На таких t $W_1[u; x, t]$ практически не зависит от x и, следовательно, удовлетворяет уравнению (3.5), т. е. стремится к гауссову распределению. Если к тому же $\eta \equiv 0$, то, начиная с этих времен, одномерная ФПВ, переставая зависеть от x , автоматически становится неизменной и во времени.

Пусть теперь $\bar{W}[u; x, t]$ неоднородна только внутри интервала Π в окрестности точки x_0 . Тогда, представив \bar{W} в виде

$$\bar{W}[u; x, t] = W[u; t] + g(u; x, t),$$

где плотность вероятности

$$W[u; t] = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L W_1[u; x, t] dx$$

удовлетворяет уравнению (3.5) с начальным условием

$$W[u; 0] = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L W_0[u; x] dx,$$

а $g(u; x, t) \neq 0$ только для $x \in \Pi$, перепишем (3.3) следующим образом:

$$W_1[u; x, t] = W[u; t] + \int_{-\infty}^{\infty} g(u; z, t) G(x - z, t) dz.$$

При $t \gg \Pi^2/D_a(0)$

$$W_1[u; x, t] = W[u; t] + G(x - x_0, t) \int_{-\infty}^{\infty} g(u; z, t) dz.$$

Для среднего значения волны отсюда следует, что

$$\langle u(x, t) \rangle = G(x - x_0; t) \int_{-\infty}^{\infty} \langle u(x, t) \rangle_0 dx,$$

где усреднение $\langle \dots \rangle_0$ означает усреднение с помощью $\overline{W}[u; x, t]$. При выводе этой формулы принято для определенности, что

$$\int u W[u; 0] du = 0.$$

Таким образом, при достаточно больших значениях t среднее значение (как и все другие моменты) волны принимает по x гауссову форму независимо от начальной формы.

Заметим, что полученный результат не означает вовсе, что шумовой импульс, запущенный в случайно-неоднородную среду, в конце концов станет гауссовым. Это означает лишь, что в различных реализациях волн импульс попадает в малые окрестности Δx точек x с вероятностью $G(x - x_0; t) \Delta x$.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Монин, А. М. Яглом, Статистическая гидромеханика, ч. 1, изд. Наука, М., 1965; ч. 2, изд. Наука, М., 1967.
2. С. А. Ахманов, А. С. Чиркин, Статистические явления в нелинейной оптике, изд. МГУ, М., 1971.
3. В. Н. Цытович, Теория турбулентной плазмы, Атомиздат, М., 1971.
4. Б. Б. Кадомцев, В. И. Карпман, УФН, **103**, вып. 2, 193 (1971).
5. Р. Х. Крейчман, сб. Гидродинамическая неустойчивость, изд. Мир, М., 1964.
6. Р. Курант, Уравнения с частными производными, изд. Мир, М., 1964.
7. В. П. Кузнецов, Акуст. ж., **15**, вып. 4, 554 (1969).
8. Г. М. Заславский, Н. Н. Филоненко, ЖЭТФ, **56**, № 3, 1064 (1969).
9. Л. А. Чернов, Акуст. ж., **15**, вып. 4, 594 (1969).
10. K. Furutsu, J. Res. NBS, **D-67**, № 3, 303 (1963).
11. Е. А. Новиков, ЖЭТФ, **47**, 1919 (1964).

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
1 февраля 1973 г.

ON KINETIC EQUATIONS IN THE RANDOM WAVE THEORY

A. N. Malakhov, A. I. Saichev

We investigate the possibilities and difficulties of deducing the kinetic equations for the finite-dimension functions of the probability density of random waves satisfying stochastic differential equations in partial derivatives. Some equations for the moments and kinetic equations for the probability density functions of different random waves are deduced from the unified basis. In particular, a one-dimensional function of the probability density of a random wave propagating in a nonlinear perfect medium without dispersion is found.

УДК 621.371.22 : 535.2

ИЗМЕРЕНИЕ ДВУМЕРНОЙ ФУНКЦИИ КОРРЕЛЯЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ В СФОКУСИРОВАННОМ СВЕТОВОМ ПУЧКЕ

Э. И. Гельфер, М. М. Князева, Т. А. Постникова, А. М. Черемухин

Измерена двумерная функция корреляции в фокальном сечении сфокусированного пучка, распространяющегося в приземном слое турбулентной атмосферы. Полученные значения радиуса корреляции оказались близкими по порядку величины к дифракционному размеру пучка в фокальной плоскости в отсутствие турбулентности.

Исследовалась пространственная структура интенсивности в фокальном сечении сфокусированного светового пучка, прошедшего через турбулентную атмосферу. Картина случайного распределения интенсивности света в сечении пучка фиксировалась на киноплёнке, как описано в [1, 2]. Измерения корреляции интенсивности производились в световом пучке с $\lambda = 0,63 \text{ мк}$ на пяти дистанциях $L = 180, 300, 650, 1000$ и 1750 м . На первых четырех дистанциях диаметр светового пучка на передающем конце трассы был равен $d = 15 \text{ см}$ при равномерном распределении интенсивности в сечении пучка; на трассе 1750 м распределение интенсивности было гауссовым с эффективным диаметром $2a_0 = 30 \text{ см}$. Фотографирование пучка проводилось при разных погодных условиях. Полученные негативные изображения сечения пучка перепечатывались контактным способом.

С помощью сенситограммы пленки время контактного перепечатывания, тип вторичной пленки и режим ее проявления были подобраны так, чтобы прозрачность позитивного изображения была пропорциональна интенсивности в сечении пучка:

$$\tau(x, y) = \alpha I(x, y) = \alpha I\left(\frac{X}{N}, \frac{Y}{N}\right), \quad (1)$$

где N — коэффициент линейного уменьшения при фотографировании, x, y — координаты на пленке, X, Y — координаты в фокальном сечении пучка. Два одинаковых позитивных изображения сечения пучка помещались в двумерный оптический коррелометр [3], схема которого изображена на рис. 1. Этот коррелометр позволяет получить корреляционную

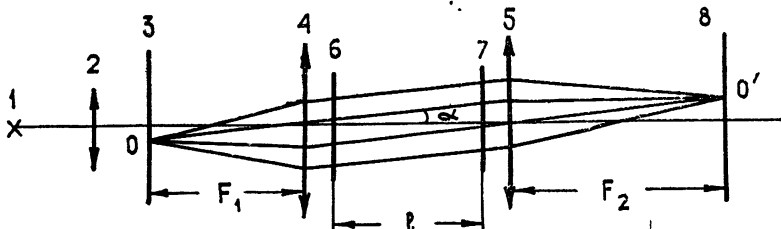


Рис. 1. Схема двумерного коррелометра:

1—источник света; 2—конденсатор; 3—матовое стекло; 4, 5—объективы; 6, 7—пленки; 8—плоскость наблюдения.

функцию интенсивности, используя информацию о значении интенсивности по всему сечению пучка. Равномерно освещенное матовое стекло 3 помещено в фокусе первого объектива 4. Две пленки с одинаковыми изображениями сечения пучка расположены между двумя объективами 4, 5 на расстоянии l друг от друга. Лучи света, исходящие из произвольной точки O матового стекла, после объектива 4 образуют параллельный пучок, пронизывающий пленки 6, 7 под углом α , и собираются в точке $O'(x', y')$ фокальной плоскости объектива 5. Интенсивность в точке O' пропорциональна интегралу от произведения прозрачностей двух пленок:

$$I(x', y') = A \int \tau_1(x, y) \tau_2(x + \xi, y + \eta) dx dy, \quad (2a)$$

где сдвиг (ξ, η) определяется углом α и расстоянием l между пленками. Если прозрачность пленок пропорциональна интенсивности в сечении пучка, то

$$I(x', y') = x^2 A \int I(x, y) I(x + \xi, y + \eta) dx dy = A x^2 B(\xi, \eta), \quad (2b)$$

где B — двумерная функция корреляции интенсивности.

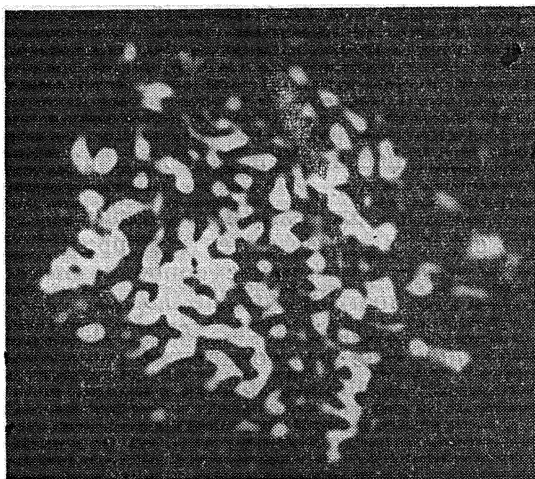
Масштаб функции корреляции, получаемый в описанной схеме, равен $M_1 = F_2/l$, где F_2 — фокусное расстояние второго объектива. Для повышения точности масштаб измерялся по функции корреляции известной структуры, например, решетки с синусоидальной прозрачностью. С учетом сжатия картины при фотографировании на пленку масштаб получается равным $M = F_2/lN$.

Расстояние между пленками выбирается так, чтобы, с одной стороны, еще можно было не учитывать дифракцию на самых мелких неоднородностях структуры изображения на пленке $d_{\text{мин}}$ (действие коррелометра основано на принципах геометрической оптики):

$$\frac{\lambda l}{d_{\text{мин}}^2} \ll 1, \quad (3)$$

с другой стороны, максимальный сдвиг должен превышать наибольший размер структуры $d_{\text{макс}}$:

$$\alpha_{\text{макс}} l \geq d_{\text{макс}}. \quad (4)$$



а)



б)

Рис. 2.

Максимальная величина угла α определяется диаметром матового стекла D_M и фокусным расстоянием первого объектива F_1 :

$$\alpha_{\text{макс}} = \frac{D_M}{2F_1}. \quad (5)$$

В фокальную плоскость второго объектива помещалась фотопленка, на которой фиксировалась двумерная функция корреляции интенсивности. На рис. 2 приведены изображения фокального сечения пучка а) и функции корреляции интенсивности в нем б) на дистанции 180 м (масштаб 2,6:1). Кроме фотографирования, функцию корреляции (интенсивность в плоскости наблюдения) измеряли в горизонтальном и вертикальном направлениях фотоумножителем с точечным отверстием. Затем результаты измерения усредняли по горизонтальному и вертикальному разрезам для 5—10 изображений пучка.

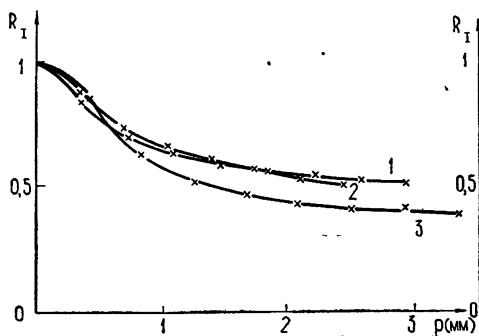


Рис. 3.

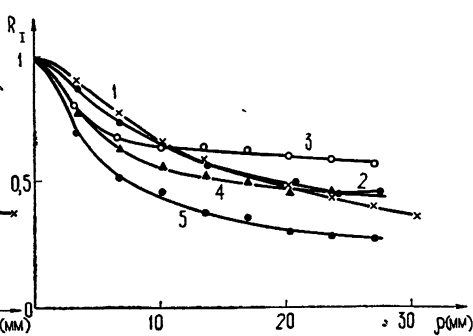


Рис. 4.

Рис. 3. 1— $C_n=1,05 \cdot 10^{-7} \text{ см}^{-1/3}$; 2— $C_n=0,7 \cdot 10^{-7} \text{ см}^{-1/3}$; 3— $C_n=1,71 \cdot 10^{-7} \text{ см}^{-1/3}$.
Рис. 4. 1— $C_n=0,28 \cdot 10^{-7} \text{ см}^{-1/3}$; 2— $C_n=0,42 \cdot 10^{-7} \text{ см}^{-1/3}$; 3— $C_n=0,27 \cdot 10^{-7} \text{ см}^{-1/3}$;
4— $C_n=0,27 \cdot 10^{-7} \text{ см}^{-1/3}$; 5— $C_n=0,27 \cdot 10^{-7} \text{ см}^{-1/3}$.

Графики функций корреляции интенсивности, полученные для пучка на одной трассе в разных сериях снимков, приведены на рис. 3 ($L = 180 \text{ м}$) и 4 ($L = 1750 \text{ м}$). По вертикальной оси отложен коэффициент корреляции $R_I(\rho) = \frac{B(\rho)}{B(0)}$, а по горизонтальной оси ρ — расстояние между точками в фокальной

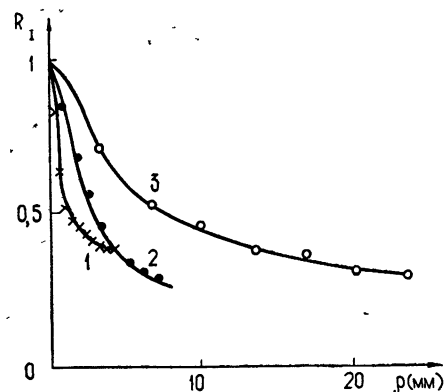


Рис. 5. 1— $L = 180 \text{ м}$; 2— $L = 1000 \text{ м}$;
3— $L = 1750 \text{ м}$.

плоскости пучка. На рис. 5 нанесены графики зависимости коэффициента корреляции от ρ для нескольких дистанций; хорошо заметен разный масштаб функции корреляции интенсивности в пучке для разных значений L .

По полученным графикам зависимости коэффициента корреляции определялся радиус корреляции интенсивности на уровне 0,5 от максимума переменной составляющей $R_I(\rho)$. Не было обнаружено зависимости радиуса корреляции ρ_k от параметра турбулентности C_n . Значения радиуса корреляции, усредненные для каждой дистанции для различных погодных условий, приведены в табл. 1.

Как видно из табл. 1, значения радиуса корреляции интенсивности по порядку величины близки к дифракционному размеру пучка в фокальной плоскости в отсутствие турбулентности среды, что согласуется с результатами других экспериментальных исследований и качественных теоретических оценок [4].

Таблица 1

$L, \text{ м}$	$\rho_R, \text{ мм}$	$\lambda L/d, \text{ мм}$
180	0,7	0,8
300	0,5	1,3
650	4,5	2,7
1000	2,5	4,2
1750	4,0	3,7

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. И. Гельфер, Е. И. Филатова, А. М. Черемухин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 13, № 2, 271 (1970).
2. Э. И. Гельфер, А. С. Гурвич, А. М. Черемухин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 14, № 8, 1208 (1971).
3. В. А. Зверев, Е. Ф. Орлов, Оптические анализаторы, изд. Сов. радио, М., 1971.
4. А. С. Гурвич, И. А. Старобинец, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 14, № 12, 1834 (1971).

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
26 января 1972 г.

MEASUREMENT OF TWO-DIMENSIONAL INTENSITY CORRELATION FUNCTION IN A FOCUSED LIGHT BEAM

E. I. Gel'fer, M. M. Knyaseva, T. A. Postnikova, A. M. Cheremukhin

The two-dimensional correlation function is measured in a focal section of a focused beam propagating in the turbulent atmosphere near the earth. The obtained values of the correlation radius appear to be close to the diffraction dimensions of the beam in a focal plane in the absence of turbulence.

УДК 621.371.24 : 535.2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТРУКТУРНОЙ ПОСТОЯННОЙ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ АТМОСФЕРЫ ОПТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

Э. М. Крикунова, Ф. А. Маркус, Н. И. Муравьев, А. М. Черемухин

Приводятся результаты измерения структурной характеристики показателя преломления атмосферы по размытию дифракционной картины в фокальной плоскости линзы, на которую падает коллимированный лазерный пучок, прошедший через турбулентный слой атмосферы. Измерения проводились на дистанциях 180, 1000 и 1750 м. Результаты сравниваются со значениями C_n , полученными из метеорологических данных и по размытию радиальной миры.

Величина турбулентности атмосферы может характеризоваться параметром C_n — структурной характеристикой показателя преломления. Структурная функция поля показателя преломления атмосферы в предположении изотропной и однородной турбулентности в инерционном интервале подчиняется «закону 2/3» Колмогорова—Обухова и равна $D_n(r) = C_n^2 r^{2/3}$ при $l_0 \ll r \ll L_0$, где r — расстояние между точками, в которых берется структурная функция, l_0 — внутренний масштаб турбулентности, L_0 — внешний масштаб турбулентности, C_n — структурная характеристика показателя преломления. Сведения о параметре C_n позволяют оценить флуктуации характеристик лазерного излучения, распространяющегося в атмосфере.

Величину C_n можно определить либо из метеорологических данных — по измерению вертикальных профилей температуры и скорости ветра [1], либо оптическими методами — по изучению искажения турбулентной атмосферой параметров лазерного излучения. При метеоизмерениях параметр турбулентности определяется, как правило, в одной точке трассы. Оптические методы дают возможность найти значение C_n , усредненное вдоль всей трассы. В частности, можно определить величину C_n по размытию дифракционной картины в фокальной плоскости линзы, на которую падает волна, прошедшая турбулентный слой. Один из таких методов описан в работе [2], где используется фотоэлектрический способ регистрации потока. Другой оптический метод определения C_n , рассмотренный в [3–5], связан с интерференционным способом измерения флуктуаций фазы при помощи интерферометра Жамена. В настоящей работе рассматриваются оптические методы вычисления параметра C_n по зафиксированному на фотопленке распределению освещенности в фокальной плоскости линзы. Эти методы требуют менее громоздкой аппаратуры, чем интерференционные.

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ C_n ПО ОТНОШЕНИЮ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ГЛАВНЫХ МАКСИМУМОВ РЕГУЛЯРНОЙ И РАЗМЫТОЙ ДИФРАКЦИОННЫХ КАРТИН

Флуктуации амплитуды и фазы падающей на линзу плоской волны, прошедшей турбулентный слой, приводят к ослаблению интенсивности главного максимума дифракционной картины в фокальной плоскости линзы. Величина ослабления зависит от интенсивности турбулентности,

а следовательно, от величины структурной характеристики показателя преломления. Отношение, определяющее ослабление средней интенсивности, имеет вид [6]

$$\frac{\langle J(0) \rangle}{I_0} = \frac{16}{\pi} \int_0^1 \exp(-ax^{5/3}) \{ \arccos x - x\sqrt{1-x^2} \} x dx = G(a), \quad (1)$$

где

$$2a = 2,91 k^2 LC_n^2 (2r_0)^{5/3}. \quad (2)$$

Здесь $\langle J(0) \rangle$ — средняя интенсивность в фокусе линзы при наличии турбулентности; I_0 — интенсивность в центре регулярной дифракционной картины; $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число; $x = r/2r_0$, r — координата в плоскости линзы, r_0 — радиус освещенной поверхности линзы; L — путь, проходимый волной в турбулентной среде. Функция $G(a)$ при $a \gg 1$ хорошо аппроксимируется степенной функцией $a^{-6/5}$. Таким образом, зная значения интенсивностей в регулярной и возмущенной дифракционных картинах, можно вычислить величину C_n .

Эксперименты проводились на двух дистанциях (180 и 1750 м). В качестве источника излучения использовался гелий-неоновый лазер с $\lambda = 0,63$ мкм. На дистанции 180 м лазерный пучок расширялся системой линз до 15 см в диаметре, на дистанции 1750 м — до 50 см*. В фокальной плоскости приемной линзы (диаметр $2r_0 = 15$ см, фокусное расстояние $F = 160$ см) средняя картина, предварительно ослабленная нейтральными светофильтрами, фиксировалась на фотопленке КН-1 с выдержкой $\Delta t = 1$ мин (смена картин происходила за время $t \sim 0,01$ сек). Ослабление пучка в фиксированное число раз позволяло увеличить динамический диапазон измерений. В ходе экспериментов проводились измерения мощности лазерного излучения, по которым определялась интенсивность главного максимума регулярной дифракционной картины. Для установления однозначного соответствия между оптической плотностью пленки, освещенностью, временем экспозиции для каждой пленки строилась характеристическая кривая.

Средние картины, снятые на пленке, фотометрировались на микрофотометре МФ-4. По интенсивности главного максимума определялось отношение $G(a)$, и из (1) находилось значение C_n (величина a была порядка 100).

Одновременно с экспериментами по измерению средней освещенности проводились метеорологические измерения, из которых также вычислялась величина C_n . Результаты измерений приведены в табл. 1.

Таблица 1

№ пленки		1 (180 м)			2 (1750 м)			
I_0 , см		0,1	0,3	0,5	0,1	0,3	0,5	
$C_n \cdot 10^7$, см ^{-1/3}	По отношению максимумов	0,61			0,22			
	По формуле нормального распределения	По ширине кривой средней освещенности	2,1	2,46	2,68	0,23	0,29	0,3
		По отношению максимумов	1,45	1,8	1,96	0,53	0,68	0,74
	Среднее		1,35	1,62	1,75	0,33	0,4	0,42
По метеоданным		1,36			0,4			

* Строго говоря, соотношение (1) справедливо только для плоской волны, а измерения проводились для ограниченных пучков. Однако, судя по результатам экспериментов, неточность, допускаемая из-за этого при оценке величины C_n , незначительна.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ C_n В СЛУЧАЕ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ В ФОКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ЛИНЗЫ

Как показано в [7], средняя интенсивность в фокальной плоскости линзы, освещенной коллимированным пучком, при условии очень сильных флуктуаций,

$$\gamma = 4C_n^2 k^2 L l_0^{5/3} \gg 1, \quad (3)$$

описывается законом Гаусса:

$$\langle J(r) \rangle = \frac{u_0^2 r_0^2}{\alpha^2} \exp\left(-\frac{r^2}{\alpha^2}\right); \quad (4)$$

$$\alpha^2 = 3,86 \Gamma\left(\frac{11}{6}\right) C_n^2 x_m^{1/3} L F^2, \quad (5)$$

где r — координата в фокальной плоскости, u_0 — амплитуда падающей волны, $\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)$ — гамма-функция, $x_m = \frac{2\pi}{l_0}$.

Таким образом, если в фокальной плоскости линзы средняя освещенность распределена по закону Гаусса, то, определив дисперсию σ^2 , которая пропорциональна α^2 , можно из (5) найти величину C_n . В случае, когда (3) не выполняется, но флуктуации достаточно большие ($D(2r_0) \gg 1$), закон распределения средней освещенности получается близким к нормальному.

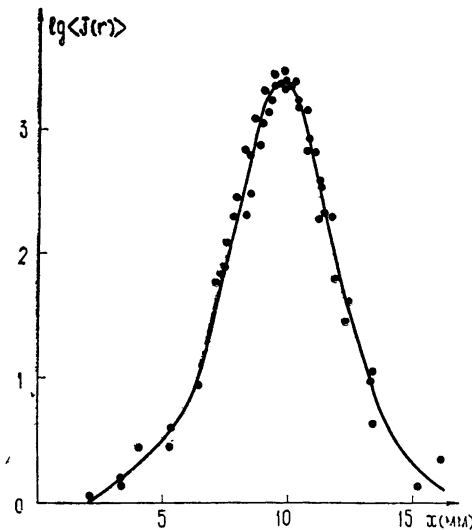


Рис. 1. Распределение средней освещенности в фокальной плоскости линзы ($L = 1000$ м).

вой средней освещенности на уровне $1/e$ определялась дисперсия σ^2 , а затем из (5) — C_n .

Пользуясь формулой нормального распределения, можно также вычислить параметр C_n по отношению интенсивностей в фокусе линзы для размытой и регулярной дифракционной картины. При отсутствии флуктуаций интенсивность в фокусе равна [6]

Таким методом параметр C_n определялся на трассах 180, 1000 и 1750 м. Процесс обработки фотопленок был такой же, как в предыдущем случае. По результатам фотометрирования строились графики зависимости средней освещенности в фокальной плоскости линзы от координаты. Один из таких графиков приведен на рис. 1. В наших экспериментах флуктуации были достаточно сильными ($\gamma \sim 2 \div 10$), и дифракционная картина в фокальной плоскости полностью размывалась. Закон распределения освещенности в каждом случае проверялся по методу вероятностной бумаги. Он оказывался нормальным — точки на вероятностной бумаге хорошо ложились на прямую. По котангенсу угла наклона прямой на вероятностной бумаге (или по ширине кри-

$$I_0 = \frac{\pi^2 r_0^4}{\lambda^2 F^2} u_0^2. \quad (6)$$

Из (4) получаем следующее значение освещенности в фокусе линзы:

$$\langle J(0) \rangle = \frac{u_0^2 r_0^2}{\alpha^2}. \quad (7)$$

Из (5) — (7) нетрудно найти

$$C_n^2 = \frac{\lambda^2}{3,86 \Gamma \left(\frac{11}{6} \right) L \pi r_0^2 \alpha_m^{1/3} \langle J(0) \rangle}.$$

Параметр C_n вычислялся для трех значений внутреннего масштаба турбулентности: $l_{01} = 0,1$ см, $l_{02} = 0,3$ см и $l_{03} = 0,5$ см (табл. 1 и 2).

Одновременно со средней дифракционной картиной на фотопленку на расстоянии 1 км снималась радиальная мира, размеры которой $2,1 \times 1,47$ м², угловой период $\theta = 2\pi/32$ рад. Время экспозиции было 5—8 сек. Обоснование и методика определения C_n по диаметру размытия мира описаны в [8]. Для теоретической оценки дисперсии флуктуаций угла прихода использовались выражения для среднего квадрата флуктуаций разности фаз сферической и плоской волн. Результаты измерений приведены в табл. 2.

Таблица 2

№ пленки ($L = 1000$ м)	l_0 , см	$C_n \cdot 10^7$, см ^{-1/3}		
		По ширине кривой средней освещенности	По размытию радиальной мира	
			Для сферической волны	Для плоской волны
1	0,1	0,28	0,65	0,4
	0,3	0,34		
	0,5	0,38		
2	0,1	0,61	1,13	0,69
	0,3	0,75		
	0,5	0,81		
3	0,1	0,51	1,09	0,67
	0,3	0,62		
	0,5	0,67		
4	0,1	0,37	0,84	0,51
	0,3	0,44		
	0,5	0,48		

Как видно из табл. 1 и 2, результаты вычисления параметра турбулентности оптическими методами хорошо согласуются между собой и с результатами метеорологических измерений.

ЛИТЕРАТУРА

- В. М. Бовшерев, А. С. Гурвич, М. А. Каллистратова, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 4, № 5, 886 (1961).
- Р. А. Казарян, А. С. Гурвич, Р. Г. Манучарян, Э. С. Варганян, ТИИЭР, 58, № 10, 153 (1970).
- А. А. Семенов, А. Н. Гордеев, Оптика и спектроскопия, 29, № 1 (1970).

4. А. А. Семенов, А. Н. Гордеев, Т. И. Арсеньян, Изв. высш. уч. зав — Физика, № 11, 103 (1970).
5. Т. И. Арсеньян, Ф. Ф. Пашков, А. А. Семенов, А. А. Тищенко, Н. Н. Римский, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 15, № 8, 1228 (1972).
6. Н. Г. Денисов, В. И. Татарский, Изв. высш. уч. зав — Радиофизика, 6, № 3, 488 (1963).
7. М. Н. Кром, Ф. А. Маркус, В. А. Тютин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика (в печати).
8. Г. А. Андреев, В. М. Кузнецов, В. Э. Цейтлин, Изв. АН СССР, серия ФАО, 7, № 9, 937 (1971).

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
1 февраля 1973 г.

DETERMINATION OF THE STRUCTURE CONSTANTS OF THE REFRACTIVE INDEX BY OPTICAL METHODS

E. M. Krikunova, F. A. Markus, N. I. Murav'ev, A. M. Cheremukhin

The results of measuring the structure characteristics of the atmosphere refractive index according to the diffusion of the diffraction pattern in the focal plane of the lens on which a collimated laser beam, passed through the turbulent atmospheric layer, falls. Measurements were carried out at the distances 180, 1000 and 1750 m. The results are compared with the value of C_n obtained from meteorological data and diffusion of the radial measure.

УДК 621.372.3

ШИРОКОПОЛОСНЫЕ УСТРОЙСТВА СВЧ НА ОСНОВЕ СВЯЗАННЫХ ЛИНИЙ

С. Н. Иванов, Ю. П. Илясов, В. Я. Щербинин

Для анализа свойств СВЧ устройств, выполненных на основе связанной линии, предлагается использовать матричный метод. При этом предполагается существование только двух ТЕМ-волн (синфазной и противофазной) в системе, отличающихся постоянными распространения. Приводятся результаты расчета и эксперимента для широкополосных симметрирующих устройств с трансформацией сопротивлений 1:1 и 1:4, а также для гибридного соединения.

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что в ряде СВЧ устройств используется один и тот же элемент, представляющий собой двухпроводную связанную линию [1], а устройства отличаются лишь включением нагрузок в линию. Известные методы анализа и расчета таких систем либо дают качественные представления [2, 3], либо касаются конкретных типов устройств [4, 5].

В настоящей работе делается попытка применить матричный метод анализа восьмиполосников, используя матрицу передачи отрезка связанной линии, находящейся в среде, частично или полностью заполненной ферритом. Известно, что в такой системе существуют две ТЕМ-волны: синфазная (между проводниками двухпроводной линии и землей) и противофазная (между проводниками двухпроводной линии) [6]. На рис. 1 приведены результаты измерения волновых параметров двухпроводной связанной линии.

Как видно из рис. 1 а, модуль волнового сопротивления $|W_c|$ для синфазной волны больше волнового сопротивления $|W_n|$ для противофазной волны в 6—14 раз. В области низких частот это различие тем сильнее, чем выше начальная магнитная проницаемость феррита. С увеличением частоты волновое сопротивление $|W_c|$ падает.

Из рис. 1 б следует, что набег фазы в синфазной волне ($\alpha_c l$) в 2—5 раз больше, чем в противофазной ($\alpha_n l$). Это различие тем меньше, чем ниже значение начальной магнитной проницаемости. Дополнительное уменьшение различия между α_c и α_n может быть получено применением бифилярной двухпроводной линии [1]. Затухание в двухпроводной линии для синфазной волны приведено на рис. 1 в.

