

СОДЕРЖАНИЕ

Аблязов В. С., Алексеев В. А., Антонец М. А., Аристкин В. И., Векшин В. П., Гагзлюк Э. Д., Демин В. В., Ефанов В. А., Кутуз Б. Г., Липатов Б. Н., Матвеенко Л. И., Мкртчян С. М., Моисеев И. Г., Никонов В. Н., Оганесян В. А., Санамян В. А., Сизов А. С., Сороченко Р. Л., Соснин В. П., Троицкий В. С., Фатеев Б. П., Чикин А. И., Щекотов Б. В. Наблюдения источников H_2O на радиоинтерферометре со сверхдлинной базой Пущино — Сименз	1431
Зайцев В. В. Об особенностях генерации солнечных радиовсплесков III типа с табилизированными потоками быстрых частиц	1438
Богданов Е. П., Романов Ю. А. Пучковая неустойчивость двухкомпонентного плазменного слоя	1446
Александров В. В., Пустовалов В. В., Силин В. П., Стенчиков Г. Л., Тихончук В. Т. О стационарной спектральной плотности энергии турбулентных плазменных шумов	1455
Гершман Б. Н., Крупина А. Е., Яшин Ю. Я. К вопросу об интерпретации резонансов на гармониках гирочастоты электронов при верхнем зондировании ионосферы	1461
Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Иткина М. А. Эффективный коэффициент потерь в D-области ионосферы во время внезапных ионосферных возмущений	1469
Андранинов В. А., Арманд Н. А., Ракитин Б. В. Анализ измерений диаграммы направленности при распространении УКВ в приземном слое атмосферы	1478
Пасманик Г. А., Сандлер М. С. Вынужденное рассеяние немонохроматического излучения в режиме насыщения	1486
Аймбиндер М. С., Боровицкая Н. М., Власова Т. Г., Зулькарнаева Е. Ю., Маркус Ф. А., Мельниченко П. Я., Мирошниченко И. В., Шутовский В. В. Термопластик в когерентной оптической системе	1493
Кон А. И., Миронов В. Л., Носов В. В. Флуктуации центров тяжести световых пучков в турбулентной атмосфере	1501
Полевый В. Г. Линейные преобразования координат во флуктуационно-диссипационной теореме	1512
Васильев Е. Н., Солодухов В. В. Дифракция электромагнитных волн на диэлектрическом клине	1518
Казанцев Ю. Н., Маненков А. Б., Харлашкин О. А. Полые диэлектрические и металло-диэлектрические волноводы для передачи быстрых H -волн	1529
Щербинин В. Я., Илясов Ю. П., Кутузов С. М., Глушаев А. А. Парциальные диаграммы фазируемых антенных решеток	1539
Братман В. Л. Стартовый режим в МЦР-монастроне с резонатором, обладающим низкой дифракционной добротностью	1544
Рошаль А. С., Лейтан В. А. О расчете процессов формирования электронного потока в скрещенных полях методом Монте-Карло	1553
Буц В. А. К теории пучков, движущихся с ускорением	1561
Каплан Э. Н., Калиновский А. К., Лупан Ю. А., Титов Н. Н. Импульсный высокочастотный пробой воздуха у герметизирующей мембранны в волноводе	1568
Краткие сообщения и письма в редакцию	
Шукин И. И., Артемов К. С., Иванов В. Н., Котосонов Н. В. Получение радиоизображений зонными пластинками в миллиметровом диапазоне	1580
Храмцов Ю. И. О выбросах и максимумах случайного поля	1582
Виноградов А. Г. Эффект усиления обратного рассеяния при отражении волн от шероховатых поверхностей, помещенных в случайно-неоднородную среду	1584

УДК 621.396.67 : 523.164

НАБЛЮДЕНИЯ ИСТОЧНИКОВ H_2O НА РАДИОИНТЕРФЕРОМЕТРЕ СО СВЕРХДЛИННОЙ БАЗОЙ ПУЩИНО—СИМЕИЗ

*В. С. Аблязов, В. А. Алексеев, М. А. Антонец, В. И. Аристкин,
В. П. Векшин, Э. Д. Гатэлюк, В. В. Демин, В. А. Ефанов,
Б. Г. Кутузов, Б. Н. Липатов, Л. И. Матвеенко, С. М. Мкртычян,
И. Г. Моисеев, В. Н. Никонов, В. А. Оганесян, В. А. Санамян,
А. С. Сизов, Р. Л. Сороченко, В. П. Соснин, В. С. Троицкий,*

Б. П. Фатеев, А. И. Чикин, Б. В. Щекотов

Описана схема радиоинтерферометра независимого приема на волне $\lambda = 1,35 \text{ см}$. Приведена методика эксперимента и результаты измерения угловых размеров нескольких компонент источников W 49 и Орион-А. В эксперименте реализовано угловое разрешение в 0,5 мсек. Проведено обсуждение полученных результатов.

Обнаружение в ряде галактических областей радиоизлучения линии водяного пара на волне 1,35 см—одно из наиболее важных открытий, сделанных за последние годы в радиоастрономии. По предположению Шкловского [1], излучение источников H_2O может быть связано с процессом звездообразования и, более того, с наименее изученной протозвездной стадией этого процесса. Исследование радиоизлучения таких источников может дать ценные сведения по одной из самых фундаментальных проблем астрономии—проблеме образования звезд и планетных систем. Измерения, проведенные в различные годы на одиночных радиотелескопах, показали [2, 3], что интенсивность источников с мазерным механизмом излучения не постоянна во времени. Измерения источников H_2O методом независимой интерферометрии [4], проведенные в 1969—1970 гг. с базами 227 и 667 км [5], показали, что исследуемые источники имеют чрезвычайно малые угловые размеры, а их яркостная температура превышает 10^{13} K .

Ограниченнное количество имеющихся результатов интерферометрических измерений на небольшом числе базовых линий [5—7] не позволило к настоящему времени получить полных геометрических характеристик источников. Более того, в связи с переменностью объектов требуется систематические наблюдения их на возможно большем числе баз различной длины и ориентации. Для этой цели был создан радиоинтерферометр с независимым приемом на волну $\lambda = 1,35 \text{ см}$ с базой Пущино—Симеиз, на котором проведены измерения угловых размеров наиболее интенсивных источников W 49 и Орион-А.

АППАРАТУРА И МЕТОДИКА НАБЛЮДЕНИЙ

Радиотелескопы РТ-22 с кассегреновской системой облучения, использованные в радиоинтерферометре, на $\lambda = 1,35 \text{ см}$ имели эффективную площадь $A_{\text{эфф}} \approx 100 \text{ м}^2$. База интерферометра расположена практически вдоль меридиана, что при ее длине $\sim 1200 \text{ км}$ и точности определения значения функции видимости $\gamma \approx 0,2$ дает максимальное

угловое разрешение $\sim 0,5$ мсек дуги. На рис. 1 представлена развернутая блок-схема автономного пункта приема радиоинтерферометра на волне $\lambda = 1,35$ см.

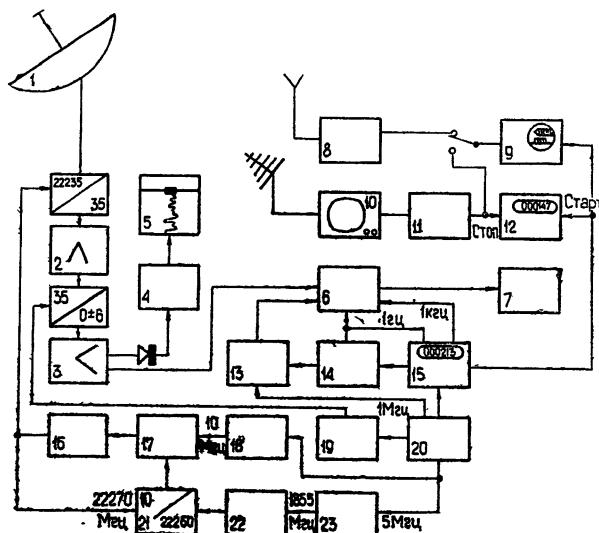


Рис. 1. Блок-схема автономного пункта радиоинтерферометра на волне $\lambda = 1,35$ см:

1 — радиотелескоп РТ-22; 2 — УПЧ; 3 — видеоусилитель; 4 — компенсатор; 5 — регистратор; 6 — преобразователь аналог — цифра; 7 — магнитофон НМЛ4-2; 8 — приемник СЕВ КВ Ч7-13; 9 — осциллограф; 10 — приемник ТВ; 11 — селектор кадровых импульсов; 12 — интервалометр; 13 — синхронизатор; 14 — программатор; 15 — синхронометр Ч7-15; 16 — кристаллический генератор; 17 — фазовый детектор; 18, 22, 23 — умножители частоты; 19 — синтезатор частот Ч1-51; 20 — рубидиевый стандарт частоты.

Использовался радиометр с кристаллическим смесителем на входе с шумовой температурой в однополосном режиме $T_{ш} = 4000^{\circ}\text{К}$. Для обеспечения узкополосности приема и перестройки по частоте с сохранением когерентности осуществлялось двойное преобразование сигналов. В качестве первого гетеродина использовался кристаллический генератор, охваченный системой фазовой автоподстройки. Сигнал первого гетеродина частотой 22270 Мгц формировался умножителями частоты, специально разработанными для этого интерферометра. Частота второго гетеродина устанавливалась в пределах 35 ± 6 Мгц с помощью синтезатора частоты Ч1-51. Опорный сигнал в системах ФАП, формирования гетеродинных частот и хранения шкал времени задавался стандартом частоты.

В качестве автономных стандартов частоты на пунктах наблюдения в различных сеансах применялись рубидиевые стандарты частоты НР 5065А или Ч1-50 с относительной стабильностью частоты соответственно $\sim 5 \cdot 10^{-12}$ за сек и $\sim 2 \cdot 10^{-11}$ за сек. Запись сигналов проводилась в цифровой форме [8]. Полоса частот записываемых сигналов составляла ~ 80 кгц. Предварительная синхронизация шкал времени в автономных пунктах проводилась по телевизионным сигналам [9—11]. Также по ТВ сигналам ежедневно контролировалось расхождение шкал времени в течение всего эксперимента. Обработка результатов наблюдений проводилась на интерференционном коррелометре, выполненным на основе модернизированной ЭВМ «Раздан-3» по алгоритмам

[8, 12]. При обработке программно учитывались изменения допплеровского сдвига частот и пространственной задержки сигналов за время наблюдения (30 сек).

До начала интерферометрических наблюдений были исследованы профили радиолинии H_2O источников W 49 и Ориона-А. На рис. 2, 3 приведены полученные различными авторами результаты измерений профиля линий H_2O в W 49 и Орион-А, наглядно иллюстрирующие вариации излучения за длительный промежуток времени. Последние измерения, относящиеся к 1972—1973 гг., проведены нами на радиотелескопах РТ-22 в Симеизе и Серпухове (Пущино-на-Оке). Для интерферометрических измерений в источнике W 49 были выбраны точки с лучевыми скоростями $V = +10,8; -1,9; -6; -7; -8; -40,7 \text{ км/сек}$ в Орионе-А—точка с лучевой скоростью $V = +10 \text{ км/сек}$.

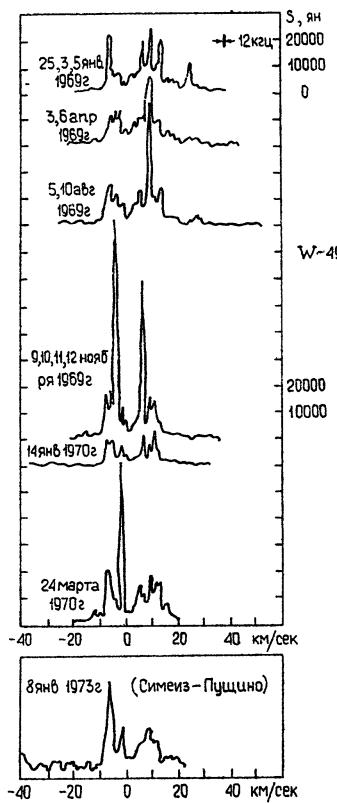


Рис. 2.

Рис. 2. Вариации профиля радиолинии H_2O в W 49.
Рис. 3. Вариации профиля радиолинии H_2O в Орионе-А.

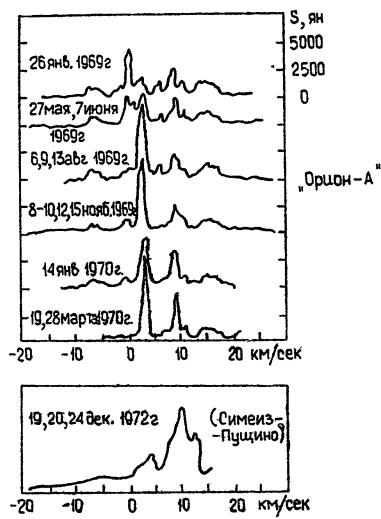


Рис. 3.

Спектр коррелированного сигнала определялся путем быстрого преобразования Фурье. На рис. 4 показаны спектры детали с лучевой скоростью -7 км/сек в источнике W 49. Энергия коррелированного сигнала распределена в некоторой области частот. «Размытие» спектров связано с нестабильностью системы первого гетеродина. Энергия коррелированной составляющей определялась в пределах всей полосы частот.

Таблица 1

Результаты интерференционных наблюдений по источнику W 49

* Примечание. В столбце 8 приведены дисперсии измерений размеров деталей из-за случайных ошибок. Систематические ошибки составляют 5—10%. Общая ошибка в определении угловых размеров не превышает 0,4 мсек дуги.

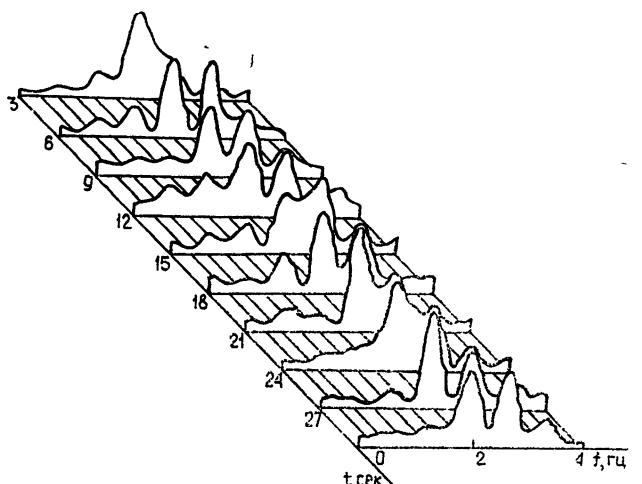


Рис. 4. Спектр интерференционного отклика компоненты с $V = -7 \text{ км/сек}$ в W49.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Результаты измерений компонент источника W49 сведены в табл. 1. В первом столбце таблицы приведены лучевые скорости деталей, во втором — дата наблюдения, в третьем и четвертом — соответственно позиционный угол и эффективный размер базы в длинах волн. Полученные значения функции видимости γ приведены в шестом столбце. Угловые размеры источников (в предположении гауссова распределения радиояркости) даны в столбце 7. В столбце 8 табл. 1 указаны средние значения угловых размеров измерений источников.

Как видно из таблицы, наиболее яркая деталь с $V = -7 \text{ км/сек}$ не разрешена. Ее угловые размеры меньше $0,7 \text{ мсек дуги}$ и она была принята в качестве калибровочной. Разброс значений γ между отдельными измерениями указывает, что случайная ошибка измерений для этой компоненты составляет около 10%. Согласно [6] ее угловые размеры были меньше $0,5 \text{ мсек}$ в июне 1970 г. Деталь, у которой $V = -7 \text{ км/сек}$, в период наблюдений была наиболее яркой в спектре линии. В декабре 1972 г. и в январе 1973 г. ее поток превышал 20000 ед. п. (в полосе 150 кГц).

Измерены размеры детали с $V = -40,7 \text{ км/сек}$, которая ранее интерферометрически не наблюдалась. Оказалось, что ее угловые размеры $< 1 \text{ мсек дуги}$.

Полученные значения γ для точки $V = -1,9 \text{ км/сек}$ указывают на разрешение этой компоненты, ее угловой размер оказывается равным 1 мсек дуги . Размер этой детали по измерениям 1971 г. на базе Симеиз—Хайстек (7350 км) составил $0,3 \pm 0,05 \text{ мсек дуги}$ [7]. Любопытно, что за прошедшее время так же значительно изменилась интенсивность радиоизлучения из этой точки спектра. Она была сильнейшей в спектре в ноябре 1969 г., когда ее поток равнялся ~ 80000 ед. п. ($1 \text{ ед. п.} = 10^{-26} \text{ вт/м}^2 \cdot \text{гц}$). В январе 1971 г. она практически исчезла [13], в июне 1971 г. непосредственно перед интерференционными наблюдениями [7] снова доминировала в спектре (~ 50000 ед. п.). Во время наших измерений на интерферометре Пущино—Симеиз поток детали с $V = -1,9 \text{ км/сек}$ составлял всего лишь 10000 ед. п. Таким образом, напрашивается вывод, что вместе с изменением интенсивности излучения происходит изменение эффективных размеров компо-

ненты или в сравнительно спокойных областях мазерного излучения размером ~ 1 мсек появляются активные « пятна » существенно меньшего размера в период вспышек интенсивности. Этот интересный результат требует, конечно, дополнительных исследований.

Довольно уверенно разрешена компонента с $V = 10,8$ км/сек, $\gamma = 0,4$. Эта деталь также подвержена сильным изменениям. Она доминировала в спектре W 49 в августе 1969 г. (~ 40000 ед. п.) и никогда не оказывалась ниже уровня 10000 ед. п. При высоком частотном разрешении аппаратуры (12 кгц или $\pm 0,2$ км/сек) она распадается на несколько компонент, близких по интенсивности. В наших наблюдениях при $V = 10,8$ км/сек ($\Delta f = 150$ кгц; $\Delta V = 2$ км/сек) наблюдалась деталь с потоком ~ 10000 ед. п.

Результаты наблюдений компонент, у которых $V = -6$ и -8 км/сек ($\gamma = 0,7$), трудно интерпретировать, поскольку частотное разрешение было невелико и в зеркальный видеоканал, по-видимому, попадало излучение от наиболее интенсивной компоненты с $V = -7$ км/сек.

Сопоставление результатов, полученных на интерферометре Пущино—Симеиз по трем основным деталям ($V = -7, -1,9$ и $+10,8$ км/сек), с другими интерференционными измерениями по источнику W 49 [5, 6, 13] позволяет предполагать наличие в нем относительно протяженных ~ 1 мсек дуги ($\sim 1,5$ а.е.), активных « пятен » H_2O , в которых происходят вспышки интенсивности. Области самих вспышек чрезвычайно малы, не разрешаются на базе Пущино—Симеиз, и, по-видимому, не превосходят 0,3 мсек [7].