Зная параметры двухпроводной связанной линии, получим матрицу передачи как суперпозицию матриц передачи для двух волн (рис. 2). Тогда

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_3 \\ U_4 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

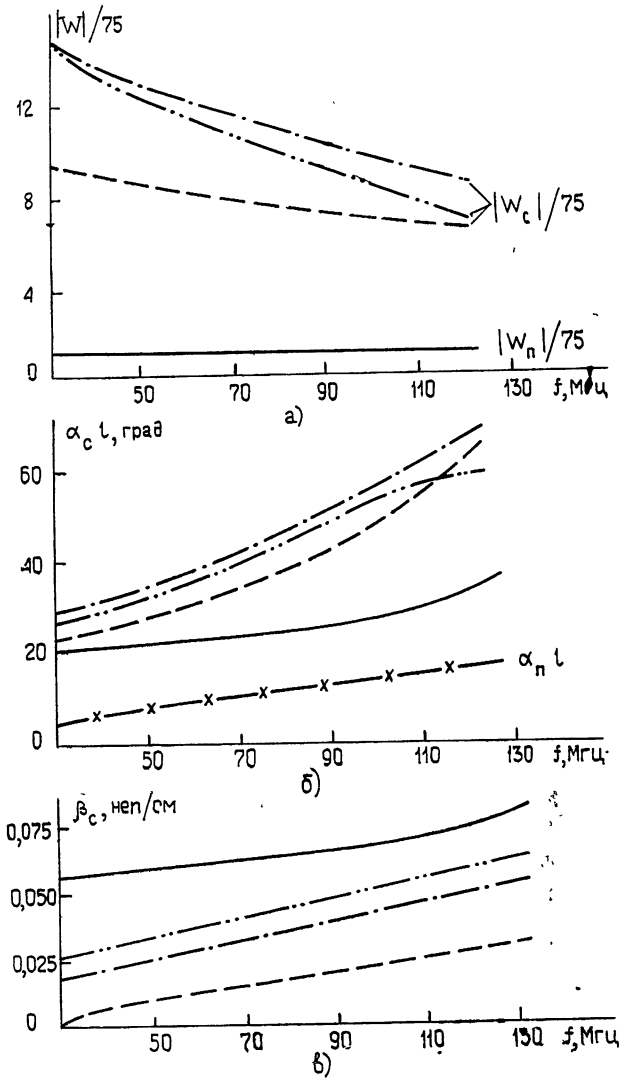


Рис. 1. Волновые параметры двухпроводной связанной линии:

— · — · — 2000 НН, — — — — 600 НН, — — — — 100 ВЧ 2,
 — — — — бифилярная линия на 2000 НН (синфазная волна),
 — × — × — бифилярная линия на 2000 НН (противофазная волна).

где U_1, U_2, U_3, U_4 и I_1, I_2, I_3, I_4 — напряжения и токи на зажимах восьми-полюсника, а коэффициенты матрицы передачи выражаются через параметры связанной линии следующим образом:

$$a_{11} = a_{22} = a_{33} = a_{44} = \frac{\operatorname{ch} \theta_c + \operatorname{ch} \theta_n}{2},$$

$$a_{12} = a_{21} = a_{34} = a_{43} = \frac{\operatorname{ch} \theta_c - \operatorname{ch} \theta_n}{2},$$

$$a_{13} = a_{24} = W_c \operatorname{sh} \theta_c + \frac{W_n}{4} \operatorname{sh} \theta_n,$$

$$a_{14} = a_{23} = W_c \operatorname{sh} \theta_c - \frac{W_n}{4} \operatorname{sh} \theta_n,$$

$$a_{31} = a_{42} = \frac{\operatorname{sh} \theta_c}{4W_c} + \frac{\operatorname{sh} \theta_n}{W_n},$$

$$a_{32} = a_{41} = \frac{\operatorname{sh} \theta_c}{4W_c} - \frac{\operatorname{sh} \theta_n}{W_n},$$

$\theta_c = (\beta_c + i\alpha_c)l$ — электрическая длина для синфазной волны, $\theta_n = (\beta_n + i\alpha_n)l$ — электрическая длина для противофазной волны, l — длина линии.

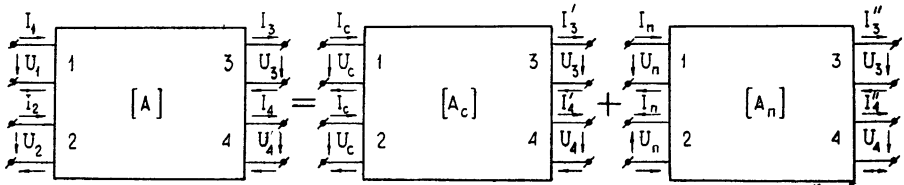


Рис. 2. Матрица передачи отрезка связанной линии.

При анализе СВЧ устройств на основе связанной линии исследуется поведение в диапазоне частот коэффициентов отражения, асимметрии, величины развязки и пр. Они простым образом выражаются через коэффициенты матрицы рассеяния. Для всех рассматриваемых устройств матрица рассеяния получается преобразованием матрицы передачи отрезка связанной линии (1). Проводится анализ свойств таких устройств при изменении электрической длины линии.

1. ШИРОКОПОЛОСНОЕ СИММЕТРИРУЮЩЕЕ УСТРОЙСТВО 1:1

Схема широкополосного симметрирующего устройства с трансформацией сопротивлений 1:1 приведена на рис. 3. Энергия от включенного на вход I генератора поступает в симметричную относительно общей точки нагрузку, равную внутреннему сопротивлению генератора. Восьмиполюсник представляет собой отрезок связанной линии с матрицей передачи (1). В целях упрощения проведем расчет для случая, когда затухание синфазной и противофазной волн отсутствует, а электрические длины различны. Тогда коэффициент отражения от входа Γ_1 и коэффициент амплитудной асимметрии по току Δ_I , выраженные через коэффициенты матрицы рассеяния, имеют вид

$$\Gamma_1 = S_{11}; \quad (2)$$

$$\Delta_I = \frac{|S_{13} + S_{14}|}{|S_{13} - S_{14}|}, \quad (3)$$

где

$$S_{11} = \frac{1}{A} \{ \gamma \cos \theta_n (4z \cos \theta_c + \sin \theta_c) + i \sin \theta_n [4z \cos \theta_c + \sin \theta_c \times \\ \times [\gamma^2 + 16 z^2 (1 - \gamma^2)]] \},$$

$$S_{13} = - \frac{4\sqrt{2}}{A} \gamma z (\cos \theta_c + \cos \theta_n + 4z \sin \theta_c + i \gamma \sin \theta_n), \quad (4)$$

$$S_{14} = \frac{4\sqrt{2}}{A} \gamma z (\cos \theta_c - \cos \theta_n + 4z \sin \theta_c - i\gamma \sin \theta_n),$$

$$A = \gamma \cos \theta_n [12z \cos \theta_c - (32z^2 + 1) \sin \theta_c] - i \sin \theta_n \times \\ \times \{(2\gamma + 1) 4z \cos \theta_c + \sin \theta_c [\gamma^2 + 16z^2(1 + \gamma^2)]\} \\ \left(\gamma = \frac{W_n}{2R}, \quad z = \frac{W_c}{2R} \right).$$

На рис. 3 а приведена зависимость модуля коэффициента отражения от частоты при $\theta_c/\theta_n=1$. Видно, что имеется периодичность в изменении коэффициента отражения. Она вызвана тем, что на частотах, при которых электрическая длина связанной линии для синфазной волны кратна целому числу полувольт, нагрузка на выходе 4 шунтируется и генератор с внутренним сопротивлением $2R$ работает на нагрузку R . Очевидно, что при малой длине линии максимумы коэффициента отражения достаточно далеко разнесены по частотному диапазону. Этот интервал зависит от отношения скоростей распространения противофазной и синфазной волн. При заданном геометрическом размере двухпроводной линии частотный диапазон тем меньше, чем больше отношение θ_c/θ_n (рис. 3 б).

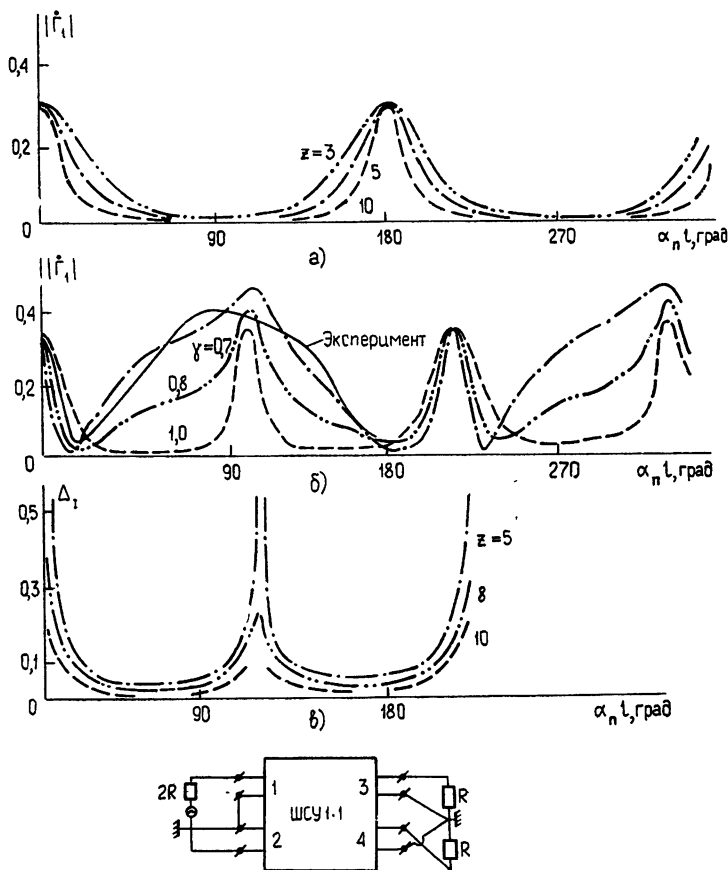


Рис. 3. Широкополосное симметрирующее устройство 1:1;
а) $\gamma=1$, $\theta_c/\theta_n=1$, $\beta_c=\beta_n=0$; б) $z=10$, $\theta_c/\theta_n=1,65$, $\beta_c=\beta_n=0$;
в) $\theta_c/\theta_n=1,65$, $\gamma=0,7$.

Кроме того, изменение коэффициента отражения по диапазону зависит и от отношения волновых сопротивлений связанной линии к нагрузке (γ и z). Из рис. 3 а и 3 б видно, что для расширения рабочей полосы частот нужно стремиться к увеличению z и к выполнению условий $\gamma = 1$ и $\theta_c = \theta_n$. Экспериментальные результаты для $\theta_c/\theta_n = 1,65$ соответствуют ШСУ, в котором связанная линия конструктивно выполнена в виде бифилярной намотки на кольцевом ферритовом сердечнике. При этом $W_n \approx 50 \text{ ом}$ ($\gamma = 0,7$), $W_c \approx 800 \text{ ом}$ ($z = 10$).

На 3 в показана зависимость коэффициента амплитудной асимметрии для $\theta_c/\theta_n = 1,65$. Видно, что даже при небольших значениях волнового сопротивления по синфазной волне ($z = 5$) и при значительном рассогласовании линии по противофазной волне с нагрузкой ($\gamma = 0,7$) коэффициент амплитудной асимметрии не превышает 5% в значительной части диапазона частот.

2. ШИРОКОПОЛОСНОЕ СИММЕТРИРУЮЩЕЕ УСТРОЙСТВО 1:4

На рис. 4 показана схема ШСУ 1:4, которое образовано из двух одинаковых отрезков связанной линии, подключенных параллельно к генератору с внутренним сопротивлением R и нагруженных последова-

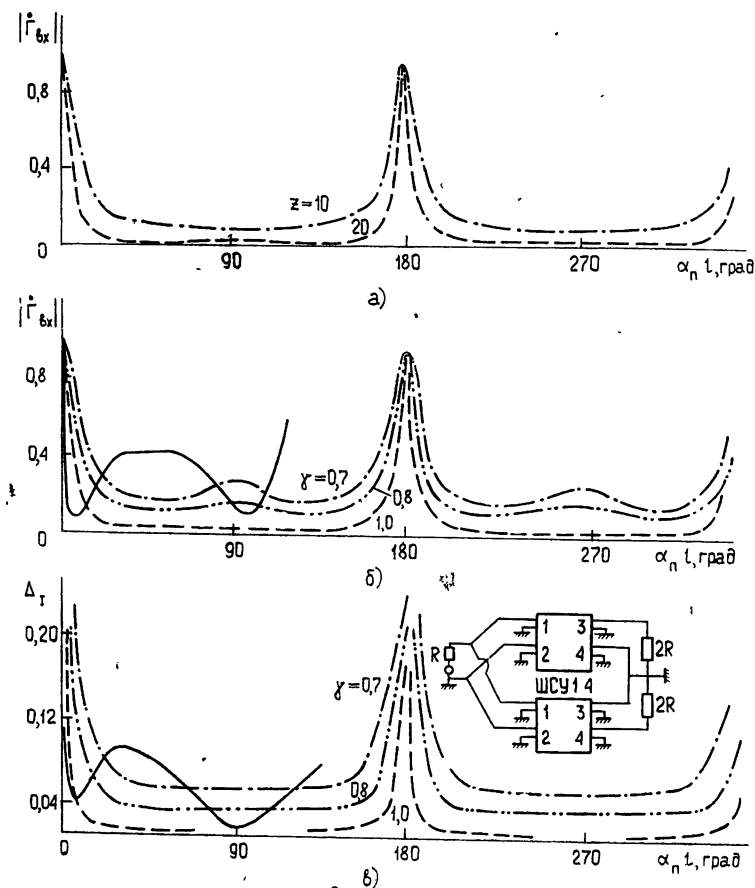


Рис. 4. Широкополосное симметрирующее устройство 1:4; сплошные кривые на рисунках — экспериментальные данные при $\theta_c/\theta_n = 1,65$;
 а) $\gamma = 1$, $\theta_c/\theta_n = 1$, $\beta_c - \beta_n = 0$; б) $z = 20$, $\theta_c/\theta_n = 1$, $\beta_c = \beta_n = 0$; в) $z = 20$, $\theta_c/\theta_n = 1$, $\beta_c = \beta_n = 0$.

тельно на сопротивление $4R$. Матрица рассеяния такого соединения получается соответствующими преобразованиями из матрицы передачи отрезка связанной линии (1) [7]. Для случая $\theta_c = \theta_n$ в отсутствие затухания коэффициент отражения от выхода ШСУ и коэффициент амплитудной асимметрии определяются выражениями

$$\dot{\Gamma}_{\text{вх}} = \frac{\gamma^2 + 4z^2(1 - \gamma^2) - 2\gamma z \operatorname{ctg}^2 \theta + i(2z + \gamma) \operatorname{ctg} \theta}{-\gamma^2 - 4z^2(1 + \gamma^2) + 6\gamma z \operatorname{ctg}^2 \theta - i(4z\gamma + 1)(2z + 1) \operatorname{ctg} \theta}; \quad (5)$$

$$\Delta_I = \frac{\sqrt{\operatorname{ctg}^2 \theta - \gamma^2}}{\sqrt{\operatorname{ctg}^2 \theta + z^2}}, \quad (6)$$

где $z = W_c/R$ и $\gamma = W_n/2R$ — нормированные волновые сопротивления в случае синфазной и противофазной волн соответственно. Закономерности в изменении коэффициентов отражения и асимметрии, связанные с различием электрических длин для этих волн, такие же, как и для ШСУ 1:1. Результаты расчета приведены на рис. 4 а, б, в. Экспериментальные результаты приведены для ШСУ на основе бифилярной линии ($\theta_c/\theta_n = 1,65$). Сравнение показывает, что период в изменении характеристик ШСУ уменьшается пропорционально отношению θ_c/θ_n . При $\gamma \neq 1$ происходит увеличение коэффициента отражения в центральной части частотного диапазона, максимум которого определяется величиной γ . Чем выше волновое сопротивление для синфазной волны, тем лучше согласующие и симметрирующие свойства. На основе ШСУ 1:4 можно получить и гибридное соединение [8].

3. ШИРОКОПОЛОСНОЕ ГИБРИДНОЕ СОЕДИНЕНИЕ

Гибридное соединение на основе связанной линии можно представить в виде восьмиполюсника с параллельно подключенным к зажимам 2 и 3 генератором, работающим на две нагрузки у зажимов 1 и 4 с балластным сопротивлением R_6 (рис. 5). Матрица рассеяния гибридного соединения для случая $\theta_c/\theta_n = 1$ и $\beta_c = \beta_n = 0$ имеет вид

$$\begin{aligned} S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} &= - \frac{(1 - \gamma^2 z^2) + i(\gamma + z)(1 - \gamma z) \operatorname{ctg} \theta}{A}, \\ S_{12} = S_{21} = S_{34} = S_{43} &= \frac{z^2 - \gamma^2 - i(1 + \gamma z)(z - \gamma) \operatorname{ctg} \theta}{A}, \\ S_{13} = S_{31} = S_{24} = S_{42} &= - \frac{4\gamma z \operatorname{ctg} \theta + i(1 + \gamma z)(z + \gamma)}{A \sin \theta}, \\ S_{14} = S_{41} = S_{23} = S_{32} &= - i \frac{(1 - \gamma z)(z - \gamma)}{A \sin \theta}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $z = W_c/R$ и $\gamma = W_n/4R$ — нормированные волновые сопротивления по синфазной и противофазной волнам,

$$A = 1 + z^2 + \gamma^2 + \gamma^2 z^2 - 4\gamma z \operatorname{ctg}^2 \theta - i2(\gamma + z)(1 + \gamma z) \operatorname{ctg} \theta.$$

Основные характеристики гибридного соединения, выраженные через коэффициенты матрицы рассеяния, следующие:

$$\dot{\Gamma}_{\text{вх}} = S_{11} + S_{14} \quad (8)$$

— коэффициент отражения от входа 2, 3;

$$\Gamma_{\text{вых}} = S_{11} \tag{9}$$

— коэффициент отражения от выходов 1 и 4;

$$\delta = 10 \lg \frac{|S_{14}|^2}{|1 + S_{11}|^2} \tag{10}$$

— развязка (δ B).

Как показывает анализ, в гибридном соединении энергия от генератора к нагрузкам переносится как противофазной, так и синфазной волнами. Чтобы получить частотно независимое устройство, необходимо так подобрать волновые сопротивления, чтобы выполнялось условие

$$\gamma z = 1 \text{ или } W_c W_n = 4R^2. \tag{11}$$

На рис. 5 приведены расчетные и экспериментальные зависимости коэффициентов отражения от входов 2, 3 и выходов 1 и 4 и развязки от

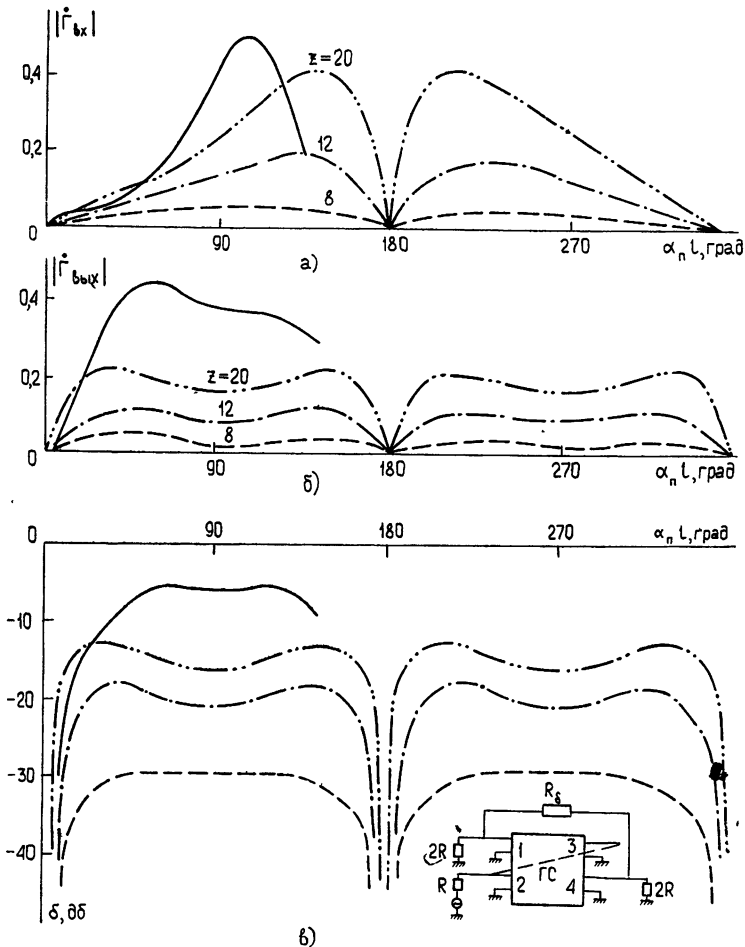


Рис. 5. Широкополосное гибридное соединение; сплошные кривые на рисунках — экспериментальные данные при $\theta_c/\theta_n = 1,65$, $\gamma = 0,5$, $\theta_c/\theta_n = 1$, $\beta_c = \beta_n = 0$.

электрической длины линии для случая противофазной волны. Видно, что и гибриднему соединению присуща периодичность в изменении характеристик. Кроме того, как следует из анализа зависимостей

$|\dot{\Gamma}_{\text{вх}}|$ и $|\dot{\Gamma}_{\text{вых}}|$ от $\alpha_n l$ (7) — (9), для гибридного соединения верхние граничные частоты будут определяться величиной коэффициента отражения от входа при значительных длинах линии и величиной коэффициента отражения от выходов при линиях малой длины. Широкополосное гибридное соединение на основе связанной линии обладает высокой степенью развязки (более 30 дБ) при электрических длинах, близких к целому числу полуволн (рис. 5в). В большей же части диапазона развязка невелика и определяется соотношением между W_c и W_n , а также θ_c и θ_n .

В заключение следует отметить, что предположение о существовании в системе связанных линий двух волн с различными постоянными распространения подтверждается экспериментом. Использование матричного метода анализа восьмиполосников позволяет проводить расчет и анализ таких устройств. Результаты расчета и эксперимента находятся в хорошем соответствии.

ЛИТЕРАТУРА

1. C. L. Ruthroff, Proc. IRE, 47, № 8 (1959).
2. R. E. Matick, Proc. IRE, 56, № 1 (1968).
3. J. Shimada, IEEE Trans. MTT, 18, № 15 (1970).
4. В. Д. Кузнецов, В. К. Парамонов, Электросвязь, № 11, 28 (1968).
5. В. Д. Кузнецов, В. К. Парамонов, Электросвязь, № 5, 47 (1969).
6. А. А. Пистолькорс, Антенны, Связьиздат, М., 1947.
7. А. П. Фельдштейн, Л. Р. Явич, В. П. Смирнов, Справочник по элементам волноводной техники, Госэнергоиздат, М.—Л., 1963.
8. Ю. П. Ильясов, С. Н. Иванов, Электросвязь, № 1, 60 (1969).

Физический институт им П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
14 декабря 1972 г.,
после доработки
8 июня 1973 г.

UHF WIDEBAND DEVICES ON THE BASIS OF CONNECTED LINES

S. N. Ivanov, Yu. P. Ilyasov, V. Ya. Shcherbintin

The matrix method is suggested to analyse the range properties of UHF devices designed on the basis of a connected line. It is assumed that in the system there are only two TEM-waves (co-phase and anti-phase) which propagation constants are different. The calculation and experimental results are presented for wideband symmetrical devices with transformation of resistances 1:1 and 1:4, as well as for hybrid connection.

УДК 621.372.4

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОТКРЫТЫХ РЕЗОНАТОРОВ С ТОРОИДАЛЬНЫМИ ЗЕРКАЛАМИ

А. В. Камышан, А. И. Цвык, В. П. Шестопапов

Показано, что в открытых резонаторах, зеркала которых являются поверхностями вращения дуги окружности вокруг оси, расположенной в плоскости этой окружности, но не проходящей через ее центр, при определенных значениях геометрических параметров резонансные колебания обладают внутренней каустикой. Проведены экспериментальные исследования электродинамических характеристик таких резонаторов и испытания электронного автогенератора — генератора дифракционного излучения с резонатором специальной формы.

Двухзеркальные открытые резонаторы (ОР) со сферическими и плоскими отражателями находят широкое применение в автогенераторах миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов: оротронах [1], генераторах дифракционного излучения [2], лазерах на циклотронном резонансе [3]. Для увеличения генерируемой мощности и улучшения других параметров этих приборов представляется перспективным применение резонаторов, формирующих поля резонансных колебаний с заданными, возможно достаточно сложными, конфигурациями. В этом плане широкое применение могут найти ОР с полем резонансного колебания, сосредоточенным в трубообразной области с внутренней каустикой, благодаря которой вблизи оси резонатора электромагнитное поле пренебрежимо мало. Это дает возможность осуществить квазиоптическую связь резонатора с открытым пространством через большое, по сравнению с длиной волны, отверстие в центре зеркала, а также разместить в параксиальной области различные конструктивные элементы без существенного уменьшения добротности колебания.

Данную структуру поля можно получить, используя в открытых резонаторах фазовые корректоры, являющиеся частью тороидальной поверхности [4, 5], образованной при вращении окружности вокруг оси, расположенной в плоскости этой окружности, но не проходящей через ее центр (рис. 1, см. поз. 2). По аналогии с общепринятым наименованием «сферический отражатель», обозначающим зеркала сферической конфигурации, отражатели данного типа будем называть тороидальными.

Теоретический анализ показывает, что структура поля резонансных колебаний симметричного резонатора с тороидальными зеркалами [4] определяется соотношением между длиной волны λ , радиусом полярной окружности l и радиусом образующей окружности b .

При достаточно большом диаметре полярной окружности колебания с невысокими азимутальными индексами вырождены по частоте и имеют одинаковое радиальное распределение поля. Для не очень больших диаметров («переходная» область) данные результаты неприменимы, хотя естественно предполагать, что в этом случае вырождение снимается.

В настоящей работе приводятся результаты экспериментального исследования ОР с тороидальными зеркалами «переходной» области и модели ГДИ с тороидальным зеркалом.

1. Экспериментальные исследования резонатора с тороидальными зеркалами проводились в двухмиллиметровом диапазоне (длина волны $\lambda = 2,15$ мм) на установке, схематически показанной на рис. 1. Источником энергии СВЧ (1) служила ЛОВ с системой АПЧ, обеспечивающей стабильность частоты 10^{-7} за время одного измерения. Экспериментальная модель представляла собой резонатор с полусимметричной геометрией. Применялись тороидальные зеркала (2), изготовленные из латуни с радиусом кривизны образующей окружности $b = 300$ мм, радиусом апертуры $a = 75$ мм, радиусами полярных окружностей $l = 12, 22$ и 32 мм. Эквивалентом бесконечной зеркальной плоскости служила медная проволочная решетка (3) с коэффициентом отражения по мощности, близким к 98% (шаг решетки—1 мм, диаметр провода—0,4 мм). Одно из зеркал могло плавно перемещаться вдоль оси z резонатора без нарушения юстировки; его смещение измерялось с точностью $\pm 0,5$ мк стрелочным микрометром.

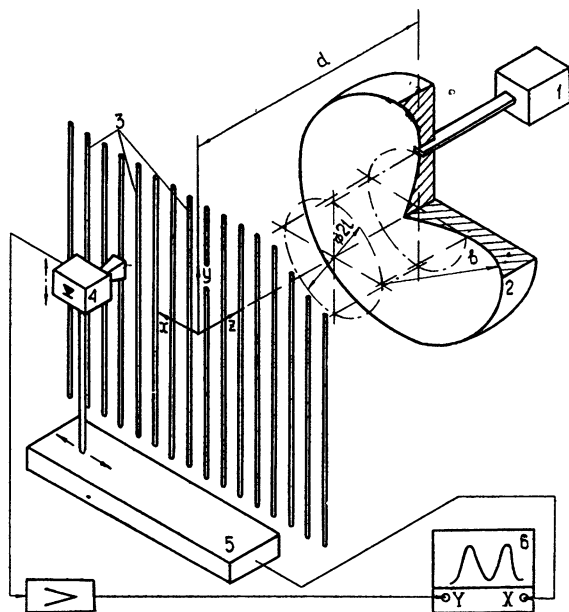


Рис. 1. Блок-схема экспериментальной установки.

Резонатор возбуждался открытым концом волновода основного сечения ($0,8 \times 1,6$ мм²), расположенным на расстоянии l от центра тороидального зеркала. Непосредственно за полупрозрачным отражателем располагалась детекторная головка с рупором малого раскрытия— 2×6 мм² (4). Сканирующий механизм (5) позволял перемещать головку по растровой траектории параллельно решетке. Синхронно с приемником излучения перемещалось перо двухкоординатного самописца (6), на вход Y которого подавался усиленный сигнал с детектора. Таким образом осуществлялась запись амплитудного распределения поля на плоском зеркале. Экспериментальная установка позволяла работать в режиме записи одной строки и в режиме аксонометрической записи амплитудного распределения. Погрешность измерения относительной амплитуды поля не превышала 10% и, в основном, определялась шумами приемного тракта.

2. Характерной особенностью данного резонатора является специфическая структура поля основного (четносимметричного) типа колеба-

ния TEM_{00} . В отличие от резонаторов с плоскими и сферическими зеркалами, колебание типа TEM_{00} имеет не колоколообразный, а кратерообразный вид, что объясняется фокусирующим действием кольцевого желоба. Исследования амплитудного распределения показали, что конфигурация поля определяется величиной параметра $\rho = l^2/d\lambda$ и, в меньшей мере, — $g = 1 - 2d/b$. Преобразование радиального амплитудного распределения поля колебания TEM_{00} при увеличении ρ можно проследить на рис 2. Вначале (рис 2 а, $\rho = 0,18$) выступ в центре зеркала лишь слегка изменяет амплитудное распределение по сравнению с колоколообразным. Затем (рис. 2 б, $\rho = 0,6$) в центре радиального распределения появляется глубокий провал, который расширяется при увеличении ρ (рис. 2 в, $\rho = 1,3$).

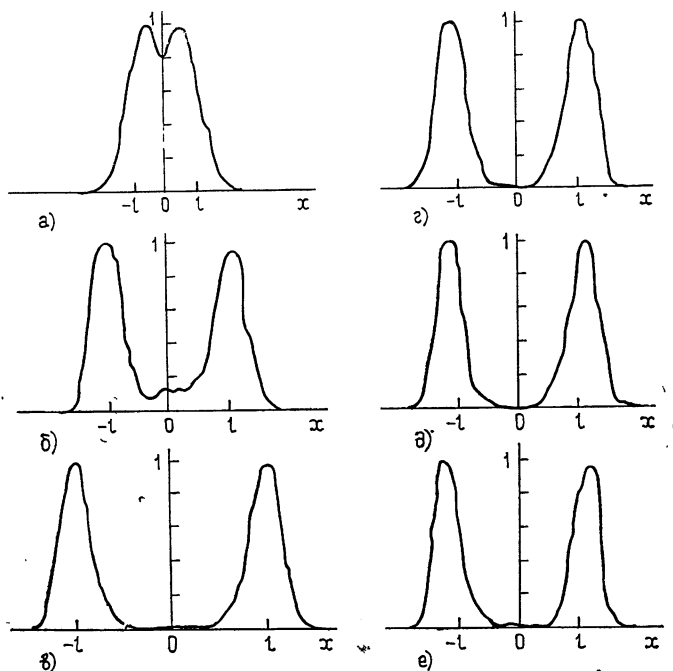


Рис. 2. Радиальные распределения квадрата относительной амплитуды поля резонансных колебаний. Основной тип колебания TEM_{00} резонаторов с радиусами полярных окружностей $l = 12$ мм (а), $l = 22$ мм (б), $l = 32$ мм (в). Нечетносимметричные типы колебаний TEM_{10} (г), TEM_{20} (д), TEM_{30} (е) резонатора с радиусом полярной окружности тороидального зеркала $l = 22$ мм.

Как показал эксперимент, амплитудные распределения низших нечетносимметричных типов TEM_{m0} , имеющих азимутальную зависимость в виде $\begin{cases} \sin \\ \cos \end{cases} m\varphi$ ($m = 1, 2, \dots$), при увеличении ρ не претерпевают качественных изменений и при больших значениях этого параметра практически не отличаются от радиального распределения основного типа. На рис. 2 г—е приведены радиальные распределения нечетносимметричных типов резонатора при $\rho = 0,6$. Аксонометрические изображения рельефа поля колебания TEM_{00} и TEM_{10} этого же резонатора приведены на рис. 3.

Исследование спектра колебаний открытого резонатора эквивалентно измерению резонансных расстояний для различных типов колебаний

при фиксированной частоте источника СВЧ. На практике наибольший интерес представляют дополнительные фазовые сдвиги α , определяющие разность между резонансными расстояниями высших типов (d_n) и основного (d_0):

$$d_n - d_0 = \alpha \lambda.$$

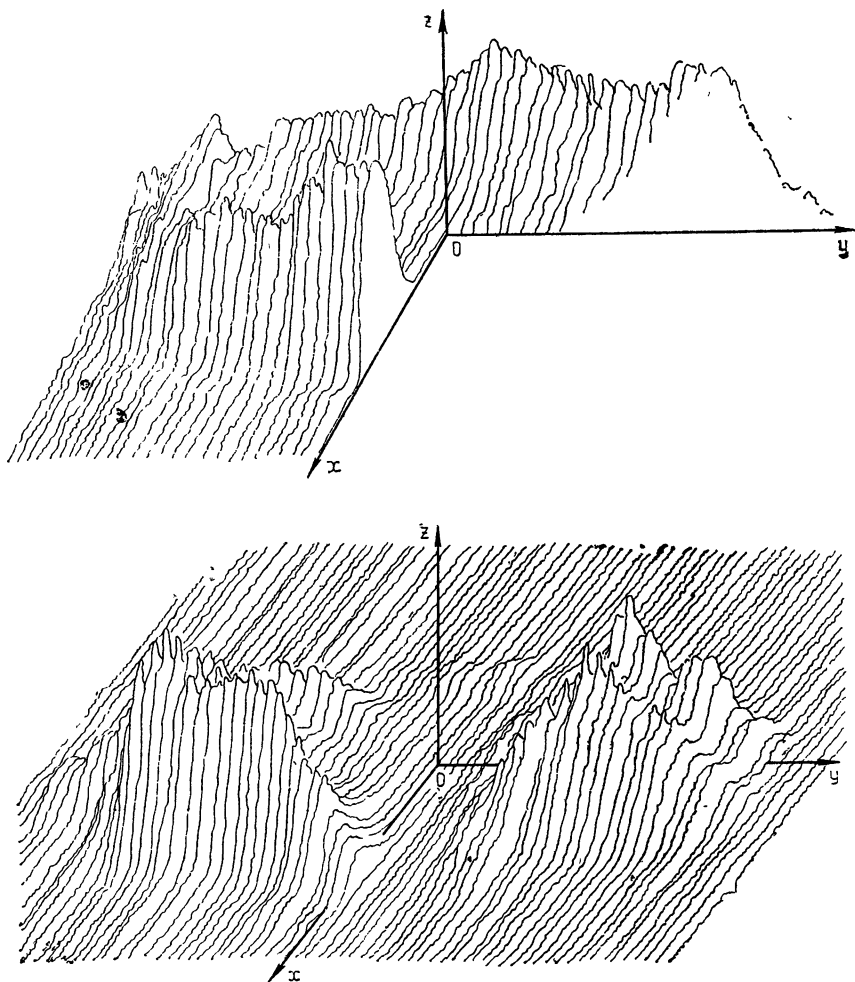


Рис. 3. Рельеф поля колебаний TEM_{00} (а) и TEM_{10} (б) резонатора с радиусом полярной окружности $l = 22$ мм.

На рис. 4 приведены результаты измерения величины α нечетносимметричных типов для различных значений p . Варьирование p достигалось путем изменения расстояния между зеркалами. Зависимость α от p для низших нечетносимметричных типов носит один и тот же характер: при малых p дополнительный фазовый сдвиг имеет значительную величину, а затем с увеличением p асимптотически стремится к нулю. Ближе всех к основному типу TEM_{10} , и при $p > 2$ эти колебания могут иметь перекрывающиеся резонансные кривые, если их добротность не достаточно высока. Этот факт накладывает очевидные ограничения на геометрические параметры тороидальных зеркал при конструировании одномодовых резонансных систем данного типа.

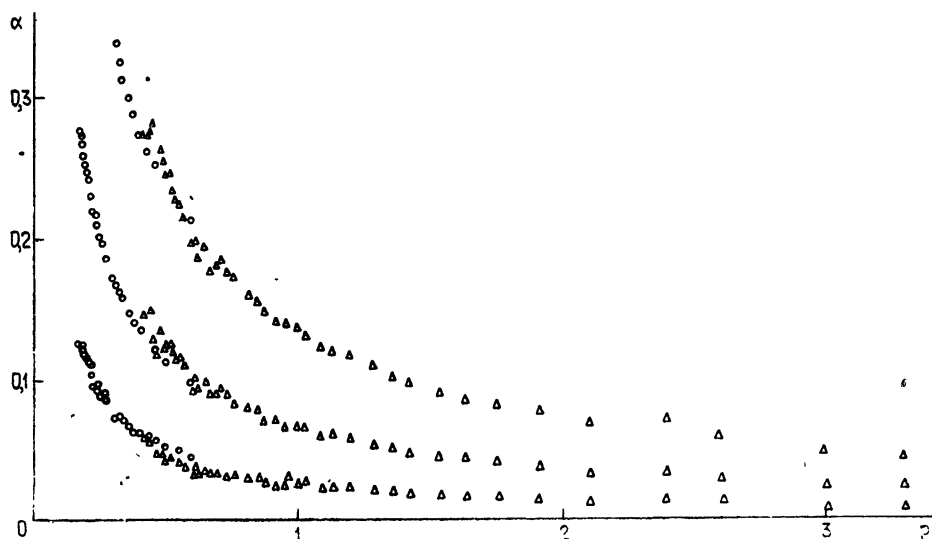


Рис. 4. Зависимость дополнительных фазовых сдвигов колебаний типов TEM_{10} (нижняя кривая), TEM_{20} (средняя кривая), TEM_{30} (верхняя кривая) от параметра p ; $\circ\circ\circ - l = 12$ мм, $\triangle\triangle\triangle - l = 22$ мм.

Полученные результаты справедливы и для других диапазонов длин волн и геометрических параметров резонаторов, если значения параметров p и g остаются без изменения.

3. На основании проведенных исследований «холодных» систем были выбраны следующие параметры тороидального зеркала резонансной системы генератора дифракционного излучения (ГДИ): $b = 60$ мм, $a = 40$ мм, $l = 18,5$ мм. Вторым зеркалом служил плоский отражатель, частично заполненный дифракционной решеткой. Диаметр плоского зеркала — 74 мм, период решетки $L = 0,4$ мм, глубина канавок — 0,95 мм, ширина щелей канавок — 0,12 мм, ширина решетки — 10 мм. Вывод энергии колебаний из резонатора осуществлялся через щель связи $3,6 \times 0,05$ мм², расположенной на расстоянии 15 мм от оси тороидального зеркала и плавно переходящей в волновод $3,6 \times 1,8$ мм². Ленточный электронный пучок сечением $5 \times 0,3$ мм² создавался диодной пушкой с импрегнированным вольфрамовым катодом. Питание электронной пушки осуществлялось от высоковольтного выпрямителя, вырабатывающего напряжение амплитудой $U = 0 \div 3$ кв. Фокусирующее магнитное поле электронного потока равнялось 2500 э.

Основные результаты экспериментальных исследований, которые проводились в ИРЭ АН УССР на установке, описанной в работе [6], приведены на рис. 5. Интересной особенностью исследуемого генератора явилось его возбуждение при более низких напряжениях и меньших расстояниях между зеркалами ($d_{\text{мин}} = 12$ мм), чем в случае ГДИ со сферическими зеркалами [2, 6]. Минимальное рабочее напряжение, при котором наблюдалась генерация, составляло 680 в (генерируемая длина волны $\lambda = 3,833$ мм). При увеличении напряжения до 780 в длина волны уменьшалась до 3,6 мм (кривая 1 на рис. 5). При увеличении напряжения от 780 до 900 в генератор перестраивался в диапазоне $\lambda = 5,9 \div 5,7$ мм (кривая 2 на рис. 5). В пределах изменения ускоряющего напряжения от 1,6 до 2,75 кв и расстояния между зеркалами от 12 до 20 мм генератор перестраивался в диапазоне $\lambda = 4,75 \div 4,01$ мм (кривые 3 — 6 на рис. 5).

Приведенная на рис. 5б зависимость генерируемой мощности (в относительных единицах) от длины волны имеет более плавный характер, чем для ГДИ со сферическими зеркалами [1, 6, 7]. Максимальная мощность наблюдалась при $U = 1,62$ кВ ($\lambda = 4,75$ мм) и $U = 2,15$ кВ ($\lambda = 4,325$ мм). Прибор возбуждался при «слабом» оседании электронного потока на дифракционную решетку. Минимальный пусковой ток генератора составлял 20 ма, т. е. почти в 1,5 раза меньше, чем для ГДИ со сферическими зеркалами.

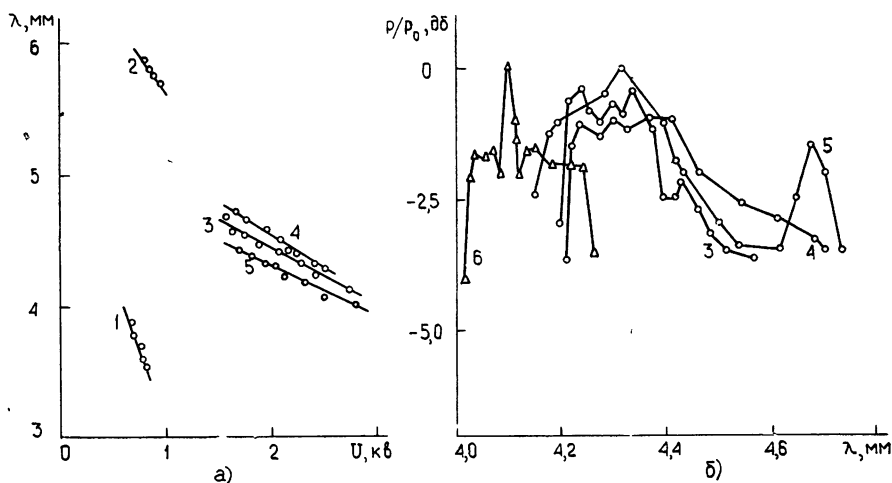


Рис. 5. Частотные характеристики ГДИ с тороидальным зеркалом при различных расстояниях между зеркалами:

1, 2 — $d = 20$ мм, 3 — $d = 19$ мм, 4 — $d = 17$ мм, 5 — $d = 15$ мм, 6 — $d = 12$ мм.

Таким образом, в результате экспериментальных исследований открытых резонаторов с тороидальными зеркалами установлено следующее:

1) Резонаторы с тороидальными зеркалами позволяют получать азимутально однородные поля трубообразной конфигурации.

2) Структура полей таких резонаторов, в основном, определяется величиной параметра p — числа Френеля полярной окружности тороидального зеркала. При $p > 0,5$ в центре амплитудного распределения появляется глубокий провал, который расширяется с увеличением p .

3) По мере увеличения p наблюдается сгущение спектра резонансных колебаний, что может привести к паразитному взаимодействию колебаний типов TEM_{00} и TEM_{10} .

4) Предварительные исследования модели ГДИ показывают, что использование резонаторов, формирующих поле в трубообразной области, позволит создать новые конструкции приборов дифракционной электроники коротковолновой области миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов длин волн, обладающих улучшенными выходными параметрами и удобными в эксплуатации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. С. Русин, Г. Д. Богомоллов, Письма в ЖЭТФ, 4, № 6, 236 (1966).
2. И. М. Балаклицкий, Б. К. Скрынник, О. А. Третьяков, В. П. Шестопалов, УФЖ, 14, № 4, 539 (1969).
3. Ф. А. Королев, А. Ф. Курин, Радиотехника и электроника, 15, № 10, 2143 (1970).
4. В. А. Киселев, Радиотехника и электроника, 17, № 10, 2020 (1972)

5. А. В. Камышан, В. В. Камышан, В. П. Шестопапов, Авторское свидетельство № 362381 от 22.7.1971 г., Бюллетень «Открытия, изобретения, промышленные образцы, товарные знаки», № 2, 121 (1973).
6. В. В. Нерубенко, А. И. Цвык, Республиканский межведомственный научно-технический сб. Радиотехника, вып. 19, изд. ХГУ, 1971, стр. 107.
7. И. М. Балаклицкий, В. Г. Курин, В. К. Скрынник, О. А. Третьяков, В. П. Шестопапов, Республиканский межведомственный научно-технический сб. Радиотехника, вып. 20, изд. ХГУ, 1971, стр. 208.

Харьковский государственный университет

Поступила в редакцию
17 июля 1973 г.

EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF OPEN RESONATORS WITH TOROIDAL MIRRORS

A. V. Kamyshan, A. I. Tsvyk, V. P. Shestopalov

It is shown that in open resonators which mirrors are the surfaces of rotation of the circle about the axis situated in the plane of its circle but not passing through its center, the resonance oscillations possess the internal caustic at the definite values of the geometrical parameters. The experimental investigations of electromagnetic characteristics of such resonators are made. An electron self-oscillator—generator of the diffraction radiation with a specific-shape resonator is tested.

УДК 621.372.822

О ВИЗУАЛИЗАЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ С ПОМОЩЬЮ ЖИДКОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ТЕРМОИНДИКАТОРОВ

Е. Л. Барташевский, В. М. Долгов, В. А. Красовский

Рассматривается вопрос о визуализации распределения электромагнитного поля в волноводе прямоугольного сечения, узкая стенка которого является диссипативным элементом жидкокристаллического термоиндикатора. Проведены расчеты температурного рельефа, образующегося на стенке при распространении в волноводе основного типа волны. Оценена возможность использования термоиндикаторов на основе бинарных смесей холестерилеилкарбоната и холестерилпеларгоната при различных режимах работы волноводного тракта.

Один из методов визуализации распределения электромагнитных полей СВЧ состоит в выявлении с помощью термочувствительных жидкокристаллических смесей теплового рельефа, образованного вследствие поглощения некоторой части энергии соответствующим слоем пленочно-термоиндикатора [1-3]. Представляет интерес исследование возможностей применения термочувствительных смесей для визуализации поля в волноводных трактах СВЧ, у которых некоторый участок идеально проводящей стенки заменен поглощающей.

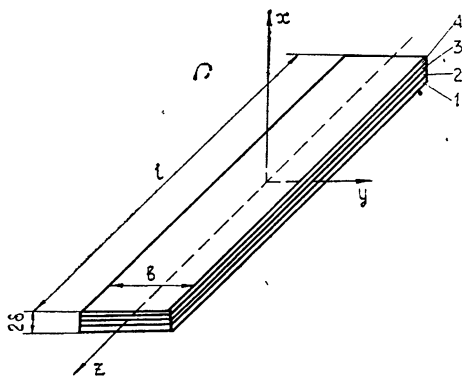


Рис. №1. Структура поглощающей стенки:
1—поглощающий слой, 2—диэлектрическая подложка, 3—зачерняющее покрытие, 4—термочувствительный жидкокристаллический слой.

Уравнение, описывающее процесс формирования температурного рельефа на стенке, структура которой представлена на рис. 1, будет иметь следующий вид:

$$c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda_x \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + w(x, y, z, \tau) \quad (1)$$

при

$$t(x, y, z, 0) = t_0$$

и граничных условиях вида

$$\lambda_x \frac{\partial t}{\partial x} \pm \alpha^\pm (t - t_c^\pm) = 0, \quad x = \pm \delta, \quad t_s = t_0,$$

где

$$\lambda_x^{-1} = \frac{1}{2\delta} \sum_i \frac{\delta_i}{\lambda_{ix}}, \quad \lambda = \lambda_y = \lambda_z = \frac{1}{2\delta} \sum_i \lambda_{iy} \delta_i,$$

$$c = \frac{1}{2\delta} \sum_i c_i \delta_i, \quad \rho = \frac{1}{2\delta} \sum_i \rho_i \delta_i,$$

$\lambda_{ix}, \lambda_{iy}, \lambda_{iz}$ — коэффициент теплопроводности i -го слоя в направлении оси координат, определяемой соответствующим индексом, $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ — усредненные коэффициенты теплопроводности в тех же направлениях, c, ρ — усредненные удельная теплоемкость и плотность индикатора как функции соответствующих параметров c_i и ρ_i отдельных слоев толщиной δ_i , α^\pm — коэффициент теплообмена на поверхности, t_c^\pm — температура среды, омывающей эту поверхность, t_s — температура на контуре стенки.

Диссипативная функция для случая, когда поглощающей является узкая стенка волновода, по которому распространяется волна типа H_{10} ,

$$\begin{aligned} w(x, z) = kw(x)w(z) = \frac{4PR_S(f_{кр}/f)^2}{\delta' abZ_0 \sqrt{1 - (f_{кр}/f_0)^2}} \exp\left[-\frac{2(x + \delta)}{\delta'}\right] \times \\ \times (1 + |\Gamma|^2 + 2|\Gamma| \cos 2\beta_{10}z), \end{aligned}$$

где R_S — поверхностный импеданс поглощающего слоя, P — мощность, распространяющаяся по волноводу, a, b — размеры волновода, $f, f_{кр}$ — частота колебаний и критическая частота, $|\Gamma|$ — модуль коэффициента отражения от нагрузки, δ' — глубина скин-слоя, β_{10} — постоянная распространения, $Z_0 = 377$ ом.

Производя усреднение температуры по толщине индикатора в соответствии с [5], решение запишем в виде

$$t = t_0 + \frac{1}{\mu_1 - \mu_2} \left[(\mu_1 \varphi_2 - \mu_2 \varphi_1) + \frac{x}{\delta} (\varphi_1 - \varphi_2) \right]; \quad (2)$$

$$\varphi_i = \frac{4}{bl} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_i(m, n)}{2c\rho\delta\omega_{imn}} [1 - \exp(-\omega_{imn}\tau)] \cos \frac{m\pi y}{b} \cos \frac{n\pi z}{l},$$

$$\begin{aligned} q_i(m, n) = c_i \frac{bl}{mn\pi^2} [1 - (-1)^m] [1 - (-1)^n] + (k_1 + 3\mu_1 k_2) [1 - (-1)^m] \times \\ \times \left\{ [1 - (-1)^n] (1 + |\Gamma|^2) + 2|\Gamma| \frac{n\pi}{l} \frac{1 - \cos(n\pi - 2\beta_{10}l)}{(n\pi/l)^2 - 4\beta_{10}^2} \right\}, \end{aligned}$$

$$\omega_{imn} = \frac{1}{c\rho} \left[\pi^2 \lambda \left(\frac{m^2}{b^2} + \frac{n^2}{l^2} \right) + \frac{x_i}{2\delta} \right] \quad (i = 1, 2), \quad (3)$$

$$\mu_{1,2} = \frac{1}{3\alpha_-} \left\{ \frac{6}{r_x^0} + \alpha_+ \pm \left[\left(\frac{6}{r_x^0} + \alpha_+ \right)^2 + 3\alpha_-^2 \right]^{1/2} \right\},$$

$$c_i = x_i t_c^+ + x_i^* t_c^-, \quad x_i = \alpha_+ + 3\mu_1 \alpha_-, \quad x_i^* = \alpha_- + 3\mu_1 \alpha_+,$$

$$\begin{aligned} k_1 = k \frac{\delta'}{2} \left[1 - \exp\left(-\frac{4\delta}{\delta'}\right) \right], \quad k_2 = k \frac{\delta'}{2\delta} \left\{ \frac{\delta'}{2\delta} \left[1 - \right. \right. \\ \left. \left. - \exp\left(-\frac{4\delta}{\delta'}\right) \right] - \delta \left[1 - \exp\left(-\frac{4\delta}{\delta'}\right) \right] \right\}, \end{aligned}$$

$$t_{\pm}^e = \frac{(t_c^+ - t_0) \pm (t_c^- - t_0)}{2}, \quad \alpha_{\pm} = \alpha^+ \pm \alpha^-, \quad r_x^0 = \frac{2\delta}{\lambda_x}.$$

Температурный рельеф на поверхности поглощающей стенки повторяет распределение квадрата электромагнитного поля вдоль линии. Применение термочувствительной жидкокристаллической смеси позволяет преобразовать температурный рельеф в двумерное оптическое изображение, соответствующее определенному режиму работы волноводного тракта.

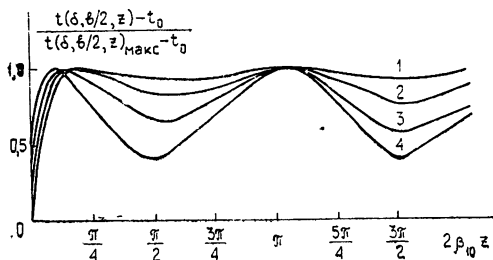


Рис. 2. Распределение температуры вдоль средней линии поглощающей стенки при различных значениях коэффициента отражения от нагрузки:

- 1 — $|\Gamma| = 0,01$; 2 — $|\Gamma| = 0,05$;
3 — $|\Gamma| = 0,1$; 4 — $|\Gamma| = 0,2$.

Рис. 2 иллюстрирует изменение стационарной температуры на поверхности термоиндикатора по его длине при различных коэффициентах отражения от нагрузки. Постоянные, входящие в (3), имели следующие значения:

$$f = 9,4 \text{ ГГц}, \quad f_{кр} = 6,523 \text{ ГГц}, \quad \delta' = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м},$$

$$\lambda_x = 0,4 \text{ вт/м} \cdot \text{град}, \quad \lambda_y = \lambda_z = \lambda = 4,5 \text{ вт/м} \cdot \text{град}, \quad c = 100 \text{ вт} \cdot \text{сек/кг} \cdot \text{град},$$

$$\rho = 4,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, \quad t_0 = 20^\circ\text{C}, \quad t_c^+ = t_c^- = 20^\circ\text{C},$$

$$a = 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad b = 10^{-2} \text{ м}, \quad l = 8,8 \cdot 10^{-2} \text{ м},$$

$$2\delta = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м}, \quad \alpha^+ = 12,5 \text{ вт/м}^2 \cdot \text{град}, \quad \alpha^- = 10 \text{ вт/м}^2 \cdot \text{град}.$$

Проводимость поглощающего слоя, измеренная при постоянном токе, составляла $0,93 \cdot 10^6 \text{ сим/м}$.

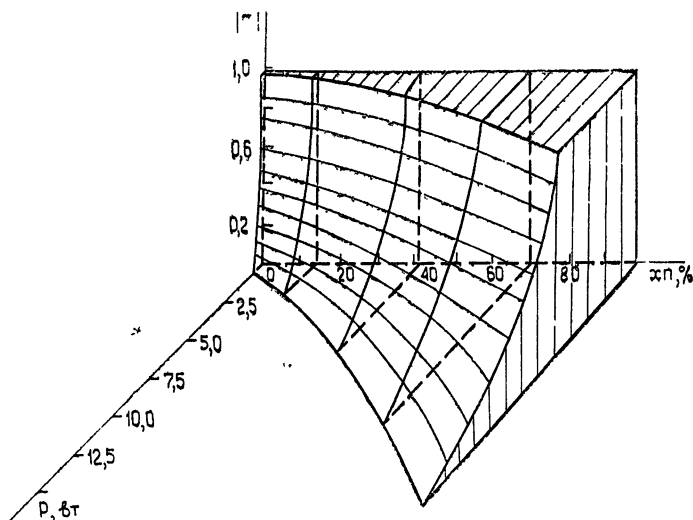


Рис. 3. Зависимость рабочих значений мощности, передаваемой по волноводу, от коэффициента отражения от нагрузки при использовании бинарных термочувствительных смесей холестерилдолеилкарбоната и холестерилцеларгоната.

Поверхность, изображенная на рис. 3, ограничивает область работы термоиндикатора при использовании бинарных термочувствительных смесей холестерилпеларгоната и холестерилолеилкарбоната. По оси ординат отложено процентное содержание холестерилпеларгоната в смеси. Предполагалось, что $t_c^\pm = t_0 = t_{\text{мин}}$, где $t_{\text{мин}}$ — нижняя граница диапазона температурной чувствительности применяемой смеси.

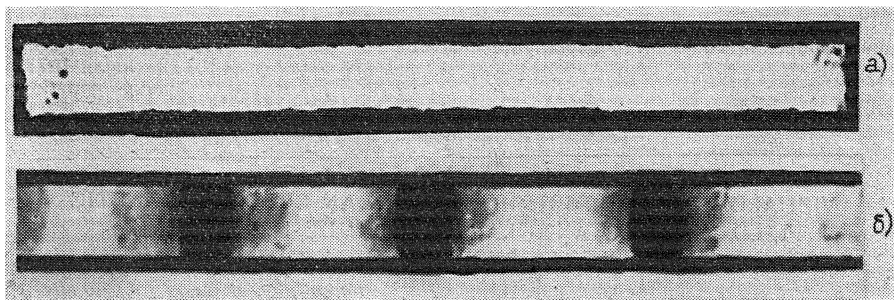


Рис. 4. Распределение температуры, выявленное с помощью жидкокристаллического покрытия, при $|\Gamma| = 0,005$ и мощности $4,5 \text{ вт}$ (а) и при $|\Gamma| = 0,1$ и мощности 4 вт (б).

На рис. 4 приведены выявленные с помощью трехкомпонентной смеси холестерилолеилкарбоната, холестерилпеларгоната и холестерилбензоната с диапазоном температурной чувствительности $23 \div 26^\circ\text{C}$ температурные распределения, соответствующие различным режимам работы волноводного тракта:

а) $P = 4,5 \text{ вт}$, $\Gamma = 0,005$;

б) $P = 4 \text{ вт}$, $\Gamma = 0,1$.

Съемка производилась в монохроматическом свете $\lambda = 436 \text{ нм}$. Селективный механизм рассеяния света жидкокристаллической пленкой приводит к тому, что при совпадении длины волны максимального рассеяния, определяемой в конечном счете температурой, с длиной волны источника подсветки, отражение света от поверхности термоиндикатора будет максимальным. На фотографиях это соответствует более светлым участкам. Поглощающий нихромовый слой наносился на тонкую слюдяную подложку методом вакуумного напыления. Жидкокристаллическая смесь наносилась на зачерненную поверхность слюды из 30%-ного раствора в смеси петролейного эфира и хлороформа.

Время установления стационарного температурного рельефа при описанных выше характеристиках индикатора и условиях работы составляло $2 \div 2,5 \text{ сек}$ в зависимости от типа применяемой жидкокристаллической смеси и области работы. Средняя чувствительность индикатора, определяемая как прирост температуры, при передаче в согласованном тракте единицы мощности составляла $0,5 \text{ град/вт}$. КСВН волновода с поглощающей стенкой не более 1,05. Дополнительные потери, вносимые в тракт поглощающей стенкой, не превышали 0,1 дб

Описанное устройство может быть использовано как датчик проходящей мощности СВЧ среднего уровня. Применение вместо термпар [4] жидкокристаллического покрытия не только существенно упрощает технологию изготовления таких датчиков и уменьшает инерционность устройства, но и облегчает локализацию участков с экстремальными значениями температуры, которые являются опорными точками при измерениях с рассогласованной нагрузкой,

ЛИТЕРАТУРА

1. C. F. Augustine, *Electronics*, 41, № 13, 118 (1969).
2. J. C. Sethares, M. R. Stiglitz, *Appl. Opt.*, 8, № 12, 2560 (1969).
3. K. Magura, *Nachrichtentechn. Z.*, 23, № 9, 440 (1970).
4. В. М. Волков, Л. А. Дидык, Н. И. Кравченко, В. Д. Кукуш, *Радиотехника*, изд. ХГУ, вып 19, 130 (1972).
5. Я. С. Подстригач, Ю. М. Коляно, *Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках*, изд Наукова думка, Киев, 1972.

Днепропетровский государственный университет

Поступила в редакцию
21 июля 1971 г.,
после доработки
26 июля 1973 г.,

VIZUALIZATION OF DISTRIBUTION OF AN ELECTROMAGNETIC
FIELD IN A RECTANGULAR WAVEGUIDE USING LIQUID-
CRYSTAL THERMO-INDICATORS

E. L. Bartashevskii, V. M. Dolgov, V. A. Krasovskii

The problem of visualization of the distribution of an electromagnetic field in a rectangular-section waveguide which narrow wall is a dissipative element of a liquid-crystal thermo-indicator is considered. The calculations of the temperature relief formed on the wall when propagating in a main mode waveguide are carried out. The possibility is estimated of using thermo-indicators on the basis of binary mixtures of cholesteryl oleyl carbonate and cholesteryl nonanoate at different waveguide operations.

УДК 539.216.2

ВЫСОКОЧАСТОТНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ТОНКОЙ ПЛЕНКИ ВЫРОЖДЕННОГО ПОЛУПРОВОДНИКА С ДИФFUЗНО РАССЕИВАЮЩИМИ ГРАНИЦАМИ

А. М. Белянцев, А. А. Игнатов

В работе вычисляется эффективная высокочастотная проводимость тонкой по сравнению с длиной свободного пробега носителей пленки вырожденного полупроводника. Рассеяние частиц на границах пленки предполагается диффузным. Показано, что зависимость реальной части проводимости (поглощаемой в пленке энергии) и ее мнимой части от частоты поля носит осцилляторный характер. Приводится сравнение высокочастотных проводимостей тонких пленок с зеркально и диффузно рассеивающими границами.

В достаточно тонких пленках полупроводников ($l \gg d$, d — толщина пленки, l — длина свободного пробега носителей) основную роль играет бесстолкновительная диссипация энергии высокочастотного поля. В случае пленок из полуметаллов и вырожденных полупроводников с зеркально рассеивающими границами величина ее, как показано в [1], осциллирует с ростом частоты поля. Осцилляции поглощения объясняются в [1] периодичностью движения электронов в пленке и по существу связываются с зеркальностью рассеяния на границах. Однако рассмотренный в [1] тип граничного рассеяния — идеализация, вообще говоря, не всегда оправданная [2, 3]. В связи с этим возникает вопрос — насколько отмеченные особенности определяются условиями рассеяния носителей тока на границах пленки.

В настоящей работе рассмотрена эффективная высокочастотная проводимость пленки вырожденного полупроводника с диффузно рассеивающими границами. При такой идеализации граничного рассеяния периодичность движения носителей в пленке практически исключается. Интересными в этом отношении являются диффузные граничные условия 2-го типа [2]:

$$\begin{aligned} x = 0: f(v_x > 0) &= f_0, \\ x = d: f(v_x < 0) &= f_0, \end{aligned} \quad (1)$$

где f — функция распределения носителей, f_0 — равновесная функция Ферми. При этих граничных условиях поверхность захватывает все падающие на нее частицы, а затем испускает их с разбросом по скоростям, определяемым равновесной функцией распределения f_0 . Очевидно, что при таком механизме рассеяния носителей на поверхности полупроводника возникает переменная макроскопическая плотность заряда, обращающаяся в нуль в среднем за период изменения поля [2].