Интерферометрические измерения Ориона-А были выполнены лишь для одной, наиболее яркой особенности спектра с $V = +10$ км/сек (см. рис. 3). Эта точка спектра в наших измерениях, очевидно, соответствует более ранним измерениям [14] детали с $V = +9$ км/сек. Действительно, сопоставление результатов измерений лучевой скорости детали с $V = +9$ км/сек [13] Ориона-А с нашими измерениями в декабре 1972 г.—январе 1973 г. позволяет предположить наличие регулярного дрейфа лучевой скорости этой детали в сторону увеличения скорости: скорость дрейфа $+0,25$ км/сек за год с возможными вариациями $\pm 0,2$ км/сек за год. Интересно отметить, что до января 1970 г. в спектре Ориона-А преобладала компонента с $V = 3$ км/сек [14], а затем в спектре стала доминировать компонента с $V = +9$ км/сек (~ 15000 ед. п. при разрешении 12 кгц).

В измерениях на базе Пущино—Симеиз с эффективной длиной базы $D_{\text{эфф}} = 1200$ км для детали с $V = 10$ км/сек получено $\gamma = 0,23$, что соответствует размеру в гауссовой модели $1,8 \pm 0,6$ мсек дуги. Это находится в согласии с измерениями на базе 660 км, в результате которых получили $\gamma = 0,6$ и размер ~ 3 мсек дуги [5]. Поток детали в полосе 150 кгц составляет ~ 5000 ед. п., что вдвое превышает поток детали, имеющей $V = 3$ км/сек.

Наиболее интересным из полученных результатов является разрешение детали с $V = -1,9$ км/сек в W 49, размеры которой по измерениям 1971 г. [7] с базой 7350 км составляли $0,0003 \pm 0,00005$ угл. сек. Полученное расхождение выходит за пределы ошибок измерений и отражает, по-видимому, тот факт, что существует корреляция между изменениями интенсивности деталей и изменениями угловых размеров.

В заключение авторы выражают глубокую признательность сотрудникам ВНИИФТРИ и САО АН СССР за помощь в организации эксперимента, а также сотрудникам БАО АН СССР, ИКИ АН, ИРЭ, КрАО, НИРФИ, ФИАН за помощь в подготовке и проведении эксперимента.

Работа координировалась Научным Советом по комплексной проблеме «Радиоастрономия».

ЛИТЕРАТУРА

- 1 И. С. Шкловский, Астрон. циркуляр, 372 (1966).
- 2 D. Buhl, L. E. Snyder, P. R. Schwarts, A. H. Barret, *Astrophys. J.*, **158**, L97 (1969).
- 3 А. Б. Аквилонова, В. И. Аристкин, Б. Г. Кутузов, Р. Л. Сороченко, Астрон. ж., **49**, № 1, 102 (1972).
- 4 Н. С. Кардашов, Л. И. Матвеенко, Г. Б. Шоломицкий, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, **8**, № 4, 651 (1965).
- 5 B. F. Burke, D. C. Papa, G. D. Papadopoulos, P. R. Schwarts, S. H. Knowles, W. T. Sullivan, M. L. Meeks, J. M. Moran, *Astrophys. J.*, **160**, L63 (1970).
- 6 K. J. Johnston, S. H. Knowles, W. T. Sullivan, J. M. Moran, B. F. Burke, K. J. Lo, D. C. Papa, G. D. Papadopoulos, P. R. Schwarts, C. A. Knight, I. I. Schapiro, W. J. Welch, *Astrophys. J.*, **166**, L21 (1971).
- 7 Б. Ф. Берк, К. Д. Джонстон, В. А. Ефанов, Б. Д. Кларк, Л. Р. Коган, В. И. Костенко, К. У. Ло, Л. И. Матвеенко, И. Г. Моисеев, Д. М. Моран, С. Х. Ноулс, Д. К. Папа, Г. Д. Пападополос, А. И. Роджерс, П. Р. Шварц, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, **16**, № 5, 799 (1973).
- 8 В. А. Алексеев, М. А. Антонец, Ю. А. Антонян, Г. С. Барсамян, Э. Д. Гатэлюк, Л. Ш. Егизарян, А. Е. Крюков, Б. Н. Липатов, С. М. Мкртчян, В. А. Санамян, Б. В. Щекотов, Изв. АН Арм. ССР, серия техн. наук, **25**, № 4, 3 (1972).
- 9 В. С. Троицкий, УФН, **109**, № 4 (1973).
- 10 В. А. Алексеев, М. А. Антонец, В. В. Виткович, Э. Д. Гатэлюк, П. С. Живор, В. Д. Кротиков, А. Е. Крюков, В. С. Троицкий, Б. Ф. Фатеев, А. И. Чикин, В. А. Шемагин, М. В. Янкавцев, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, **14**, № 9, 1303 (1971).
- 11 В. А. Алексеев, М. А. Антонец, И. Ф. Белов, А. А. Варыпаев, Э. Д. Гатэлюк, В. А. Ефанов, Б. Н. Липатов, И. Г. Моисеев, С. М. Мкртчян, В. А. Санамян, А. С. Сизов, В. С. Троицкий, Б. В. Щекотов, А. И. Чикин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, **14**, № 9, 1314 (1973).
- 12 В. А. Алексеев, М. А. Антонец, Э. Д. Гатэлюк, М. В. Янкавцев, Радиотехника и электроника, **17**, 938 (1972).
- 13 W. T. Sullivan, *Astrophys. J.*, **166**, № 2, 321 (1971).
- 14 K. J. Johnston, S. H. Knowles, P. R. Schwarts, *Sky and telescope*, **44**, № 2, 88 (1972).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
25 марта 1974 г.OBSERVATIONS OF H_2O SOURCES BY A VERY-LONG BASE LINE
PUSHCHINO—SIMEIZ INTERFEROMETER

V. S. Ablyasov, V. A. Alekseev, M. A. Antonets, V. I. Ariskin, V. P. Vekshin,
 E. D. Gatelyuk, V. V. Demin, V. A. Efandov, B. G. Kutusa, B. N. Lipatov,
 L. I. Matveenko, S. M. Mkrtchyan, I. G. Moiseev, V. N. Nikonov,
 V. A. Oganesyan, V. A. Sanamyan, A. S. Sizov, R. L. Sorochenko, V. P. Sosnin,
 V. S. Troitskii, B. P. Fateev, A. I. Chikin, [B. V. Shekotov]

A scheme of the autonomous reception radio interferometer at the wavelength $\lambda=1.35$ cm is described. Experimental procedure and results of measurements of angular dimensions of some components of the sources W 49 and Orion-A are presented. The angular resolution of 0.5 msec is realized. The obtained results are discussed.

УДК 523.164.32

ОБ ОСОБЕННОСТИ ГЕНЕРАЦИИ СОЛНЕЧНЫХ РАДИОВСПЛЕСКОВ III ТИПА СТАБИЛИЗИРОВАННЫМИ ПОТОКАМИ БЫСТРЫХ ЧАСТИЦ

В. В. Зайцев

Показано, что при мгновенной инжекции в корону стабилизированного (в частности, протонного) потока с достаточно малой дисперсией скоростей возможны два режима возбуждения всплесков III типа. Если характерный временной масштаб потока мал по сравнению с временем затухания плазменных волн из-за электронно-ионных столкновений в короне, то профиль всплеска на фиксированной частоте имеет плавно нарастающий фронт с последующим плавным затуханием. Этот случай в качественном отношении аналогичен генерации всплеска III типа нестабилизированным потоком. Если же временной масштаб потока велик по сравнению с временем столкновений, то профиль всплеска III типа имеет квазиосцилляторный характер, т. е. существенно отличается от временного профиля в случае генерации всплеска нестабилизированным потоком. Всплески III типа с квазиосцилляторной структурой временного профиля свидетельствуют о том, что эффекты стабилизации могут, хотя и довольно редко, играть определяющую роль при разлете потоков быстрых частиц в короне.

1. ВВЕДЕНИЕ

Первая попытка детального исследования механизма генерации всплесков III типа была предпринята Гинзбургом и Железняковым [1]. Предполагалось, что указанные всплески связаны с потоками быстрых электронов, пронизывающих солнечную корону и возбуждающих в ней когерентные плазменные волны. Считалось также, что рэлеевское и комбинационное рассеяние плазменных волн на тепловых флуктуациях основной плазмы приводит к появлению электромагнитного излучения на частотах, близких к ω_{Le} и $2\omega_{Le}$.

Позднее в рамках этого же механизма была предложена более эффективная модель образования второй гармоники: комбинационное рассеяние плазменных волн на флуктуациях типа плазменных волн, уровень которых существенно повышен по сравнению с тепловым. Это повышение вызвано либо индуцированным [2], либо спонтанным [3] рассеянием возбуждаемых плазменных волн в плазменные.

В дальнейшем развитии теории всплесков III типа значительное место занимала проблема взаимодействия потока быстрых частиц с возбуждаемыми им плазменными волнами. Дело в том, что возбуждение плазменных волн электронным пучком должно вследствие сильной квазилинейной релаксации приводить, на первый взгляд, к торможению пучка на абсурдно малых расстояниях (порядка 10^8 см) и к исчезновению неустойчивости. Поэтому трудно было понять, каким образом поток быстрых электронов может сохранять способность генерировать плазменные волны на огромных расстояниях от нижних слоев короны до орбиты Земли.

Преодоление указанной трудности шло по двум путям. С одной стороны, предполагались различные механизмы стабилизации неустой-

чивости электронных потоков [4–8], выводящие плазменные волны из резонанса с пучком и тем самым препятствующие его квазилинейной релаксации. Однако впоследствии было показано, что достаточно надежного механизма стабилизации для стандартных условий генерации всплесков III типа, по-видимому, не существует [9–11]. Исходя из этого, Смит [11] предложил связывать всплески III типа не с электронными, а с протонными потоками, для которых условие стабилизации выполняется с большим запасом. Но это не было решением проблемы, поскольку спутничные данные свидетельствовали о генерации всплесков III типа скорее электронными, нежели протонными потоками [12].

В ряде других работ [9, 13, 14] учитывалась пространственная неоднородность электронного потока, связанная с конечным временем инжекции быстрых электронов из области вспышек. Пространственная неоднородность позволяет электронному потоку, несмотря на сильную квазилинейную релаксацию, длительное время генерировать плазменные волны за счет убегания более быстрых частиц с его переднего фронта [9]. На этом пути удалось объяснить основные особенности всплесков III типа, в том числе наблюдаемое постоянство средней скорости источника и характерный вид временного профиля всплеска на фиксированных частотах.

Имея в виду малую эффективность различных механизмов стабилизации электронных потоков в стандартных условиях генерации всплесков III типа, нельзя все же исключить возможность эффективной стабилизации хотя бы на начальном участке траектории при некоторых нестандартных условиях, например, при возбуждении в короне интенсивных ионно-звуковых волн [4]. Нельзя также исключить возможность, что хотя бы в достаточно редких случаях всплески III типа генерируются протонными потоками, которые являются стабилизованными на всем пути движения в короне. Возникает вопрос, какими особенностями могут отличаться всплески III типа, если они генерируются стабилизованными потоками.

В настоящей работе будет показано, что при некоторых условиях стабилизованный (в частности, протонный) пучок может генерировать всплеск III типа с квазиосцилляторным характером временного профиля на фиксированной частоте. Такие всплески III типа действительно наблюдаются [15], правда, весьма редко. Они свидетельствуют о том, что иногда эффекты стабилизации пучковой неустойчивости могут проявляться при генерации всплесков III типа.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Будем для определенности считать, что в момент времени $t = 0$ в области вспышки возникло облако быстрых протонов с начальной функцией распределения $f_0(v, x)$ и характерной скоростью частиц v_s , значительно большей тепловой скорости электронов в короне v_{Te} . При своем разлете в короне быстрые протоны будут генерировать плазменные волны, если линейный инкремент неустойчивости превышает эффективную частоту электронно-ионных столкновений $\nu_{\text{эфф}}$:

$$\gamma = \frac{\pi \omega_{Le} v^2}{n_0} \frac{m_e}{m_i} \frac{df}{dv} \Big|_{v=\frac{\omega_{Le}}{k}} > \nu_{\text{эфф}}. \quad (1)$$

Здесь n_0 — концентрация основной плазмы; $\omega_{Le} = (4\pi e^2 n_0 / m_e)^{1/2}$; k — волновой вектор плазменных волн. Указанное неравенство в условиях нижней короны, когда, например, $v_s \approx 10^{10}$ см/сек, $\Delta v_s \approx \frac{1}{3} v_s$.

$n_0 \approx 10^8 \text{ см}^{-3}$, $T_e \approx 10^6 \text{ °К}$, выполняется, если концентрация быстрых протонов $n_s > 10^2 \text{ см}^{-3}$. Протонные потоки с такой концентрацией могут направляться регулярным магнитным полем короны, поскольку плотность энергии магнитного поля оказывается больше плотности кинетической энергии потока [9]. Поэтому в дальнейшем разлет протонного пучка будем считать одномерным в координатном пространстве.

Как уже упоминалось, протонные потоки в условиях короны являются стабилизованными, причем соответствующее условие стабилизации [16], связанное с индуцированным рассеянием плазменных волн на тепловых ионах короны, выполняется с большим запасом. Это означает, что генерируемые потоком плазменные волны очень слабо влияют на разлет частиц, так что разлет можно считать свободным и описывать уравнением

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = 0. \quad (2)$$

Здесь $f(v, x, t)$ — одномерная функция распределения быстрых протонов, зависящая от времени, координаты x вдоль направления движения потока и скорости $v \equiv v_x$.

Решение этого уравнения имеет вид

$$f(v, x, t) = f_0(v, \xi) \quad (\xi = x - vt). \quad (3)$$

Таким образом, в результате разлета ограниченного в пространстве протонного пучка инкремент неустойчивости в каждой точке будет зависеть от времени:

$$\gamma = \frac{\pi \omega_{Le} v^2}{n_0} \frac{m_e}{m_i} \left(\frac{\partial f_0}{\partial v} - t \frac{\partial f_0}{\partial \xi} \right). \quad (4)$$

Индукционное рассеяние возбуждаемых плазменных волн на ионах основной плазмы происходит таким образом, что частота волн

$$\omega_k = (\omega_{Le}^2 + \omega_{He}^2 \sin^2 \vartheta + 3k^2 v_{Te}^2)^{1/2} \quad (5)$$

в результате рассеяния уменьшается (здесь ϑ — угол между направлением магнитного поля и волновым вектором k ; предполагается также, что гирочастота электронов $\omega_{He} = eH/m_e c \ll \omega_{Le}$).

Если выполнено условие $\omega_{He}^2 \gg 3k^2 v_{Te}^2 \approx 3\omega_{Le}^2 v_{Te}^2 / v_s^2$, то отмеченное обстоятельство приводит к одномеризации спектра плазменных волн [17]. Указанное выше неравенство накладывает ограничение снизу на величину магнитного поля в области генерации. При $v_{Te} \approx 5 \cdot 10^8 \text{ см/сек}$, $v_s \approx 10^{10} \text{ см/сек}$ получаем

$$H > 3 \cdot 10^{-4} \sqrt{n_0}, \quad (6)$$

что для $n_0 \approx 10^8 \text{ см}^{-3}$ дает $H > 3 \text{ э.$. В дальнейшем неравенство (6) будем считать выполненным и предполагать в связи с этим, спектр плазменных волн одномерным.

Запишем с учетом (4) одномерные уравнения для спектральной плотности энергии плазменных волн [9]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_k^2}{\partial t} = & \left[\frac{\pi \omega_{Le} v^2}{n_0} \frac{m_e}{m_i} \left(\frac{\partial f_0}{\partial v} - t \frac{\partial f_0}{\partial \xi} \right) - \nu_{\text{эфф}} \right] E_k^2 + \int w(k, k_1) E_k^2 E_{k_1}^2 dk_1 + \\ & + \int w_{\text{сп}}(k, k_1) \left(\frac{\omega_k}{\omega_{k_1} - \omega_k} E_{k_1}^2 - \frac{\omega_{k_1}}{\omega_{k_1} - \omega_k} E_k^2 \right) dk_1; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} w(k, k_1) &= \frac{3T_e/T_i}{8(2\pi)^{3/2} n_0 m_e v_{Ti} (1+T_e/T_i)^2} \frac{k_1^2 - k^2}{|k_1 - k|} \exp[-\delta(k, k_1)], \\ w_{\text{сп}}(k, k_1) &= \propto T_i k^2 w(k, k_1), \quad \delta(k, k_1) = \frac{(\omega_k - \omega_{k_*})^2}{2v_{Ti}^2 (k - k_1)^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $T_{e,i}$ — температуры электронов и ионов, $v_{Ti} = (\propto T_i/m_i)^{1/2}$.

В левой части уравнения (7) мы пренебрегли слагаемым $v_{\text{гр}} \frac{\partial E_k^2}{\partial x}$, поскольку групповая скорость плазменных волн много меньше скорости разлета пучка.

Будем предполагать, что дисперсия скоростей в пучке Δv_s достаточно мала, так что

$$\frac{\Delta v_s}{v_s} < \left(\frac{8m_e}{9m_i} \right)^{1/2} \frac{v_s}{v_{Te}} \approx 0.4. \quad (9)$$

В этом случае индуцированное рассеяние на ионах основной плазмы имеет интегральный характер, и возбуждаемые плазменные волны могут покинуть резонансную область в результате однократного рассеяния. Кроме того, индуцированное рассеяние в условиях генерации всплесков III типа происходит с перекачкой энергии преимущественно во встречные плазменные волны [9] и приводит к образованию в области отрицательных фазовых скоростей достаточно узкого ($\Delta k_*/k_* \ll 1$) пакета плазменных волн с фазовой скоростью $v_*^* \approx -\omega_{Le}/v_s$.

Учитывая сказанное и вводя одномерные плотности энергии плазменных волн в резонансной (Δk) и нерезонансной (Δk_*) областях спектра,

$$W = \frac{1}{4\pi^2} \int_{\Delta k} E_k^2 dk, \quad W_* = \frac{1}{4\pi^2} \int_{\Delta k_*} E_{k_*}^2 dk_*, \quad (10)$$

получим следующие безразмерные уравнения для W и W_* :

$$\begin{aligned} \frac{dw}{d\tau} &= \left\{ b \left[1 + 2 \frac{\Delta v_s - \tau z_0(z - \tau z_0)}{v_s} \right] \exp[-(z - \tau z_0)^2] - 1 \right\} w - w w_* + \gamma_{\text{сп}}(w_* - w), \\ \frac{dw_*}{d\tau} &= w w_* - w_* + \gamma_{\text{сп}}(w - w_*). \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} w &= \frac{W}{\bar{W}}, \quad w_* = \frac{W_*}{\bar{W}}, \quad \bar{W} = \frac{8e^\delta}{3\sqrt{2\pi}} \frac{(1+T_e/T_i)^2 n_0 m_e v_s v_{Ti}}{(T_e/T_i)(\omega_{Le} - k_* v_s) v_{\text{эфф}}^{-1}}, \\ \delta &= \frac{(\omega_k - \omega_{k_*})^2}{2v_{Ti}^2 (k + k_*)^2}, \quad k \approx \frac{\omega_{Le}}{v_s}, \quad k_* < k, \quad \tau = v_{\text{эфф}} t, \\ b &= \frac{\pi \omega_{Le} n_s v_s^2}{n_0 (\Delta v_s)^2 v_{\text{эфф}}} \frac{m_e}{m_i}, \quad z = \frac{x}{a}, \quad z_0 = \frac{v_s}{v_{\text{эфф}} a}. \end{aligned} \quad (12)$$

Поскольку качественная картина рассматриваемых здесь явлений слабо зависит от начального вида функции распределения быстрых протонов, будем для определенности считать, что

$$f_0(v, x) = \psi_0(v) \exp(-x^2/a^2), \quad (13)$$

где a — характерный пространственный масштаб потока в момент инжекции.

3. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ

Система уравнений (11) исследовалась путем численного интегрирования. Изменение во времени величин $(w + w_*)$ и $w w_*$, определяющих интенсивность электромагнитного излучения с данного плазменного уровня при рэлеевском и комбинационном рассеянии, зависит от величины параметра $z_0 = v_s / (v_{\text{эфф}} a)$, равного отношению времени затухания плазменных волн из-за столкновений в короне к характерному времени масштабу потока.

Если $z_0 \geq 1$, временной профиль функций $w + w_*$ и $w w_*$ имеет плавно нарастающий участок с последующим постепенным спадом. Этот случай внешне аналогичен случаю возбуждения плазменных волн нестабилизированным электронным потоком.

Если же $z_0 \ll 1$, зависимость указанных функций от времени имеет квазиосцилляторный характер и представляет собой последовательность осцилляций с постепенно уменьшающейся амплитудой. Общее число осцилляций возрастает с уменьшением z_0 .

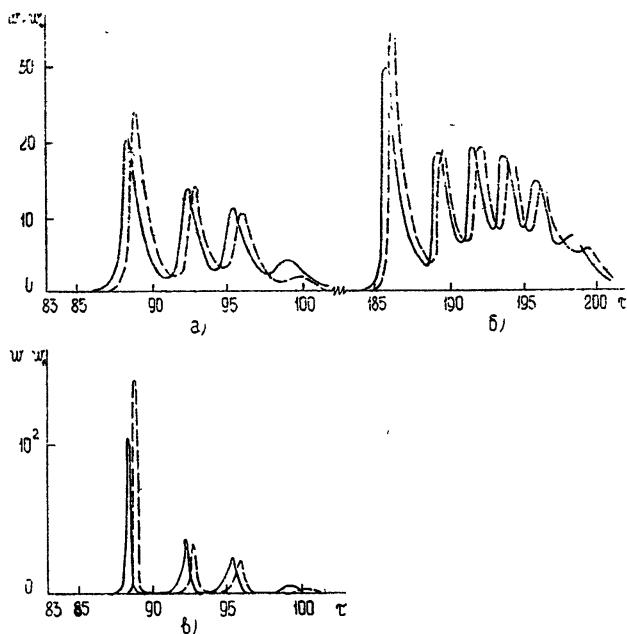


Рис. 1.

- а) Зависимость плотности энергии плазменных волн от времени при $z = 10$, $b = 2$, $z_0 = 0,1$;
- б) зависимость плотности энергии плазменных волн от времени при $z = 20$, $z_0 = 0,1$, $b = 2$;
- в) вид функции $w w_*$ при $z = 10$, $b = 2$, $z_0 = 0,1$
(сплошная линия— $w_0 = w_{*0} = 1,5 \cdot 10^{-2}$, пунктир— $w_0 = w_{*0} = 3 \cdot 10^{-3}$).

На рис. 1 приведены результаты решения уравнений (11) при $b = 2$ и $z_0 = 0,1$ для различных расстояний от области инжекции ($z = 10; 20$) и для начальных условий ($w_0 = w_{*0} = 3 \cdot 10^{-3}; 1,5 \cdot 10^{-2}$). Видно, что в пределах фиксированного плазменного уровня форма импульса, а также амплитуды пульсаций и их период довольно слабо зависят от начальных условий, что обусловлено влиянием спонтанного рассеяния. С увеличением расстояния несколько возрастает амплитуда и увеличивается количество пульсаций: Это связано с увеличением инкремента неустойчивости в результате укручивания функции распределения.

ления стабилизированного пучка в процессе его разлета. Средний период пульсаций для $z = 10$ составляет $T \approx 4/v_{\text{эфф}}$.

4. ОБСУЖДЕНИЕ

Проведенный анализ показывает, что если временной масштаб стабилизированного потока a/v_s значительно превышает характерное время электронно-ионных столкновений в короне, т. е. $v_s/(v_{\text{эфф}} a) \ll 1$, то плотность энергии плазменных волн на каждом плазменном уровне солнечной короны представляет собой серию постепенно затухающих нелинейных осцилляций.

Неравенство $v_s/(v_{\text{эфф}} a) \ll 1$ выполняется обычно при генерации высокочастотных всплесков III типа (на частотах выше 20—30 Мгц). При аналогичных условиях нестабилизированный электронный пучок генерирует пакет плазменных волн с временным профилем, имеющим характер плавного нарастания и последующего плавного спада [14]. Таким образом, высокочастотные всплески III типа, генерируемые стабилизированными потоками, могут отличаться от обычных всплесков III типа квазиосцилляторной структурой временного профиля интенсивности на частоте основного тона ($S_1 \propto \omega + \omega_*$) и на второй гармонике ($S_2 \propto \omega \omega_*$).

Если же условия стабилизации выполняются лишь на начальном этапе движения пучка в короне (что, в принципе, может быть при инжекции в короне электронного пучка), то квазиосцилляторная структура может появляться на высокочастотном крае динамического спектра всплеска III типа. Примеры подобной квазипериодической структуры на высокочастотной границе всплесков III типа наблюдали, по-видимому, Хэддок и Тарнстром [18] при исследовании связи между всплесками III типа и всплесками типа «spike».

Возможность регистрации квазиосцилляторной структуры зависит от полосы фильтра приемного устройства. При ширине полосы Δf приемник в каждый момент времени будет собирать излучение не с одного фиксированного плазменного уровня $x(f)$, а с некоторого интервала

$$\Delta x \approx 2L \frac{\Delta f}{f}, \quad (14)$$

где $L \approx 2 \cdot 10^{10}$ — характерный масштаб высоты в нижней короне. Формула (14) написана в предположении, что частота излучения f близка к ленгмюровской частоте $f_{Le} \approx \omega_{Le}/2\pi$. Если же $f \approx 2f_{Le}$, то в (14) отсутствует множитель 2.

Поскольку в каждой точке интервала (14) нелинейные колебания плотности энергии плазменных волн сдвинуты по фазе друг относительно друга, временной профиль, изображенный на рис. 1, будет, вообще говоря, «замазываться». Квазиосцилляторная структура сохраняется лишь в том случае, если временной сдвиг между колебаниями в крайних точках интервала Δx не будет превышать периода нелинейных пульсаций. Это обстоятельство накладывает, в свою очередь, ограничение на ширину полосы приемного устройства:

$$\Delta f \ll \frac{v_s}{L v_{\text{эфф}}} f_{Le}. \quad (15)$$

Например, при $v_s \approx 10^{10}$ см/сек, $L \approx 2 \cdot 10^{10}$ см, $f_{Le} = 100$ Мгц, $v_{\text{эфф}} \approx 10$ имеем $\Delta f \ll 5$ Мгц.

Всплески III типа с колебательно-релаксационной структурой типа изображенной на рис. 1а наблюдались на частоте 239 Мгц [15]. Это достаточно редкие события. За два года наблюдений [15] было зарегистрировано лишь 25 случаев таких всплесков. На оригинальных записях максимумы интенсивности излучения были иногда менее резкими, а модуляция менее глубокой, чем на рис. 1а. Это обстоятельство, как уже отмечалось, может быть связано с конечной шириной полосы приемной аппаратуры. К аналогичному эффекту может приводить уширение спектра возбуждаемых плазменных волн при увеличении дисперсии скоростей в потоке, а также некоторое несовпадение формы поверхностей равной концентрации в активной области с формой переднего фронта потока.

Если предположить, что наблюдавшиеся всплески с колебательно-релаксационной структурой [15] соответствовали первой гармонике плазменной частоты, то величину периода $T \approx 2,5$ сек можно объяснить лишь при условии, что электронная температура в активной области составляет $T_e \approx 5 \cdot 10^6$ °К. Если же всплески соответствовали второй гармонике плазменной частоты, то необходима температура $T_e \approx 3 \cdot 10^6$ °К. Указанные значения электронных температур выше средней температуры короны, но в то же время они не являются исключительными для активных областей.

Таким образом, наблюдение всплесков III типа с квазиосцилляторной структурой временного профиля показывает, что эффекты стабилизации могут, хотя и довольно редко, играть определенную роль при разлете потоков быстрых частиц в короне.

Автор благодарит В. В. Железнякова за полезные замечания, а также Т. Н. Федосееву за проведение численных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, В. В. Железняков, Астрон. ж., 35, 694 (1958).
2. P. A. Sturrock, Physics of Solar Flares, ed. W. N. Hess, 1964, p. 357; AAS-NASA Symp., Washington: NASA SP-50.
3. В. В. Железняков, В. В. Зайцев, Астрон. ж., 47, 308 (1970).
4. P. A. Sturrock, Phys. Fluids, 8, 281 (1965).
5. D. F. Smith, SUIPR Report, № 309 (1969).
6. С. А. Каплан, В. Н. Цытович, Астрон. ж., 44, 1194 (1967).
7. D. B. Melrose, Austr. J. Phys., 23, 871 (1970).
8. D. B. Melrose, Austr. J. Phys., 23, 885 (1970).
9. В. В. Железняков, В. В. Зайцев, Астрон. ж., 47, 60 (1970).
10. D. F. Smith, P. C. W. Fung, J. Plasma Phys., 5, 1 (1971).
11. D. F. Smith, Ap. J., 170, 559 (1971).
12. H. Alvarez, F. Haddock, R. P. Lin, Solar Phys., 26, 468 (1972).
13. V. V. Zaitsev, N. A. Mityakov, V. O. Rapoport, Solar Phys., 24, 444 (1972).
14. В. В. Зайцев, М. В. Куников, Н. А. Митяков, В. О. Рапорт, Астрон. ж., 51, 252 (1974).
15. P. Santin, Solar Phys., 18, 87 (1971).
16. В. В. Зайцев, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 13, № 6, 837 (1970).
17. С. А. Каплан, В. Н. Цытович, Плазменная астр. физика, изд. Наука, М., 1972 г.
18. G. L. Tarnstrom, K. W. Philip, Astron. Astrophys., 17, 267 (1972).

PECULIARITY OF SOLAR TYPE III RADIO BURST GENERATION BY
STABILIZED FAST-PARTICLE STREAMS

V. V. Zaitsev

It is shown that there may be two excitation regimes of type III bursts generation when a stabilized (in particular, proton) stream with a small dispersion is instantaneously injected into the corona. If the characteristic time scale of the stream is small compared with the time of plasma wave attenuation due to electron-ion collisions in the corona, the burst profile at the fixed frequency has a smoothly increasing front with a subsequent smooth attenuation. This case is qualitatively analogous to type III burst generation by a nonstabilized stream. When the time scale is larger than the collision time, the type III burst profile is of quasi-oscillatory character, i. e. differs essentially from the time profile in the case of generation by a nonstabilized stream. The type III bursts with a quasi-oscillatory structure of the time profile testify to the fact that the stabilization effects may play though rather seldom play the definite role in expansion of fast-particle streams in the corona.

УДК 533.951

ПУЧКОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ДВУХКОМПОНЕНТНОГО ПЛАЗМЕННОГО СЛОЯ

E. P. Богданов, Ю. А. Романов

В приближении элементарной теории и квазигидродинамики исследована пучковая неустойчивость двухкомпонентного плазменного слоя конечной толщины. Найдены границы неустойчивости и инкременты нарастающих волн. Показано, что в тонких слоях при отсутствии теплового движения плазменных частиц более неустойчивы антисимметричные E -волны (нормальные плазмоны); при наличии теплового движения более неустойчивы симметричные E -волны (тангенциальные плазмоны). Как в классе симметричных, так и в классе антисимметричных волн в тонких слоях более неустойчивы поверхностные плазмоны. В предельно тонких слоях пучковая неустойчивость отсутствует.

Исследования неустойчивости пространственно-разделенных однокомпонентных плазменных пучков [1-4] показали, что такая неустойчивость может быть реализована в полупроводниковой плазме. Вместе с тем, возможности реализации неустойчивости в полупроводниках могут быть существенно расширены, если использовать многокомпонентные пучки. Многокомпонентность пучков сильно усложняет картину неустойчивости. Поэтому целесообразно сначала исследовать неустойчивость простейшей из подобных систем — неустойчивость двухкомпонентного плазменного слоя. Решению этой задачи и посвящена настоящая работа. Рассмотрение проведено в приближении элементарной теории и квазигидродинамическом приближении. Найдены границы неустойчивости и инкременты нарастающих волн в двухкомпонентном разнотемпературном плазменном слое. Показано, что при отсутствии теплового движения плазменных частиц более неустойчивы антисимметричные E -волны (нормальные плазмоны); при наличии теплового движения более неустойчивы симметричные E -волны (тангенциальные плазмоны). В случае достаточно тонких слоев как в классе симметричных, так и в классе антисимметричных волн более неустойчивы поверхностные плазмоны. В предельно тонких слоях пучковая неустойчивость отсутствует.

Для получения интересующих нас дисперсионных уравнений электромагнитных волн, распространяющихся в двухкомпонентном плазменном слое, достаточно знать связь между нормальными и тангенциальными компонентами электрического поля на границах слоя. Эта связь может быть найдена из решения уравнений Максвелла и линеаризованных квазигидродинамических уравнений движения плазменных частиц при заданном механизме их взаимодействия с границами слоя. Взаимодействие плазменных частиц с границами слоя будем описывать условием

$$j_{n\alpha}|_s = 0, \quad (1)$$

где $j_{n\alpha}$ — нормальная компонента плотности тока частиц сорта α .

Как и в предыдущих работах, ограничимся рассмотрением квазистатических потенциальных E -волн. Выберем декартову систему координат так, чтобы плоскость xy была параллельна границам слоя, а ось z — нормальна им. За направление оси x примем направление волнового вектора волны, распространяющейся вдоль слоя.

Решая линеаризованную систему уравнений Максвелла и квазигидродинамики с граничным условием (1), получим для x -компоненты электрического поля волны

$$E_x(z, k_1, \omega) = i [\sigma(z-D_1) E_z(D_2-0) - \sigma(z-D_2) E_z(D_1+0)], \quad (2)$$

где $D_{2,1}$ — координаты верхней и нижней границ слоя, $E_z(D_{2,1} \mp 0)$ — граничные значения нормальных составляющих электрического поля,

$$\sigma(z) = \alpha_0 \frac{\operatorname{ch} k_1 z}{\operatorname{sh} k_1 d} + \alpha_1 \frac{k_1}{x_1} \frac{\operatorname{ch} x_1 z}{\operatorname{sh} x_1 d} + \alpha_2 \frac{k_1}{x_2} \frac{\operatorname{ch} x_2 z}{\operatorname{sh} x_2 d}, \quad (3)$$

$$\alpha_1 = \frac{(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)^2 - (a_1 - a_2)(\gamma_1^2 - \gamma_2^2) - \delta(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)}{[(a_1 - \gamma_1^2) + (a_2 - \gamma_2^2) + \delta] \delta},$$

$$\alpha_2(\delta) = \alpha_1(-\delta), \quad \alpha_0 = 1 - \alpha_1 - \alpha_2 = (1 - a_1^{-1} \gamma_1^2 - a_2^{-1} \gamma_2^2)^{-1},$$

$$\delta = \{[(a_1 - \gamma_1^2) - (a_2 - \gamma_2^2)]^2 + 4\gamma_1^2 \gamma_2^2\}^{1/2},$$

$$x_1 = [k_1^2 - (a_1 - \gamma_1^2) - (a_2 - \gamma_2^2) - \delta]^{1/2}, \quad x_2(\delta) = x_1(-\delta),$$

$$a_j = v_{Tj}^{-2} (\omega - k_1 v_j) (\omega - k_1 v_j + i\gamma_j), \quad \gamma_j = \omega_{0j}/v_{Tj} \quad (j=1, 2),$$

ω, k_1 — частота и волновой вектор волны, $\omega_{0j}, \gamma_j, v_{Tj}, v_j$ — плазменные частоты, частоты столкновений, тепловые и дрейфовые скорости заряженных частиц в пучках соответственно, d — толщина слоя.

Используя (2) и граничные условия

$$\begin{aligned} E_x(D_2 + 0) &= E_x(D_2 - 0), & \epsilon_g E_z(D_2 + 0) &= \epsilon_0 E_z(D_2 - 0), \\ E_x(D_1 - 0) &= E_x(D_1 + 0), & \epsilon_g E_z(D_1 - 0) &= \epsilon_0 E_z(D_1 + 0) \end{aligned} \quad (4)$$

(ϵ_0, ϵ_g — диэлектрические проницаемости решетки плазменного слоя и окружающей его среды), получим пару дисперсионных уравнений для квазистатических волн, распространяющихся в двухкомпонентном плазменном слое:

$$\alpha_0 \operatorname{cth} \left(\frac{k_1 d}{2} \right) + \alpha_1 \frac{k_1}{x_1} \operatorname{cth} \left(\frac{x_1 d}{2} \right) + \alpha_2 \frac{k_1}{x_2} \operatorname{cth} \left(\frac{x_2 d}{2} \right) + \frac{\epsilon_0}{\epsilon_g} = 0; \quad (5)$$

$$\alpha_0 \operatorname{th} \left(\frac{k_1 d}{2} \right) + \alpha_1 \frac{k_1}{x_1} \operatorname{th} \left(\frac{x_1 d}{2} \right) + \alpha_2 \frac{k_1}{x_2} \operatorname{th} \left(\frac{x_2 d}{2} \right) + \frac{\epsilon_0}{\epsilon_g} = 0. \quad (6)$$

Первое дисперсионное уравнение соответствует симметричной моде, или так называемым тангенциальным плазмонам, второе — антисимметричной моде, или так называемым нормальным плазмонам.

В дальнейшем рассмотрение будем вести в системе покоя второго пучка, т. е. положим $v_2 = 0, v_1 = v$.