Поведение носителей в пленке в квазиклассическом случае ($\lambda_g \ll d$, λ_g — длина волны де-Бройля электронов) описывается кинетическим уравнением Больцмана

$$i\omega f^{(1)} + v_x(\mathbf{k}) = \frac{\partial f^{(1)}}{\partial x} + \frac{eE_x}{\hbar} \frac{\partial f_0}{\partial k_x} = 0, \quad (2)$$

где ω — частота внешнего поля, E_x — поле в пленке, ориентированное перпендикулярно поверхности. В уравнении (2) отброшен интеграл столкновений, что оправдано при $\omega \gg \nu$ и $l \gg d$ (ν — частота столкновений в объеме пленки).

Для простоты ограничимся рассмотрением случая квадратичного закона дисперсии носителей тока. Поле в пленке предполагаем однородным по толщине. В этом случае высокочастотные свойства пленки могут быть описаны эффективной высокочастотной проводимостью

$$\sigma_{\perp} = \sigma'_{\perp} + i\sigma''_{\perp} = \frac{e}{dE} \int_0^d dx \sum_{\mathbf{k}} v_x(\mathbf{k}) f^{(1)}(\mathbf{k}). \quad (3)$$

Исходя из уравнения (2) и граничных условий (1) для величины σ_{\perp} нетрудно получить

$$\sigma'_{\perp} = \frac{\omega_0^2}{4\pi\omega} \left(\frac{3}{4\delta} - \frac{3}{\delta} \int_1^{\infty} \frac{\cos \delta t}{t^5} dt \right) = \frac{\omega_0^2}{4\pi\omega} \Phi_1(\delta), \quad (4)$$

$$\sigma''_{\perp} = -\frac{\omega_0^2}{4\pi\omega} \left(1 - \frac{3}{\delta} \int_1^{\infty} \frac{\sin \delta t}{t^5} dt \right) = -\frac{\omega_0^2}{4\pi\omega} \Phi_2(\delta).$$

Здесь $\delta = \omega d/v_F$ — безразмерная толщина пленки, v_F — фермиевская скорость носителей.

Вид функций Φ_1 и Φ_2 показан на рис. 1. Функции $\Phi_{1,2}$, а следовательно, действительная и мнимая часть высокочастотной проводимости осциллируют с ростом δ . Однако резонансные свойства пленок с диффузным граничным рассеянием выражены менее отчетливо, чем при зеркальном.

Это связано с тем, что в отличие от зеркального отражения при отражении диффузного носителя не сохраняется по величине проекцию своего импульса на нормаль к поверхности пленки.

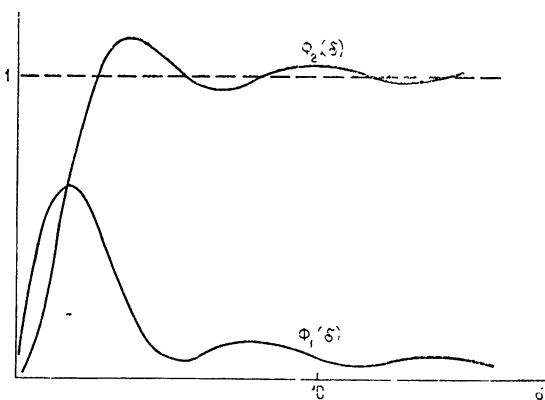


Рис. 1. Зависимость функций Φ_1 , Φ_2 от безразмерной толщины пленки δ .

При больших δ выражение (4) принимает простой вид:

$$\sigma'_{\perp} = \frac{\omega_0^2}{4\pi\omega^2} \nu_{\perp}, \quad \sigma''_{\perp} = -\frac{\omega_0^2}{4\pi\omega}, \quad (5)$$

где $\nu_{\perp} = 3v_F/4d$ — эффективная частота столкновений частиц с границами. Выражение (5) совпадает с выражением, полученным для

пленки с зеркальными границами [4]. Действительно, при $\omega d/v_F \gg 1$ характерный пространственный параметр, в масштабах которого частицы «помнят» о столкновении со стенкой v_F/ω , много меньше толщины пленки, следовательно, характер столкновений с границей перестает играть существенную роль.

Заметим, что предположение об однородности поля в пленке оправдано для толщин, при которых $\frac{4\pi\sigma}{\omega} \ll \epsilon_p$, где ϵ_p — диэлектрическая постоянная решетки*. При $\omega d/v_F \sim \pi$ это условие эквивалентно $d^2 \ll \frac{\epsilon_p \pi^2 v_F^2}{\omega_0^2} \sim l_D^2$, т. е. пленка должна быть достаточно тонкой по сравнению с областью пространственного заряда. С другой стороны, классическое рассмотрение требует выполнения неравенства $\lambda_g \ll d$. Эти условия совместимы для полупроводников с высокой диэлектрической постоянной решетки и малыми эффективными массами**. Так, например, для пленки InSb с $N \sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$, $m \sim 0,01 m_0$ и $\epsilon_p \sim 17$ толщина пленки должна лежать в пределах $10^{-6} < d < 10^{-5} \text{ см}$. Резонансная частота при этом порядка 10^{14} сек^{-1} .

Рассмотрение для продольной ВЧ проводимости легко провести аналогичным образом:

$$\begin{aligned} \sigma'_{\parallel} &= \frac{\omega_0^2}{4\pi\omega} \left[\frac{3}{8\delta} - \frac{3}{2\delta} \int_1^{\infty} \left(\frac{1}{t^3} - \frac{1}{t^5} \right) \cos \delta t dt \right], \\ \sigma''_{\parallel} &= -\frac{\omega_0^2}{4\pi\omega} \left[1 - \frac{3}{2\delta} \int_1^{\infty} \left(\frac{1}{t^3} - \frac{1}{t^5} \right) \sin \delta t dt \right]. \end{aligned} \tag{6}$$

Важно отметить, что в отличие от зеркального случая при диффузном граничном условии эффективная ВЧ проводимость пленки также резонансным образом зависит от частоты***. При переходе к постоянному полю выражение (6) сводится к хорошо известному [5]:

$$\frac{\sigma_{\parallel}(d)}{\sigma_{\parallel}(\infty)} = 1 - \frac{3}{8k} + \frac{3}{2k} \int_1^{\infty} \left(\frac{1}{t^3} - \frac{1}{t^5} \right) e^{-kt} dt, \tag{7}$$

где $k = d/l$.

Подчеркнем, что зеркальность рассеяния не является необходимым условием для существования осцилляторной зависимости поглощаемой в пленке энергии от частоты поля. По существу рассмотренный эффект аналогичен пролетным эффектам в вакуумных электронных приборах.

Обсудим в заключение возможность экспериментального исследования рассмотренных особенностей. Пусть пленка нанесена на непоглощаю-

* Нетрудно убедиться, что в этом случае поверхностные заряды существенно не изменяют поле внутри пленки.

** Неравенство $\lambda_g \ll l_D \left(\frac{\pi\epsilon_p \epsilon_F}{8e^2 N^{1/3}} \gg 1 \right)$ отражает малость потенциальной энергии взаимодействия частиц по сравнению с их кинетической энергией.

*** В случае продольной ориентации поле в пленке будет почти однородно по толщине, если толщина пленки меньше толщины скин-слоя. Так, например, при аномальном скин-эффекте для полуметаллов с $N \sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$ $d < 10^{-3}$. Резонансная частота при этом соответствует микроволновому диапазону длин волн: $\omega \gtrsim 10^{10} \text{ сек}^{-1}$.

щую подложку с показателем преломления n_s . На нее из среды с показателем преломления n_0 падает волна частоты ω . Наличие пленки приведет к возникновению поглощения, величину которого согласно [6] для достаточно тонких пленок, $\sqrt{\epsilon_{1,2}} \eta \ll 1$, можно оценить по формуле

$$A = 1 - R - T = \frac{4\epsilon_2 \eta n_0}{(n_0 + n_s)^2}. \quad (8)$$

Здесь A — коэффициент поглощения пленки, R , T — коэффициенты отражения и прохождения, $\eta = 2\pi d/\lambda$, λ — длина падающей волны в вакууме, $\epsilon_2 = 4\pi\sigma'/\omega$ — мнимая часть диэлектрической проницаемости пленки. В рассмотренном примере пленки InbS $\lambda \sim 10^{-3}$ см, $d \sim 10^{-5}$, $\epsilon_2 \sim 10$. Пусть $n_s^2 \sim 10$ и $n_0 \sim 1$, тогда $A \sim 20\%$, что легко может быть измерено в эксперименте.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Б. Брандт, М. И. Каганов, А. С. Михайлов, Письма в ЖЭТФ, 17, 150 (1973).
2. В. Ф. Дряхлушин, Ю. А. Романов, ЖТФ, 38, 1442 (1968)
3. J. C. Anderson, Adv. Phys., 19, 311 (1970).
4. L. Sander, J. Phys. Chem. Sol., 29, 291 (1968).
5. E. H. Sondheimer, Adv. Phys., 1, 1 (1952).
6. Физика тонких пленок, т. 6, изд. Мир, М., 1973.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
10 мая 1973 г.

HIGH-FREQUENCY CONDUCTIVITY OF A THIN FILM OF DEGENERATED SEMICONDUCTOR WITH DIFFUSIVELY SCATTERING BOUNDARIES

A. M. Belyantsev, A. A. Ignatov

The effective high-frequency conductivity of a thin (compared with the length of a free path of carriers) film of the degenerated semiconductor is calculated. The scattering of particles at the film boundaries is assumed to be diffusive. It is shown that the dependence of the real part of the conductivity (energy absorbed in the film) and its imaginary part on the frequency is of the oscillatory character. Comparison is made between the high-frequency conductivities of thin films with mirror and diffusive scattering boundaries.

УДК 621.385.6

ИССЛЕДОВАНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВЯЗЕЙ МЕЖДУ НИЗКОЧАСТОТНЫМИ ШУМАМИ ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА И ФЛУКТУАЦИЯМИ КОЛЕБАНИЯ ОТРАЖАТЕЛЬНОГО КЛИСТРОНА

В. А. Бердникова, С. А. Корнилов, С. Д. Уман

Изложены результаты экспериментального исследования корреляции между флуктуациями катодного тока и флуктуациями амплитуды (частоты) колебания отражательного клистрона. Показано, что для объяснения полученных зависимостей необходимо учитывать автодинный эффект и модуляцию катодного тока фликкерным шумом токораспределения, содержащимся в потоке возвращающихся к катоду электронов.

Одним из способов изучения механизма модуляции СВЧ колебания шумами электронного потока является исследование корреляции между флуктуациями амплитуды или частоты колебания и флуктуациями катодного тока. Для правильного понимания экспериментальных данных необходимо учитывать всю совокупность явлений, влияющих на корреляцию, и, в первую очередь, природу наблюдаемого в катодной цепи шума, которая не проста даже в статическом режиме работы клистрона [1].

В настоящей работе приведены и обсуждаются результаты корреляционных измерений, приведенных на экспериментальных отражательных клистро́нах коротковолновой части сантиметрового диапазона.

Исследовавшиеся приборы различались электронной оптикой и связанными с этим особенностями конструкции. В одних из них использовался сходящийся в пушке и фонтанирующий в поле отражателя электронный поток (см. рис. 1 в [1]), в других — почти цилиндрический электронный луч при катоде меньшего диаметра. В приборах первого типа количество электронов, возвращающихся к катоду, было уменьшено по сравнению с приборами второго типа, и, как следствие, вторично-электронный ток в зазоре, видимо, был больше (значительная часть первичных электронов, возвращающихся из тормозящего поля отражателя, перехватывалась сплошной частью электрода, поддерживающего ближайшую к катоду сетку ВЧ зазора). По режиму питания обе группы приборов практически не отличались.

1. МЕТОДИКА И РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Удобной мерой взаимной корреляции двух случайных процессов $x(t)$ и $y(t)$ является комплексный коэффициент корреляции (нормированный взаимный энергетический спектр) [2]

$$\dot{z}_{xy}(F) = \frac{W_{xy}(F)}{\sqrt{W_x(F)W_y(F)}}, \quad (1)$$

где символом W обозначены энергетические спектры. Для измерения $z_{xy}(F)$ использовалась установка, содержащая два малошумящих транзисторных усилителя, анализатор спектра и коррелометр суммарно-разностного типа. В один из усилительных каналов можно было вводить регулируемый фазовый сдвиг $\Delta\varphi$. В результате измерений опеределается величина $\overline{[x(t)y(t)]_{\Delta F}} / \sqrt{\overline{[x^2(t)]_{\Delta F}} \overline{[y^2(t)]_{\Delta F}}}$, где индекс ΔF означает, что измерения проведены в полосе анализатора спектра ΔF , а чертой сверху обозначено усреднение по времени. При узкой полосе анализа ($\Delta F/F \ll 1$) и $\Delta\varphi = 0$ эта величина приближенно равна вещественной части комплексного коэффициента корреляции, $r_{xy}(F) = \text{Re } z_{xy}(F)$, а при $\Delta\varphi = \pi/2$ — мнимой, $q_{xy}(F) = \text{Im } z_{xy}(F)$. В описываемых ниже измерениях оказалось, что $q_{xy}(F) = 0$ во всех случаях, т. е. $r_{xy}(F)$ дает полную информацию о линейной статистической связи изучаемых процессов. Это понятно, так как для низких частот флуктуаций в отражательном клистроне трудно представить достаточно инерционный механизм преобразования флуктуаций тока луча во флуктуации генерируемого колебания.

Область достоверной регистрации r_{xy} была ограничена условием $|r_{xy}| \geq 0,1$. Знак r_{xy} считался положительным, если мгновенные значения изучаемых процессов одновременно изменялись в одном направлении; то же условие заложено в расчеты. Благодаря этому сравнение измеренных и рассчитанных значений коэффициента корреляции имеет абсолютный характер.

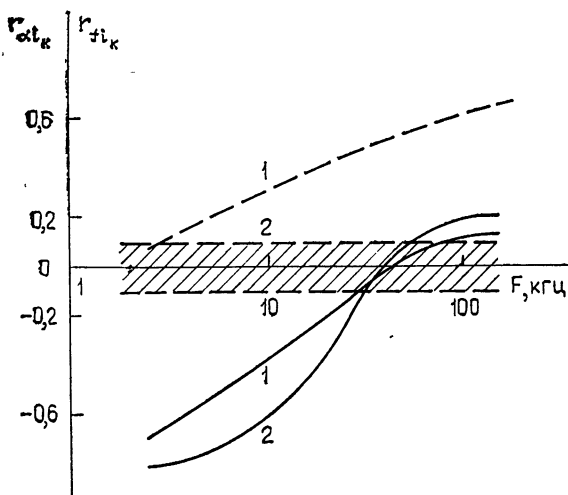


Рис. 1. Спектры коэффициентов корреляции флуктуаций амплитуды и катодного тока r_{ai_k} (1), флуктуаций частоты и катодного тока r_{fi_k} (2) для клистронов со слабо сходящимся лучом (сплошные линии) и клистронов с сильно сходящимся лучом (пунктирные линии). В последнем случае значения r_{fi_k} лежали ниже уровня достоверных измерений (заштрихованная область). Кривые получены усреднением по нескольким приборам каждого типа.

Результаты измерений представлены на рис. 1—3. Сплошными линиями проведены кривые, относящиеся к клистронам со слабо сходящимся лучом, пунктиром — к клистронам с сильно сходящимся лучом. Рис. 1 показывает спектры коэффициентов корреляции флуктуаций

катодного тока и амплитуды r_{ai_k} (1) и флуктуаций катодного тока и частоты r_{fi_k} (2). Для приборов со слабо сходящимся лучом характерна глубокая и отрицательная корреляция на низких частотах, уменьшение абсолютных значений и даже перемена знака r_{ai_k} и r_{fi_k} при повышении частоты. Иная картина имеет место для приборов с сильно сходящимся лучом: здесь корреляция флуктуаций амплитуды и катодного тока положительная и нарастает в области высоких частот, а корреляция флуктуаций катодного тока и частоты не зарегистрирована (лежит ниже уровня, ограничивающего область достоверных измерений). На рис. 2 показаны спектры флуктуаций катодного тока генерирующих клистронов. В обоих случаях флуктуации имеют характер фликкерного шума, не слишком отличаясь по уровню. Рис. 3 показывает изменение коэффициента корреляции флуктуаций частоты и катодного тока по зоне генерации для одного из клистронов со слабо сходящимся лучом. Видно, что величина корреляции (а на низких частотах и знак) существенно зависит от рабочей точки в зоне генерации.

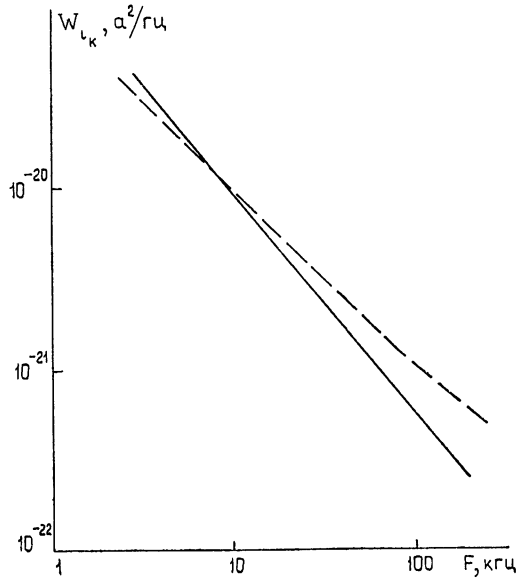


Рис. 2. Спектр среднего квадрата флуктуаций катодного тока для клистронов со слабо сходящимся лучом (сплошные линии) и клистронов с сильно сходящимся лучом (пунктир). Кривые получены усреднением по нескольким приборам каждого типа.

При переходе от статического к динамическому режиму наблюдается некоторое изменение уровня флуктуаций катодного тока. Это связано с автодинным эффектом, проявляющимся в отражательных клистронах в зависимости тока катода от амплитуды СВЧ колебаний в резонаторе. Суть этого явления сводится к следующему. Часть электронов после отражения в тормозящем поле вновь попадает к катоду. Те из них, которые ускорились после двукратного пересечения зазора между сетками резонатора, попадают на катод; те же, которые замедлились, отражаются от катода. Электроны, попадающие на катод, образуют во внешней цепи ток, вычитающийся из основного (прямого) тока катода. Кроме того, обе группы электронов влияют на величину катодного тока своим пространственным зарядом, изменяющим глубину прикатодного минимума потенциала. Результирующая величина катодного тока зависит в конечном счете от спектра энергий (скоростей) электронов, возвращающихся к катоду. Отсюда ясно, что всякое изменение амплитуды колебаний в резонаторе должно сопровождаться изменением катодного тока (детектированием).

Для определения силы автодинного эффекта были проведены измерения коэффициента детектирования, определяемого как $D^2 = \frac{\overline{\delta i_k^2(t) \bar{A}^2}}{\bar{\delta A^2(t)}}$.

Здесь \bar{A} — среднее значение амплитуды колебаний, $\delta A(t)$ — переменная составляющая амплитуды, $\delta i_k(t)$ — переменная составляющая тока катода, появляющаяся в результате изменения амплитуды. Измерения прово-

дилься при гармонической модуляции амплитуды колебаний, достигавшейся подачей переменного напряжения на отражатель при смещении рабочей точки на склон зоны генерации. Для клистронов со слабой сходимостью луча было получено значение $D^2 5 \cdot 10^{-6} a^2$, для клистронов с сильно сходящимся лучом $-3 \cdot 10^{-8} \div 10^{-7} a^2$. Меньшая величина

D^2 в последнем случае обусловлена, вероятно, снижением числа электронов, возвращающихся к катоду.

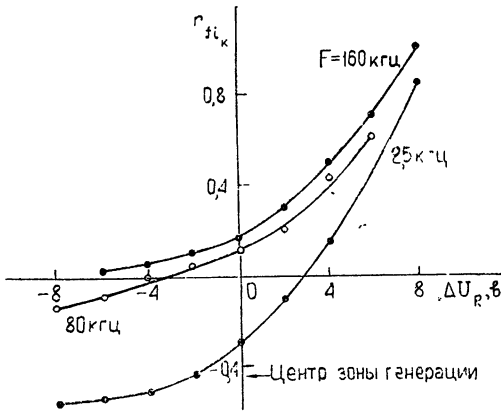


Рис. 3. Зависимость коэффициента корреляции флуктуаций частоты и катодного тока $r_{f i_k}$ от напряжения на отражателе в пределах зоны генерации для одного из клистронов со слабо сходящимся лучом. По оси абсцисс отложена разность $\Delta U_R = U_R - U_{R_0}$, где U_{R_0} — напряжение в центре зоны генерации.

2. МОДЕЛЬ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВЯЗЕЙ

Низкочастотные флуктуации амплитуды и частоты колебаний, генерируемых клистроном при оптимальном угле пролета, в квазистатическом приближении могут быть записаны следующим образом:

$$\delta \alpha(t) = a \delta i_k(t) - \frac{a}{x} \delta i_r(t) + \delta \alpha_{\text{СВЧ}}(t); \quad (2)$$

$$\delta f(t) = b \delta i_k(t) - \frac{b}{x} \delta i_r(t) + \delta f_a(t) + \delta f_{\text{СВЧ}}(t)^*, \quad (3)$$

где $\delta \alpha(t)$ — относительная флуктуация амплитуды, $\delta f(t)$ — флуктуация частоты, $\delta i_k(t)$ — полная флуктуация катодного тока, $\delta i_r(t)$ — сумма флуктуаций токораспределения, непосредственно воздействующих на колебание, $\delta f_a(t)$ — флуктуация частоты, обусловленная собственно вторично-электронным шумом, не коррелированным с катодным шумом и шумом токораспределения (во флуктуациях амплитуды аналогичная составляющая опущена из-за слабого механизма преобразования вторично-электронного шума во флуктуации амплитуды [3]), $\delta \alpha_{\text{СВЧ}}(t)$, $\delta f_{\text{СВЧ}}(t)$ — составляющие флуктуаций амплитуды и частоты, обусловленные действием СВЧ шумов электронного потока. Последние имеют равномерный спектр, остальные содержат фликкерные составляющие.

Коэффициенты a и b при оптимальном угле пролета равны [3]

$$a = \frac{I_1(\bar{X})}{\bar{X} I_2(\bar{X}) \bar{i}_k} \left(1 - \frac{\bar{g}_e}{g} \right), \quad b = \frac{\bar{f}}{2Q \bar{i}_k} \left(-\frac{\bar{b}_e}{g} + 2\theta_0 F_q \right). \quad (4)$$

Здесь \bar{i}_k , \bar{X} , \bar{f} — средние значения тока катода, параметра группирования и частоты колебаний, θ_0 — угол пролета электронов в тормозящем поле; Q — добротность нагруженного резонатора, \bar{g} , \bar{g}_e , \bar{b}_e — средние значения полной активной проводимости резонатора (включая электронную),

* Минус перед $\frac{a}{x} \delta i_r(t)$ и $\frac{b}{x} \delta i_r(t)$ обусловлен тем, что положительной принята флуктуация перехватываемого тока.

активной и реактивной частей электронной проводимости (учитывающих нагрузку зазора как первичными, так и вторичными электронами), F_q — коэффициент, зависящий от плотности пространственного заряда луча в тормозящем поле [4], κ — общий коэффициент прозрачности на полезной части траектории электронов в клистроне (учитывающий потерю электронов при движении от катода к отражателю и обратно в высокочастотный зазор).

По данным, полученным в [1], на шумы катодного тока отражательного клистрона сильно влияет модуляция прикатодного пространственного заряда шумами токораспределения, содержащимися в потоке возвращающихся к катоду электронов. В режиме генерации добавляются автодинные шумы (продетектированные флуктуации амплитуды). Это позволяет записать полную флуктуацию катодного тока так:

$$\delta i_k(t) = \delta i_{k0}(t) + \mu \delta i_r^+(t) + D \delta \alpha(t), \quad (5)$$

где δi_{k0} — собственный шум катода (наблюдающийся в пролетном режиме при положительном напряжении на отражателе), $\delta i_r^+(t)$ — шум токораспределения в потоке возвращающихся к катоду электронов, а D — коэффициент детектирования амплитудного шума. Отметим, что $D > 0$. Для $\delta i_r^+(t)$ имеем

$$\delta i_r^+(t) = \delta i_r(t) + \delta i_{r1}(t), \quad (6)$$

где $\delta i_{r1}(t)$ — шум токораспределения, возникающий при обратном пролете участка между ВЧ зазором и катодом, не коррелированный с $\delta i_r(t)$.

Нетрудно понять причину противоположности знаков перед членами, содержащими $\delta i_r(t)$ в (2), (3) и (5). Это вытекает из рассмотрения действия флуктуации $\delta i_r(t)$ на амплитуду колебания и катодный ток. Если в какое-то мгновение электронный ток, действующий на амплитуду колебания, увеличился из-за случайного уменьшения токоперехвата, то, как видно из (2), амплитуда колебаний должна возрасти, так как коэффициент a , стоящий перед $\delta i_r(t)$, согласно (4), положителен ($\bar{g}_e/\bar{g} < 1$). Увеличение тока возвращающихся к катоду электронов должно увеличить плотность объемного заряда в прикатодной области и, следовательно, привести к уменьшению катодного тока. Это должно выражаться в противоположности знаков перед флуктуациями $\delta i_r(t)$ в формулах для $\delta \alpha(t)$ и $\delta i_k(t)$.

В соответствии со сказанным и с учетом (6) перепишем (5) следующим образом:

$$\delta i_k(t) = \delta i_{k0}(t) + \mu \delta i_r(t) + \mu \delta i_{r1}(t) + D \delta \alpha(t). \quad (7)$$

Решая совместно (2) и (7), получим

$$\delta \alpha(t) = \frac{a}{1-aD} [\delta i_{k0}(t) - (1/\kappa - \mu) \delta i_r(t) - \mu \delta i_{r1}(t)] + \frac{\delta \alpha_{\text{СВЧ}}(t)}{1-aD}; \quad (8)$$

$$\delta i_k(t) = \frac{1}{1-aD} [\delta i_{k0}(t) - (aD/\kappa - \mu) \delta i_r(t) - \mu \delta i_{r1}(t)] + D \delta \alpha_{\text{СВЧ}}(t). \quad (9)$$

Подставляя (9) в (3), найдем также

$$\begin{aligned} \delta f(t) = & \frac{b}{1-aD} [\delta i_{k0}(t) - (1/\kappa - \mu) \delta i_r(t) - \mu \delta i_{r1}(t) + D \delta \alpha_{\text{СВЧ}}(t)] + \\ & + \delta f_{\text{СВЧ}}(t) + \delta f_{\text{в}}(t). \end{aligned} \quad (10)$$

Все флуктуации в правых частях (8) и (9) будем считать некоррелированными, в (10) взаимно коррелированы только $\delta\alpha_{\text{СВЧ}}(t)$ и $\delta f_{\text{СВЧ}}(t)^*$.

Теперь можно найти коэффициенты корреляции. В соответствии с (1)

$$r_{ai_k} = \frac{W_{ai_k}}{\sqrt{W_{i_k} W_a}}, \quad r_{fi_k} = \frac{W_{fi_k}}{\sqrt{W_{i_k} W_f}}, \quad (11)$$

где W_a , W_f , W_{i_k} — энергетические спектры флуктуаций амплитуды, частоты и катодного тока соответственно, W_{ai_k} , W_{fi_k} — взаимные энергетические спектры флуктуаций амплитуды (частоты) и флуктуаций катодного тока. Выражения для этих спектров следуют из (8) — (10):

$$W_a = \frac{1}{(1 - aD)^2} \{a^2 [W_{i_{k0}} + (1/x - \mu)^2 W_{i_\tau} + \mu^2 W_{i_{\tau 1}}] + W_{a\text{СВЧ}}\}; \quad (12)$$

$$W_f = \frac{b^2}{(1 - aD)^2} [W_{i_{k0}} + (1/x - \mu)^2 W_{i_\tau} + \mu^2 W_{i_{\tau 1}} + D^2 W_{a\text{СВЧ}}] + \\ + W_{f_b} + W_{f\text{СВЧ}} + \frac{2bD}{1 - aD} \text{Re } W_{af\text{СВЧ}}; \quad (13)$$

$$W_{i_k} = \frac{1}{(1 - aD)^2} [W_{i_{k0}} + (aD/x - \mu)^2 W_{i_\tau} + \mu^2 W_{i_{\tau 1}} + D^2 W_{a\text{СВЧ}}]; \quad (14)$$

$$W_{ai_k} = \frac{1}{(1 - aD)^2} \left\{ a \left[W_{i_{k0}} + (1/x - \mu) \left(\frac{aD}{x} - \mu \right) W_{i_\tau} + \right. \right. \\ \left. \left. + \mu^2 W_{i_{\tau 1}} \right] + D W_{a\text{СВЧ}} \right\}; \quad (15)$$

$$W_{fi_k} = \frac{b}{(1 - aD)^2} \left[W_{i_{k0}} + (1/x - \mu) \left(\frac{aD}{x} - \mu \right) W_{i_\tau} + \right. \\ \left. + \mu^2 W_{i_{\tau 1}} + D^2 W_{a\text{СВЧ}} \right] + \frac{D}{1 - aD} W_{af\text{СВЧ}}. \quad (16)$$

Энергетические спектры флуктуаций, фигурирующие в (12) — (16), обозначены индексами, соответствующими обозначению самих флуктуаций амплитуды и частоты, связанных с СВЧ шумом.

3. ОБСУЖДЕНИЕ. КЛИСТРОНЫ СО СЛАБО СХОДЯЩИМСЯ ЭЛЕКТРОННЫМ ЛУЧОМ

Измерение фликкерного шума катодного тока в клистронах со слабо сходящимся лучом показало, что он увеличивается по уровню при переходе от пролетного к отражательному режиму в среднем на столько же, что и для приборов с сильно сходящимся лучом [1]. С первого взгляда можно было ожидать большего увеличения, так как в клистронах со слабо сходящимся лучом к катоду проникает большее число отраженных электронов, на что указывает усиление автодинного эффекта. Однако увеличение числа проникающих к катоду электронов означает уменьшение общего токоперехвата при движении потока от катода к отражателю

* При измерениях шумов в пролетном режиме было найдено, что флуктуации токораспределения частично коррелированы с фликкерным шумом катодного тока [1]. Здесь мы пренебрегаем этой корреляцией, что допустимо ввиду малого вклада δi_{k0} в полный фликкер-шум катодного тока в отражательном режиме работы клистрона [1].

и обратно, т. е. снижение уровня шума токораспределения. Это может объяснить примерно одинаковую величину фликкерного шума катодного тока в отражательном режиме для клистронов обоих типов. В силу особенностей электронной оптики клистронов с сильно сходящимся лучом основной перехват электронов происходит, при обратном движении электронов, сплошной частью электрода, поддерживающего ближайшую к катоду сетку зазора; поэтому основная доля шума в потоке электронов, движущихся к катоду, должна быть обусловлена перехватом тока указанным электродом (этот шум представлен в (12)—(16) спектральной плотностью $W_{i_{\tau 1}}$). В клистронах со слабо сходящимся лучом уровень шума в электронном потоке, движущемся к катоду, должен определяться в большей степени перехватом тока, происшедшим до выхода отраженных электронов из зазора (спектральная плотность $W_{i_{\tau}}$). Отметим, что потери тока при прямом движении электронов от катода к отражателю в обоих типах клистронов близки.

Для дальнейшего обсуждения приведем значения постоянных коэффициентов, входящих в выражения (12)—(16), в табл. 1.

Таблица 1

	Приборы со слабо сходящимся лучом	Приборы с сильно сходящимся лучом	Примечания
a	$1/\bar{i}_k \approx 30, a^{-1}$	$1/\bar{i}_k \approx 30, a^{-1}$	Рассчитан по формуле (4) при $X = 1,84$
μ	0,5	0,2	Измерен косвенным способом [1], усреднен
α	0,5	0,5	Оценен по измерению токопрохождения в пролетном режиме
D	$2 \cdot 10^{-3}, a$	$2 \cdot 10^{-4}, a$	Измерен прямым способом (см. разд. 2), усреднен
$\frac{aD}{1/\alpha - \mu}$ $\frac{aD/\alpha - \mu}{aD/\alpha - \mu}$	0,06 1,5 -0,4	0,006 2,0 -0,2	Даны округленные значения коэффициентов

Рассмотрим взаимную спектральную плотность W_{ai_k} , определяющую поведение r_{ai_k} (формула (15)). Используя данные табл. 1 для клистронов со слабо сходящимся лучом и принимая во внимание, что $aD \ll 1$, перепишем выражение для W_{ai_k} так:

$$W_{ai_k} = \frac{W_{i_{k0}}}{\bar{i}_k} - \frac{W_{i_{\tau}}}{\bar{i}_k} 0,6 + 0,25 \frac{W_{i_{\tau 1}}}{\bar{i}_k} + 2 \cdot 10^{-3} W_{aCBЧ}.$$

Все слагаемые в W_{ai_k} , кроме последнего, имеют составляющие, связанные как с фликкер-шумом, так и с шумами с равномерным спектром. В соответствии со сказанным выше, в рассматриваемом случае $W_{i_{\tau}} > W_{i_{\tau 1}}$. Если считать, что частотная зависимость $W_{i_{\tau}}$ и $W_{i_{\tau 1}}$ одинакова, и принять $W_{i_{\tau 1}} \approx 1/2 W_{i_{\tau}}$, что представляется реалистичным, то приближенно

$$W_{ai_k} \approx \frac{W_{i_{k0}}}{\bar{i}_k} - 0,5 \frac{W_{i_{\tau}}}{\bar{i}_k} + 2 \cdot 10^{-3} W_{aCBЧ}. \quad (17)$$

По данным измерений в пролетном режиме фликкерная часть W_{i_T} оценивается следующим образом: $(W_{i_T})_{\text{фл}} = \frac{10^{-16}}{F} a^2/g\zeta$; фликкерная часть $W_{i_{k0}}$ на два порядка ниже, и ею можно пренебречь. «Равномерная» часть $W_{i_{k0}}$ по тем же измерениям составляет $(W_{i_{k0}})_{\text{равн}} = 3 \cdot 10^{-22} a^2/g\zeta$. Равномерную часть W_{i_T} можно оценить по величине коэффициента прозрачности $x \approx 0,5$: $(W_{i_T})_{\text{равн}} = 2ex(1-x)\bar{i}_k = 2,5 \cdot 10^{-21} a^2/g\zeta$. Наконец, теоретически рассчитанный уровень $W_{\alpha_{\text{СВЧ}}}$ при токе $\bar{i}_k = 3 \cdot 10^{-2} a$ равен $10^{-16} g\zeta^{-1}$. Подстановка этих значений в (17) дает

$$W_{ai_k} \approx \left(-\frac{2 \cdot 10^{-15}}{F} + 2,5 \cdot 10^{-19} \right) a/g\zeta, \quad (18)$$

причем частотно-независимый член определяется, главным образом, уровнем составляющей $2 \cdot 10^{-3} W_{\alpha_{\text{СВЧ}}}$ в (17). Из (18) видно, что на низких частотах $W_{ai_k} < 0$. Уменьшение W_{ai_k} до нуля и перемена знака по (18) происходит при $F \approx 10^4 g\zeta$. Как следует из (11), (12) и (14), при достаточно низкой частоте F , когда первый член в (18) превалирует, величина коэффициента корреляции $r_{ai_k} = W_{ai_k}/\sqrt{W_{\alpha} W_{i_k}}$ велика.

Таким образом, развитая модель удовлетворительно объясняет спектральную зависимость r_{ai_k} . Расхождение в значениях частоты, при которой r_{ai_k} обращается в нуль (в эксперименте это происходит при $F = (4 \div 5) \cdot 10^4 g\zeta$), естественно, так как мы могли оценить составляющие W_{ai_k} лишь весьма грубо. Аналогичный вывод имеет место и в отношении спектральной зависимости r_{fi_k} . На его обосновании можно не останавливаться ввиду сходства структуры выражений (14) и (16). Отметим лишь, что основной вклад в равномерную часть W_{fi_k} дает член $\frac{D}{1 - aD} W_{\alpha_{\text{СВЧ}}}$, пропорциональный взаимной спектральной плотности флуктуаций частоты и амплитуды. Известно, что $W_{\alpha_{\text{СВЧ}}} \neq 0$ в центре зоны генерации [5].

Физической причиной, приводящей к отмеченным особенностям поведения коэффициентов корреляции, является противофазное действие фликкерного шума токораспределения на флуктуации амплитуды и флуктуации катодного тока, приводящее к вычитанию фликкерной и равномерной составляющих взаимных энергетических спектров W_{ai_k} и W_{fi_k} . Вид спектров корреляции зависит от величин коэффициентов D , x , ρ .

В заключение добавим, что спектры W_{ai_k} и W_{fi_k} должны изменять свой вид при изменении напряжения отражателя, так как при этом изменяются относительные уровни флуктуаций низкочастотного и СВЧ происхождения. Это подтверждается экспериментально (рис. 3).

4. ОБСУЖДЕНИЕ. КЛИСТРОНЫ С СИЛЬНО СХОДЯЩИМСЯ ЭЛЕКТРОННЫМ ЛУЧОМ

Выше отмечалось, что в клистроны с сильно сходящимся лучом автодинный эффект значительно слабее (см. табл. 1), что связано с сильным перехватом отраженного тока сплошной частью электрода, поддерживающего ближайшую к катоду сетку (рис. 1 в [1]). Соответственно больше вторично-электронный ток в зазоре и его флуктуаций.

Поведение r_{ai_k} можно объяснить глубокой компенсацией действия фликкерного шума токораспределения в W_{ai_k} при преимущественной роли какого-либо одного источника шума с равномерным спектром. Действительно, в W_{ai_k} имеется сумма членов вида $(1/x - \mu) \left(\frac{aD}{x} - \mu \right) W_{i_T} + \mu^2 W_{i_{T1}}$. Подставив значения коэффициентов a, D, x, μ из табл. 1, можем переписать эту сумму так: $-0,4 W_{i_T} + 0,04 W_{i_{T1}}$. Если спектры W_{i_T} и $W_{i_{T1}}$ близки по форме, а уровень $W_{i_{T1}}$ на порядок больше W_{i_T} , то рассматриваемая сумма компенсируется в широком диапазоне частот. Значительное превышение уровня $W_{i_{T1}}$ над W_{i_T} в клистронах со сходящимся лучом правдоподобно, так как их конструкция предусматривает сильный перехват электронов при обратном движении из рабочей области к катоду. Предположим, что имеет место полная компенсация, а среди источников с равномерным спектром превалирует $W_{\alpha_{CBЧ}}$. В этом случае

$$r_{ai_k} = \frac{W_{ai_k}}{\sqrt{W_{\alpha} W_{i_k}}} \approx DW_{\alpha_{CBЧ}} \left\{ \left[a^2 \left(\frac{1}{x} - \mu \right)^2 W_{i_T} + a^2 \mu^2 W_{i_{T1}} + W_{\alpha_{CBЧ}} \right] \times \right. \\ \left. \times \left[\left(\frac{aD}{x} - \mu \right)^2 W_{i_T} + \mu^2 W_{i_{T1}} + D^2 W_{\alpha_{CBЧ}} \right] \right\}^{-1/2}.$$

Поскольку компенсация действия фликкерного шума токораспределения имеет место только в W_{ai_k} (т. е. в числителе r_{ai_k}), но не в W_{α} и W_{i_k} (в подкоренных сомножителях знаменателя), то на низких частотах, когда уровни фликкерных составляющих W_{i_T} и $W_{i_{T1}}$ велики, r_{ai_k} мал. На высоких частотах, когда W_{i_T} и $W_{i_{T1}}$ заметно уменьшаются и основное значение приобретает $W_{\alpha_{CBЧ}}$, r_{ai_k} становится большим.

Как видно из сравнения формул (15) и (16) для W_{ai_k} и W_{fi_k} , компенсация рассмотренных фликкерных составляющих происходит для них одновременно, и поэтому можно было бы ожидать сходного поведения r_{ai_k} и r_{fi_k} . Однако надо учесть, что в спектре W_f (формула (13)) в отличие от W_{α} сильно выражены шумы вторичной эмиссии (член W_{f_B}). Поскольку W_{f_B} стоит в знаменателе r_{fi_k} и не входит в W_{fi_k} , т. е. в числитель, то это может уменьшать величину r_{fi_k} . Такую же роль могут играть и фликкерные флуктуации скорости, влияющие в основном на частоту колебаний. Они не были учтены в анализе (формула (3)), так как существование их пока что не доказано.

Таким образом, мы показали, что спектральный ход коэффициентов корреляции флуктуаций амплитуды и частоты с флуктуациями катодного тока объясняется противофазной модуляцией катодного тока и амплитуды колебаний фликкерным шумом токораспределения. Сам факт сильного воздействия фликкерного шума токораспределения на флуктуации катодного тока отражательного клистрона был установлен в [1]; успешное привлечение его к объяснению корреляционных связей говорит о том, что развитые в [1] и в настоящей работе представления о низкочастотных флуктуационных процессах в отражательном клистроне в главных чертах близки к действительности.

Авторы считают своим долгом выразить признательность А. Н. Малахову за просмотр рукописей настоящей работы и предшествовавшей ей работы [1] и полезное обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Бердникова, С. А. Корнилов, С. Д. Уман, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 17, № 5, 753 (1974).
2. Ф. Ланге, Корреляционная электроника, Судпромгиз, Л., 1963.
3. С. А. Корнилов, В. А. Савшинский, С. Д. Уман, Шумы клистронных генераторов малой мощности, изд. Сов. радио, М., 1973.
4. Д. М. Петров, Вопросы радиозлектроники, серия Электроника, 3, 25 (1959).
5. А. Н. Малахов, Флуктуации в автоколебательных системах, изд. Наука, М., 1968.

Ленинградский политехнический институт

Поступила в редакцию
22 февраля 1973 г.

INVESTIGATION OF CORRELATION RELATIONS BETWEEN LOW-FREQUENCY
NOISES OF AN ELECTRON STREAM AND FLUCTUATIONS OF OSCILLATIONS
OF A REFLEX KLYSTRON

V. A. Berdnikova, S. A. Kornilov, S. D. Uman

The paper presents the results of experimental study of the correlation between fluctuations of the cathode current and of the amplitude (frequency) of oscillations in the reflex klystron. It is shown that to explain the obtained dependencies it is necessary to take into account the autodyne effect and modulation of the cathode current by flicker noise of the current distribution contained in the stream of electrons returning to the cathode.

УДК 621.385.6

ИССЛЕДОВАНИЕ ИСТОЧНИКОВ ФЛИККЕРНОГО ШУМА В ОТРАЖАТЕЛЬНОМ КЛИСТРОНЕ

В. А. Бердникова, С. А. Корнилов, С. Д. Уман

Приведены результаты исследования фликкерных шумов в токах электродов негенерирующих макетов отражательных клистронов с изолированными сетками. Обнаружено, что фликкерные шумы в цепях положительных электродов—избыточные, связанные в основном с токоперехватом и вторичной эмиссией. Показано, что уровень шума в катодной цепи существенно увеличивается при переходе от положительного потенциала отражателя к отрицательному, что объясняется модуляцией прикатодного объемного заряда возвращающимися к катоду электронами.

Настоящая работа посвящена выяснению природы фликкерных шумов токов электродов отражательного клистрона. Решение этого вопроса необходимо для корректной постановки задачи о воздействии фликкерных шумов на колебание, генерируемое клистроном.

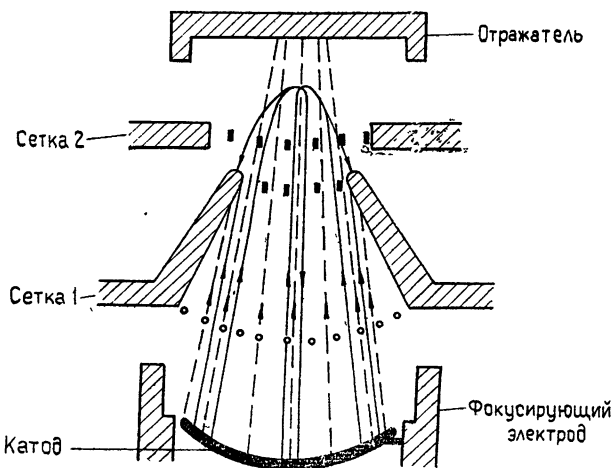


Рис. 1. Схематическое изображение конструкции исследованного макета.

Пунктиром изображены траектории нескольких электронов в пролетном режиме работы, сплошными линиями—в отражательном. Система из электрически соединенных сеток (нижней сетки ВЧ зазора и анодной сетки прожектора) для краткости названа сеткой 1.

Эксперимент проводился на безрезонаторном макете клистрона, устройство которого показано на рис. 1. В макете использован сходящийся в области пушки и фонтанирующий в поле отражателя электронный поток (компрессия в сечении ВЧ зазора равна 8). Макет допускал эксплуатацию в пролетном режиме, при положительном напряжении на отражателе.

1. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Результаты измерения спектров флуктуаций токов электродов макета представлены на рис. 2. Напряжения и средние токи электродов приведены в табл. 1.

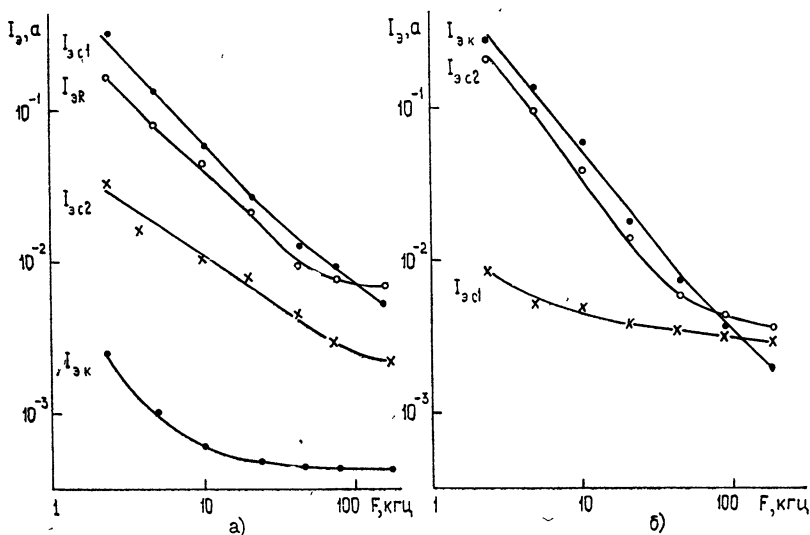


Рис. 2. Спектры флуктуаций токов, выраженные средними токами эквивалентного насыщенного диода ($I_э = W/2e$, где W —энергетический спектр флуктуаций, а e —заряд электрона): $I_эк$ —катода, $I_эс1$ —сетки 1, $I_эс2$ —сетки 2, $I_эR$ —отражателя;
а) пролетный режим, б) отражательный режим:

Таблица 1

Режим работы	Потенциал сеток $V_c, в$	Потенциал отражателя $V_R, в$	Ток катода $\bar{i}_к, ма$	Ток сетки 1 $\bar{i}_{с1}, ма$	Ток сетки 2 $\bar{i}_{с2}, ма$	Ток отражателя $\bar{i}_R, ма$
Пролетный	+ 190	+260*	22,0	12,3	0,5	9,2
Отражательный	+ 190	— 90	18,0	12,0	6,0	0

На рис. 3 показана зависимость спектральной плотности шумов на частоте 2,5 кГц, т. е. в области фликкерного шума, от смещения $\Delta U_{с2}$ на сетке 2. Потенциалы электродов, за исключением потенциала сетки 2, соответствуют данным табл. 1. На рис. 4 представлены результаты измерения корреляции шумов катодного тока с шумами токов положительных электродов. За меру корреляции принят нормированный взаимный энергетический спектр (комплексный коэффициент взаимной корреляции).

Даже при беглом ознакомлении с результатами опытов возникают вопросы, требующие объяснения.

1) Что вызывает существенное превышение уровня фликкерного шума в цепях положительных электродов над уровнем фликкерного

* При измерениях в пролетном режиме потенциал отражателя, выполнявшего функцию коллектора, поддерживался на 70 в выше потенциала сеток, чтобы исключить влияние вторичной эмиссии с отражателя на результаты измерений,

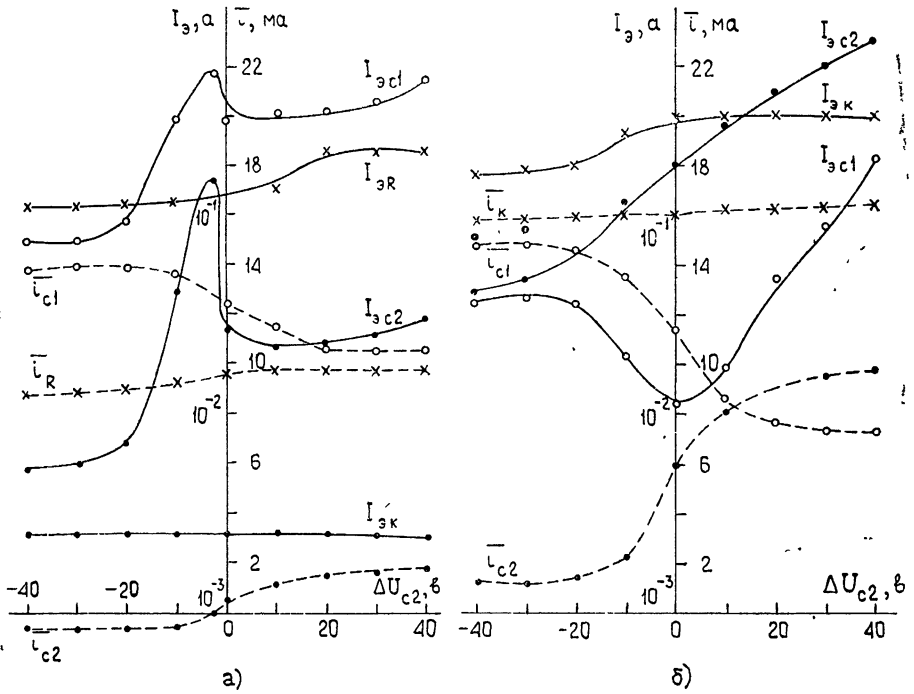


Рис. 3. Зависимость спектральных плотностей флуктуаций от смещения ΔU_{c2} на сетке 2 (отсчитываемого от потенциала сетки 1); пунктир—средние токи электродов; а) пролетный режим, б) отражательный режим.

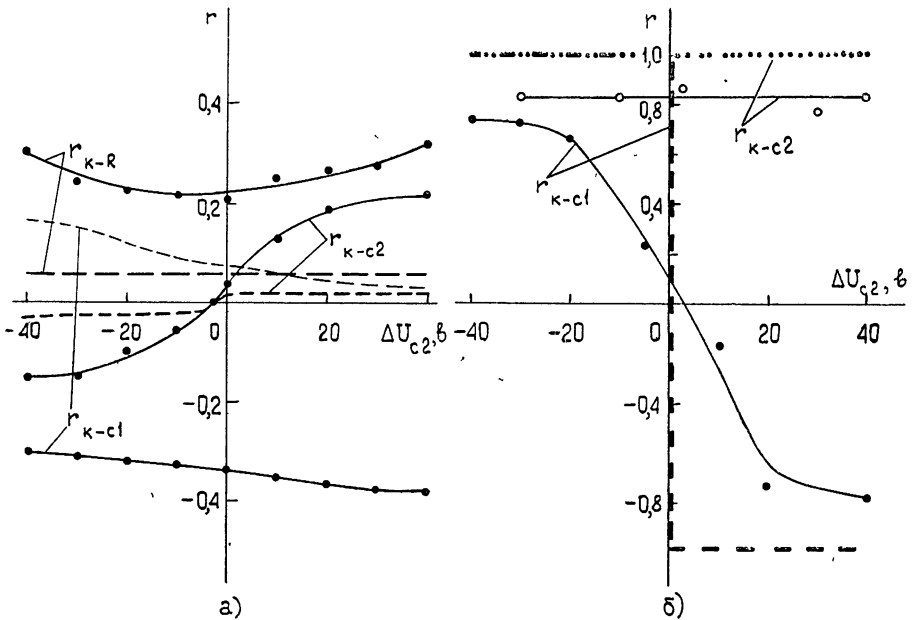


Рис. 4. Зависимость коэффициентов взаимной корреляции от смещения ΔU_{c2} на сетке 2 ($r_{к-с1}$ — коэффициент корреляции флуктуаций тока катода и тока сетки 1, $r_{к-с2}$ — тока катода и тока сетки 2, $r_{к-сR}$ — тока катода и тока отражателя); а) пролетный режим, б) отражательный режим.

Пунктир—расчетные зависимости. Коэффициенты корреляции измерены на частоте 5 кГц в полосе 750 Гц. Во всех случаях они оказались вещественными.

шума в цепи катода при работе в пролетном режиме (рис. 2 а, 3 а)? Отчего в этом режиме не схожи спектры катодного шума и спектры шумовых токов положительных электродов?

2) Почему при переходе к отражательному режиму уровень фликкерного шума катодного тока сильно возрастает, а спектр изменяется (рис. 2 а, 2 б)? Из-за чего возрастает корреляция шумов токов сеток с шумом катодного тока (рис. 4 а, 4 б)?

2. ОБСУЖДЕНИЕ. ПРОЛЕТНЫЙ РЕЖИМ

Значительное превышение уровней фликкерного шума в цепях положительных электродов над фликкерным шумом катодного тока, несходство их спектров (рис. 2 а), а также неглубокая корреляция между указанными процессами (рис. 4 а) указывают на то, что шум в токах положительных электродов слабо связан с шумом катодного тока, т. е. яв-рой — как некоррелированный с флуктуациями катодного тока шум, впервые был обнаружен в тетрадах и пентодах [1–3]. Согласно [2, 3] этот шум делится на фликкерный шум токораспределения и вторичной эмиссии. Первый формально определяется как шум, возникающий при случайном разделении тока между положительными электродами, второй — как некоррелированный с флуктуациями катодного тока шум, появляющийся дополнительно при протекании вторично-электронных токов.

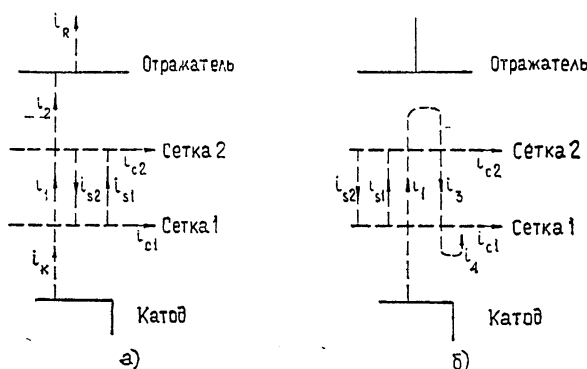


Рис. 5. Схемы, поясняющие расчеты:
а) пролетный режим, б) отражательный режим.

Рассмотрим модель шумовых процессов. Расчет иллюстрируется рис. 5 а, на котором i_{c1} , i_{c2} и i_R — токи сеток и отражателя, i_k — ток катода, i_{s1} и i_{s2} — токи вторичных электронов, уходящих с сеток 1 и 2. Для простоты будем считать, что обмен вторичными электронами происходит только между сетками*. Введя коэффициенты прозрачности сеток α_1 и α_2 , можем записать токи в цепях положительных электродов следующим образом:

$$i_{c1} = \bar{i}_{c1} + \delta i_{c1}(t) = (1 - \alpha_1) \bar{i}_k + \bar{i}_{s2} - \bar{i}_{s1} + (1 - \alpha_1) \delta i_k(t) + \delta i_{t1}(t) + \delta i_{s2}(t) - \delta i_{s1}(t),$$

* Вторичная эмиссия с отражателя подавлена подачей на него положительного смещения величиной 70 в. Попадание вторичных электронов, выбитых с сеток, на отражатель не учитывается. Возможность такого упрощения модели подсказана поведением постоянных и шумовых токов сеток и коллектора при изменении ΔU_{c2} (рис. 3 а): изменение этих токов в цепи коллектора значительно слабее, чем в цепях сеток.

$$i_{c2} = \bar{i}_{c2} + \delta i_{c2}(t) = \alpha_1(1 - \alpha_2)\bar{i}_k + \bar{i}_{s1} - \bar{i}_{s2} + \alpha_1(1 - \alpha_2)\delta i_k(t) - (1 - \alpha_2)\delta i_{t1}(t) + \delta i_{t2}(t) - \delta i_{s2}(t) + \delta i_{s1}(t), \quad (1)$$

$$i_R = \bar{i}_R + \delta i_R(t) = \alpha_1\alpha_2\bar{i}_k + \alpha_1\alpha_2\delta i_k(t) - \alpha_2\delta i_{t1}(t) - \delta i_{t2}(t).$$

Здесь чертой сверху обозначены средние составляющие токов, $\delta i_k(t)$ — флуктуация катодного тока, $\delta i_{t1}(t)$ и $\delta i_{t2}(t)$ — флуктуации токораспределения, возникающие при перехвате электронов сетками 1 и 2, $\delta i_{s1}(t)$ и $\delta i_{s2}(t)$ — полные флуктуации токов вторичных электронов, выбитых из сеток 1 и 2.

Вторично-электронные токи, пересекающие зазор между сетками, можно записать так:

$$i_{s1} = \bar{i}_{s1} + \delta i_{s1}(t) = \gamma_1\sigma_1(1 - \alpha_1)\bar{i}_k + \gamma_1\sigma_1(1 - \alpha_1)\delta i_k(t) + \gamma_1\sigma_1\delta i_{t1}(t) + \gamma_1\delta i_{b1}(t),$$

$$i_{s2} = \bar{i}_{s2} + \delta i_{s2}(t) = \gamma_2\sigma_2\alpha_1(1 - \alpha_2)\bar{i}_k + \gamma_2\sigma_2\alpha_1(1 - \alpha_2)\delta i_k(t) - \gamma_2\sigma_2(1 - \alpha_2)\delta i_{t1}(t) + \gamma_2\sigma_2\delta i_{t2}(t) + \gamma_2\delta i_{b2}(t). \quad (2)$$

Здесь σ_1 и σ_2 — эффективные коэффициенты вторичной эмиссии, равные отношению средних токов вторичных электронов, выходящих в зазор между сетками, к средним токам первичных электронов, бомбардирующих сетки, а γ_1 и γ_2 — коэффициенты, учитывающие возврат части вторичных электронов на тот электрод, из которого они выбиты из-за отражения от потенциального барьера между сетками, создаваемого разностью потенциалов ΔU_{c2} . Очевидно, $0 \leq \gamma_{1,2} \leq 1$. Наконец, $\delta i_{b1}(t)$ и $\delta i_{b2}(t)$ — избыточные флуктуации вторично-электронных токов, не коррелированные с катодным шумом и шумом токораспределения^{*}.

Подставив (2) в (1), нетрудно перейти к энергетическим спектрам флуктуаций и найти коэффициенты корреляции между флуктуациями токов положительных электродов и флуктуациями катодного тока. Учитывая некоррелированность флуктуаций различного физического происхождения и представляя энергетические спектры средними токами эквивалентных насыщенных диодов, найдем

$$I_{\theta c1} = A^2 I_{\theta k} + B^2 I_{\theta t1} + C^2 I_{\theta t2} + \gamma_2^2 I_{\theta b2} + \gamma_1^2 I_{\theta b1},$$

$$I_{\theta c2} = D^2 I_{\theta k} + E^2 I_{\theta t1} + F^2 I_{\theta t2} + \gamma_2^2 I_{\theta b2} + \gamma_1^2 I_{\theta b1}, \quad (3)$$

$$I_{\theta R} = G^2 I_{\theta k} + H^2 I_{\theta t1} + I_{\theta t2};$$

$$r_{k-c1} = A \sqrt{\frac{I_{\theta k}}{I_{\theta c1}}}, \quad r_{k-c2} = D \sqrt{\frac{I_{\theta k}}{I_{\theta c2}}}, \quad r_{k-R} = G \sqrt{\frac{I_{\theta k}}{I_{\theta R}}}, \quad (4)$$

где

$$A = \frac{\bar{i}_{c1}}{\bar{i}_k}, \quad B = 1 - (1 - \alpha_2)\gamma_2\sigma_2 - \gamma_1\sigma_1, \quad C = \gamma_2\sigma_2, \quad (5)$$

$$D = \frac{\bar{i}_{c2}}{\bar{i}_k}, \quad E = -1 + \alpha_2 + (1 - \alpha_2)\gamma_2\sigma_2 + \gamma_1\sigma_1, \quad F = 1 - \gamma_2\sigma_2,$$

* Поясним формулы (2). Пусть $i_p = \bar{i}_p + \delta i_p(t)$ — первичный ток, перехватываемый некоторым электродом, коэффициент вторичной эмиссии которого медленно флуктуирует: $\sigma = \bar{\sigma} + \delta\sigma(t)$. Тогда вторичный ток равен $i_s = \bar{i}_s + \delta i_s(t) = [\bar{i}_p + \delta i_p(t)] [\bar{\sigma} + \delta\sigma(t)] \approx \bar{i}_p\bar{\sigma} + \bar{\sigma}\delta i_p(t) + \bar{i}_p\delta\sigma(t)$. Здесь $\delta\delta i_p(t)$ — флуктуация, когерентная с флуктуацией первично-электронного тока, а $\bar{i}_p\delta\sigma(t) = \delta i_b(t)$ — избыточная флуктуация. В $\delta i_p(t)$ содержатся как флуктуации катодного тока, так и флуктуации токораспределения.

$$G = \frac{\bar{i}_R}{\bar{i}_K}, \quad H = \alpha_2.$$

Зависимость квадратов этих коэффициентов, а также коэффициентов γ_1^2 и γ_2^2 от ΔU_{c2} представлена на рис. 6. Коэффициенты A, D, G

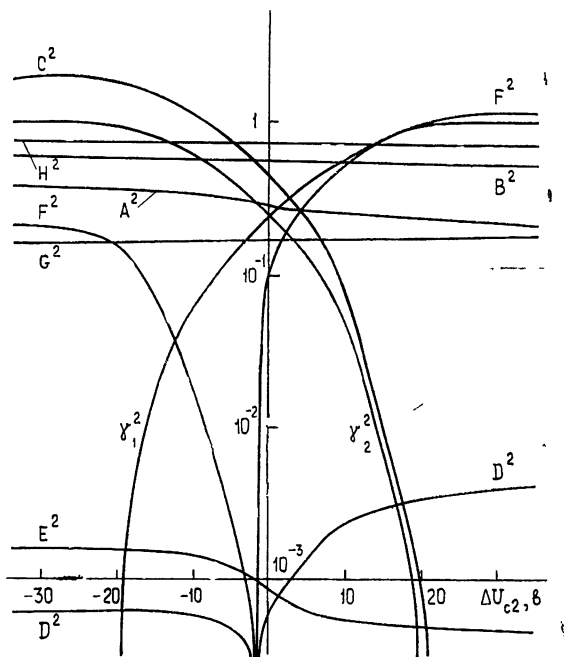


Рис. 6. Расчетные зависимости для пролетного режима.