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ

Рассмотрим сначала неустойчивость плазменного слоя в приближении элементарной теории ($v_{ij} = 0$). Дисперсионные уравнения (5) и (6) в этом случае приобретают вид

$$\varepsilon_l^{-1} \operatorname{cth} \left(\frac{k_1 d}{2} \right) + \varepsilon_g^{-1} = 0; \quad (7)$$

$$\varepsilon_l^{-1} \operatorname{th} \left(\frac{k_1 d}{2} \right) + \varepsilon_g^{-1} = 0, \quad (8)$$

где

$$\varepsilon_l \equiv \frac{k_l k_j}{k^2}, \quad \varepsilon_{lj} = \varepsilon_0 \left[1 - \sum_{j=1}^2 \frac{\omega_{0j}^2}{(\omega - k_1 v_j)(\omega - k_1 v_j + i\nu_j)} \right]. \quad (9)$$

При $\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_0$, $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ уравнения (7) и (8) имеют простые аналитические решения

$$\omega = \frac{k_1 v}{2} - i \frac{\nu}{2} \pm i \left\{ \pm \left[y^2 + k_1^2 v^2 \left(y - \frac{\nu^2}{4} \right) \right]^{1/2} - \left(\frac{k_1^2 v^2}{4} - \frac{\nu^2}{4} + y \right) \right\}^{1/2}, \quad (10)$$

где

$$y = y_t = \omega_0^2 \left(1 + \frac{\varepsilon_g}{\varepsilon_0} \operatorname{cth} \frac{k_1 d}{2} \right)^{-1} \quad (11)$$

— для тангенциальных плазмонов,

$$y = y_n = \omega_0^2 \left(1 + \frac{\varepsilon_g}{\varepsilon_0} \operatorname{th} \frac{k_1 d}{2} \right)^{-1} \quad (12)$$

— для нормальных плазмонов.

Один из четырех корней (10) соответствует нарастающим волнам в области

$$0 < \omega^2 = \left(\frac{k_1 v}{2} \right)^2 < 2y - \nu^2. \quad (13)$$

Тангенциальные плазмоны могут быть неустойчивы только при условии

$$\nu^2 < 2\omega_0^2 / (1 + \varepsilon_g / \varepsilon_0), \quad (14)$$

а нормальные плазмоны — при условии

$$\nu^2 < 2\omega_0^2. \quad (15)$$

Область неустойчивости тангенциальных плазмонов находится внутри области неустойчивости нормальных плазмонов и, в противоположность последней, ограничена со стороны больших v .

С уменьшением толщины слоя область неустойчивости тангенциальных плазмонов сужается, инкременты нарастания волн уменьшаются и в пределе $d\omega_0/v \rightarrow 0$ неустойчивость исчезает. Для нормальных плазмонов при уменьшении d область неустойчивости и инкременты растут. В пределе $d\omega_0/v \rightarrow 0$ характеристики неустойчивых нормальных плазмонов сравниваются с соответствующими характеристиками объемных плазмонов в неограниченной двухкомпонентной плазме. Указанное различие в поведении двух типов волн связано с тем, что у тангенциальных плазмонов значительная часть энергии электромаг-

нитного поля волны при $d \rightarrow 0$ выходит из слоя, а у нормальных плазмонов концентрируется внутри его.

С ростом толщины слоя нормальные и тангенциальные плазмоны переходят в поверхностные волны полуограниченной двухкомпонентной плазмы, характеризующиеся дисперсионным уравнением

$$\frac{1}{\epsilon_l} + \frac{1}{\epsilon_g} = 0. \quad (16)$$

Интересно отметить, что уравнением (16) описывается также неустойчивость двух соприкасающихся полуограниченных плазменных пучков с теми же самыми параметрами и диэлектрическими проницаемостями решеток $\epsilon_{01} = \epsilon_0$, $\epsilon_{02} = \epsilon_g$ [2].

Если плазменные пучки обладают разными параметрами, т. е. $\omega_{01} \neq \omega_{02}$, $v_1 \neq v_2$, то уравнения (7), (8) могут быть решены лишь численным путем.

При

$$v_1 \gg \omega, \quad k_1 v, \quad v_2$$

из (7) и (8) можно получить приближенные выражения для граничных кривых:

$$k_1 v = \omega \left[1 - \frac{\omega_{01}^2 (\omega^2 + v_2^2)}{v_1 v_2 \omega_{02}^2} \right]; \quad (17)$$

$$k_1 d = -\ln \left[1 - \frac{2}{\omega_{01}^2/v_1^2 + \omega_{02}^2/(\omega^2 + v_2^2)} \right] \quad (18)$$

— для тангенциальных плазмонов,

$$k_1 d = -\ln \left[\frac{2}{\omega_{01}^2/v_1^2 + \omega_{02}^2/(\omega^2 + v_2^2)} - 1 \right]. \quad (19)$$

— для нормальных плазмонов.

КВАЗИГИДРОИДИНАМИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Полученная картина неустойчивости сильно меняется при наличии тепловых эффектов. Особенно велики изменения при малых дрейфовых скоростях ($v \ll v_T$) и малых толщинах слоя ($\omega d/v_T \leq 1$), когда неустойчивость исчезает.

Из-за различной симметрии распределения объемного заряда характер неустойчивости тангенциальных (симметричное распределение заряда) и нормальных плазмонов (антисимметричное распределение) по-разному зависит от параметра $\omega d/v_T$. Для тангенциальных плазмонов при $d \rightarrow 0$ поперечный градиент распределения заряда исчезает и основное влияние на неустойчивость оказывает лишь продольная диффузия заряженных частиц. Для нормальных плазмонов при уменьшении d поперечный градиент распределения заряда растет, в результате чего возрастает поперечная диффузия частиц и нормальные плазмоны при $d \rightarrow 0$ довольно быстро становятся устойчивыми. Таким образом, при наличии тепловых эффектов (в противоположность выводам элементарной теории) нормальные плазмоны по сравнению с тангенциальными более устойчивы.

Переходя к количественному рассмотрению, остановимся сначала на неустойчивости поверхностной волны в полуограниченной двух-

компонентной плазме. Соответствующее дисперсионное уравнение получается из (5) (или (6)) при $d \rightarrow \infty$ и имеет вид

$$\alpha_0 + \alpha_1 \frac{k_1}{x_1} + \alpha_2 \frac{k_1}{x_2} + \frac{\epsilon_0}{\epsilon_g} = 0. \quad (20)$$

Кроме уравнения (20), описывающего распространение поверхностных волн, дисперсионные уравнения (5) и (6) содержат решения, которые при $d \rightarrow \infty$ переходят в объемные волны безграничной двухкомпонентной плазмы и удовлетворяют уравнению

$$\epsilon_l(k_3 = 0) = 0; \quad (21)$$

$$\epsilon_l(k_3 \neq 0) = \epsilon_0 \left[1 - \sum_{j=1}^2 \frac{\omega_{0j}^2}{(\omega - k_1 v_j)(\omega - k_1 v_j + i\gamma_j) - \frac{1}{2} v_{Tj}^2 (k_1^2 + k_3^2)} \right]. \quad (22)$$

Границные кривые $k_1(v)$ и $\omega(v)$, соответствующие решениям уравнений (20) и (21) с вещественными ω и k_1 , пересекают ось $k_1 = 0$ ($\omega = 0$) при

$$v^2 = \frac{1}{2} (\nu_1 \omega_{02}^2 + \nu_2 \omega_{01}^2)^2 (v_{T1}^2/\omega_{01}^2 + v_{T2}^2/\omega_{02}^2) (\nu_2 \omega_{01}^2 + \nu_1 \omega_{02}^2 - \lambda \nu_1^2 \nu_2^2)^{-1}, \quad (23)$$

где $\lambda = 1$ в случае (21) и $\lambda = 2$ для случая (20). Фазовая скорость неустойчивой волны вблизи этой точки удовлетворяет соотношению

$$v_\phi \equiv \omega/k_1 = \nu_1 \omega_{02}^2 (\nu_1 \omega_{02}^2 + \nu_2 \omega_{01}^2)^{-1} v. \quad (24)$$

Связь между фазовой и дрейфовой скоростями одинакова для объемных и поверхностных волн и не зависит от тепловых скоростей носителей. Соотношение (23) с хорошей точностью можно использовать для оценок минимальной критической скорости, при которой возникает неустойчивость (последняя может быть несколько меньше, чем (23)).

Численное решение уравнений (20) и (21) и сравнение с соответствующими результатами работы [3] показывает, что область неустойчивости пространственно-разделенных однокомпонентных пучков лежит внутри области неустойчивости полуограниченной двухкомпонентной системы, которая, в свою очередь, лежит внутри области неустойчивости неограниченной системы взаимопроникающих пучков. Две последние области, в отличие от первой, распространяются вплоть до $\omega = 0$, $k_1 = 0$ (напомним, что в приближении элементарной теории неустойчивости двух первых систем описываются тождественными уравнениями).

Количественные различия характеристик неустойчивости указанных систем в основном связаны с поперечной диффузией заряженных частиц, которая наиболее значительна в системе пространственно-разделенных пучков. В частности, этим объясняется разница в значениях минимальных дрейфовых скоростей, при которых возникает неустойчивость. Например, для набора параметров

$$v_{T1} = 12v_{T2}, \quad \omega_{01} = 4\omega_{02}, \quad \nu_1 = 10\omega_{02}, \quad \nu_2 = 0,1\omega_{02}, \quad \epsilon_0 = \epsilon_g \quad (25)$$

в первой системе $v_k \sim 0,5 v_{T1}$, а во второй и третьей — $v_k \sim 0,22 v_{T1}$.

Рассмотрим теперь неустойчивость двухкомпонентного слоя конечной толщины. Кроме исследованных выше и измененных конечностью

толщины слоя поверхностных волн, в этом случае может возникнуть целая серия неустойчивых объемных плазмонов, которые при достаточно больших d приближенно описываются дисперсионными уравнениями

$$\epsilon_l \left(k_3 = \frac{n\pi}{d} \right) = 0 \quad (n = 2, 3, \dots). \quad (26)$$

Тангенциальным плаズмам соответствуют четные n , нормальным — нечетные.

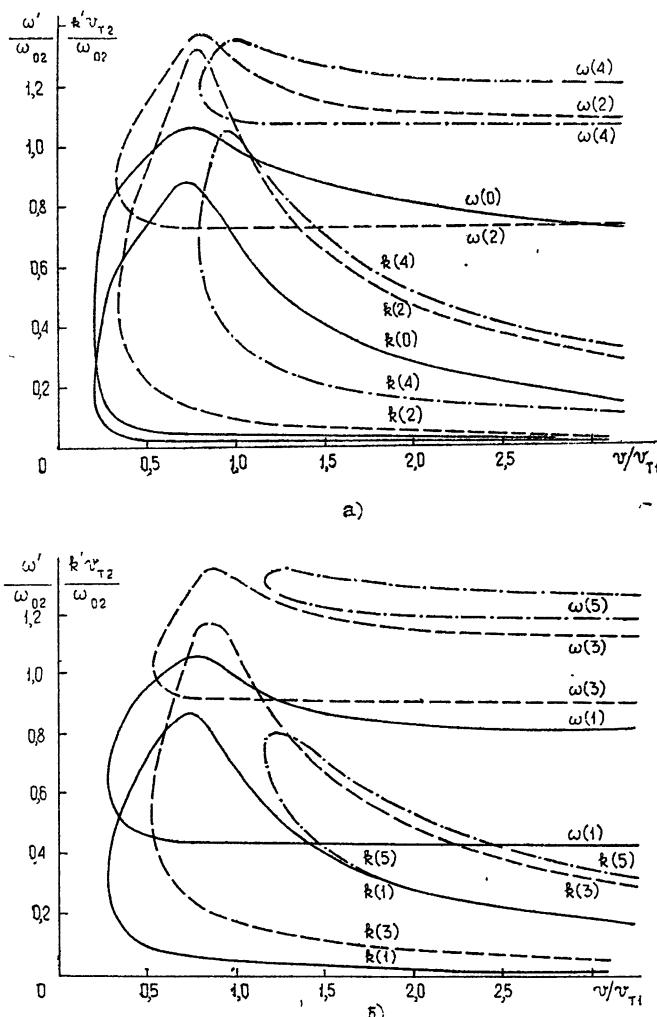


Рис. 1. Границы неустойчивости тангенциальных (а) и нормальных (б) плаズмов;

$v_{T1} = 12 v_{T2}$, $\omega_01 = 4 \omega_{02}$, $v_1 = 10 \omega_{02}$, $v_2 = 0,1 \omega_{02}$, $\epsilon_0 = \epsilon_g$, $d = 15 v_{T2}/\omega_{02}$; сплошная линия — поверхностные волны, штриховая и штрих-пунктирная линии — объемные волны.

В качестве примера на рис. 1 приведены границы области неустойчивости тангенциальных и нормальных плаズмов в двухкомпонентном слое, найденные из уравнений (5) и (6) с помощью ЭВМ для набора

параметров (25) и $d = 15 v_{T2}/\omega_{02}$. Кривые 0 и 1 соответствуют поверхностным плазмонам, кривые 2, 3, ... — объемным плазмонам с $n = 2, 3, \dots$ (см. (26)). Интересно отметить, что в приведенном примере наименьшей дрейфовой скоростью, при которой возникает неустойчивость, обладают поверхностные плазмоны, а из двух типов плазмонов, как и указывалось, более неустойчивы тангенциальные волны. С уменьшением толщины слоя области неустойчивости объемных плазмонов быстро уменьшаются и сдвигаются в сторону больших v , а затем полностью исчезают. Поверхностные волны остаются неустойчивыми при толщинах, когда объемные волны уже устойчивы.

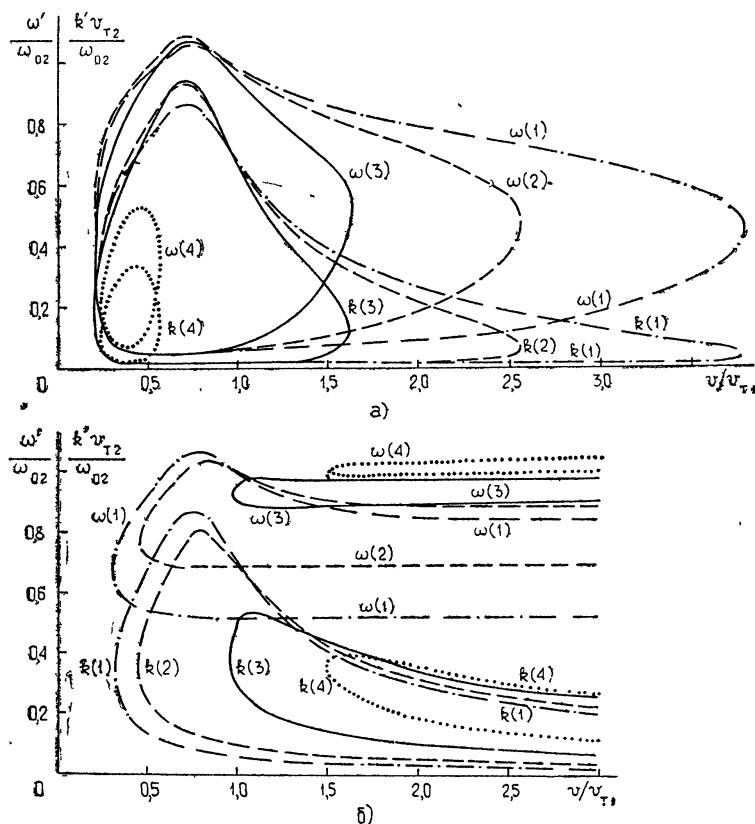


Рис. 2. Границы неустойчивости поверхностных (а) и нормальных (б) плазмонов при разных толщинах;

$v_{T1} = 12 v_{T2}$, $\omega_0 = 4 \omega_{02}$, $\nu_1 = 10 \omega_{02}$, $\nu_2 = 0,1 \omega_{02}$, $\epsilon_0 = \epsilon_g$;
штрих-пунктирная линия — $d = 12 v_{T2}/\omega_{02}$, штриховая линия —
 $d = 8 v_{T2}/\omega_{02}$, сплошная линия — $d = 5 v_{T2}/\omega_{02}$, пунктирная — $d = 2 v_{T2}/\omega_{02}$ для тангенциальных и $d = 4 v_{T2}/\omega_{02}$ для нормальных плазмонов.

На рис. 2 приведены границы неустойчивости поверхностных волн при нескольких значениях толщин слоя. Характерной особенностью кривых является наличие ограничения неустойчивости тангенциальных плазмонов со стороны больших v и отсутствие такого ограничения для нормальных плазмонов. Эта особенность существует и в элементарной теории и не связана с тепловыми эффектами. Тепловые эффекты проявляются в возникновении v_{min} , которая несколько меньше у тангенциальных плазмонов, и в более быстром исчезновении неустойчивости нормальных плазмонов (по сравнению с тангенциальными).

одна индуцирует другую. В этом случае могут быть либо ослаблены условия возникновения общей неустойчивости системы, либо увеличены инкременты нарастающих волн.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Ф. Дряхлушкин, Ю. А. Романов, ЖЭТФ, 58, 348 (1970).
2. Е. П. Богданов, Л. К. Орлов, Ю. А. Романов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 14, № 2, 228 (1971).
3. Е. П. Богданов, Л. К. Орлов, Ю. А. Романов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 14, № 6, 805 (1971).
4. Е. П. Богданов, Л. К. Орлов, Ю. А. Романов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 15, № 4, 521 (1972).

Научно-исследовательский физико-технический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
4 июля 1973 г.

STREAM INSTABILITY OF A TWO-COMPONENT PLASMA LAYER

E. P. Bogdanov, Yu. A. Romanov

The stream instability of a two-component finite-thickness plasma layer is investigated in the elementary theory and quasi-hydrodynamic approximations. The instability boundaries and increments of increasing waves are found. It is shown that in thin layers in the absence of thermal motion of plasma particles asymmetrical E-waves (normal plasmons) are more unstable. In the presence of thermal motion symmetrical E-waves (tangential plasmons) are more unstable. Both in the class of symmetrical and asymmetrical waves in thin layers the surface waves are more unstable. The stream instability is absent in very thin layers.

УДК 533.951

О СТАЦИОНАРНОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ЭНЕРГИИ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ ШУМОВ

*B. V. Александров, B. B. Пустовалов, B. P. Силин, G. L. Стенчиков,
B. T. Тихончук*

Определена структура и толщина переходных слоев между турбулентной и ламинарной областями плазменного шума; найдено равномерно пригодное представление спектральной плотности энергии шума. Обсуждена аналогия рассмотренной задачи с проблемой отыскания формы турбулентной области в теории турбулентного движения жидкости.

В предлагаемом сообщении найдена стационарная турбулентная спектральная плотность энергии, характеризующая широкий класс колебательных плазменных неустойчивостей в околовороговой области раскачки в рамках нелинейной теории слабой турбулентности [1-3]. Для инкремента использованы обычные выражения линейной теории параметрических [4], пучковых или токовых [5] неустойчивостей, а нелинейное насыщение обусловлено, по предположению, вынужденным рассеянием колебаний на ионах плазмы. Стационарность турбулентности достигается благодаря тому, что нелинейное взаимодействие, перекачивая шум по спектру, выносит его из зоны раскачки в зону затухания.

Рассмотрение базируется на сращивании асимптотических решений нелинейного дифференциального уравнения для плотности шума, позволяющем определить структуру и толщину переходных слоев между турбулентными и ламинарными значениями шумов.