находились по измеренным постоянным токам электродов. Параметры $\alpha_1, \alpha_2, \sigma_1, \sigma_2$, необходимые для расчета коэффициентов B, C, E, F, H , приближенно определялись по геометрическим характеристикам сеток и поведению постоянных токов электродов при изменении ΔU_{c2} в пределах, достаточных для насыщения вторично-электронных токов сеток. Зависимость γ_1 и γ_2 от ΔU_{c2} аппроксимировалась так: при $\Delta U_{c2} = -40 \div -20$ в $\gamma_1=0, \gamma_2=1$; при $\Delta U_{c2}=20 \div 40$ в $\gamma_1=1, \gamma_2=0$; в интервале -20 в $< \Delta U_{c2} < 20$ в γ_1 и γ_2 изменяются от нуля до единицы и от единицы до нуля соответственно по линейному закону.

Обратимся к анализу результатов эксперимента. Прежде всего отметим, что вклад катодного шума в шумы токов сеток и коллектора пренебрежимо мал. В соответствии с выражениями (3) этот вклад дается членами $A^2 I_{\text{эК}}$ (сетка 1), $D^2 I_{\text{эК}}$ (сетка 2) и $G^2 I_{\text{эК}}$ (коллектор). Максимальные значения A^2, D^2, G^2 в диапазоне изменения ΔU_{c2} составляют: $A^2 = 5 \cdot 10^{-1}, D^2 = 5 \cdot 10^{-3}, G^2 = 2 \cdot 10^{-1}$. По рис. 3 а $I_{\text{эК}} = 2 \cdot 10^{-3}$ а, откуда $A^2 I_{\text{эК}} = 10^{-3}$ а, $D^2 I_{\text{эК}} = 10^{-5}$ а, $G^2 I_{\text{эК}} = 4 \cdot 10^{-4}$ а. Эти уровни на 2—3 порядка ниже измеренных. Учитывая сказанное, а также принимая во внимание, что из-за разницы в прозрачности сеток ($\alpha_1 = 0,45, \alpha_2 = 0,9$) уровень фликкерного шума токораспределения $I_{\text{эТ1}}$ должен заметно превышать $I_{\text{эТ2}}$, найдем из (3) $I_{\text{эР}} \approx H^2 I_{\text{эТ1}}$. Из рис. 6 следует, что $H^2 = \text{const}$, т. е. уровень шума тока коллектора не должен зависеть от ΔU_{c2} . Это приближенно соответствует эксперименту: $I_{\text{эР}}$ на рис. 3 а меняется при изменении ΔU_{c2} не более чем на 2,5 дб. Таким образом,

избыточный фликкерный шум тока коллектора является в основном шумом токораспределения.

Труднее понять поведение шумов токов сеток (кривые $I_{\text{э}c1}$ и $I_{\text{э}c2}$ на рис. 3а). Обратим внимание на пик, положение которого одинаково для обеих сеток. Его происхождение явно связано со вторичной эмиссией, так как он не просматривается в цепи коллектора, в которой протекает небольшой вторично-электронный ток. По-видимому, этот всплеск возникает при вторичной эмиссии с сетки 2: его положение на оси ΔU_{c2} точно совпадает с точкой изменения знака \bar{i}_{c2} (рис. 3а) и $r_{\kappa-c2}$ (рис. 4а). Предложенной теоретической моделью это явление не объясняется. Исключив область всплеска из рассмотрения, попробуем найти причину роста $I_{\text{э}c1}$ и $I_{\text{э}c2}$ при переходе от крайних отрицательных значений ΔU_{c2} к крайним положительным. Этот рост нельзя связать с шумами токораспределения: если бы характер зависимости $I_{\text{э}c1}(\Delta U_{c2})$ и $I_{\text{э}c2}(\Delta U_{c2})$ определялся $I_{\text{э}t1}$, $I_{\text{э}t2}$, то он должен был бы полностью отразиться в шуме коллекторного тока (см. в (3) выражение для $I_{\text{э}R}$). Об этом же говорит и ход B^2 , C^2 , E^2 , F^2 , определяющих вклад шумов токораспределения в шумы токов сеток (рис. 6).

Резкое изменение в диапазоне рассматриваемых значений ΔU_{c2} претерпевают коэффициенты γ_1^2 и γ_2^2 , характеризующие собственно вторично-электронные шумы токов сеток. Поскольку сетка 1 расположена ближе к катоду, чем сетка 2, и частично заслоняет последнюю, то она должна быть больше загрязнена продуктами разложения активного вещества катода. Это, так же как и больший вторично-электронный ток сетки 1 (рис. 2а), позволяет предположить, что уровень $I_{\text{э}v1}$ заметно превышает уровень $I_{\text{э}v2}$. Тогда сумма $\gamma_1^2 I_{\text{э}v1} + \gamma_2^2 I_{\text{э}v2}$ будет определяться в основном первым членом, что даст желаемый для объяснения опытных данных характер зависимости $I_{\text{э}c1}$ и $I_{\text{э}c2}$ от ΔU_{c2} (формулы (3)). Более полный анализ такой трактовки затруднителен ввиду грубой аппроксимации зависимости $\gamma_{1,2}(\Delta U_{c2})$, не учитывающей влияния пространственного заряда первичных и вторичных электронов между сетками.

Отметим, что теория предсказывает близость уровня $I_{\text{э}c1}$ при крайних отрицательных значениях ΔU_{c2} к уровню $I_{\text{э}R}$, когда $\gamma_1 \approx 0$. Это следует из близости коэффициентов B^2 и H^2 (рис. 6) при учете того, что $I_{\text{э}t2}$ и $I_{\text{э}v2}$ малы. Экспериментальные данные на рис. 3а приблизительно соответствуют этому выводу.

В заключение раздела обсудим результаты измерения корреляции между шумами в токах сеток и коллектора и шумом катодного тока (рис. 4а, сплошные линии). Небольшая величина корреляции подтверждает вывод, сделанный выше, — значение избыточного фликкерного шума в обследованном приборе велико. Однако сопоставление с рассчитанными по формулам (4) коэффициентами корреляции (рис. 3а, пунктирные линии) свидетельствует о значительном расхождении: совпадают только знаки и характер зависимости коэффициентов $r_{\kappa-c2}$ и $r_{\kappa-R}$ от ΔU_{c2} , величины же расходятся: измеренные значительно больше. В отношении $r_{\kappa-c1}$ наблюдается расхождение как по величине, так и по знаку. Поскольку коэффициенты корреляции рассчитывались по измеренным уровням $I_{\text{э}R}$, $I_{\text{э}c1}$, $I_{\text{э}c2}$, $I_{\text{э}R}$ и зависимости параметров A , D , G от ΔU_{c2} , найденной в конечном счете из поведения постоянных токов электродов, то указанные расхождения свидетельствуют о неправомерности некоторых положений, заложенных в модель флуктуационных процессов. Превышение измеренных абсолютных величин коэффициентов корреляции над расчетными показывает, что избыточный фликкерный шум имеет составляющую, коррелированную с катодным шумом, управляемую им. Это не предполагалось в расчетах. Отрицательный знак

i_{k-c1} показывает, что при мгновенном увеличении тока катода ток сетки I уменьшается, а не растет, как предполагалось при составлении уравнений, на основании простого представления о разделении первичного тока между положительными электродами.

4. ОБСУЖДЕНИЕ. ОТРАЖАТЕЛЬНЫЙ РЕЖИМ

При переходе к отражательному режиму работы уровень шума катодного тока резко возрастает (на $18 \div 20$ дБ), исчезают всплески шумов токов сеток при $\Delta U_{c2} = -2 \sigma^*$, повышается уровень шума в токе сетки 2, уровень шума в токе сетки 1 падает и в зависимости $I_{\theta c1}(\Delta U_{c2})$ появляется минимум вблизи $\Delta U_{c2} = 0$ (рис. 2 б). Кроме того, изменяется спектр катодного шума и спектр шума в токе сетки 1 (рис. 1 б). Существенно возрастают коэффициенты корреляции (рис. 4 б). Отметим, что была обнаружена зависимость уровня фликкерного шума катода от потенциала отражателя. Это позволило предположить, что рост катодного шума и изменение его спектра при переходе в отражательный режим связаны с модуляцией прикатодного объемного заряда фликкерным шумом в токе электронов, возвращающихся к катоду из тормозящего поля отражателя. Несмотря на то, что этот ток невелик, он может содержать интенсивные флуктуации — избыточный фликкерный шум, возникающий при многократном токоперехвате. Этот шум в основном — шум токораспределения, на что указывает слабая зависимость $I_{\theta k}(\Delta U_{c2})$, весьма схожая с зависимостью $I_{\theta R}(\Delta U_{c2})$ в пролетном режиме (рис. 2 а).

Высказанная гипотеза положена в основу расчетной модели, иллюстрируемой рис. 5 б, где i_{c1} и i_{c2} — токи в цепях сеток, i_k — ток катода, $i_1 > i_2 > i_3 > i_4$ — токи первичных электронов в различных участках прибора, i_{s1} и i_{s2} — вторично-электронные токи. Для простоты будем считать, что ток i_4 после отражения электронов от катода целиком собирается сеткой 1. Опуская вывод, приведем выражения для флуктуаций токов сеток:

$$\begin{aligned} \delta i_{c1}(t) &= \frac{\bar{i}_{c1}}{\bar{i}_k} \delta i_k(t) + [1 - \alpha_2^2 + \gamma_1 \sigma_1 (1 - \beta_1) \alpha_2^2 - \gamma_2 \sigma_2 (1 - \alpha_2)] \delta i_{\tau 1}^{\dagger}(t) + \\ &+ [-1 + \gamma_1 \sigma_1 (1 - \beta_1) + \gamma_2 \sigma_2] \delta i_{\tau 2}(t) - \gamma_1 \sigma_1 \delta i_{\tau 1}^{\dagger}(t) - \gamma_1 \delta i_{s1}(t) + \gamma_2 \delta i_{s2}(t), \\ \delta i_{c2}(t) &= \frac{\bar{i}_{c2}}{\bar{i}_k} \delta i_k(t) + [-\gamma_1 \sigma_1 (1 - \beta_1) \alpha_2^2 + \gamma_2 \sigma_2 (1 - \alpha_2) - 1 + \alpha_2^2] \times \\ &\times \delta i_{\tau 1}^{\dagger}(t) + [1 - \gamma_1 \sigma_1 (1 - \beta_1) - \gamma_2 \sigma_2] \delta i_{\tau 2}(t) + \gamma_1 \sigma_1 \delta i_{\tau 1}^{\dagger}(t) + \gamma_1 \delta i_{s1}(t) - \\ &- \gamma_2 \delta i_{s2}(t). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $\delta i_{\tau 1}^{\dagger}(t)$ и $\delta i_{\tau 1}^{\ddagger}(t)$ — флуктуации токораспределения, возникающие при прямом и обратном пересечении сетки 1 электронами; $\delta i_{\tau 2}(t)$ — суммарная флуктуация токораспределения, возникающая при прямом и обратном пролетах сетки 2; α_2 — коэффициент прозрачности сетки 2, одинаковый для прямого и обратного пролетов; β_1 — коэффициент прозрачности сетки 1 для обратного пролета, заметно меньший коэффициента прозрачности α_1 для прямого пролета (различие в прозрачности обусловлено особенностями конструкции и электронной оптики макета). Остальные обозначения те же, что и в модели пролетного режима.

* В свете сказанного ранее это естественно — в отражательном режиме знаки постоянных токов сеток не изменяются (рис. 2 б).

Интенсивность шума токораспределения, возникающего при обратном пролете сетки I , особенно велика из-за повышенных потерь тока. Поэтому будем считать, что модуляция катодного тока обусловлена в основном именно этим шумом:

$$\delta i_k(t) \approx \mu \delta i_{T1}^+(t). \quad (7)$$

Собственный шум катодного тока в (7) не учтен, так как из сопоставления рис. 2 а и 2 б следует, что он в отражательном режиме на два порядка ниже шума, обусловленного модуляцией прикатодного пространственного заряда возвращающимся током. Коэффициент μ можно оценить экспериментально, по отношению приращения тока катода к току отражателя при малом положительном напряжении на последнем, соответствующем началу натекания тока на отражатель. Для исследованного макета $\mu \approx 0,2$.

Исключая с помощью (7) $\delta i_{T1}^+(t)$ из уравнений (6), получим для энергетических спектров шумовых токов сеток, выраженных средним током эквивалентного насыщенного диода, следующие формулы:

$$I_{\text{эс1}} = \left(\frac{\bar{i}_{c1}}{\bar{i}_k} - \frac{\gamma_1 \sigma_1}{\mu} \right)^2 I_{\text{эк}} + [1 - \alpha_2^2 + \gamma_1 \sigma_1 (1 - \beta_1) \alpha_2^2 - \gamma_2 \sigma_2 (1 - \alpha_2)]^2 I_{\text{эт1}}^+ + [1 - \gamma_1 \sigma_1 (1 - \beta_1) - \gamma_2 \sigma_2]^2 I_{\text{эт2}}^+ + \gamma_1^2 I_{\text{эв1}}^+ + \gamma_2^2 I_{\text{эв2}}^+, \quad (8)$$

$$I_{\text{эс2}} = \left(\frac{\bar{i}_{c2}}{\bar{i}_k} + \frac{\gamma_1 \sigma_1}{\mu} \right)^2 I_{\text{эк}} + [1 - \alpha_2^2 + \gamma_1 \sigma_1 (1 - \beta_1) \alpha_2^2 - \gamma_2 \sigma_2 (1 - \alpha_2)]^2 I_{\text{эт1}}^+ + [1 - \gamma_1 \sigma_1 (1 - \beta_1) - \gamma_2 \sigma_2]^2 I_{\text{эт2}}^+ + \gamma_1^2 I_{\text{эв1}}^+ + \gamma_2^2 I_{\text{эв2}}^+.$$

Подчеркнем, что $I_{\text{эк}}$ в (8) — спектральная плотность фликкерного шума катодного тока, обусловленного модуляцией прикатодного объемного заряда шумом токораспределения, значительно превышающая спектральную плотность собственного шума катода (ср. кривые $I_{\text{эк}}$ на рис. 2 а и 2 б).

Естественно предположить, что в связи с ростом $I_{\text{эк}}$ при переходе к отражательному режиму шумы в токах сеток в значительной мере будут определяться первыми членами выражений (8), т. е. составляющими, коррелированными с флуктуациями катодного тока. На рис. 7 представлена рассчитанная зависимость коэффициентов

$$M_{c1}^2 = \left(\frac{\bar{i}_{c1}}{\bar{i}_k} - \frac{\gamma_1 \sigma_1}{\mu} \right)^2 \quad \text{и} \quad M_{c2}^2 =$$

$$= \left(\frac{\bar{i}_{c2}}{\bar{i}_k} + \frac{\gamma_1 \sigma_1}{\mu} \right)^2 \quad \text{от} \quad \Delta U_{c2}; \quad \text{первый из них}$$

определяет ход $I_{\text{эс1}}$, второй — $I_{\text{эс2}}$. При вычислениях использованы данные рис. 2 б для постоянных токов и аппроксимация зависимости $\gamma_1(\Delta U_{c2})$, как и в предыдущем разделе. Сравнивая кривые на рис. 7 с ходом $I_{\text{эс1}}$ и $I_{\text{эс2}}$ на рис. 2 б, видим, что на рис. 7 отражаются особенности, наблюдаемые на опыте: минимум в зависимости $I_{\text{эс1}}(\Delta U_{c2})$ и монотон-

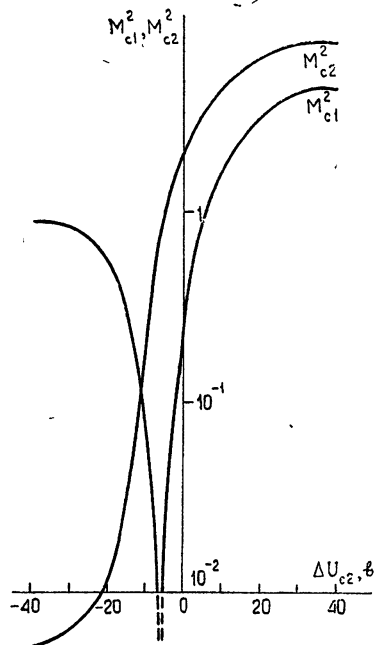


Рис. 7. Расчетные зависимости для отражательного режима.

ный рост функции $I_{\Sigma c2}(\Delta U_{c2})$. Различия в деталях поведения кривых на рис. 7 и рис. 2б обусловлены тем, что при расчете не учитывались составляющие флуктуаций токов сеток, не коррелированные с флуктуациями катодного тока (собственно вторично-электронный шум). При учете этих составляющих глубина минимума функции $M_{c1}^2(\Delta U_{c2})$ стала бы конечной.

Расчет коэффициентов корреляции катодного тока с флуктуациями токов сеток, выполненный так же как и расчет M_{c1}^2 , M_{c2}^2 с учетом только коррелированных составляющих, приводит к результату

$$r_{k-c2} = +1, \quad r_{k-c1} = \begin{cases} +1 & \text{при } \frac{\bar{i}_{c1}}{\bar{i}_k} > \frac{\gamma_1 \sigma_1}{\mu} \\ -1 & \text{при } \frac{\bar{i}_{c1}}{\bar{i}_k} < \frac{\gamma_1 \sigma_1}{\mu} \end{cases} \quad (9)$$

Из рис. 3б следует, что имеет место качественное соответствие между расчетными и измеренными коэффициентами корреляции. Таким образом, предложенная модель флуктуационных процессов в отражательном режиме правильно описывает основные явления, наблюдавшиеся экспериментально.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты работы состоят в следующем.

1) При разделении тока между положительными электродами отражательного клистрона в цепях последних возникает избыточный фликкерный шум, интенсивность которого значительно больше интенсивности собственного фликкерного шума катодного тока. Происхождение избыточного шума связано с эффектами, сопутствующими разделению тока, — случайным токораспределением и вторичной эмиссией.

2) При переходе от пролетного режима работы к отражательному фликкерный шум катодного тока существенно возрастает. Это связано с модуляцией прикатодного пространственного заряда фликкерным шумом токораспределения, содержащимся в потоке возвращающихся к катоду электронов.

Мысль о том, что фликкерный шум катодного тока отражательного клистрона определяется процессами, связанными с попаданием электронов на сетки, была высказана в [4]. Однако авторы [4] искали причину этого только во вторичной эмиссии. Результаты настоящей работы показывают, что основным механизмом является модуляция отраженного электронного потока фликкерным шумом токораспределения.

При построении модели флуктуационных процессов мы ограничились формальным определением избыточного фликкерного шума. Такой подход вынужден: физическая природа избыточных фликкерных шумов практически не изучена. Ее исследование затруднено тем, что из-за сложности эмиссионных процессов в эффективных термокатодах до сих пор отсутствует общепринятое их понимание [5, 6]. С этим связана и незаконченность физической теории фликкерного шума оксидных катодов, отсутствие формул для расчета его интенсивности [7-9]. Такое состояние вопроса не позволяет надеяться на быстрый и однозначный ответ о конкретных физических механизмах избыточных фликкерных шумов. В настоящее время можно высказать лишь некоторые гипотезы, не претендуя на их обоснование.

Фликкерный шум токораспределения может быть связан с согласованными флуктуациями поперечных скоростей относительно больших

групп электронов. Условия для этого заложены в структуре эмиссии эффективных термокатодов. Согласно [8] работа выхода электронов распределена по поверхности катода неравномерно. Медленные флуктуации поперечных микрополей могут вызывать согласованное изменение траекторий электронов, испускаемых эмиссионными центрами. К такому же эффекту могут приводить флуктуации контактной разности потенциалов между эмиссионными центрами и поверхностью фокусирующего электрода, соединенного с катодом (рис. 1). Эти флуктуации обусловлены не только нестабильностью работы выхода эмиссионных центров, но и нестабильностью работы выхода пленки загрязнений на фокусирующем электроде.

Обнаруженную в экспериментах корреляцию части избыточного фликкерного шума токов сеток с катодным шумом (разд. 4) можно объяснить флуктуациями разности потенциалов фокусирующего электрода и поверхности катода, возникающими из-за падения потенциала на сопротивлении катода при протекании катодного тока. Эту флуктуацию должны влиять на конфигурацию (диаметр) луча и, таким образом, на токоперехват.

Фликкерный шум вторичной эмиссии можно интерпретировать как результат медленных флуктуаций работы выхода на поверхности положительных электродов. Такие флуктуации объясняются динамическим состоянием поверхностных пленок, возникающих из-за переноса продуктов разложения активного вещества катода.

ЛИТЕРАТУРА

1. T. B. Tomlinson, J. Brit. IRE, 14, № 11 (1954).
2. R. C. Schwantes, A. Van der Ziel, Physica, 26, 1157 (1960).
3. R. C. Schwantes, A. Van der Ziel, Physica, 26, 1162 (1960).
4. С. А. Корнилов, В. Г. Усыченко, ЖТФ, 37, № 9, 1691 (1967).
5. Б. Я. Мойжес, Физические процессы в оксидном катоде, изд. Наука, М., 1968.
6. Р. С. Бахтияров, Б. Б. Шикин, ЖТФ, № 10, 2229 (1972).
7. А. Н. Малахов, Флуктуации в автоколебательных системах, изд. Наука, М., 1968.
8. Шумы в электронных приборах, изд. Энергия, М., 1964.
9. Р. А. Амирян, Радиотехника и электроника, 14, № 4, 735 (1969).

Ленинградский политехнический институт

Поступила в редакцию
22 февраля 1973 г.

INVESTIGATION OF FLICKER NOISE SOURCES IN A REFLEX KLYSTRON

V. A. Berdnikova, S. A. Kornilov, S. D. Uman

The results of investigation of flicker noise in electrode current of nongenerated samples of reflex klystrons with isolated grids. It is found that flicker noises in circuits of positive electrodes are excessive and connected mainly with the current interception and secondary emission. It is shown that the noise level in the cathode circuit increases essentially when passing from the positive to negative potential of the reflector that is due to the modulation of the near-cathode volume charge by electrons returning to the cathode.

**КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ
И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ**

УДК 621.371.24

**ПОГЛОЩЕНИЕ РАДИОВОЛН СУБМИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА
В СУХОЙ АТМОСФЕРЕ**

К. С. Станкевич

Основной проблемой при вычислении поглощения радиоволн в газах является выбор формы линии, позволяющей правильно описать спектр на частотах, далеких от резонанса. Успех в объяснении наблюдаемого поглощения в водяном паре с помощью формы линии, получаемой из решения кинетического уравнения, привел к широкому использованию этой формы, в том числе и при вычислении поглощения радиоволн в молекулярном кислороде [1], в отличие от известных вычислений, основанных на форме линии Ван Флека—Вейскопфа. В последнее время появились экспериментальные работы [2—4], которые позволяют оценить правильность выбора формы линии при описании поглощения в молекулярном кислороде

Согласно [1] коэффициент поглощения радиоволн в кислороде равен

$$\Gamma (\text{дб/км}) = 2,64 \frac{P}{T^3} \nu^2 \Sigma_K (F_{K+} \mu_{K+}^2 + F_{K-} \mu_{K-}^2 + F_0 \mu_{K_0}^2) A_K, \quad (1)$$

где P — давление (в мм рт. ст.), T — абсолютная температура, ν — частота в Гц, K — вращательное квантовое число, $F_{K\pm}$ — величина, определяемая формой линии резонансного поглощения, F_0 — величина, определяемая формой линии нерезонансного поглощения,

$$A_K = \exp \left[-\frac{2,07}{T} K(K+1) \right],$$

$$\mu_{K+}^2 = \frac{K(2K+3)}{K+1}, \quad \mu_{K-}^2 = \frac{(K+1)(2K-1)}{K}, \quad (2)$$

$$\mu_{K_0}^2 = \frac{2(K^2 + K + 1)(2K+1)}{K(K+1)}.$$

Вдали от резонансных линий в поглощении преобладает нерезонансный член, пропорциональный F_0 , ранее описываемый выражением дебаевского типа.

Экспериментальные исследования поглощения в зависимости от давления на частотах, далеких от резонансных [2—4], показали хорошее согласие с теорией нерезонансного поглощения Гордона [5], в которой учтен эффект слабой связи спина молекулы O_2 с осью вращения. Выражение для тангенса угла потерь вне резонансной полосы в этом случае имеет вид

$$\text{tg } \delta = 4,95 \frac{P}{T^2} \frac{\nu \nu_R^2 \Delta \left[\nu_R^2 + 3\nu^2 + (27/4) \Delta^2 \right]}{\Delta^2 \left(\nu_R^2 - 3\nu^2 \right)^2 + \nu^2 \left[\nu_R^2 - \nu^2 + (9/4) \Delta^2 \right]^2}, \quad (3)$$

где $\nu_R = 60$ Гц и $\Delta = 0,54 P$ Гц (P — давление в атмосферах).

Для описания поглощения радиоволн в атмосфере при нормальных условиях важно отличие (3) от получаемого в теории Ван Флека в области миллиметровых волн, для которых, согласно (3), коэффициент поглощения убывает пропорционально ν^{-2} , а не остается постоянным.

Выражение (3) не учитывает распределения резонансных частот вращательной структуры молекулы кислорода (например, $\nu_{-1} = 118,75$ Гц). Поэтому, рассматривая (3) как форму нерезонансного поглощения одиночной линии для каждого вращательного числа K , имеем

$$F_0 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\nu_{K+}^2 \Delta [\nu_{K+}^2 + 3\nu^2 + (27/4)\Delta^2]}{\Delta^2 (\nu_{K+}^2 - 3\nu^2)^2 + \nu^2 [\nu_{K+}^2 - \nu^2 + (9/4)\Delta^2]^2} + \frac{\nu_{K-}^2 \Delta [\nu_{K-}^2 + 3\nu^2 + (27/4)\Delta^2]}{\Delta^2 (\nu_{K-}^2 - 3\nu^2)^2 + \nu^2 [\nu_{K-}^2 - \nu^2 + (9/4)\Delta^2]^2} \right\}, \quad (4)$$

где $\nu_{K\pm}$ — резонансные частоты, соответствующие уровню K .

С целью выбора формы резонансной линии были сделаны вычисления коэффициента поглощения в кислороде с использованием (1) при учете (4) для формы линии Ван Флека-Вейскопфа и формы, полученной из решения кинетического уравнения, на частотах 2,6; 9,07; 23 и 81 ГГц в интервале давлений до 70 атм. Сопоставление вычисленных кривых с результатами измерений на соответствующих частотах [2-4] показывает, что рассматриваемые формы линии не описывают наблюдаемый спектр поглощения в исследованной области давлений: в обоих случаях теория приводит к завышенным значениям поглощения. Лучшее приближение дает форма линии Ван Флека-Вейскопфа на частотах, меньших резонансной полосы $\nu_R \sim 60$ ГГц, а на частотах, больших ν_R , — форма линии из решения кинетического уравнения. Последняя была использована в дальнейшем для расчета поглощения в атмосферном кислороде волн субмиллиметрового диапазона; соответствующий спектр поглощения в направлении зенита приведен на рис. 1.

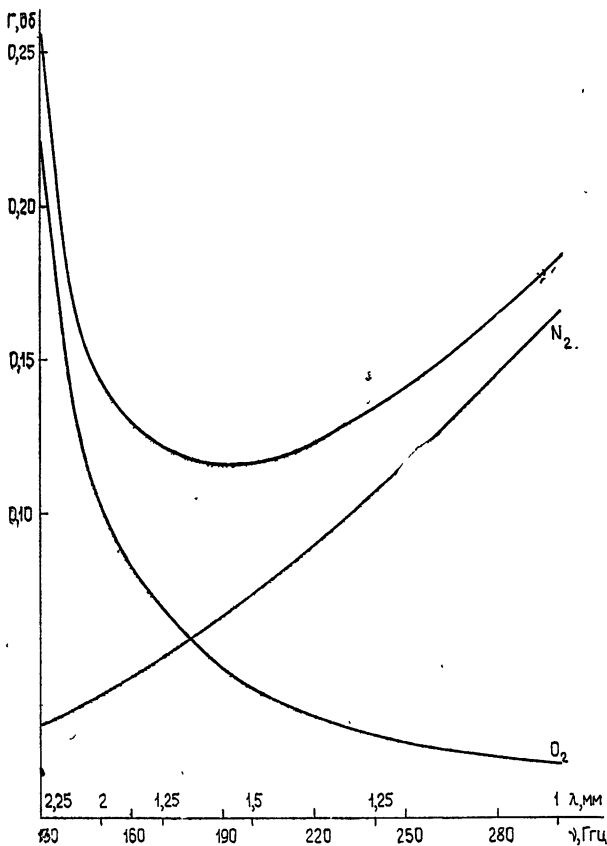


Рис. 1.

Принято считать [6], что поглощение радиоволн в атмосфере на уровне моря определяется только поглощением в водяном паре и кислороде, поскольку последнее намного превосходит суммарное поглощение всех остальных газов в атмосфере. В 1962 г. Бирнбаум и Мариотт [7] обнаружили поглощение в азоте при больших давлениях, которое было интерпретировано как индуцированное. Величина эффекта и за-

висимость его от давления и температуры исследована в [8]. На основании этой работы коэффициент индуцированного поглощения радиоволн в атмосферном азоте равен

$$\Gamma (\text{дб/км}) = 0,282 \cdot 10^{-3} \left(\frac{\nu}{c} \right)^2 \left(\frac{T}{273} \right)^{-2,5} \left(\frac{P}{P_0} \right)^2,$$

где ν/c — частота в см^{-1} и $\nu/c < 100$. Эффективная высота поглощающей атмосферы для этого случая $H_{\text{эфф}} = 5,8 \text{ км}$.

На графике рис. 1 приведено поглощение в азоте в диапазоне от 2,25 до 1 мм и суммарное поглощение в азоте и кислороде. В области длин волн $\lambda < 1,75 \text{ мм}$ поглощение в азоте превосходит поглощение в кислороде, описываемое формулой (1).