В турбулентной плазме эволюция во времени t спектральной плотности энергии $W(\mathbf{k}, t)$ неустойчивых, с инкрементом $\gamma(\mathbf{k})$, шумов описывается нелинейным интегродифференциальным уравнением

$$\frac{\partial W(\mathbf{k}, t)}{\partial t} = A(\mathbf{k}) + W(\mathbf{k}, t) \left[2\gamma(\mathbf{k}) - \int d\mathbf{k}' Q(\mathbf{k}, \mathbf{k}') W(\mathbf{k}', t) \right],$$

в котором A — скорость спонтанной генерации шума, а ядро Q характеризует сечение нелинейного взаимодействия шумов (вынужденного рассеяния на ионах). Благодаря симметрии раскачки и резкой зависимости инкремента от волнового числа при малом превышении порога неустойчивости, отыскание стационарной спектральной плотности энергии турбулентного шума $W(\mathbf{k})$ в зависимости от трех компонент волнового вектора \mathbf{k} возмущений плазмы сводится к решению нелинейного интегрального уравнения для функции $y(x) \propto W(\mathbf{k})$, где $y(x)$ — функция одной переменной x , характеризующей угловую зависимость шума. В интересующем нас случае, когда характерный масштаб перекачки шума по спектру меньше размеров области неустойчивости, интегральное уравнение для $y(x) > 0$ эквивалентно дифференциальному

$$\delta \frac{dy}{dx} + x^n - a^s = f(x) y^{-m}, \quad (1)$$

с уменьшением d . Последнее объясняется различной симметрией распределения заряда нормальных и тангенциальных плазмонов.

Кроме граничных кривых, нами на ЭВМ были также рассчитаны инкременты нарастающих волн ($\text{Im}\omega \equiv \omega''(k)$) и кривые $\text{Re}\omega \equiv \omega'(k)$ для различных наборов параметров слоя. Значения максимальных инкрементов ω''_{\max} в зависимости от величины дрейфовой скорости при наборе параметров (25) и $d = 15 v_{T2}/\omega_{02}$ приведены на рис. 3 (обозначения те же, что и на рис. 1). Приведенные кривые хорошо иллюстрируют более неустойчивый характер поверхностных волн (а среди них — симметричных плазмонов) при малых v . С ростом дрейфовой скорости после прохождения наибольшего значения при $v \approx 0,75 v_{T1}$ $\omega''_{\max}(0)$ начинает падать, и при $v \approx 4,62 v_{T1}$ поверхностная симметричная волна становится устойчивой ($\omega''_{\max} = 0$). Инкремент поверхностной антисимметричной волны $\omega''_{\max}(1)$ с ростом v растет и становится наибольшим среди всех неустойчивых мод.

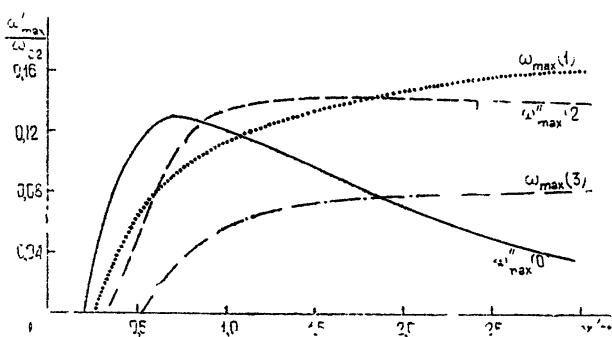


Рис. 3. Зависимость максимальных инкрементов нарастания от величины дрейфовой скорости;

$v_{T1} = 12 v_{T2}$, $\omega_{01} = 4 \omega_{02}$, $\gamma_1 = 10 \omega_{02}$, $\gamma_2 = 0,1 \omega_{02}$, $\epsilon_0 = \epsilon_g$, $d = 15 v_{T2}/\omega_{02}$; сплошная и штриховая линии — тангенциальные плазmons, пунктирная и штрих-пунктирная — нормальные плазmons: 0, 1 — поверхностные, 2, 3 — объемные.

Интересно отметить, что при всех исследованных дрейфовых скоростях инкремент ω'' достигает своего наибольшего значения при практически постоянной частоте, различной для каждой неустойчивой моды:

$$\begin{aligned}\omega'_{\max}(0) &\approx 0,53 \omega_{02}, \quad \omega'_{\max}(1) \approx 0,63 \omega_{02}, \quad \omega'_{\max}(2) \approx 0,92 \omega_{02}, \\ \omega'_{\max}(3) &\approx 1,03 \omega_{02}.\end{aligned}$$

Проведенное исследование неустойчивости двухкомпонентного плазменного слоя и результаты предыдущих исследований неустойчивости пространственно-разделенных однокомпонентных пучков [1—4] позволяют без особого труда представить качественную картину неустойчивости системы многокомпонентных пространственно-разделенных плазменных пучков. Отправной точкой при этом может служить приближение «двухпучкового» взаимодействия. В зависимости от соотношений между параметрами вначале может развиться неустойчивость либо двух взаимопроникающих, либо двух пространственно-разделенных пучков. Особый интерес представляют системы, в которых указанные два типа неустойчивостей развиваются почти одновременно, либо

в котором величина $\delta \ll 1$ является мерой нелинейного взаимодействия волн с ядром Q , а параметр $a^2 \ll 1$ определяет надпороговость раскачки, т. е. максимальный инкремент γ_{\max} . Значения чисел n , m и вид функции $f(x)$, как и зависимость δ и a от параметров плазмы [6–8], различны, вообще говоря, для разных неустойчивостей. В частности, для ленгмюровской турбулентности, возбуждаемой в токовой плазме электронным пучком [7], $f(x) = x^2$, $n = 2$, $m = 2$. Параметрической неустойчивости типа распада циркулярно поляризованной электромагнитной волны на два колебания с частотой нижнего гибридного резонанса в магнитоактивной плазме соответствуют значения $f(x) = 1$, $n = 2$, $m = 4/3$ (см. [8]). Параметрическая турбулентность [6], инициируемая распадом интенсивной световой волны на два плазмона в лазерной плазме, характеризуется величинами $f(x) = 1$, $n = 2$, $m = 2$.

Проведем анализ одного из названных вариантов плазменной турбулентности (последнего). Прежде всего, отметим, что турбулентному плазменному шуму соответствуют большие значения функции $y(x) \gg 1$, реализующиеся в случае $\epsilon \equiv \delta/a^4 \ll 1$, а для ламинарного (спонтанного) шума — $y(x) \approx 1$ (см. [6]). Основу приводимого здесь построения приближенного решения $y(x)$ составляет процедура сращивания турбулентного ($y \gg 1$) и спонтанного ($y \sim 1$) решений, использующая малость параметра $\epsilon \ll 1$. В такой постановке решаемая задача, в отличие от теории турбулентного движения жидкости или газа, где возникают трудности в определении формы турбулентной области (см. [9], стр. 162), дает исчерпывающий ответ на вопрос о структуре и толщине переходных слоев между турбулентным ($y \gg 1$) и спонтанным ($y \sim 1$) шумами. Так же как и в теории ширины ударной волны с небольшими скачками гидродинамических величин (см. [9], стр. 415), толщина рассматриваемых далее переходных слоев уменьшается $\propto \epsilon^\nu$ ($\nu > 0$) с ростом скачков (в нашем случае — с ростом уровня турбулентного шума пропорционального ϵ^{-1}).

Перейдем в уравнении (1) к переменным, в которых турбулентный шум и область неустойчивости, определяемая условием $a^2 - x^2 \geq 0$, имеют величину порядка единицы:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dz} &= 1 - z^2 + \frac{\epsilon^2}{u^2}, \\ z &\equiv \frac{x}{a}, \quad u(z) \equiv \frac{\delta}{a^3} y(x). \end{aligned} \tag{2}$$

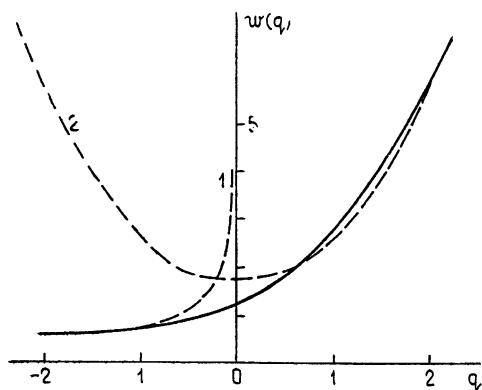
Уравнение (2), описывающее установившуюся, стационарную плазменную турбулентность, есть результат проявления трех одновременно протекающих нестационарных процессов: раскачки плазменного шума в зоне $-1 < z < 1$, нелинейной перекачки (без диссипации) от меньших z к большим [3, 6], т. е. от левой границы $z = -1$ зоны раскачки к правой $z = +1$, и диссипации шума справа от зоны раскачки $z > 1$. Существенно, что стационарный шум устанавливается в результате перекачки его энергии в одном направлении, в данном случае — слева направо: $u(z) > 0$, $\delta > 0$. Такая направленность перекачки как нестационарного процесса проявляется в том, что максимум стационарного шума лежит в окрестности правой границы $z \approx +1$ зоны раскачки [6]. Поэтому в стационарных условиях уравнения (2) плазменный шум не может достигать турбулентного уровня слева от зоны раскачки $-1 < z < 1$.

Эта характерная черта плазменной турбулентности перекликается с одним из свойств области вихревого турбулентного движения (турбулентной области), состоящем в том, что обмен жидкостью между

турбулентной областью и окружающим пространством может быть только односторонним (см. [9], стр. 161). В качестве условия, определяющего решение уравнения (2), следует использовать, таким образом, требование близости шума к спонтанному при $z < -1$.

Рис. 1. Структура левого переходного слоя, в котором шум описывается уравнением (4).

Сплошной линией представлена интегральная кривая этого уравнения, осуществляющая сращивание спонтанного шума с турбулентным, т. е. переход с асимптотики $w = (-2q)^{-1/2}$ при $q \rightarrow -\infty$ (кривая 1) на асимптотику $w = q^2 + 1,63$ при $q \rightarrow +\infty$ (кривая 2).



Функция

$$u_s(z) = \varepsilon (z^2 - 1)^{-1/2} = O(\varepsilon), \quad (3)$$

получающаяся из уравнения (2) в пренебрежении производной, описывает спонтанный шум. Такое выражение (3) теряет смысл на левой границе зоны раскачки. В области этой границы ($z = -1$) структура переходного слоя (внутреннего пограничного слоя) устанавливается с помощью уравнения (2). При этом ширина переходного слоя оказывается порядка $\varepsilon^{2/5}$ ($v = 2/5$). Действительно, вводя переменные переходного слоя $w(q) = \varepsilon^{-4/5} u(z)$ ($q = \varepsilon^{-2/5}(z + 1)$), с помощью (2) получаем уравнение первого приближения в левом переходном слое (см. рис. 1):

$$\frac{dw}{dq} = 2q + w^{-2}. \quad (4)$$

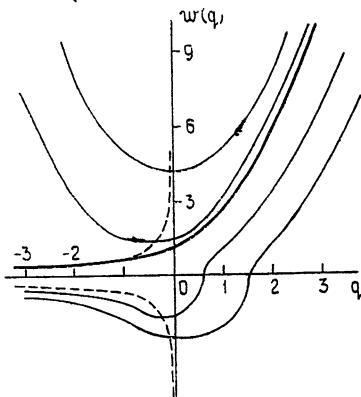


Рис. 2. Картина интегральных кривых уравнения (4) (тонкие сплошные линии).

Жирной линией вычерчена интегральная кривая, разделяющая их на два семейства в зависимости от асимптотического поведения на бесконечности $q \rightarrow \pm \infty$ и осуществляющая показанный на рис. 1 переход спонтанного шума в турбулентный. Пунктиром отмечено геометрическое место

$$\text{нулей производной } \frac{dw}{dq} = 0.$$

Численное решение уравнения (4) позволяет определить структуру левого переходного слоя и срастить турбулентное решение со спонтанным (3). Действительно, интегральные кривые уравнения (4) при $q \rightarrow +\infty$ асимптотически близки к параболам $w = q^2 + C$ (рис. 2). Интегральная кривая, которой при $q \rightarrow +\infty$ соответствует парабола с постоянной $C = 1,63383$, делит все семейство кривых на два типа.

Интегральные кривые, лежащие выше нее при $q \rightarrow -\infty$, ведут себя при $q \rightarrow \pm \infty$, как параболы $w = q^2 + \text{const}$. Интегральные кривые, лежащие ниже и справа от разделяющей кривой, при $q \rightarrow -\infty$ прижимаются снизу к гиперболе $w = -(-2q)^{-1/2}$. Эта разделяющая кривая, выходящая на гиперболу $(-2q)^{-1/2}$ при $q \rightarrow -\infty$, является тем (единственным) решением уравнения (4), которое срашивается с функцией (3) в левом переходном слое и тем самым определяет его структуру.

В области турбулентности, которая определяется требованием $u(z) \sim 1$, исходное уравнение (2) в первом приближении приводит к решению

$$u = u_t(z) = C_t + z - z^3/3. \quad (5)$$

Срашивание (5) в левом переходном слое с выделенным выше решением уравнения (4) приводит к значению константы $C_t = 2/3$. Это означает, согласно (5), что область турбулентности шире зоны раскачки и простирается вплоть до $z = 2$, где вновь возникает переходный слой шириной ϵ (рис. 3). Вводя функцию $v(t) = \epsilon^{-1} u(z)$, где $t = (z - 2)/\epsilon$, получим уравнение

$$\frac{dv}{dt} + 3 = v^{-2}, \quad (6)$$

определяющее шум в этом правом переходном слое, т. е. его структуру.

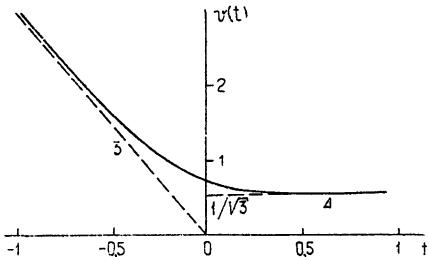


Рис. 3. Структура правого переходного слоя, в котором шум описывается уравнением (6) с решением (7), представленным сплошной линией. Пунктиром (кривые 3 и 4) показаны асимптотики $v = -3t$ и $v = -3^{-1/2}$ решения (7) в турбулентную и ламинарную области шума.

Интегрирование (6) дает

$$-\frac{v}{3} + \frac{1}{6\sqrt{3}} \ln \left| \frac{v\sqrt{3} + 1}{v\sqrt{3} - 1} \right| = t + C', \quad (7)$$

где $C' = 0$. Это значение константы определяется из условия срашивания решений (7) и (5). Справа от переходного слоя $z \approx 2$ шум выходит на спонтанный уровень и описывается функцией (3), которая автоматически срашивается с решением (7).

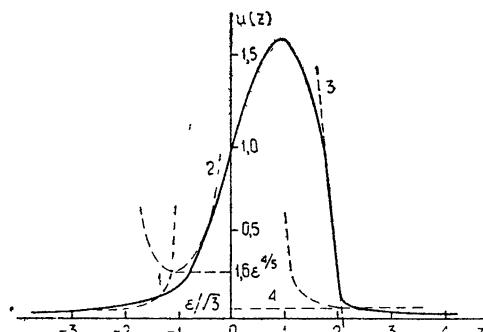
Таким образом, искомое решение уравнения (1) характеризует турбулентную ($-1 < z < 2$) и две ламинарные ($z < -1$, $z > 2$) области, разделенные переходными слоями в окрестностях точек $z \approx -1$ и $z \approx 2$, в которых плазменный шум определяется универсальными уравнениями (4) и (7). Получающееся решение дается равномерно пригодным представлением спектральной плотности энергии шума,

$$u(z) = \left\{ \frac{2}{3} + z - \frac{z^3}{3} + \left[\epsilon v \left(\frac{z-2}{\epsilon} \right) + 3(z-2) \right] + \left[\epsilon^{4/5} w \left(\frac{z+1}{\epsilon^{2/5}} \right) - \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
 & - (z+1)^2 \Big] \Big\} \Theta(z+1) \Theta(2-z) + \varepsilon \left[(z^2-1)^{-1/2} + v \left(\frac{z-2}{\varepsilon} \right) - \frac{1}{\sqrt{3}} \right] \times \\
 & \times \Theta(z-2) + \varepsilon \left[(z^2-1)^{-1/2} + \varepsilon^{-1/5} w \left(\frac{z+1}{\varepsilon^{2/5}} \right) - (-2z-2)^{-1/2} \right] \Theta(-1-z) \\
 & (\Theta(z) = 1 \quad (z > 0), \quad \Theta(z) = 0 \quad (z < 0)),
 \end{aligned}$$

осуществляющим непрерывный плавный переход от турбулентных значений шума к спонтанным (см. рис. 4). Высшие приближения по малому параметру ε , уточняющие структуру переходных слоев, можно построить обычным способом [10, 11]. В частности, учет членов следующего порядка малости приводит к малому изменению константы в турбулентном решении (5), $C_t = 2/3 + \varepsilon^{4/5} C$, и смещению правой границы области турбулентности в точку $z = 2 + \frac{1}{3} C \varepsilon^{4/5}$, $C = 1,63383$.

Рис. 4. Равномерно пригодное представление спектральной плотности энергии плазменного шума, найденное сращиванием в переходных слоях турбулентного (5) и ламинарного (3) решений уравнения (2) при $\varepsilon = 0,1$. Структура левого ($z \approx -1$) и правого ($z \approx 2$) переходных слоев показана на рис. 1 и 3.



Для параметрической турбулентности [6], инициированной неустойчивостью типа распада электромагнитной волны накачки с частотой ω_0 на два электронных ленгмюровских колебания с частотами ω_{Le} , толщина $\Delta x = a \varepsilon^{2/5}$ левого переходного слоя дается равенством

$$\Delta x = (\delta^2/a^3)^{1/5} = 0,2 (n_e r_{De}^3)^{-2/5} \left(1 - \frac{E_{min}}{E_0} \right)^{-3/10} \Delta^{1/5} \left(\frac{cv_{Ti}}{v_{Te}^2} \right)^{4/5} \left(\frac{r_{Di}}{r_{De}} + \frac{r_{De}}{r_{Di}} \right)^{-4/5}.$$

Здесь n_e — плотность электронов плазмы с тепловой скоростью v_{Te} и дебаевским радиусом $r_{De} = v_{Te}/\omega_{Le}$, r_{Di} и v_{Ti} — дебаевский радиус и тепловая скорость ионов, c — скорость света в вакууме; E_0 — напряженность электрического поля накачки, а E_{min} — минимальное пороговое значение поля E_0 , необходимое для параметрической раскачки; $\Delta = (\omega_0 - 2\omega_{Le})(2\omega_{Le})^{-1}$ — относительная расстройка частоты накачки.

Отметим, в заключение, что изложенная здесь на примере параметрической турбулентности [6] теория структуры переходных слоев между турбулентным и ламинарным плазменным шумом носит достаточно общий характер и позволяет, в частности, определить форму и толщину переходных слоев в шумах, генерируемых пучком электронов [7]. Образование таких слоев в стационарном плазменном шуме обусловлено совместным действием неустойчивости (раскачки) и вынужденного рассеяния шумов, аналогичным механизму установления стационарного состояния турбулентного движения жидкости, когда

энергия, переданная внешним источником (здесь—волной накачки или пучком электронов) нарастающим при неустойчивости пульсациям, практически без диссипации переходит в пульсации, поглощающиеся благодаря диссипативным эффектам (ср [9]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Б. Кадомцев, сб. Вопросы теории плазмы, вып. 4, 188 (1964).
2. В. Н. Цытович, Теория турбулентной плазмы, Атомиздат, М., 1971.
3. В. В. Пустовалов, В. П. Силин, сб. Тр. ФИАН СССР, 61, 42 (1972).
4. В. П. Силин, Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму, изд. Наука, М., 1973.
5. А. Б. Михайловский, Теория плазменных неустойчивостей, 1, Атомиздат, М., 1970.
6. В. В. Пустовалов, В. П. Силин, В. Т. Тихончук, ЖЭТФ, 65, № 11, 1880 (1973).
7. В. В. Пустовалов, В. П. Силин, В. Т. Тихончук, Препринт ФИАН СССР, № 183, 1973.
8. Г. А. Гусев, В. В. Пустовалов, В. П. Силин, Препринт ФИАН СССР, 1974.
9. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика сплошных сред, Гостехиздат, М., 1954.
10. Дж. Коул, Методы возмущений в прикладной математике, изд. Мир, М., 1972.
11. М. Ван-Дайк, Методы возмущений в механике жидкости, изд. Мир, М., 1967.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
8 января 1974 г.

THE STATIONARY SPECTRAL ENERGY DENSITY OF TURBULENT PLASMA NOISES

*V. V. Alexandrov, V. V. Pustovalov, V. P. Silin, G. L. Stenchikov,
V. T. Tikhonchuk*

The structure and thickness of transient layers between turbulent and laminar regions of the plasma noises are determined. A uniformly valid representation of the spectral density of the noise energy is found. The analogy of the considered problem with the problem of finding the form of the turbulent region in the theory of the turbulent liquid motion is discussed.

УДК 551.510.535

К ВОПРОСУ ОБ ИНТЕРПРЕТАЦИИ РЕЗОНАНСОВ НА ГАРМОНИКАХ ГИРОЧАСТОТЫ ЭЛЕКТРОНОВ ПРИ ВЕРХНЕМ ЗОНДИРОВАНИИ ИОНОСФЕРЫ

Б. Н. Гершман, А. Е. Крупина, Ю. Я. Яшин

В связи с зондированием ионосферы сверху рассматривается задача о рефракции плазменных волн вблизи гармоник гирочастоты электронов в неоднородной ионосферной плазме. Получено аналитическое выражение для времени группового запаздывания пакетов плазменных волн и проанализирована зависимость этого времени от номера гармоники, угла выхода и других параметров. Показано, что более существенным оказывается влияние рефракции за счет неоднородности геомагнитного поля, чем за счет неоднородности плазмы. Сравнение расчетных данных с экспериментальными указывает на то, что интерпретация резонансов, наблюдавшихся на гармониках гирочастоты, на основе теории рефракции плазменных волн представляется вполне допустимой.

Осуществление зондирования ионосферы сверху [1-4] явилось толчком к решению широкого круга теоретических вопросов, связанных с интерпретацией совокупности резонансных эффектов. В частности, возникла необходимость объяснить положение и ширину резонансов, дать оценку амплитуд и длительностей принимаемых сигналов и т. д.

К числу сложных вопросов относится интерпретация больших длительностей резонансов, т. е. значительных запаздываний, которые обнаруживаются на ионограммах. Естественно связать эти запаздывания с рефракцией пакетов медленных (плазменных) волн в неоднородной ионосферной плазме. Рассмотрение рефракции указанных волн в ионосфере для резонанса на плазменной частоте электронов было проведено в [5], а для резонанса на верхней гибридной частоте — в работах [6, 7]. Для резонансов на гармониках гирочастоты электронов ω_H , которые наблюдаются иногда в экваториальной зоне вплоть до двадцатой гармоники [3, 4], аналогичное объяснение запаздываний естественно связать с анализом рефракции мод Бернштейна в неоднородной ионосферной плазме*. Заметим, что предварительные оценки и качественный анализ для резонанса вблизи частоты $2\omega_H$ были ранее проведены в [8].

В данной работе при некоторых обоснованных упрощениях мы получим аналитическое выражение для времени группового запаздывания пакетов плазменных волн на частотах $\omega \approx n\omega_H$ ($n = 2, 3, 4, \dots$), и проанализируем зависимость этого времени от номера гармоники n , угла выхода и других параметров. При этом, в силу особенностей дисперсионного уравнения, для мод Бернштейна оказывается существенным не столько влияние рефракции за счет неоднородности плазмы, сколько за счет неоднородности геомагнитного поля H_0 . Сравнение расчетных данных с экспериментально наблюдаемыми запаздываниями

* Об определении этих мод и их основных свойствах см., например, [9].

свидетельствует о неплохом соответствии. В частности, теория указывает на правильную тенденцию в изменении времени группового запаздывания с ростом номера гармоники.

В п. 1 работы получено общее интегральное выражение для времени группового запаздывания. Конкретизация этого выражения при некоторых упрощающих предположениях проводится в п. 2. В п. 3 даны численные примеры и проведено сопоставление с экспериментальными данными.

1. Известно, что дисперсионное уравнение для электростатических волн, распространяющихся перпендикулярно к магнитному полю \mathbf{H}_0 , имеет вид [9]

$$k^2 = \frac{\omega_p^2}{\omega_H^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha} I_n(\alpha)}{\alpha/2 [(\omega/\omega_H)^2 - 1]}, \quad (1)$$

где ω_p — плазменная частота электронов, k — волновое число, $\alpha = k^2 v_t^2 / \omega_H^2$ (v_t — средняя тепловая скорость электронов), $I_n(\alpha)$ — модифицированная функция Бесселя. Уравнение (1) получено для плазмы с максвелловским распределением электронов по скоростям. Имея в виду ионосферные применения, ограничимся далее случаем $\alpha \ll 1$, которому эквивалентно требование $r_e \bar{\lambda} \ll 1$ (r_e — гирорадиус электронов, $\bar{\lambda} = \lambda/2\pi$, $\lambda = 2\pi/k$ — длина волны). Возбуждение волн, удовлетворяющих обратному неравенству $\alpha \gg 1$, при зондировании ионосферы сверху маловероятно.

При $\alpha \ll 1$ дисперсионное уравнение (1) в области частот $\omega \approx n\omega_H$ приводится к виду [11]

$$(k^2)^{n-1} - \frac{\omega_H^2}{\omega_p^2} \left(\frac{2\omega_H^2}{v_t^2} \right)^{n-1} \frac{n!}{n^2 \omega_H^2} \frac{(\omega^2 - n^2 \omega_H^2)(\omega^2 - \omega_p^2 - \omega_H^2)}{\omega^2 - \omega_H^2} = 0. \quad (2)$$

Пусть концентрация электронов и величина напряженности геомагнитного поля H_0 (гирачастица ω_H) изменяются вдоль оси y , а распространение происходит в плоскости xy (см. рис. 1)*. Тогда из уравнения (2) для групповой скорости $V_{rp} = \frac{\partial \omega}{\partial k}$ получаем

$$V_{rp} = \frac{n-1}{n!} \left(\frac{v_t^2}{2\omega_H^2} \right)^{n-1} \times \\ \times \frac{n^2 \omega_p^2 (\omega^2 - \omega_H^2)^2 (k^2)^{n-2}}{\omega [(\omega^2 - \omega_H^2)^2 - \omega_p^2 \omega_H^2 (n^2 - 1)]} k. \quad (3)$$

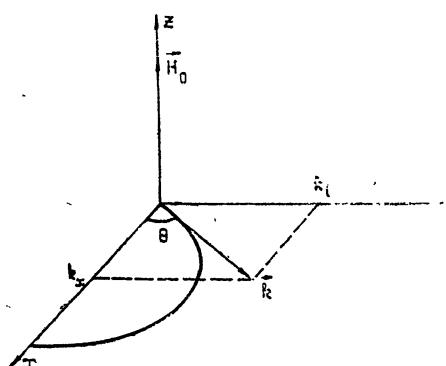


Рис. 1.

Поскольку была выбрана модель плоскослоистой среды, необходимо использовать закон Снеллиуса $k_x = k_{x0} = \text{const}$. При его учете из дисперсионного уравнения (2) получаем, что

* При выборе модели учитывается, что резонансы на частотах $\omega \approx n\omega_H$ ($n > 2$) наблюдаются обычно в приэкваториальной зоне, где в первом приближении изменения H_0 , как и изменения концентрации N , происходят в вертикальном направлении (перпендикулярно направлению поля \mathbf{H}_0).

$$k_y^2 = (\omega^2 - \omega_H^2)^{-1/(n-1)} \left\{ \frac{2\omega_H^2}{v_t^2} \left(\frac{n!}{n^2 \omega_p^2} \right)^{1/(n-1)} [(\omega^2 - n^2 \omega_H^2)(\omega^2 - \omega_p^2 - \omega_H^2)]^{1/(n-1)} - k_{x_0}^2 (\omega^2 - \omega_H^2)^{1/(n-1)} \right\}. \quad (4)$$

Координаты точек отражения находятся из условия $k_y^2 = 0$, из которого с учетом (4) следует

$$k_{x_0}^2 = \frac{2\omega_H^2}{v_t^2} \left[\frac{n! (\omega^2 - n^2 \omega_H^2) (\omega^2 - \omega_p^2 - \omega_H^2)}{n^2 \omega_p^2 (\omega^2 - \omega_H^2)} \right]^{1/(n-1)}. \quad (5)$$

Система лучей определяется как решение уравнения $\frac{dx}{V_{rp,x}} = \frac{dy}{V_{rp,y}}$.

Поскольку $V_{rp} \parallel k$ (3), то координаты точки поворота лучей $y = y_m$ также определяются из (5). Для времени группового запаздывания волнового пакета t_{rp} имеем

$$t_{rp} = \int \frac{dr}{|V_{rp}|} = \frac{n! 2 \omega}{n^2(n-1)} \left(\frac{2}{v_t^2} \right)^{n-1} \left\{ \int_0^{y_m} \frac{(\omega_H^2)^{n-1} dy}{k_y \omega_p^2 (k^2)^{n-2}} - (n^2 - 1) \int_0^{y_m} \frac{(\omega_H^2)^n dy}{k_y (k^2)^{n-2} (\omega^2 - \omega_H^2)^2} \right\}. \quad (6)$$

Интегрирование в (6) ведется вдоль луча $\frac{dx}{V_{rp,x}} = \frac{dy}{V_{rp,y}}$; уровень $y = 0$ считается расположенным на высоте излучателя. Величины, k , k_y определяются соотношениями (2) и (4).

2. Если расстояния, проходимые лучом по вертикали не очень значительны, то изменения квадрата гирочастоты ω_H^2 (или H_0) в ионосфере в приэкваториальной зоне можно аппроксимировать линейным законом

$$\omega_H^2(y) = \omega_{H0}^2 + b_1 y, \quad (7)$$

где, естественно, $\omega_{H0}^2 = \omega_H^2(y=0)$ и $b_1 = \left(\frac{\partial \omega_H^2}{\partial y} \right)_{y=0}$. Аналогично изменения ω_p^2 (электронной концентрации) также характеризуются линейной зависимостью

$$\omega_p^2(y) = \omega_{p0}^2 + b_2 y, \quad (8)$$

где $\omega_{p0}^2 = \omega_p^2(y=0)$, $b_2 = \left(\frac{\partial \omega_p^2}{\partial y} \right)_{y=0}$.

Покажем, что, несмотря на то, что относительный градиент электронной концентрации больше аналогичного градиента H_0 ($b_2/\omega_{p0}^2 \gg \gg b_1/\omega_{H0}^2$), рефракция мод Бернштейна определяется, в первую очередь, неоднородностью H_0 . Для этого рассмотрим первый из интегралов, стоящих в фигурной скобке в (6), который преобразуем с учетом (2) и (4), так что

$$\begin{aligned}
 I_1 = & \int_0^y \frac{(\omega_H^2)^{n-1} dy}{k_y \omega_p^2 (k^2)^{n-2}} = v_t \left(\frac{v_t^2}{2} \right)^{n-2} (n^2)^{1/2(n-1)} \left(\frac{n^2}{n!} \right)^{\frac{n-2}{n-1}} \times \\
 & \times \int_0^y \left\{ \omega_H^2 (\omega^2 - \omega_H^2)^{\frac{2n-3}{2n-2}} \left(\omega_p^2 \right)^{-\frac{1}{2n-2}} [(\omega^2 - n^2 \omega_H^2) (\omega^2 - \omega_p^2 - \omega_H^2)]^{-\frac{n-2}{n-1}} dy \right\} \times \\
 & \times \left\{ \left[2 \omega_H^2 [n! (\omega^2 - n^2 \omega_H^2) (\omega^2 - \omega_p^2 - \omega_H^2)]^{\frac{1}{n-1}} - \right. \right. \\
 & \left. \left. - k_{x0}^2 v_t^2 [n^2 \omega_p^2 (\omega^2 - \omega_H^2)]^{\frac{1}{n-1}} \right]^{1/2} \right\}^{-1}. \tag{9}
 \end{aligned}$$

Оценивая влияние параметров, определяющих рефракцию, на величину интеграла I_1 (и, как следствие, на $t_{\text{гр}}$), обратимся к числителю подынтегрального выражения (9), который обозначим через M . Используя распределения (7), (8) и разлагая в степенные ряды члены биномиального вида $(a \pm y)^m$ с точностью до слагаемых, пропорциональных y , получим, что

$$\begin{aligned}
 M = A_1 \left[1 - \left(\frac{2n-3}{2n-2} \frac{1}{\omega^2 - \omega_{H0}^2} - \frac{1}{\omega_{H0}^2} - \frac{n-2}{n-1} \frac{n^2}{\omega^2 - n^2 \omega_{H0}^2} \right) b_1 y - \right. \\
 \left. - \left(\frac{1}{2n-2} \frac{1}{\omega_{p0}^2} - \frac{n-2}{n-1} \frac{1}{\omega^2 - \omega_{p0}^2 - \omega_{H0}^2} \right) b_2 y \right], \tag{10}
 \end{aligned}$$

где

$$A_1 = \omega_{H0}^2 (\omega^2 - \omega_{H0}^2)^{\frac{2n-3}{2n-2}} \left(\omega_{p0}^2 \right)^{-\frac{1}{2n-2}} [(\omega^2 - n^2 \omega_{H0}^2) (\omega^2 - \omega_{H0}^2 - \omega_{p0}^2)]^{-\frac{n-2}{n-1}}.$$

Выражение (10) написано с использованием следующих неравенств:

$$\left| \frac{b_1}{\omega_{H0}^2} y \right| \ll 1, \quad \left| \frac{b_2}{\omega_{p0}^2} y \right| \ll 1 \tag{11}$$

и

$$\left| \frac{n^2 b_1}{\omega^2 - n^2 \omega_{H0}^2} y \right| \ll 1. \tag{12}$$

Заметим, что при формулировке условий (11), (12) считается, что частоты $\omega \approx n \omega_{H0}$ не совпадают с гибридной частотой.

Оценки показывают, что неравенства (11) в приложении к ионосферной плазме из-за плавных относительных изменений ω_H^2 и ω_p^2 вдоль y выполняются всегда достаточно хорошо. Что касается неравенства (12), то оно удовлетворяется хуже, и требование его выполнимости приводит к ограничению на углы выхода лучей θ (см. п. 3). Оценивая члены в квадратных скобках (10) при значениях параметров, соответствующих верхнему зондированию, замечаем, что величина $(n-2)/(n-1) b_1 n^2 y (\omega^2 - n^2 \omega_{H0}^2)^{-1}$ много больше других слагаемых. Это связано с тем обстоятельством, что мы рассматриваем области частот вблизи гармоник гирочастоты, так что

$$\omega = n \omega_{H0} + \Delta. \tag{13}$$

Здесь $|\Delta|/\omega \ll 1$ (Δ — малая расстройка от резонансной частоты). Малость отношения $|\Delta|/\omega$ оказывается более существенной, чем выпол-

нимость неравенства $b_2/\omega_{p0}^2 \gg b_1/\omega_{H0}^2$. Поэтому зависимость ω_p^2 от y (слагаемые, пропорциональные b_2 в (10)) можно в первом приближении не учитывать*.

В связи с изложенным вычисление времени группового запаздывания вдоль траектории $t_{\text{тр}}$ существенно облегчается. Производя упрощения с учетом неравенств (11), (12) и интегрируя, получаем

$$t_{\text{тр}} = \frac{4 \omega \omega_{H0}^2}{n-1} \frac{n!}{n^2 \omega_{p0}^2} \left(\frac{2}{v_t^2} \right)^{n-1} \frac{n!}{n^2 \omega_{p0}^2} \frac{\sqrt{AC}}{B} \left\{ \frac{2A}{3B} \frac{(n-2)n^2 b_1}{(n-1)(\omega^2 - n^2 \omega_{H0}^2)} \times \right. \\ \left. \times \left[1 - \frac{\omega_{p0}^2(n^2-1)\omega_{H0}^2}{(\omega^2 - \omega_{H0}^2)^2} \right] + \frac{\omega_{p0}^2(n^2-1)}{(\omega^2 - \omega_{H0}^2)^2} \left(\omega_{H0}^2 - \frac{2A}{3B} 2b_1 \right) + \frac{b_1}{\omega_{H0}^2} \frac{2A}{3B} - 1 \right\}, \quad (14)$$

где

$$A = \frac{2 \omega_{H0}}{v_t^2} \left[\frac{n!}{n^2 \omega_{p0}^2} (\omega^2 - n^2 \omega_{H0}^2) (\omega^2 - \omega_{p0}^2 - \omega_{H0}^2) \right]^{\frac{1}{n-1}} - k_x^2 (\omega^2 - \omega_{H0}^2)^{\frac{1}{n-1}},$$

$$B = \frac{2 b_1}{v_t^2} \left[1 - \frac{n^2 \omega_{H0}^2}{(n-1)(\omega^2 - n^2 \omega_{H0}^2)} \right] \left[\frac{n!}{n^2 \omega_{p0}^2} (\omega^2 - n^2 \omega_{H0}^2) (\omega^2 - \omega_{p0}^2 - \omega_{H0}^2) \right]^{\frac{1}{n-1}} + \\ + k_x^2 (\omega^2 - \omega_{H0}^2)^{\frac{1}{n-1}} b_1 [(n-1)(\omega^2 - \omega_{H0}^2)]^{-1},$$

$$C = \left(\frac{2}{v_t^2} \right)^{2-n} (\omega^2 - \omega_{H0}^2)^{\frac{2n-3}{2n-2}} \left[\frac{n^2 \omega_{p0}^2}{n! (\omega^2 - n^2 \omega_{H0}^2) (\omega^2 - \omega_{p0}^2 - \omega_{H0}^2)} \right]^{\frac{1}{n-1}}.$$

С помощью соотношений (5) и (13) можно получить явную зависимость $t_{\text{тр}}$ от угла выхода лучей θ (см. рис. 1) и резонансной расстройки Δ . В результате из (14) имеем

$$t_{\text{тр}} = \frac{4 \sqrt{2} \omega_{H0}^2 \sin \theta}{v_t b_1 n} \left[\frac{(n^2-1)\omega_{H0}^2}{(n^2-1)\omega_{H0}^2 - \omega_{p0}^2} \right]^{\frac{2n-3}{2n-2}} \left[\frac{n! 2 \omega_{H0} \Delta}{n \omega_{p0}^2} \right]^{\frac{1}{2(n-1)}} \times \\ \times \left\{ 1 - \frac{\omega_{p0}^2}{\omega_{H0}^2(n^2-1)} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta \left[(n-2) \left(\frac{\omega_{p0}^2}{\omega_{H0}^2(n^2-1)} - 1 \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{n-1}{n} \frac{2 \Delta}{\omega_{H0}} \left(\frac{\omega_{p0}^2}{\omega_{H0}^2(n^2-1)} - 1 \right) \right] \right\}. \quad (15)$$

Легко показать с учетом (4) и (5), что координата y_m точки отражения определяется соотношением

$$y_m = -\frac{A}{B} \approx \frac{n-1}{n} \frac{2 \sin^2 \theta \omega_H \Delta}{b_1}. \quad (16)$$

Заметим, что приближенное выражение для y_m не содержит частоту ω_p . Соотношение (16) показывает также, что y_m слабо зависит от номера гармоники n (по крайней мере, для больших n).