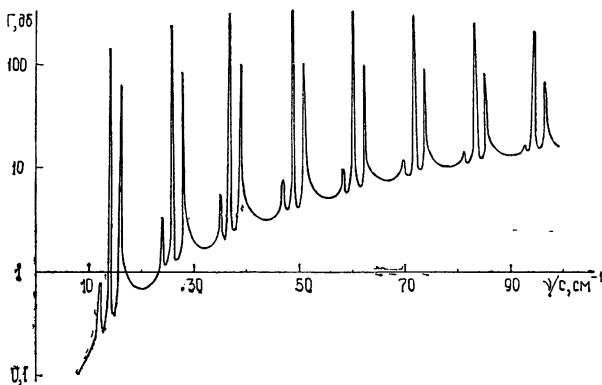


Рис. 2.

Общая картина поглощения в атмосферном кислороде и азоте при нормальных условиях в диапазоне длин волн от 1 до 0,1 мм представлена на рис. 2, где по оси ординат отложено поглощение в направлении зенита. На поглощение радиоволн этого диапазона существенное влияние оказывают переходы между вращательными уровнями молекулы кислорода $K \rightleftharpoons K + 2$, коэффициент поглощения для этого случая вычислен в [9].

ЛИТЕРАТУРА

1. С. А. Жевакин, А. П. Наумов, Радиотехника и электроника, 10, № 6, 988 (1965).
2. А. А. Maryott, G. Birnbaum, J. Chem. Phys., 32, № 3, 686 (1960).
3. U. Mingelgrin, R. G. Gordon, L. Frenkel, T. E. Sullivan, J. Chem. Phys., 57, № 7, 2923 (1972).
4. В. И. Дианов-Клоков, В. П. Иванов, О. А. Матвеева, К. С. Станкевич, Изв. АН СССР, сер. ФАО (в печати).
5. R. G. Gordon, J. Chem. Phys., 46, № 2, 448 (1967).
6. С. О. Britt, C. W. Tolbert, J. Res. NBS, 65D, № 1, 15 (1961).
7. А. А. Maryott, G. Birnbaum, J. Chem. Phys., 36, 2026 (1962).
8. W. Ho, I. A. Kaufman, P. Thaddeus, J. Chem. Phys., 49, № 8, 3627 (1968).
9. А. Г. Кисляков, К. С. Станкевич, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 10, № 9—10, 1244 (1967).

УДК 530.145

О НЕКОТОРЫХ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ КВАНТОВОГО СТАНДАРТА ЧАСТОТЫ НА ПАРАХ Rb^{87}

*М. П. Беспалова, Н. Н. Богословский, Е. В. Кулагин, С. И. Кисельникова,
А. И. Пихтелев, А. А. Ульянов*

В работе [1] было показано, что, выбирая для рабочей ячейки стекло с низкой проницаемостью для газов (например, алюмосиликатное) и газовую смесь с малым ТКЧ и используя рациональную технологию изготовления элементов квантового дискриминатора на рубидии, можно значительно ослабить процессы его старения по частоте и улучшить его стабильность и воспроизводимость частоты. Однако при этом основным фактором, определяющим стабильность и воспроизводимость частоты дискриминатора, будет сдвиг частоты эталонного $0-0$ -перехода в Rb^{87} под действием света накачки (световой сдвиг частоты [2, 3]). В данной работе оценивается влияние этого сдвига на стабильность и воспроизводимость частоты дискриминатора и исследуется возможность его уменьшения

В общем случае световой сдвиг можно представить в виде [3]

$$\Delta f_{св} = \alpha (n_{л}, n_{ф}, n_{я}) I_0, \quad (1)$$

где $n_{л}, n_{ф}, n_{я}$ — дисперсии относительных флуктуаций интенсивности света на ячейке-фильтре, рабочей ячейке, I_0 — интенсивность света накачки, α — коэффициент светового сдвига

Используя (1), в квазистационарном случае для относительной долговременной нестабильности частоты дискриминатора легко получить

$$\frac{\Delta f}{f_0} < \left\{ \left(\frac{\alpha I_0}{f_0} \right)^2 \sigma_u^2 + \left(\frac{I_0}{f_0} \right)^2 \left[\left(\frac{\partial \alpha}{\partial n_{ф}} n_{ф} \right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial n_{я}} n_{я} \right)^2 \sigma_z^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial n_{л}} n_{л} \right)^2 \sigma_x^2 \right] \right\}^{1/2}, \quad (2)$$

где $\sigma_u, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ — дисперсия относительных флуктуаций интенсивности света накачки и плотностей пара рубидия в спектральной лампе, ячейке-фильтре и рабочей ячейке,

$$u = \frac{\Delta I_0}{I_0}, \quad x = \frac{\Delta n_{л}}{n_{л}}, \quad y = \frac{\Delta n_{ф}}{n_{ф}}, \quad z = \frac{\Delta n_{я}}{n_{я}}.$$

Аналогичное выражение можно получить и для воспроизводимости частоты, если под $\sigma_u, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ понимать относительные воспроизводимости интенсивности света накачки и плотностей пара рубидия в спектральной лампе, ячейке-фильтре и рабочей ячейке.

Как показывают расчет и эксперимент [2, 3] при отсутствии в лампе самообращения справедливы следующие неравенства:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial n_{л}} \ll \frac{\partial \alpha}{\partial n_{ф}} \quad \text{и} \quad \frac{\partial \alpha}{\partial n_{я}} \ll \frac{\partial \alpha}{\partial n_{ф}}. \quad (3)$$

Следовательно, учитывая (3), для нестабильности частоты (2) будем иметь

$$\frac{\Delta f}{f_0} < \left[\left(\frac{\alpha I_0}{f_0} \right)^2 \sigma_u^2 + \frac{I_0}{f_0} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial n_{ф}} n_{ф} \right)^2 \sigma_y^2 \right]^{1/2}. \quad (4)$$

При этом коэффициенты α и $\frac{\partial \alpha}{\partial n_{ф}}$ могут быть представлены в виде следующих зависимостей [3]:

$$\alpha = -\frac{d_{sp}^2}{180 c \hbar} \left\{ \sum_{JGF} A_{JGF} \int_0^l g(x) dx \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\omega - \tilde{\omega}_{JGF}) \varphi(\omega)}{(\omega - \tilde{\omega}_{JGF})^2 + \frac{\Delta \omega_{я}^2}{4}} \times \right. \\ \left. \times \exp[-k_{ф}(\omega) n_{ф} l_{ф} - k_{я}(\omega) n_{я} x] d\omega \right\} \left(\int_0^l g(x) dx \right)^{-1}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial n_{\Phi}} = - \frac{d_{sp}^2 l_{\Phi}}{180 c \hbar} \left\{ \sum_{JGF} A_{JGF} \int_0^l g(x) dx \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\omega - \tilde{\omega}_{JGF}) \varphi(\omega) k_{\Phi}(\omega)}{(\omega - \tilde{\omega}_{JGF})^2 + \frac{\Delta \omega_{\alpha}^2}{4}} \times \right. \\ \left. \times \exp[-k_{\Phi}(\omega) n_{\Phi} l_{\Phi} - k_{\alpha} n_{\alpha} x] d\omega \right\} \left(\int_0^l g(x) dx \right)^{-1},$$

где d_{sp} — радиальная часть дипольного момента, c — скорость света, \hbar — постоянная Планка, $g(x)$ — усредняющая функция [3], $\varphi(\omega)$ — спектральное распределение интенсивности излучения лампы на ее выходе [4], $k_{\Phi}(\omega)$, $k_{\alpha}(\omega)$ — коэффициенты поглощения света в ячейке-фильтре и рабочей ячейке соответственно, l_{Φ} — длина ячейки-фильтра,

$$A_{(1/2)GF} = \begin{pmatrix} 5 & -5 \\ 15 & -15 \end{pmatrix}, \quad A_{(3/2)GF} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 25 & -1 \\ 15 & -15 \\ 0 & 24 \end{pmatrix},$$

$$\tilde{\omega}_{JGF} = \omega_{JGF} + \beta_J p_{\alpha}, \quad \Delta \omega_{\alpha}^2 = \Delta \omega_{\alpha}^2 + (\alpha_J p_{\alpha})^2,$$

$\Delta \omega_{\alpha}$, ω_{JGF} — соответственно полуширина линии поглощения в рабочей ячейке и частота ее максимума, α_J , β_J — коэффициенты смещения и уширения линии под действием буферного газа, p_{α} — давление газа в ячейке.

На рис. 1 а, б представлены расчетные зависимости коэффициентов α и $\frac{\partial \alpha}{\partial n_{\Phi}}$ от температуры ячейки-фильтра. Нулевые значения они принимают в разных температурных точках, между которыми находится оптимальная температура, соответствующая минимальной нестабильности частоты (рис. 1 в).

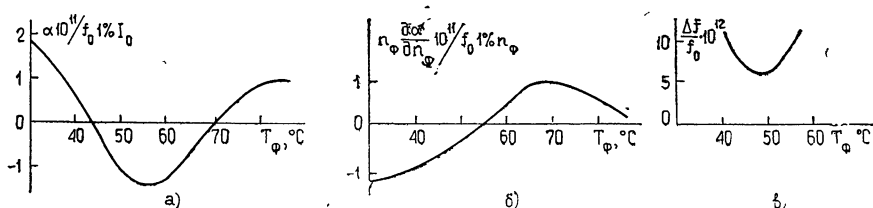


Рис. 1. Зависимость коэффициентов светового сдвига α и $\frac{\partial \alpha}{\partial n_{\Phi}}$ и нестабильности частоты от температуры ячейки-фильтра; условия расчета: $l_{\Phi} = 5$ см, $l_{\alpha} = 10$ см, $p_{\Phi} = 100$ тор (Ar), $p_{\alpha} = 20$ тор (Ar—Ne), $T_{\alpha} = 45^{\circ}\text{C}$, $I_0 = 10^5$ фот/см²·сек·гц, $m = 6\%$.

Проведя линейную аппроксимацию коэффициента α и $\frac{\partial \alpha}{\partial n_{\Phi}}$ в диапазоне температур $40 \div 60^{\circ}\text{C}$ (рис. 1 а, б) и подставляя их в выражение (4), получим

$$\frac{\Delta f}{f_0} < [(a_1 T_{\Phi} + b_1)^2 \sigma_u^2 + (a_2 T_{\Phi} + b_2)^2 \sigma_y^2]^{1/2}, \quad (6)$$

где $a_1 = -1,5 \cdot 10^{-10}$ град⁻¹, $a_2 = 10^{-10}$ град, $b_1 = 6,3 \cdot 10^{-9}$, $b_2 = -5,8 \cdot 10^{-9}$.

Используя (6), для нестабильности частоты и оптимальной температуры будем иметь

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \left[\left(-a_1 \frac{a_1 b_1 n + a_2 b_2}{a_1^2 n + a_2^2} + b_1 \right)^2 \sigma_u^2 + \left(a_2 \frac{a_1 b_1 n + a_2 b_2}{a_1^2 n + a_2^2} - b_2 \right)^2 \sigma_y^2 \right]^{1/2}, \quad (7)$$

$$T_{\Phi 0} = - \frac{a_1 b_1 n + a_2 b_2}{a_1^2 n + a_2^2},$$

где $n = \frac{\sigma_u^2(\tau)}{\sigma_y^2(\tau)}$. В данном случае $T_{\Phi 0} = 47^\circ\text{C}$ и нестабильность частоты $\Delta f/f_0 = 5 \cdot 10^{-12}$ (рис. 1 в). Экспериментально при этих условиях была получена нестабильность частоты того же порядка.

Наибольшая стабильность частоты, как следует из (4), может быть достигнута лишь при одновременном равенстве нулю коэффициента α и его производной $\frac{\partial \alpha}{\partial n_\Phi}$. Это может иметь место, если часть переизлученного ячейкой-фильтром света направить в рабочую ячейку [3]. В этом случае находим

$$\alpha = -\frac{d_{sp}^2}{180 c \hbar} \left\{ \sum_{JGF} A_{JGF} \int_0^l g(x) dx \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\omega - \tilde{\omega}_{JGF}) \varphi_\Phi(\omega)}{(\omega - \tilde{\omega}_{JGF})^2 + \frac{\Delta \tilde{\omega}_\pi^2}{4}} \times \right. \\ \left. \times \exp[-k_\pi(\omega) n_\pi x] d\omega \right\} \left(\int_0^l g(x) dx \right)^{-1}, \quad (8)$$

причем $\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_\Phi(\omega) d\omega = m \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\omega) [1 - \exp(-k_\Phi(\omega) n_\Phi l_\Phi)] d\omega$, где $\varphi_\Phi(\omega)$ — спектральное распределение переизлученного света на выходе ячейки-фильтра, m — часть света, переизлученного ячейкой-фильтром, попадающая в рабочую ячейку.

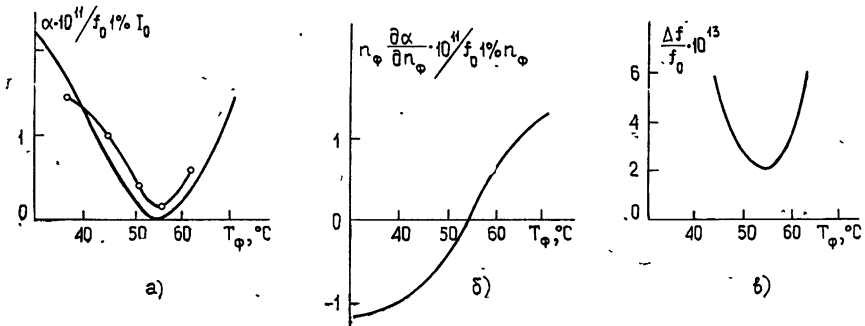


Рис. 2. Зависимость коэффициентов светового сдвига α и $\frac{\partial \alpha}{\partial n_\Phi}$ и нестабильности частоты от температуры ячейки-фильтра; условия расчета: $l_\Phi = 5 \text{ см}$, $l_\pi = 10 \text{ см}$, $p_\Phi = 100 \text{ тор (Ar)}$, $p_\pi = 20 \text{ тор (Ar - Ne)}$, $T_\pi = 45^\circ\text{C}$, $I_0 = 10^6 \frac{\text{фот}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{Гц}}$, $m = 18\%$; —○— — экспериментальные точки.

Расчет на ЭВМ выражения (8) показал, что при $m = 0,18$ α и $\frac{\partial \alpha}{\partial n_\Phi}$ одновременно обращаются в нуль (рис. 2), при этом нестабильность частоты

$$\frac{\Delta f}{f_0} \leq (a_3^2 \Delta T_\Phi^4 c_u^2 + 4 a_3^2 \Delta T_\Phi^2 c_y^2)^{1/2}, \quad (9)$$

где $a_3 = 10^{-11} \text{ град}^{-2}$. ΔT_Φ — температурная расстройка. Оценка минимальной нестабильности частоты (9) при $\Delta T_\Phi = 0,5 \text{ град}$ дает величину $\sim 2 \cdot 10^{-13}$ (рис. 2в, $c_u(\text{час}) = 5 \cdot 10^{-3}$, $c_y(\text{час}) = 5 \cdot 10^{-3}$).

Исследование светового сдвига при разном спектральном составе света (который можно связать с соотношением сверхтонких компонент [4]) показало, что коэффициенты

α и $\frac{\partial \alpha}{\partial n_{\Phi}}$ слабо от него зависят (рис 3 а, б). Для нашей конкретной конструкции, на которой проводились экспериментальные исследования светового сдвига, $m \sim 17 \div 19\%$, однако, изменяя конструкцию дискриминатора, можно как увеличивать, так и уменьшать величину светового сдвига.

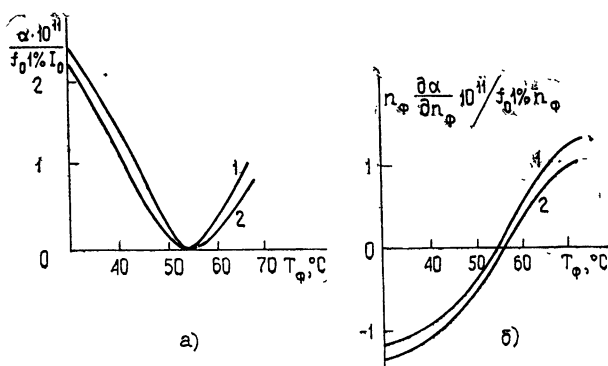


Рис. 3. Зависимость коэффициентов светового сдвига α и $\frac{\partial \alpha}{\partial n_{\Phi}}$ от температуры ячейки-фильтра при разных соотношениях сверхтонких компонент β ;
условия расчета: $l_{\Phi} = 5$ см, $l_{\lambda} = 10$ см, $p_{\Phi} = 100$ тор (Ar), $p_{\lambda} = 20$ тор (Ar — Ne), $T_{\lambda} = 45^{\circ}\text{C}$,
 $I_0 = 10^5 \frac{\text{фот}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{гц}}$, $m = 18\%$;
1 — $\beta = 1,15$, 2 — $\beta = 1,30$.

В подтверждение полученной оценки было проведено экспериментальное исследование нестабильности частоты дискриминатора, в котором был скомпенсирован световой сдвиг частоты и ТКЧ света (рис 2 а). В результате при разных временах усреднения ($\tau = 100$ сек, 1 час и 1 сутки) были получены соответственно следующие значения частотной нестабильности: $\Delta f/f_0 \sim 10^{-12}$, $3 \cdot 10^{-13}$ и $5 \cdot 10^{-13}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. А. Мишаков, А. Д. Миришли, Н. И. Моченят, А. И. Пихтелев, Вопросы радиоэлектроники, серия РТ, вып 2 (1969).
2. Э. И. Алексеев, Е. Н. Базаров, А. Э. Левшин, Радиотехника и электроника, 14, 11 (1969).
3. М. П. Беспалов, Г. А. Мишаков, А. И. Пихтелев, Радиотехника и электроника, 18, 11 (1973).
4. Н. М. Еремина, Е. В. Кулагин, А. И. Пихтелев, Вопросы радиоэлектроники, серия РТ, вып. 2 (1973).

Поступила в редакцию
24 мая 1973 г.

УДК 539.216.2

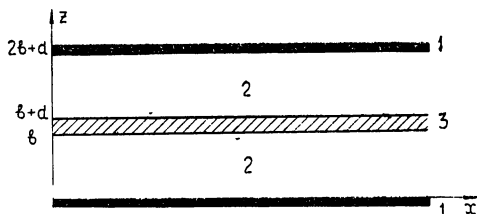
О СТРУКТУРЕ ПОПЕРЕЧНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В РАЗМЕРНО-КВАНТОВАННОЙ ПЛЕНКЕ

В. Н. Генкин, В. В. Соколов

Размерное квантование в полупроводниковых и полуметаллических пленках называется, прежде всего, на поперечном движении электронов. Однако большинство работ в этой области посвящено исследованию продольной проводимости размерно-квантованных пленок, что позволяет получить лишь информацию о зависимости плот-

ности состояний электронов в зоне от толщины пленки*. Попытки изучения непосредственно поперечного движения электронов в поле, нормальном к поверхности пленки, по линейному [2] и нелинейному [3] отклику появились сравнительно недавно. Однако в этих работах использовано предположение об однородности электрического поля в пленке. Как отмечалось в [1], поле в пленке существенно неоднородно. Поэтому предположение об однородности поля позволяет сделать лишь грубую оценку величины линейного отклика и качественные выводы о характере нелинейных эффектов. Для целей количественного описания эффектов, обусловленных поперечным движением электронов, и выяснения возможностей экспериментального их обнаружения необходимо отыскание структуры поперечного поля в пленке. Поскольку информация о движении электронов в эксперименте изучается по их влиянию на электромагнитное излучение, то интерес представляет решение самосогласованной задачи о взаимодействии электронов с излучением. Решению этой задачи для пленки, помещенной внутри полосковой линии, и посвящена настоящая работа.

Рис. 1. Схематическая структура полосковой линии:
1—металлические плоскости, 2—диэлектрическое заполнение, 3—размерно-квантованная пленка.



Пусть пленка расположена в плоскости симметрии полосковой линии (см. рис. 1**). В линии малой толщины ($2b \ll k_g^{-1}$, где $k_g = \sqrt{\epsilon_g} k_0$, $k_0 = \omega/c$, ϵ_g — диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей линию) в пренебрежении краевыми эффектами распространяется плоская волна. Внесение пленки искажает структуру поля за счет токов, возникающих в ней. Для волны, распространяющейся в пленке вдоль направления x с постоянной распространения γ , из уравнений Максвелла получаем***

$$\frac{dE_x}{d\xi} - \gamma E_\xi d = \frac{ik_0 d}{\gamma} \left(\frac{4\pi}{c} J_\xi - ik_0 \epsilon_p E_\xi \right),$$

$$\frac{d}{d\xi} (4\pi J_\xi - i\omega \epsilon_p E_\xi) = d \gamma (i\omega \epsilon_p E_x - 4\pi j_x).$$
(1)

Здесь координата $\xi = (z - b)/d$, ϵ_p — диэлектрическая проницаемость материала, из которого выполнена пленка.

Используя далее условие $dk_g \ll 1$, которое выполняется в пленках толщиной $10^{-5} \div 10^{-6}$ см вплоть до частот оптического диапазона, из (1) находим

$$E_\xi = -\frac{1}{d} \frac{dU(\xi)}{d\xi}; \quad \frac{d^2 U(\xi)}{d\xi^2} = -\frac{4\pi d^2}{\epsilon_p} \rho(\xi),$$
(2)

где $\rho(\xi)$ — плотность заряда. Второе уравнение для нахождения $U(\xi)$ и $\rho(\xi)$ получим из уравнения Шредингера, записав энергию взаимодействия электронов и поля в виде

$$\hat{V} = d \int \hat{\rho} U(\xi, t) d\xi.$$
(3)

В первом порядке теории возмущений имеем

$$\rho = \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^t \langle [\hat{\rho} \hat{V}(t_1)] \rangle dt_1.$$
(4)

В (4) усреднение $\langle \dots \rangle$ ведется по невозмущенной матрице плотности, а операторы записаны в представлении взаимодействия. Из (2)—(4), используя для невозмущенной задачи модель бесконечно глубокой прямоугольной ямы [5], получаем

* В области резонансных частот продольное поле вызывает переходы непосредственно между уровнями размерного квантования (см. [1]), однако резонансная область лежит в неудобном для наблюдения субмиллиметровом диапазоне длин волн.

** Использование полосковой линии увеличивает фактор заполнения электродинамической системы по сравнению, например, с диэлектрическим волноводом [3].

*** Здесь и далее опускаем множитель $\exp(\gamma x - i\omega t)$.

$$U(\xi) = C_2 + C_1 \xi d - \frac{8 e^2 d}{\pi \hbar \epsilon_p} \sum_{m, n} \frac{F_n \omega_{mn}}{\omega_{mn}^2 - \omega^2} \left[\frac{\cos \pi (m - n) \xi}{(m - n)^2} - \frac{\cos \pi (m + n) \xi}{(m + n)^2} \right] \times \int_0^\pi [\cos \pi (m - n) \xi' - \cos \pi (m + n) \xi'] U(\xi') d\xi'. \quad (5)$$

Здесь C_1 и C_2 — постоянные интегрирования, $\omega_{mn} = \omega_0 (m^2 - n^2)$, $\omega_0 = \hbar \pi^2 / 2 m^* d^2$, m^* — эффективная масса носителей в зоне, F_n — одномерная функция распределения, имеющая в случае вырождения электронного газа вид

$$F_n = \frac{p_F^2 - p_n^2}{2 \pi \hbar^2} \theta(p_F - p_n), \quad \theta(x) = \begin{cases} 1 & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}, \quad (6)$$

где p_F — квазиимпульс электрона на поверхности Ферми, $p_n = \hbar \pi n / d$. Из (5) видно, что величина поля скачкообразно меняется с изменением толщины пленки или концентрации электронов в ней. Эти скачки, как и при продольном движении, обусловлены спецификой распределения плотности состояний электронов в размерно-квантованной пленке. Поскольку этот эффект не специфичен для поперечного движения, далее обсуждать его не будем, полагая, что заселен один уровень размерного квантования (концентрация электронов $N \ll 3 \pi / 2 d^3$).

Отыскание точного решения интегрального уравнения (5) представляет сложную математическую задачу. Однако легко получить приближенное решение, если учесть, что слагаемые в (5) быстро убывают с ростом m (быстрее, чем m^{-4}). Это позволяет ограничиться рассмотрением переходов на уровень, ближайший к заселенному, т. е. положить в (5) $m = 2$.

В этом случае получаем

$$E_\xi = C_1 \left[1 - \frac{16}{\pi} \frac{1}{1+a} \left(\sin \pi \xi - \frac{1}{3} \sin 3 \pi \xi \right) \right], \quad (7)$$

где $a = \frac{27 \pi \hbar \omega_0 \epsilon_p}{40 e^2 N d^2}$. Тогда из первого уравнения системы (1) имеем

$$E_x = C_2 + \gamma C_1 d \left[\left(1 + \frac{\epsilon_p k_0^2}{\gamma^2} \right) \xi + \frac{16}{5 \pi^2} \frac{1}{1+a} \left(\cos \pi \xi - \frac{1}{9} \cos 3 \pi \xi \right) \right], \quad (8)$$

Записывая поле вне пленки соответственно для $\begin{cases} z \leq b \\ z \geq b + d \end{cases}$ в виде

$$E_z = E_0 \cos k \begin{Bmatrix} z \\ 2b + d - z \end{Bmatrix}, \quad E_x = -\frac{k}{\gamma} E_0 \sin k \begin{Bmatrix} z \\ 2b + d - z \end{Bmatrix}, \quad (9)$$

$$\gamma^2 + k_g^2 = k^2,$$

найдем из граничных условий характеристическое уравнение

$$2k \operatorname{tg} kb = -\frac{\epsilon_g}{\epsilon_p} [(\gamma^2 + \epsilon_p k_0^2) d - 2\gamma^2 L], \quad (10)$$

где $L = \frac{128 d}{45 \pi^2} \frac{1}{1+a}$. Отсюда, поскольку $kb \ll 1$, получаем

$$k = i \left\{ \frac{\epsilon' (\epsilon_p k_0^2 - k_g^2) d + 2k_g L}{2b + \epsilon' d - 2\epsilon' L} \right\}^{1/2}, \quad \gamma = ik_g \left[1 + \frac{(1 - \epsilon') d + 2\epsilon' L}{2b + \epsilon' d - 2\epsilon' L} \right]^{1/2}, \quad (11)$$

где $\epsilon' = \epsilon_g / \epsilon_p$ — относительная диэлектрическая проницаемость.

Таким образом, внесение пленки в полосковую линию приводит к уменьшению фазовой скорости волны, распространяющейся в линии. Величина замедления, связанная с наличием электронов на уровнях размерного квантования, определяется из (11):

$$\Delta\gamma = ik_g \frac{\epsilon' L}{2b + \epsilon' d - 2\epsilon' L}. \quad (12)$$

Для пленки из n -InSb толщиной 10^{-5} см и концентрацией, соответствующей началу заполнения второго уровня размерного квантования, в линии со слюдяным заполнением (толщина слюды 10 мк) дополнительный набег фазы волны частоты 10^{12} рад/сек за счет неоднородности поля составит на длине 5 см около 6° . Следует отметить, что дополнительное затухание волны за счет поглощения пленкой как поперечной, так и продольной составляющих поля, по оценкам, пренебрежимо мало

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Я. Шик, ФТТ, 12, 67 (1970).
2. А. Я. Шик, ЖЭТФ, 56, 1737 (1969); Н. С. Рытова, ФТТ, 8, 2672 (1966).
3. В. Н. Генкин, Ю. А. Романов, В. В. Соколов, ФТТ, 13, 2502 (1971).
4. В. Н. Генкин, В. В. Соколов, ФТТ, 14, 1258 (1972).
5. Б. А. Тавгер, В. Я. Демиховский, УФН, 96, 61 (1968)

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
15 июня 1973 г.

УДК 535.3 : 530 18

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ВОЗБУЖДЕНИЯ ОПТИЧЕСКИХ ГАРМОНИК
В НЕЛИНЕЙНЫХ ПОГЛОЩАЮЩИХ СРЕДАХ

Г. В. Кривошеков, В. И. Самарин, В. И. Строганов

Возбуждение оптических гармоник в поглощающих кристаллах рассматривалось в [1–5]. В данном сообщении анализируется вопрос оптимального возбуждения второй гармоники при произвольных значениях коэффициентов поглощения излучения накачки γ_1 и гармоники γ_2 .

Если на длине кристалла L излучение накачки изменяется в основном за счет поглощения, то, пренебрегая двулучепреломлением, можем записать интенсивность второй гармоники в виде

$$I_{2\omega} = \frac{cn_2 \sigma_2^2 A_{10}^4}{8\pi [(\gamma_2 - 2\gamma_1)^2 + \Delta k^2]} \left[(e^{-2\gamma_1 L} - e^{-\gamma_2 L})^2 + 4e^{-(2\gamma_1 + \gamma_2)L} \sin^2 \frac{L \Delta k}{2} \right], \quad (1)$$

где $\Delta k = 2k_1 - k_2$ (k_1 и k_2 — вещественные части волновых векторов волн накачки и гармоники соответственно), A_{10} — граничное значение амплитуды поля накачки в кристалле, σ_2 — нелинейный коэффициент связи.

Из (1) можно выделить влияние на $I_{2\omega}$ трех основных факторов, связанных с поглощением.

1) При приближении частоты гармоники к краю полосы поглощения нелинейная восприимчивость, определяющая значение σ_2 , может значительно возрасти [3].

2) При $\gamma_1 L \gg 1 \gg \gamma_2 L$ или $\gamma_2 L \gg 1 \gg \gamma_1 L$ может возрасти роль разности $\gamma_2 - 2\gamma_1$ в знаменателе выражения (1), причем в зависимости от того, выполняется первое или второе соотношение, гармоника возбуждается у входной или выходной приграничной области кристалла.

3) В случае одновременно больших γ_1 и γ_2 или при $\Delta k \gg \gamma_1, \gamma_2$ за счет коэффициентов поглощения, входящих в показатели экспоненциальных зависимостей, аналогичных обычному линейному затуханию, в конечном счете, с ростом длины кристалла, происходит спад интенсивности гармоники

Из (1) следует, что при $\Delta k = 0$ и $\gamma_2 - 2\gamma_1 = 0$, когда $I_{2\omega} \sim L^2 \exp(-2\gamma_2 L)$, максимальный коэффициент преобразования частоты η_{\max} достигается на длине кристалла

$$L_{\text{опт}} = \gamma_2^{-1} = (2\gamma_1)^{-1}. \quad (2)$$

Для $\Delta k \neq 0$ при $\gamma_2 - 2\gamma_1 = 0$

$$L_{\text{опт}} = \frac{2}{\Delta k} \arctg \frac{\Delta k}{2\gamma_1}, \quad (3)$$

а при $\Delta k = 0$ и $\gamma_2 \neq 2\gamma_1$

$$L_{\text{опт}} = \frac{1}{\gamma_2 - 2\gamma_1} \ln \frac{\gamma_2}{2\gamma_1}. \quad (4)$$

Поскольку аналитически зависимость $I_{2\omega}(L)$ находится лишь для ряда частных случаев, то определение оптимальной длины кристалла в приближении связанных волн проводилось численными методами на ЭВМ. При этом использовалась система уравнений (случай синхронизма, $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$) [1]

$$\frac{dA_1}{dz} + \gamma_1 A_1 + \sigma A_1 A_2 = 0,$$

$$\frac{dA_2}{dz} + \gamma_2 A_2 - \sigma A_1^2 = 0,$$

в которой задавались параметр σA_{10} и значения γ_1 и γ_2 .