3. Соотношения (15) и (16) могут быть использованы для непосредственных оценок и сравнения с экспериментальными данными. Так, из (15) можно проследить зависимость $t_{\text{тр}}$ от номера гармоники n ,

* К аналогичному заключению можно прийти при анализе подкоренного выражения в I_1 (9), а также при учете вклада второго интеграла в (6).

расстройки Δ и угла выхода луча θ . Кроме того, можно сравнить теоретические времена $t_{\text{тр}}$ с наблюдаемыми длительностями резонансов на ионограммах. При этом, естественно, нужно опираться на данные, отвечающие выбранной геометрии (использовать ионограммы для приэкваториальной зоны). Однако, прежде чем приступить к оценкам, посмотрим, как влияет условие (12) на допустимые величины y_m из (16). Из (12) с учетом (13) имеем

$$y_m \ll \frac{2 \Delta \omega_{H0}}{nb_1}. \quad (17)$$

Используя соотношение (16), можно получить ограничение на углы выхода:

$$\sin^2 \theta \ll 1/(n - 1). \quad (18)$$

Итак, полученные соотношения (15) и (16) для $t_{\text{тр}}$ и y_m справедливы только для достаточно малых углов θ , удовлетворяющих неравенству (18). Оно означает, что с ростом номера гармоники допустимые углы θ уменьшаются.

Установим, прежде всего, как зависит время группового запаздывания $t_{\text{тр}}$ от номера гармоники n . При достаточно больших номерах гармоник ($n \gg 1$) можно считать выполненным неравенство $n \omega_{H0} \gg \gg \omega_{p0}$, так что зависимость $t_{\text{тр}}$ от n примет вид

$$t_{\text{тр}} \sim \frac{1}{\sqrt{n}} \left[\frac{2}{3} n \sin^2 \theta + 1 \right]. \quad (19)$$

При углах выхода, удовлетворяющих неравенству (18), из (19) следует

$$t_{\text{тр}} \sim 1/\sqrt{n}. \quad (20)$$

В то же время для невысоких номеров гармоник ($n = 2, 3, 4$) может реализоваться случай $n^2 \omega_{H0}^2 \leq \omega_{p0}^2$. Тогда из (16) получим

$$t_{\text{тр}} \sim n \left(\frac{2}{3} n \sin^2 \theta \frac{\omega_{p0}^2}{n^2 \omega_{H0}^2} + \frac{\omega_{p0}^2}{n^2 \omega_{H0}^2} \right). \quad (21)$$

При малых углах θ , удовлетворяющих неравенству (18), из (21) следует, что

$$t_{\text{тр}} \sim 1/n. \quad (22)$$

Итак, установлено, что для гармоник невысокой кратности $t_{\text{тр}} \sim 1/n$, а при $n \gg 1$ $t_{\text{тр}} \sim 1/\sqrt{n}$. Эту зависимость можно сравнить с поведением длительности резонансов на частотах $n \omega_{H0}$ как функции номера гармоники.

Из ионограммы, приведенной в [4] (рис. 6, стр. 109), следует, что

$$t_3 : t_4 : t_5 = \frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{1}{5}.$$

Это соответствует зависимости $t_{\text{тр}} \sim 1/n$ (t_3, t_4, t_5 — длительности резонансов на соответствующих гармониках). При $n \gg 1$ (например, при $n = 9, 10, 11, \dots$) сравнение с теорией затруднено, ввиду плохого разрешения на ионограммах. Однако видно [4], что зависимость длительностей резонансов от n при больших n более медленная, чем $1/n$.

Проведем оценки y_m , $t_{\text{тр}}$ и длины волны λ при различных углах выхода θ . Используя экваториальную ионограмму, приведенную в [3]

(высота 1000 км), а также данные о гирочастоте электронов ω_H , имеющиеся, например, в обзоре [10], получим следующие значения параметров:

$$\begin{aligned}\omega_{H0} &= 3,3 \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}, & v_t &= 3 \cdot 10^2 \text{ км/сек}, \\ \omega_{p0} &= 9 \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}, & b_1 &= 10^{10} \text{ 1/км} \cdot \text{сек}^2.\end{aligned}$$

Значения $t_{\text{гр}}$ и y_m в соответствии с (15) и (16) для пятой гармоники ω_H ($n = 5$) и $\Delta = 10^4 \text{ сек}^{-1}$ приведены в табл. 1, а при $\Delta = 10^5$ — в табл. 2.

Таблица 1

$\theta, \text{град}$	20	10	5	2
$t_{\text{гр}}, \text{сек}$	$8,4 \cdot 10^{-1}$	$4,2 \cdot 10^{-1}$	$20 \cdot 10^{-2}$	$7 \cdot 10^{-2}$
$y_m, \text{км}$	0,58	0,16	0,034	0,005

Таблица 2

$\theta, \text{град}$	20	10	5	2
$t_{\text{гр}}, \text{сек}$	$11 \cdot 10^{-1}$	$5,6 \cdot 10^{-1}$	$26 \cdot 10^{-2}$	$9 \cdot 10^{-2}$
$y_m, \text{км}$	5,8	1,6	0,34	0,05

Проверим для рассмотренных случаев выполнимость неравенства (17). При $b_1 = 10^{10} \text{ 1/км} \cdot \text{сек}^2$, $n = 5$, $5\omega_H = 16,5 \cdot 10^6 \pm 10^4 \text{ сек}^{-1}$ из неравенства (17) получаем

$$y_m \ll 1,3 \text{ км.}$$

При $\Delta = 10^5 \text{ сек}^{-1}$ из (17) следует

$$y_m \ll 13 \text{ км.}$$

Таким образом, для углов $\theta < 20^\circ$ полученные данные можно считать достаточно корректными.

Оценим длину волны λ при $n = 5$, $5\omega_H = 16,5 \cdot 10^6 \pm 10^4 \text{ сек}^{-1}$; $b_1 = 10^{10} \text{ км}^{-1} \cdot \text{сек}^{-2}$, $v_t = 3 \cdot 10^2 \text{ км/сек}$. При указанных значениях параметров из (2) получаем $\lambda = 2\pi/k \approx 1 \text{ м}$. При изменении резонансной расстройки λ почти не меняется. Следовательно, на расстояниях порядка y_m укладывается достаточное число длин волн, так что приближение геометрической оптики можно считать справедливым.

Таким образом, интерпретация резонансов, наблюдавшихся при $\omega \approx n\omega_{H0}$, на основе теории рефракции плазменных волн представляется вполне допустимой.

ЛИТЕРАТУРА

1. G. E. K. Lockwood, Can. J. Phys., 41, 190 (1963).
2. W. Calvert, G. B. Goe, J. Geophys. Res., 68, 6113 (1963).

3. G. E. K. Lockwood, Can. J. Phys., **43**, 291 (1965).
4. Proc. IEEE, **57** (1969) (тематический выпуск).
5. J. R. McAffee, J. Geophys. Res., **73**, 5577 (1968).
6. J. R. McAffee, J. Geophys. Res., **74**, 6403 (1969).
7. Б. Н. Гершман, А. Е. Крупина, Ю. Я. Яшин, Изв. высш. уч. зав — Радиофизика (в печати)
8. M. K. Andrews, M. T. C. Fang, J. Plasma Phys., **6**, 579 (1971).
9. Т. Стикс, Теория плазменных волн, Атомиздат, М., 1965.
10. Б. Н. Гершман, В. А. Угаров, УФН, **72**, 235 (1960).
11. I. B. Bernstein, Phys. Rev., **109**, 10 (1958).

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
3 июля 1973 г.

THE INTERPRETATION OF ELECTRON GYROFREQUENCY HARMONIC RESONANCES AT THE TOPSIDE SOUNDING OF THE IONOSPHERE

B. N. Gershman, A. E. Krupina, Yu. Ya. Yashin

The refraction of plasma waves near the harmonics of the electron gyrofrequency in the inhomogeneous ionospheric plasma is considered in connection with topside sounding of ionosphere. An analytical expression is obtained for the time group delay of plasma wave packets and the dependence of this time on the number of harmonics, on the arrival angle and on other parameters is analysed. It is shown that the influence of refraction due to the geomagnetic field inhomogeneity rather than due to the plasma inhomogeneity is more essential. Comparison of calculations with experimental data shows that the resonances observed at the gyrofrequency harmonics may be interpreted on the basis of the plasma wave refraction theory.

УДК 551.510.535

ЭФФЕКТИВНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ПОТЕРЬ В D-ОБЛАСТИ ИОНОСФЕРЫ ВО ВРЕМЯ ВНЕЗАПНЫХ ИОНОСФЕРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

B. V. Беликович, E. A. Бенедиктов, M. A. Иткина

Найден высотный профиль эффективного коэффициента потерь $\psi(h)$ для трех внезапных ионосферных возмущений, наблюдавшихся в июне 1970 г. в Горьком. Профили электронной концентрации $N(h)$ определялись методом частичных отражений. Функция ионообразования $Q(h)$ рассчитывалась для трех моделей спектра рентгеновского излучения Солнца, построенных по данным измерений на спутниках. Полученные результаты подтверждают наличие особенностей в высотном распределении $\psi(h)$ в области 60—80 км.

Весьма важной характеристикой D-области ионосферы является коэффициент потерь ψ , связанный с электронной концентрацией N и функцией ионообразования Q соотношением

$$\frac{dN}{dt} = Q - \psi N^2. \quad (1)$$

Для определения ψ обычно пользуются квазиравновесными условиями, когда

$$\psi = \frac{Q}{N^2}. \quad (2)$$

Несмотря на значительное число работ, посвященных нахождению коэффициента потерь, имеющиеся в настоящее время сведения относительно ψ недостаточно надежны. В частности, в области высот 60—80 км разброс значений ψ достигает одного-двух порядков.

В последнее время появились работы, указывающие на существенные особенности высотного распределения $\psi(h)$ и возможные изменения $\psi(h)$ в зависимости от степени возмущенности ионосферы [1—5]. В этой связи представляют интерес изложенные ниже результаты определения $\psi(h)$ в периоды внезапных ионосферных возмущений (ВИВ).

Исходные экспериментальные данные и методика определения $\psi(h)$. Наблюдения внезапных ионосферных возмущений проводились в Горьком летом 1970 г. Во время этих наблюдений велись непрерывные записи уровня интенсивности космического радиоизлучения на частотах 13 и 25 Мгц и проводилось вертикальное импульсное зондирование ионосферы на станции АИС в пятиминутном режиме. При появлении ВИВ включалась установка по определению электронной концентрации в D-области ионосферы методом частичных отражений. За период наблюдений были получены профили электронной концентрации $N(h)$, величины аномального поглощения и данные о состоянии E- и F-слоев ионосферы для нескольких десятков ВИВ. Эти резуль-

таты были сопоставлены с измерениями потоков рентгеновского излучения Солнца в трех диапазонах волн [6], и для последующего анализа были отобраны такие три случая определения $N(h)$, когда величины аномального поглощения и интенсивности рентгеновского излучения изменялись в соответствующие интервалы времени наиболее медленно. Такой отбор был сделан для того, чтобы в максимальной степени приблизиться к квазиравновесным условиям и воспользоваться выражением (2) для расчетов $\psi(h)$.

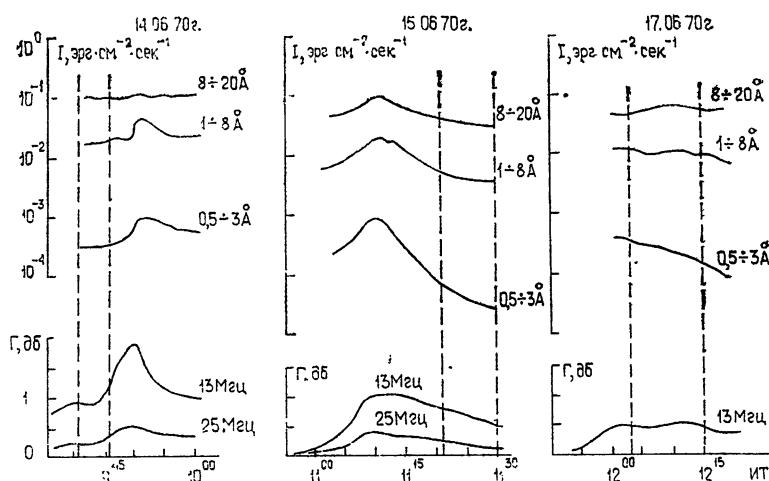


Рис. 1.

На рис. 1 представлены результаты измерений аномального поглощения радиоволн для рассматриваемых событий 14, 15 и 17 июня 1970 г. в сопоставлении с потоками рентгеновского излучения в диапазонах $0.5 - 3 \text{ \AA}$, $1 - 8 \text{ \AA}$ и $8 - 20 \text{ \AA}$. Интервалы времени наблюдений методом частичных отражений обозначены пунктирными линиями. Полученные экспериментальные профили $N(h)$ (из-за специфики метода частичных отражений являющиеся усредненными за период порядка 3—5 мин) показаны на рис. 2 кривыми 1, 2, 3 соответственно для 14, 15 и 17 июня 1970 г. Они позволяют рассчитать, при известной функции ионообразования $Q(h)$, значения $\psi(h)$ в диапазоне 65—85 км. Интересуясь распределением $\psi(h)$ в большем интервале высот, мы экстраполировали профили $N(h)$ до 50 км с одной— и до 120 км с другой стороны. Для этой цели были привлечены данные о критических частотах E -слоя f_0E (они находились в пределах 3,6—4 Мгц), о величинах аномального поглощения радиоволн и о характере частотной зависимости поглощения. Последний определяет вид $N(h)$ на высотах ниже 65 км [7]. Использование известных значений f_0E дало возможность достроить $N(h)$ —в предположении монотонности роста электронной концентрации—до максимума E -слоя. При этом расчетные величины поглощений были согласованы с экспериментальными. Высотная зависимость числа соударений электронов с молекулами в D -области ионосферы, необходимая для расчетов поглощения, была уточнена при обработке материалов частичных отражений [10]. Для удобства последующих расчетов полученные таким образом распределения $N(h)$ были аппроксимированы отрезками экспонент.

Для расчетов $\psi(h)$ необходимо знать функцию ионообразования $Q(h)$. В периоды ВИВ ее можно представить в виде двух членов:

$$Q(h) = Q_0(h) + Q_1(h), \quad (3)$$

где $Q_0(h)$ — функция ионообразования невозмущенной ионосферы и $Q_1(h)$ — дополнительная функция ионообразования, вызванная воздействием на ионосферу рентгеновского излучения солнечной вспышки.

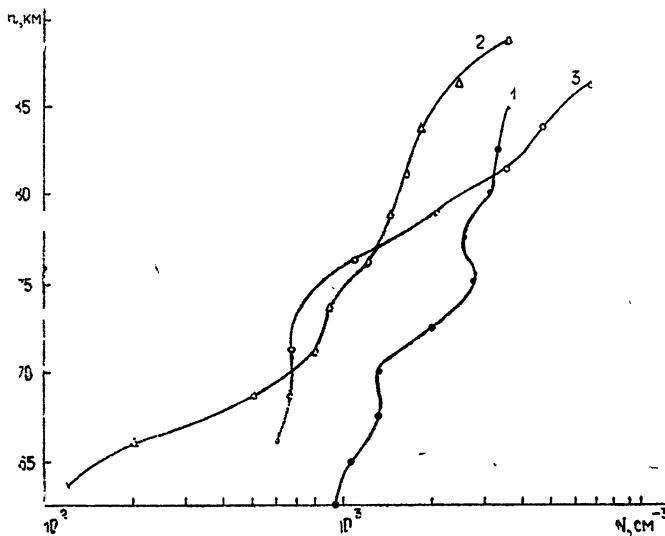


Рис. 2.

Непосредственные сведения относительно $Q_0(h)$ в проведенных экспериментах отсутствовали. Для расчетов было использовано распределение $Q_0(h)$, показанное кривой 1 на рис. 3 а). Оно довольно

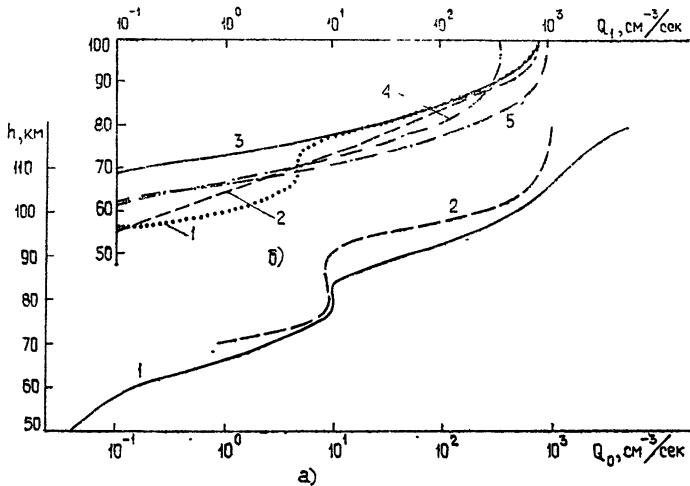


Рис. 3.

ближко к распределению Рейда для зенитного угла Солнца $\chi = 60^\circ$ [1], представленному кривой 2 на том же рисунке. Завышенные значения $Q_0(h)$ на кривой 1 по сравнению с кривой 2 объясняются тем, что в рассматриваемых ВИВ зенитные углы Солнца были меньше ($\chi \approx 40 \div 45^\circ$). Заметим, что некоторая неопределенность в Q_0 не оказывала существенного влияния на результирующее распределение

$\psi(h)$ в области 60—85 км, поскольку в этой области высот дополнительная функция ионообразования Q_1 была в 3—10 раз больше Q_0 .