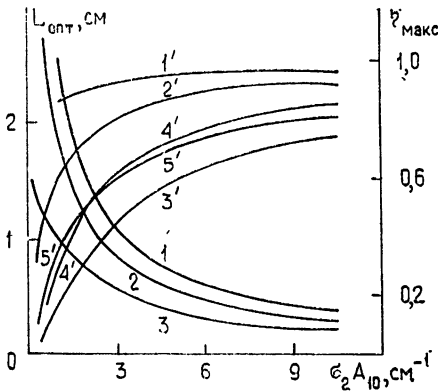


Рис. 1. Зависимость оптимальной длины кристалла (кривые 1—3) и максимального коэффициента преобразования (кривые 1'—3') от σA_{10} :

1, 1' — $\gamma_1 = \gamma_2 = 0,025 \text{ см}^{-1}$; 2, 2' — $\gamma_1 = \gamma_2 = 0,1 \text{ см}^{-1}$; 3, 3' — $\gamma_1 = \gamma_2 = 0,5 \text{ см}^{-1}$; 4' — $\gamma_1 = 0,5 \text{ см}^{-1}$, $\gamma_2 = 0,1 \text{ см}^{-1}$; 5' — $\gamma_1 = 0,1 \text{ см}^{-1}$, $\gamma_2 = 0,5 \text{ см}^{-1}$.

Вычисленные значения $L_{\text{опт}}$ и $\eta_{\text{макс}}$ представлены на рис. 1—3. Из приведенных графиков следует, что при достаточно высокой радиационной стойкости кристалла можно достичь значительных коэффициентов преобразования даже при наличии поглощения, если использовать тонкие кристаллы и высокие плотности накачки. При больших плотностях мощности накачки оптимальная длина кристалла практически не изменяется для широкого диапазона значений γ_1 и γ_2 (рис. 2). При малых плотностях мощности накачки зависимость $\eta_{\text{макс}}$ от γ становится более существенной (рис. 3).

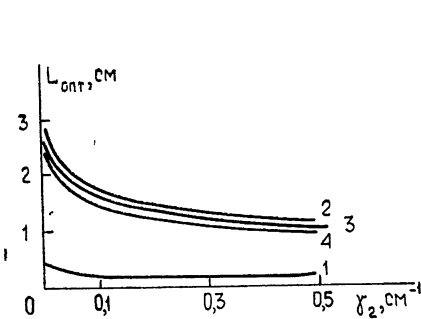


Рис. 2.

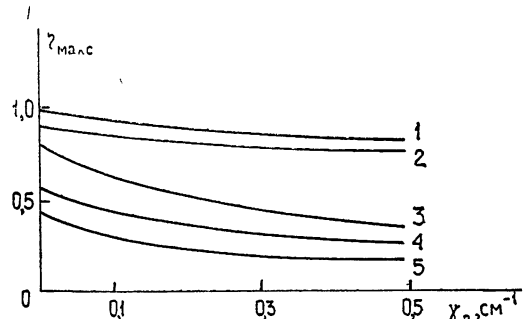


Рис. 3.

Рис. 2. Изменение $L_{\text{опт}}$ в зависимости от величины поглощения на частоте второй гармоники при различных σA_{10} и γ_1 :

1 — $\sigma A_{10} = 10,6 \text{ см}^{-1}$, $\gamma_1 = 0,1 \div 0,5 \text{ см}^{-1}$; 2 — $\sigma A_{10} = 1,1164 \text{ см}^{-1}$, $\gamma_1 = 0,1 \text{ см}^{-1}$; 3 — $\sigma A_{10} = 1,1164 \text{ см}^{-1}$, $\gamma_1 = 0,3 \text{ см}^{-1}$; 4 — $\sigma A_{10} = 1,1164 \text{ см}^{-1}$, $\gamma_1 = 0,5 \text{ см}^{-1}$.

Рис. 3. Кривые зависимости $\eta_{\text{макс}}$ от величины поглощения на частоте второй гармоники при

$\sigma A_{10} = 10,6 \text{ см}^{-1}$ 1 — $\gamma_1 = 0,1 \text{ см}^{-1}$, 2 — $\gamma_1 = 0,5 \text{ см}^{-1}$;

$\sigma A_{10} = 1,1164 \text{ см}^{-1}$ 3 — $\gamma_1 = 0,1 \text{ см}^{-1}$, 4 — $\gamma_1 = 0,3 \text{ см}^{-1}$, 5 — $\gamma_1 = 0,5 \text{ см}^{-1}$.

Авторы признательны Н. Г. Никулину за оказанную помощь при работе на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. А. Ахманов, Р. В. Хохлов, Проблемы нелинейной оптики, изд. ВИНТИ АН СССР, М., 1964.
2. Н. Бломберген, Нелинейная оптика, изд. Мир, М., 1966.
3. А. М. Афанасьев, Э. А. Манькин, ЖЭТФ, 48, № 2, 483 (1965).
4. М. С. Бродин, Н. В. Воловик, Укр. физ. ж., 12, № 9, 1503 (1967)
5. В. Л. Стрижевский, С. Г. Карпенко, сб. Квантовая электроника, вып. 5, изд. Наукова думка, Киев, 1971.

Институт физики полупроводников
СО АН СССР

Поступила в редакцию
18 июня 1973 г.

УДК 621 372

ОБРАТНОЕ РАССЕЯНИЕ В КОЛЬЦЕВОМ РЕЗОНАТОРЕ

И. А. Андропова

Обратные отражения (рассеяния) в резонаторе кольцевого лазера приводят к появлению полосы захвата встречных волн, а вне полосы захвата существенно влияют на значение разности частот встречных волн.

В уравнениях кольцевых лазеров обратные отражения вводят через коэффициенты и фазы рассеяния встречных волн, которые в обозначениях работы [1] записываются как r_1 , r_2 , ε_1 и ε_2 . Эти величины, в свою очередь, представляют собой соответствующую сумму [2] различных источников рассеяния, каждый из которых характеризуется коэффициентами r_{1n} , r_{2n} и ε_{1n} , ε_{2n} . Для случая трех источников (три зеркала) имеем

$$r_j e^{i\varepsilon_j} = r_{j1} e^{i\varepsilon_{j1}} + r_{j2} \exp [i(\varepsilon_{j2} \pm 2kl_2)] + r_{j3} \exp [i(\varepsilon_{j3} \pm 2kl_3)] \quad (j = 1, 2). \quad (1)$$

Здесь приняты те же обозначения, что и в работе [2], знаки \pm относятся к встречным направлениям. Коэффициенты r_{jn} связаны с коэффициентами обратного рассеяния по амплитуде во встречную волну резонатора R_{jn} соотношением $r_{jn} = \frac{C}{L} R_{jn}^*$.

Сопоставление опытных фактов с теорией позволяет сделать вывод, что величины r_1 , r_2 , ε_1 и ε_2 нельзя считать независимыми. Известно, что наличие обратных отражений приводит в лазере к модуляции мощности волн с разностной частотой. Эксперименты показывают, как правило, что эти модуляции во встречных волнах приблизительно противофазны. Согласно теории (см. формулу (29) в [1]) противофазность (при любой разностной частоте) должна иметь место при $r_1 = r_2$ и $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \pi$. Кроме того, в работе [3] на опыте было обнаружено, что в области захвата о направлении вращения можно судить по знаку разности мощностей встречных волн. Расчет показал, что это возможно также только при наличии связи величин r_1 и r_2 , ε_1 и ε_2 . Насколько нам известно, в литературе не рассматривался конкретно вопрос о влиянии дефектов зеркал на обратное рассеяние в кольцевом лазере, хотя на опыте, по-видимому, именно несовершенство зеркал в основном определяет рассеяние**.

Цель работы заключалась в выяснении связей между величинами R_{1n} , R_{2n} , ε_{1n} и ε_{2n} в предположении, что основным источником обратных отражений являются несовершенство зеркал.

Рассмотрим две модели зеркал. В качестве первой модели примем в среднем плоскую равномерно отражающую шероховатую поверхность. Выберем ось z по нормали к зеркалу, x , y — в плоскости зеркала. Шероховатость поверхности будем описывать случайной функцией $z = \xi(x, y)$, $\xi = 0$. Неровности поверхности примем малыми по сравнению с длиной волны ($\xi^2 \ll \lambda^2$) и пологими. Последнее означает, что длина корреляции неровностей больше λ^{***} . Примем в рассмотрении только две волны резонато-

* c — скорость света, L — длина периметра резонатора.

** В качестве источников рассеяния в литературе рассматривалась дифракция [4], границы активной среды [5], пыль [6].

*** Такая модель находится в соответствии с экспериментальными результатами работы [7].

ра, распространяющегося навстречу друг другу Пусть поле первой волны $\mathcal{E}_1 = E_1 \exp(ikx \sin \theta + ikz \cos \theta)$, поле встречной волны $\mathcal{E}_2 = E_2 \exp(-ikx \sin \theta + ikz \cos \theta)$, θ — угол падения на зеркало, E_1 и E_2 — амплитуды волн Найдем коэффициент возбуждения волны 1 полем волны 2, преобразованным шероховатой поверхностью.

Как известно из теории [8], для малых неровностей ($\xi^2 \ll \lambda^2$) задачу можно свести к плоской Как следует из [8], учет граничных условий на шероховатой поверхности $z = \xi(x, y)$ эквивалентен появлению на плоской границе (в нашем случае это плоскость $z = 0$) дополнительного источника $f(x, y)$:

$$f(x, y) = -2 \xi(x, y) \left(\frac{\partial \mathcal{E}_2}{\partial z} \right)_{z=0} = -2 ik \xi(x, y) \cos \theta E_2(x, y) e^{ikx \sin \theta}.$$

Видно, что фаза источника сдвинута на $\pi/2$ относительно фазы падающей волны. Используя это для коэффициента возбуждения волны \mathcal{E}_1 , а в нашем случае это коэффициент обратного рассеяния на зеркале волны 2 в волну 1, получим

$$R_{21} e^{i\epsilon_{21}} = -2 ik \cos \theta \frac{\int_S \xi(x, y) E_1(x, y) E_2(x, y) e^{2ikx \sin \theta} dx dy}{\int_S \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_1^* ds}. \quad (2)$$

Здесь $E_1(x, y)$ и $E_2(x, y)$ — это амплитуды полей встречных мод на поверхности (без учета шероховатости).

Аналогичные рассуждения можно привести для встречного направления и найти коэффициент рассеяния волны 1 в волну 2

$$R_{12} e^{i\epsilon_{12}} = -2 ik \cos \theta \frac{\int_S \xi(x, y) E_1(x, y) E_2(x, y) e^{-2ikx \sin \theta} dx dy}{\int_S \mathcal{E}_2 \mathcal{E}_2^* ds}. \quad (3)$$

Сравнивая эти два интеграла (2) и (3), видим, что при $E_1(x, y) = E_2(x, y)$

$$R = R_{12} = R_{21}, \quad \epsilon_{12} + \epsilon_{21} = \pi. \quad (4)$$

Этот результат получается без уточнения вида функции $\xi(x, y)$. Как видно из (1) и (2), величины R и ϵ зависят от конкретной реализации случайной функции $\xi(x, y)$, т. е. от положения пятна на зеркале, а также от угла падения θ на зеркало Однако соотношение (4) всегда остается в силе

Рассмотрим вторую модель зеркала — зеркало плоское, без шероховатостей, но коэффициент отражения G не постоянен по поверхности $G = G_0 + \eta(x, y) \leq 1$, где $\eta(x, y)$ — случайная функция, причем $\bar{\eta}^2 < G_0^2$. В этом случае

$$R_{21} e^{i\epsilon_{21}} = \frac{-\int_S \eta(x, y) E_1(x, y) E_2(x, y) e^{2ikx \sin \theta} dx dy}{\int_S \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_1^* ds}; \quad (5)$$

$$R_{12} e^{i\epsilon_{12}} = \frac{-\int_S \eta(x, y) E_1(x, y) E_2(x, y) e^{-2ikx \sin \theta} dx dy}{\int_S \mathcal{E}_2 \mathcal{E}_2^* ds}. \quad (6)$$

Отсюда следует, что при $E_1(x, y) = E_2(x, y)$

$$R_{12} = R_{21}, \quad \epsilon_{12} + \epsilon_{21} = 0^*. \quad (7)$$

Легко показать, используя закон сложения векторов, что если для каждого зеркала выполняется (4) или (7), то и для соответствующей суммы (1) выполняются те же соотношения, т. е. для первой модели $R_1 = R_2$, $\epsilon_1 + \epsilon_2 = \pi$, а для второй — $R_1 = R_2$, $\epsilon_1 + \epsilon_2 = 0^{**}$. Заметим, что изменения величин R и ϵ зависят от способа изменения

* Если флуктуации коэффициента отражения не только амплитудные, т. е. $\eta(x, y) = \eta_0(x, y) \exp[i\varphi(x, y)]$, то (7) не будет иметь места.

** Отметим, что при отражении от границ куска диэлектрика те же соотношения, что для модели 1, получаются при учете отражения от действительной части диэлектрической восприимчивости, учет отражения от мнимой части дает те же соотношения, что и модель 2.

периметра резонатора. В том случае, когда в рассеянии играет роль как шероховатость, так и неравномерность отражения, соотношения (4) и (7) выполняются не будут как для R_{1n}, ϵ_{1n} , так и для R_1, R_2, ϵ_1 и ϵ_2 .

То обстоятельство, что на опыте модуляции встречных волн кольцевого лазера, как правило, близки к противофазным, показывает, что обычно реализуется первый из рассмотренных выше случаев, т. е. по-видимому, основной причиной обратных рассеяний в доброкачественно изготовленных кольцевых лазерах является «мелкая» шероховатость зеркал.

В заключение считаю своим долгом выразить благодарность И. Л. Берштейну и В. А. Маркелову за полезное обсуждение работы

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Л. Берштейн, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 14, № 2, 252 (1971).
2. И. А. Андропова, И. Л. Берштейн, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 14, № 5, 698 (1971).
3. F. A. Aronowits, R. S. Collins, J. Appl. Phys., 41, 130 (1970).
4. Э. Е. Фрадкин, Оптика и спектроскопия, 33, вып. 4, 716 (1972).
5. С. Г. Зейгер, Оптика и спектроскопия, 34, вып. 3, 580 (1973).
6. П. С. Ланда, Диссертация, МГУ, М., 1972.
7. R. Blazeу, Appl. Opt., 6, 831 (1967).
8. С. М. Рытов, Введение в статистическую радиофизику, изд. Наука, М., 1966.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
27 августа 1973 г.

УДК 538.56 : 530 18

ВЫСШИЕ ГАРМОНИКИ В НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧЕ ТОКОПЕРЕНОСА

А. И. Руденко

Теоретическое изучение нестационарного токопереноса представляет интерес в связи с определением параметров и свойств твердых тел. Развитие вопросов теории токопереноса важно также для современных полупроводниковых приборов.

Рассматривается плоский диэлектрический образец толщиной L между двумя контактами, причем с контакта на плоскости $x' = 0$ (с катода) происходит инжекция в образец носителей (заряд носителя q , подвижность носителя — μ). Характеристиками токопереноса являются напряженность поля $E(x', t')$ и объемная плотность носителей $n(x', t')$. Здесь x' — координата ($0 \leq x' \leq L$), t' — время. Рассматривается задача, в которой к образцу приложено напряжение, состоящее из постоянной части U_0 и малого гармонического сигнала частоты Ω :

$$\int_0^L dx' E(x', t') = U_0 (1 + \alpha \cos \Omega t') \quad (\alpha \ll 1).$$

Мы будем использовать хорошо известное в теории токопереноса приближение виртуального катода:

$$E(0, t') = 0.$$

В задаче удобно использовать безразмерные величины

$$x = \frac{x'}{L}, \quad t = \frac{\mu U_0 t'}{L^2}, \quad \varepsilon = \frac{EL}{U_0}, \quad \rho = \frac{qnL^2}{\kappa_0 \kappa U_0}, \quad \omega = \frac{4\Omega L^2}{3\mu U_0}.$$

Здесь κ_0 — электрическая постоянная, κ — диэлектрическая проницаемость. В безразмерных переменных система уравнений нестационарного токопереноса (закон Ома, уравнения непрерывности и Пуассона) с граничными условиями, соответствующими рассматриваемой задаче, запишется в виде

$$\frac{\partial}{\partial x} [\rho(x, t) \varepsilon(x, t)] + \frac{\partial}{\partial t} \rho(x, t) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} \varepsilon(x, t) = \rho(x, t); \quad (1)$$

$$\int_0^1 dx \varepsilon(x, t) = 1 + \alpha \cos\left(\frac{3}{4} \omega t\right), \quad \varepsilon(0, t) = 0. \quad (2)$$

Следует заметить, что при написании первого уравнения системы (1) мы пренебрегли диффузией носителей. Это приближение широко используется в теории токопереноса в полупроводниках и диэлектриках, и возможность такого приближения подробно исследовалась (см., например, [1, 2]).

Из (1) следует, что полный ток не зависит от x

$$j(t) = \rho(x, t) \varepsilon(x, t) + \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon(x, t).$$

Ограничившись первым порядком теории возмущений по α , Шао и Райт [3] получили, что $j(t)$ состоит из постоянного слагаемого и гармонического сигнала такой же частоты, что и сигнал напряжения, но сдвинутого по отношению к последнему по фазе. При этом зависимость амплитуды тока от частоты представляется достаточно плавной функцией. Задача (1), (2), однако, описывается системой нелинейных уравнений, и поэтому очевидно, что в следующих (после первого) порядках теории возмущений проявятся высшие гармоники в периодической составляющей тока. В настоящей работе рассчитаны вторые гармоники. Результат интересен тем, что частотные зависимости амплитуд вторых гармоник являются осциллирующими знакопеременными функциями.

С точностью до членов второго порядка по α решение системы (1), (2) для тока $j(t)$ имеет вид

$$j(t) = a_0 + \alpha \left[b_1(\omega) \cos\left(\frac{3}{4} \omega t\right) + c_1(\omega) \sin\left(\frac{3}{4} \omega t\right) \right] + \alpha^2 \left[a_2(\omega) + b_2(\omega) \cos\left(2 \frac{3}{4} \omega t\right) + c_2(\omega) \sin\left(2 \frac{3}{4} \omega t\right) \right].$$

Здесь, $a_0 = 9/8$ — стационарное значение тока, $b_1(\omega)$, $c_1(\omega)$ — функции, найденные в [3]:

$$b_1(\omega) + ic_1(\omega) = \frac{3}{8} \omega^3 \left[ie^{i\omega} - i + \omega + i \frac{\omega^2}{2} \right]^{-1},$$

$$b_1(\omega) \approx \frac{9}{4}, \quad c_1(\omega) \approx -\frac{9}{16} \omega \quad (\omega \ll 1),$$

$$b_1(\omega) \approx \frac{3}{2}, \quad c_1(\omega) \approx -\frac{3}{4} \omega \quad (\omega \gg 1).$$

Функция $a_2(\omega)$, определяющая поправку к стационарному значению тока, имеет вид

$$a_2(\omega) = \frac{3}{8} \omega^2 \left(\cos \omega - 1 + \frac{\omega^2}{2} \right) \left[\left(\cos \omega - 1 + \frac{\omega^2}{2} \right)^2 + (\sin \omega - \omega)^2 \right]^{-1},$$

$$a_2(\omega) \approx \frac{9}{16} \quad (\omega \ll 1), \quad a_2(\omega) \approx \frac{3}{4} \quad (\omega \gg 1).$$

Функции $b_2(\omega)$, $c_2(\omega)$, определяющие вторые гармоники, описываются формулой

$$b_2(\omega) + ic_2(\omega) = \frac{1}{8} \omega^5 \left[ie^{i\omega} - i + \omega + i \frac{\omega^2}{2} \right]^{-2} \left[i \frac{1}{2} e^{i2\omega} - i \frac{1}{2} + \omega + i\omega^2 \right]^{-1} \times \\ \times \left[2e^{i\omega} - e^{i2\omega} - 1 + i \frac{\omega}{2} e^{i2\omega} - i \frac{\omega}{2} \right],$$

$$b_2(\omega) \approx \frac{9}{16}, \quad c_2(\omega) \approx \frac{3}{512} \omega^3 \quad (\omega \ll 1),$$

$$b_2(\omega) \approx \frac{1}{4} (1 - \cos 2\omega), \quad c_2(\omega) \approx -\frac{1}{4} \sin 2\omega \quad (\omega \gg 1).$$

Наибольший интерес, на наш взгляд, представляет последняя формула. Она показывает, что амплитуды вторых гармоник осциллируют с частотой, причем амплитуда $c_2(\omega)$ является знакопеременной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. И. Адирович, Л. А. Дубровский, Докл. АН СССР, 164, 771 (1965).
2. R. Schilling, H. Schachter, J. Appl. Phys., 38, 841 (1967).
3. J. Shao, G. Wright, Sol. St. Electr., 3, 291 (1961).

Московский инженерно-физический институт

Поступила в редакцию
12 апреля 1973 г.

УДК 533.951

СОБСТВЕННЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ И ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ В ПЛАЗМЕ

Б. Т. Кормилицин, Я. Я. Зуш

Пусть в плазме с постоянной электронной концентрацией N существует сферическая полость радиуса a , свободная от электронов. Исходя из известного выражения диэлектрической проницаемости холодной бесстолкновительной плазмы и уравнений классической электродинамики, рассмотрим собственные электромагнитные колебания такой полости.

Для частот собственных колебаний E -типа может быть получено уравнение

$$\sqrt{\varepsilon} J'_n(z) h_n(z \sqrt{\varepsilon}) = J_n(z) h'_n(z \sqrt{\varepsilon}), \quad (1)$$

а для частот колебаний H -типа — уравнение

$$J'_n(z) h_n(z \sqrt{\varepsilon}) = \sqrt{\varepsilon} J_n(z) h'_n(z \sqrt{\varepsilon}). \quad (2)$$

Здесь функции J_n и h_n выражаются через функции Бесселя и Ханкеля по формулам

$$J_n(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} V \sqrt{z} J_{n+1/2}(z); \quad (3)$$

$$h_n(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} V \sqrt{z} H_{n+1/2}(z), \quad (4)$$

где n — номер колебания, характеризующий зависимость от угла θ , штрих означает дифференцирование по всему аргументу.

Безразмерная переменная z выражается через собственную частоту ω , радиус полости и скорость света c по формуле $z = \omega a/c$, а диэлектрическая проницаемость плазмы при решении уравнений (1) или (2) относительно ω принимается в виде $\varepsilon = 1 - \omega_0^2/\omega^2$, где ω_0 — плазменная частота.

Следует заметить, что на основании леммы о пропорциональном изменении диэлектрической проницаемости, путем замен $z \sqrt{\varepsilon} = \hat{z}$, $\varepsilon = 1/\hat{\varepsilon}$ уравнения (1) и (2) могут быть сведены к уравнениям для собственных частот диэлектрической сферы с $\varepsilon > 1$, находящейся в вакууме. Решения последних уравнений были исследованы в связи с теорией открытых резонаторов (см [1]). В рассматриваемой нами задаче представляют интерес действительные решения уравнений (1), (2), которые, как легко показать, могут существовать лишь для $\varepsilon < 0$. При переходе к задаче о собственных частотах диэлектрической сферы такие решения соответствуют чисто мнимым собственным частотам. Для теории открытых резонаторов они интереса не представляли, поэтому специально не изучались.

Уравнения (1), (2) при решении дают набор собственных частот ω_{lm} , зависящих от параметров ω_0 и a . Наиболее удобным представлением решений уравнения (1), (2) служит система графиков рис. 1, на которых показана зависимость z от отношения

собственной частоты к плазменной. Точка $\omega/\omega_0 = 0$ на этом рисунке соответствует решениям уравнений, определяющих собственные частоты сферического резонатора с идеально проводящими стенками.

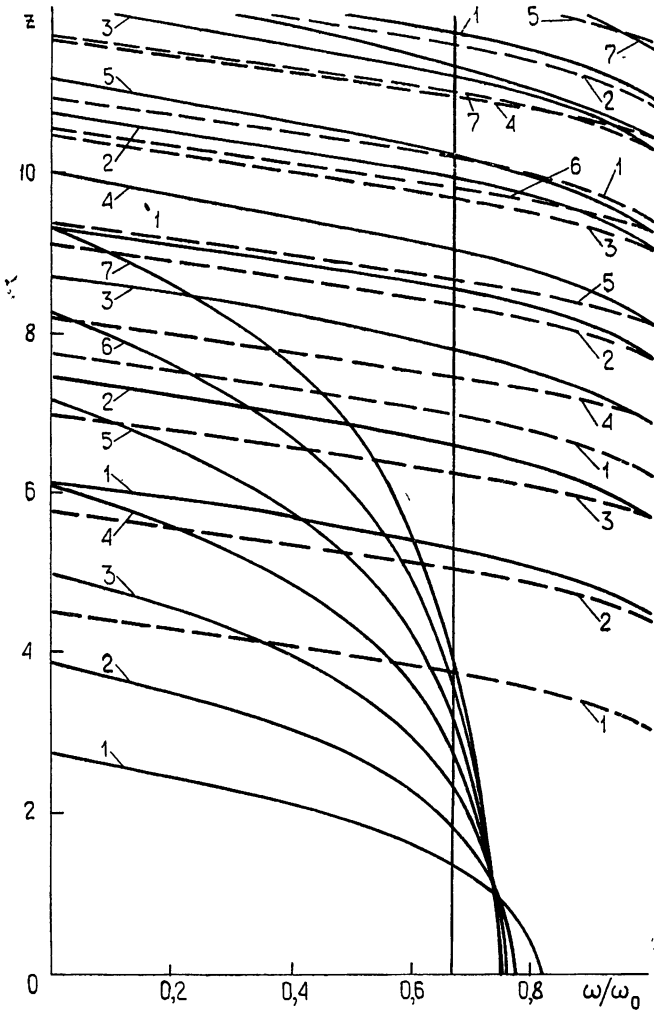


Рис. 1. Зависимость нормированного размера резонансной сферической полости в плазме от отношения резонансной и плазменной частот;

сплошные линии соответствуют колебаниям электрического типа, штриховые—колебаниям магнитного типа, цифры—номер колебания n .

Рассмотрим подробнее поведение собственных частот колебаний типа E_{n0} , для которых значения z с ростом отношения ω/ω_0 уменьшаются наиболее интенсивно и при

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \sqrt{\frac{n+1}{2n+1}} \quad (5)$$

достигается значение $z = 0$. Этот предел соответствует электростатическим колебаниям. Фактически приходится рассматривать электростатические колебания полости в плазме не при $z = 0$, а при конечных значениях z , больших радиуса Дебая. Тогда при ω/ω_0 , близких к определяемым формулой (5), z выражается в виде

$$z = \left[\frac{(4n^2 + 4n - 3)(2n + 1)}{n} \right]^{1/2} \left(\frac{2n + 1}{n + 1} \right)^{1/2} \left[\sqrt{\frac{n + 1}{2n + 1}} - \frac{\omega}{\omega_0} \right]^{1/2}. \quad (6)$$

Исследуем некоторые механические величины, связанные с электромагнитным полем колебаний полости в плазме. Энергия поля, запасенная в полости, определяется интегралом от $|E|^2 + |H|^2$, а энергия поля в плазме — интегралом от $\frac{d}{d\omega} (\omega\epsilon) |E|^2 + |H|^2$. Исследование отношения этих энергий показывает, что доля энергии в плазме увеличивается по мере роста величины ω/ω_0 . Отношение энергий $W_{пл}/W_{пол}$ при $\omega/\omega_0 = 1$ будет $2/n$ для колебаний E -типа и $\frac{2z^2 + 2(n-1)n}{(z^2 - n)(2n-1)}$ для колебаний H -типа. То же отношение для электростатических колебаний при $z \rightarrow 0$ будет равно $3 + 2/n$.

Плотность момента количества движения в каждой точке определяется произведением φ -компоненты вектора импульса поля $(4\pi c)^{-1} [E, H]$ на расстояние от этой точки до полярной оси $r \sin \theta$. Отношение момента к полной энергии $W_{пол} + W_{пл}$ для H -колебаний будет $2m/\omega$, где m определяет зависимость полей от угловой координаты φ в виде $e^{\pm im\varphi}$. Такое же отношение для E -колебаний равно $\gamma \frac{2m}{\omega}$, γ приведено на рис. 2.

Используя известное выражение тензора натяжений электромагнитного поля, можно определить силы, действующие со стороны электромагнитного поля на плазму. Ими будут силы давления, расталкивающие плазму, и силы, стремящиеся придать плазме вращательное движение. Можно показать, что усредненное по

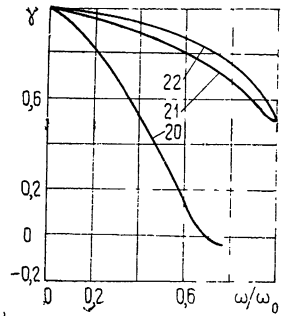


Рис. 2. Нормированный момент количества движения электромагнитного поля для колебаний типов E_{20} , E_{21} и E_{22} сферической полости в плазме. Для остальных колебаний зависимость γ имеет аналогичный вид.

поверхности сферы давление для всех значений ω/ω_0 и всех типов волн связано с энергией поля внутри полости формулой $W_{пол} = pa^3$. Давление можно представить как результат действия сил, приложенных к границе полости и в более глубоких слоях плазмы,

т. е. $p = p_0 + \int_a^\infty \frac{dp}{dr} dr$. Давление, приложенное непосредственно к границе $r = a$, опре-

деляется разностью компонент тензора натяжения σ_{rr} с внутренней и внешней стороны границы. Оказывается, что для колебаний магнитного типа $p_0 = 0$. Для колебаний электрического типа будут возможны значения $p_0 > p_\infty$. При этом давление, прило-

женное к внутренним слоям плазмы, $\int_a^\infty \frac{dp}{dr} dr$, будет отрицательным, т. е. направлен-

ным к центру полости.

Если давление электромагнитного поля по своей величине сравнимо с газокINETическим давлением $p_T = 2N\kappa T$, то оно может влиять на пространственное распределение электронов. Большой интерес представляет решение самосогласованной задачи, учитывающей изменения электронной концентрации под действием давления поля. Для решения такой задачи было бы необходимо задать уравнение состояния вещества, заполняющего внутреннюю полость. Изложенная в начале статьи постановка задачи предполагает, что полость образована абсолютно твердой сферической частицей с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 1$, а давление электромагнитного поля еще не настолько велико, чтобы нарушить равномерность распределения электронов вне полости. Исследования колебаний вакуумной или заполненной нейтральным газом полости в плазме, полностью или частично удержанной в равновесии за счет давления поля собственных электромагнитных колебаний, не привели к обоснованию возможности существования таких систем, но дальнейшее изучение этих вопросов представляется перспективным. Полученные в данной статье результаты могут оказаться полезными при этих исследованиях.

ЛИТЕРАТУРА

1 Л. А. Вайнштейн, Открытые резонаторы и открытые волноводы, изд. Сов. радио, М., 1966.