Зависимость $Q_1(h)$ вычислялась в диапазоне высот 40—120 км по формуле

$$Q_1(h) = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} q(E, h) dE, \quad (4)$$

где

$$q(E, h) = F(E) \exp \left(-\frac{\mu(E)}{\cos \chi} \int_h^{h_{\max}} \rho(z) dz \right) \mu(E) \rho(h) \varepsilon^{-1*},$$

$\rho(h)$ — плотность нейтральной атмосферы, $\mu(E)$ — коэффициент поглощения рентгеновского излучения в атмосфере, $F(E)$ — спектр рентгеновского излучения Солнца и ε — энергия, необходимая для одного акта ионизации. Плотность $\rho(h)$ была взята в расчетах близкой к модели CIRA-65, а зависимость коэффициента поглощения $\mu(E)$ от энергии — в виде $\mu(E) = \mu_0/E^3$, где $\mu_0 = 5 \cdot 10^3 \text{ кэв}^3 \cdot \text{см}^2/\text{г}$ [8]. Наиболее сложной задачей в расчетах $Q_1(h)$ явилось представление спектра рентгеновского излучения $F(E)$, поскольку известны были лишь интегральные интенсивности I рентгеновского излучения в диапазонах длин волн 8—20 Å, 1—8 Å, 0,5—3 Å. Наиболее простая аппроксимация $F(E)$, встречающаяся в литературе, соответствует модели теплового спектра. Для определения теплового спектра достаточно знать интенсивность в двух диапазонах длин волн. Однако, как известно, тепловая модель является грубой аппроксимацией и не согласуется с результатами измерений I в трех диапазонах длин волн. Поэтому в настоящей работе были рассмотрены, кроме тепловой, две другие модели спектра: кусочно-степенная и комбинированная. Первая из них была представлена в виде

$$F(E) = \begin{cases} F_0 \left(\frac{E}{E_2} \right)^{-\gamma_0} & (E_1 \leq E \leq E_2) \\ F_0 \left(\frac{E}{E_2} \right)^{-\gamma_1} & (E_2 \leq E \leq E_3), \\ F_0 \left(\frac{E_3}{E_2} \right)^{-\gamma_1} \left(\frac{E}{E_3} \right)^{-\gamma_2} & (E_3 \leq E \leq E_4) \end{cases} \quad (5)$$

где значения E_i соответствуют границам интервалов, в которых проводились измерения I ($E_1 = 0,62 \text{ кэв}$, $E_2 = 1,55 \text{ кэв}$, $E_3 = 4,15 \text{ кэв}$, $E_4 = 24,8 \text{ кэв}$). Параметры F_0 , γ_0 , γ_1 и γ_2 находились по данным измерений интенсивностей I при дополнительных условиях $0,5 \leq \gamma_0 \leq 2,5$ и $\gamma_0 < \gamma_1 < \gamma_2 < 10$. В табл. 1 приведены значения этих параметров для рассматриваемых событий.

Таблица 1

Дата	Время, UT	F_0 , эрг/кэв·см ² ·сек	γ_0	γ_1	γ_2
14.6.70	9 ⁴⁰ —9 ⁴⁵	0,039	1,5	4,77	5,75
15.6.70	11 ²¹ —11 ³⁰	0,009	2,5	4,46	8,90
17.6.70	12 ⁰³ —12 ¹⁵	0,031	0,5	4,48	5,80

* При численном интегрировании по высоте значение верхнего предела h_{\max} в формуле (4) было выбрано равным 150 км. Это значение является достаточным для учета поглощения мягкого рентгеновского излучения в верхней атмосфере.

Комбинированная модель спектра строилась сложением теплового спектра, параметры которого определялись по значениям I в диапазонах $8-20 \text{ \AA}$ и $1-8 \text{ \AA}$, с излучением в линии $1,85 \text{ \AA}^*$, которому приписывалась интенсивность, равная разности между наблюдаемой I в диапазоне $0,5-3 \text{ \AA}$ и интенсивностью теплового спектра в этом диапазоне длин волн.

На рис. 3 б показаны вычисленные по различным моделям $F(E)$ зависимости $Q_1(h)$ для ВИВ 14.6.70 г. Кривая 1 рассчитана по комбинированному спектру, кривая 2 — по кусочно-степенному, кривые 3—5 — по тепловым спектрам, найденным по интенсивностям I ($1-8 \text{ \AA}$) и I ($8-20 \text{ \AA}$), I ($0,5-3 \text{ \AA}$) и I ($1-8 \text{ \AA}$), I ($0,5-3 \text{ \AA}$) и I ($8-20 \text{ \AA}$) соответственно. Как видно из рис. 3 б, отличия между различными кривыми оказались довольно существенными.

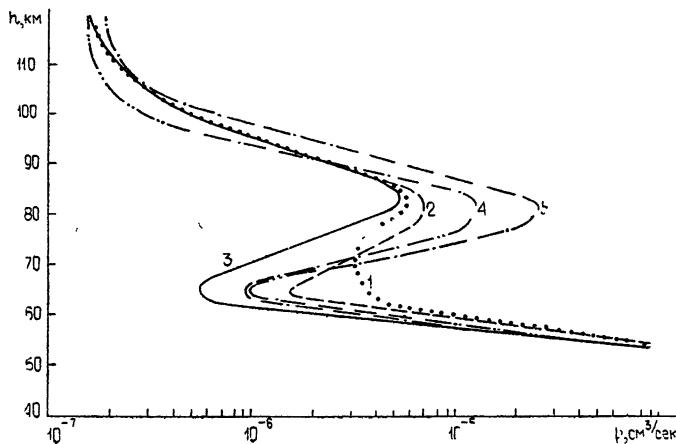


Рис. 4.

Результаты определения $\psi(h)$ и их обсуждение. На рис. 4 показаны вычисленные по формуле (2) зависимости $\psi(h)$ для всех разновидностей аппроксимации спектра в случае ВИВ 14.6.70 (номера кривых соответствуют номерам рис. 3 б). Из рис. 4 видно, что различное представление спектра рентгеновского излучения приводит к значительным количественным отличиям в распределениях $\psi(h)$. Кривые 3—5 рассчитаны по тепловым моделям спектра. Они имеют весьма подобный внешний вид с превышением максимальных значений над минимальными в 10 и более раз. Экстремальные значения для разных кривых отличаются между собой в 3—5 раз. Учитывая качественно зависимость высоты максимальной ионизации от длины волны ионизирующего излучения, можно полагать, что в верхней части D -области более правильно отображает действительность кривая 3, а в нижней части — кривая 4. В целом же, как об этом говорилось выше, тепловая аппроксимация спектра $F(E)$ не удовлетворяет поставленной задаче и более предпочтительны другие рассмотренные представления спектра. Соответствующие им кривые 1 и 2 на рис. 4 почти совпадают с кривой 3 на высотах $h > 85 \text{ км}$ и идут ближе к кривой 4 в нижней части D -области. Заметим, что разность между максимальными и минимальными значениями ψ для кривых 1 и 2 меньше, чем для кривых

* Линия $1,85 \text{ \AA}$ соответствует наблюдаемому в рентгеновских спектрах солнечных вспышек излучению многократно ионизованного железа.

3—5. Наименьшая разность наблюдается для комбинированной модели спектра (кривая 1).

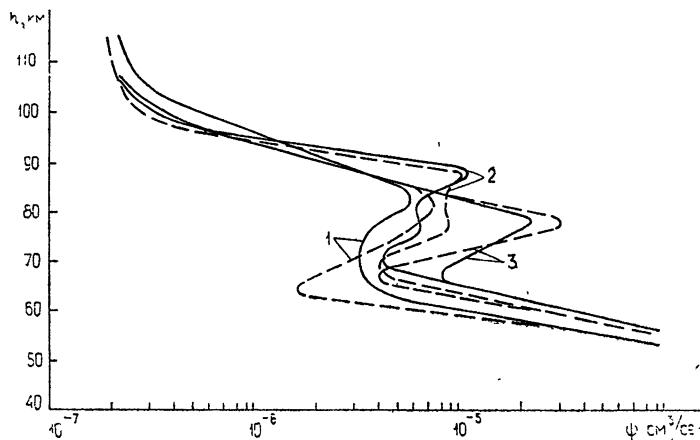


Рис. 5.

На рис. 5, где представлены распределения $\psi(h)$ для всех трех ВИВ, показаны лишь результаты расчетов для комбинированной модели спектра (сплошные линии) и для кусочно-степенного спектра (пунктирные линии). Кривые 1, 2 и 3 относятся к ВИВ 14, 15 и 17 июня соответственно. Для всех приведенных зависимостей характерно наличие минимума на высотах 65—70 км и максимума в области 80 км. Другой особенностью полученных данных являются существенные отличия в значениях ψ для разных ВИВ, выходящие далеко за пределы случайности. Обращает на себя внимание также то обстоятельство, что внешний вид зависимости $\psi(h)$ для 15 июня (кривые 2) несколько отличается от вида зависимостей $\psi(h)$ для 14 и 17 июня.

Следует кратко обсудить достоверность полученных зависимостей $\psi(h)$. Значительные ошибки в величинах ψ могут быть вызваны неопределенностью вида спектра ионизирующего излучения. Представление о возможных погрешностях, вызванных этой причиной, дает рис. 4. Выше обращалось внимание на то, что, по нашему мнению, наиболее близки к вероятному распределению $\psi(h)$ кривые 1 и 2, полученные при степенном и комбинированном представлениях спектра. Если это справедливо, то ошибки в значениях ψ , обусловленные неточным заданием вида спектра, не превышают 10—15% на высотах 70—90 км. К этому, однако, следует добавить погрешности измерений интенсивности рентгеновского излучения, составляющие 10—20%.

Немаловажна также оценка надежности профилей электронной концентрации. В области 65—85 км профили $N(h)$ были получены методом частичных отражений. При этом использовалась как обычно применяемая методика, основанная на определении дифференциального поглощения радиоволн, так и методика нахождения концентрации электронов по коэффициенту корреляции амплитуд обычновенной и необыкновенной компонент обратно рассеянных радиоволн [9, 10]. Это обстоятельство позволило, с одной стороны, уточнить высотное распределение числа соударений электронов с молекулами и тем самым уменьшить систематические погрешности обычного способа определения $N(h)$, а с другой стороны, позволило уменьшить случайные ошибки за счет независимости измерений концентрации электронов двумя методами. Погрешности представленных на рис. 2 профилей

$N(h)$ поэтому относительно невелики и составляют 15—20%. В области $h < 65 \text{ км}$ неопределенность значений $N(h)$ довольно быстро увеличивается с понижением высоты. Некоторую трудность представляет корректная оценка ошибок интерполяции $N(h)$ выше 85 км. Однако в предположении монотонности профиля при учете погрешностей измерений аномального поглощения радиоволн ($\delta\Gamma \sim 0,1 \text{ дБ}$) и критических частот f_0E эти ошибки в верхней части D -области вряд ли превышают 30—40%.

Неточность знаний $Q_0(h)$, как уже отмечалось выше, может быть существенна лишь при $h > 85 \text{ км}$ и $h < 65 \text{ км}$. Другие источники ошибок менее значительны по сравнению с упомянутыми. В целом можно полагать, что погрешности определения коэффициента потерь не превышают 50—100% почти во всем диапазоне рассматриваемых высот, а в области 70—80 км они, по-видимому, составляют около 40—50%.

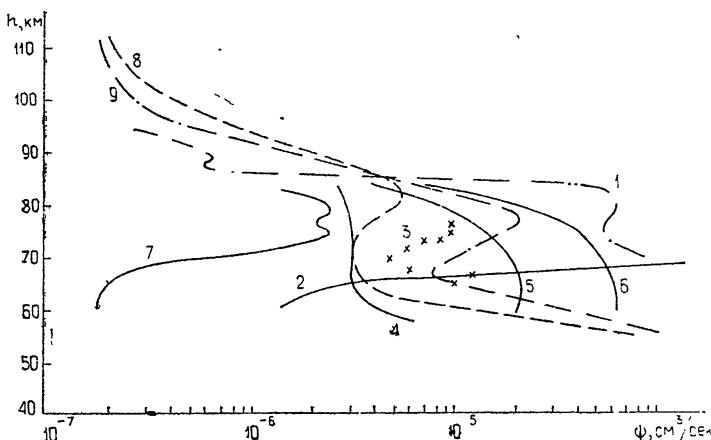


Рис. 6.

Интересно сопоставить полученные в настоящей работе данные с результатами определения $\psi(h)$ другими авторами. На рис. 6 представлены некоторые распределения коэффициентов потерь в D -области ионосферы, взятые из литературы, и зависимости $\psi(h)$ для 14 и 17 июня (кривые 8 и 9), рассчитанные по комбинированной модели спектра. Кривая 1 получена Рейдом [1] для спокойной ионосферы. Невозмущенным условиям соответствует также кривая 2, вычисленная Даниловым и Власовым [5]. Крестиками показаны результаты Мегилла и др. [2] для ППШ. Распределения 4, 5 и 6 характерны, согласно Митра и Роу [4], для сильных, умеренных и слабых ВИВ. Кривая 7 изображает одну из зависимостей $\psi(h)$ для ВИВ из работы Монбрриана и Белроуз [3]. Показанные на рис. 6 данные свидетельствуют об уменьшении коэффициента потерь при переходе от спокойных условий к возмущенным. Степень уменьшения, по Митра и Роу [4], тем больше, чем больше поток рентгеновского излучения солнечной вспышки. С этими выводами качественно согласуются и результаты вычислений $\psi(h)$ для ВИВ 14 и 17 июня. В случае ВИВ 15 июня интенсивность рентгеновского излучения в момент измерений $N(h)$ была заметно меньше соответствующей интенсивности для 17 июня. (см. рис. 1). Между тем, значения $\psi(h)$ на высотах 70—80 км, как видно из рис. 5, оказались для этого возмущения между распределениями $\psi(h)$ для ВИВ 14 и 17 июня. Возможно, что объяснение этому явлению следует искать, рассматривая предшествующие измерениям

интервалы времени. В самом деле, 14 и 17 июня наблюдения проводились либо до, либо вблизи максимума вспышки, тогда как 15 июня они были проведены в затухающий период вспышки, спустя 10—15 мин после максимума, величина которого превышала по интенсивности ионизирующего излучения потоки рентгена 14 и 17 июня в соответствующие моменты измерений $N(h)$. По-видимому, характерное время восстановления коэффициента потерь после его уменьшения в первой фазе развития возмущения было более 5—10 мин, и результаты для ВИВ 15 июня отражают происходивший релаксационный процесс. Интересно заметить, что наиболее низкие значения коэффициента потерь из всех представленных на рис. 6 (кривая 7) были получены также после максимума рентгеновского излучения вспышки. Следует сказать, однако, что на высотах $h < 70$ км значения Φ кривой 7, по нашему мнению, несколько занижены, поскольку при их расчете использовалась тепловая аппроксимация спектра.

Уменьшение коэффициента потерь в периоды ВИВ на высотах $h \sim 80$ км связывают в настоящее время с увеличением концентрации ионов O_2^+ и NO^+ при неизменной плотности гидратированных ионов (см., например, [1]). Очевидно, что увеличение доли ионов с меньшим коэффициентом потерь должно приводить к общему уменьшению Φ . На высотах $h \sim 70$ км во время солнечных вспышек, по-видимому, понижается отношение $\lambda = \Sigma N_- / N$ при сохранении состава положительных ионов, что также приводит к уменьшению эффективного коэффициента потерь.

Многие стороны этой и смежных проблем пока остаются невыясненными. Заметим в этой связи, что в рассмотренных нами трех случаях ВИВ в области 65—80 км имел место рост коэффициента потерь с высотой. Аналогичная картина наблюдается на кривой 7, также относящейся к ВИВ, и на кривой 3, относящейся к ППШ. В то же время в работе [2] приведено и другое распределение для ППШ, не имеющее этой особенности. Почти постоянные значения на высотах 70—80 км обнаружены Монбрианом и Белроузом для одного из ВИВ [3]. Можно надеяться, что анализ других случаев ВИВ, зарегистрированных в Горьком, даст дополнительные сведения по затронутому вопросу.

В заключение авторы выражают благодарность Л. В. Гришкевичу, В. А. Иванову, А. И. Ежову за помощь в работе и обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. G. C. Reid, J. Geophys. Res., **75**, № 13, 2551 (1970).
2. L. R. Megill, G. W. Adams, J. C. Haslett, E. C. Whipple, J. Geophys. Rev., **76**, № 19, 4587 (1971).
3. L. E. Montbriand, J. S. Belrose, Radio Sci., **7**, № 1, 133 (1972).
4. A. P. Mitra, J. N. Rowe, J. Atm. Terr. Phys., **34**, № 5, 795 (1972).
5. А. Д. Данилов, М. Н. Власов, Фотохимия ионизованных и возбужденных частиц в нижней ионосфере, Гидрометеоиздат, Л., 1973.
6. Sol. Geophys. Data ESSA Research Lab. Boulder US Department of Commerce, № 316, part II (1970).
7. Е. А. Бенедиктов, В. В. Беликович, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, (в печати).
8. О. И. Лейпунский, Б. В. Новожилов, В. Н. Сахаров, Распространение гамма-квантов в веществе, Физматгиз, М., 1960.
9. Е. А. Бенедиктов, Л. В. Гришкевич, В. А. Иванов, Г. П. Комраков, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, **14**, № 9, 1452 (1971).
10. Е. А. Бенедиктов, Л. В. Гришкевич, В. А. Иванов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, **15**, № 5, 695 (1972).

**THE EFFECTIVE LOSS COEFFICIENT IN IONOSPHERIC D-REGION
DURING SUDDEN IONOSPHERIC DISTURBANCES***V. V. Belikovich, E. A. Benediktov, M. A. Itkina*

The height profile of the effective loss coefficient $\psi(h)$ is found for three sudden ionospheric disturbances observed in June 1970 in Gorki. The electron density profiles $N(h)$ are determined by the partial reflection method. The ion formation function $Q(h)$ is calculated for three models of the solar x-ray emission spectrum constructed according to the measurement data from satellites. The obtained results confirm the presence of peculiarities in the height distribution $\psi(h)$ in the region of 60—80 km.

УДК 621.371.22

АНАЛИЗ ИЗМЕРЕНИЙ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ УКВ В ПРИЗЕМНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

В. А. Андрианов, Н. А. Арманд, Б. В. Ракитин

Исследуются результаты экспериментальных измерений поля остронаправленной антенны сантиметрового диапазона волн, расположенной вблизи земной поверхности. Обсуждается влияние неоднородности приземного слоя атмосферы и отражений от земной поверхности на формирование диаграммы направленности антенны в вертикальной плоскости при фиксированной высоте источника излучения в области прямой видимости. Отмечается уширение мгновенной диаграммы из-за нестационарности состояния приземного слоя в течение суток и изменения условий отражения.

Известно изменение мгновенных диаграмм направленности при дальнем тропосферном распространении УКВ, обусловленное искажением фазового фронта волны в статистически неоднородной среде [1, 2]. При распространении УКВ в приземном слое атмосферы на формирование диаграммы остронаправленной антенны оказывается не только пространственная неоднородность слоя и изменчивость его во времени, но и изменение условий отражения от земной поверхности. Это зависит от метеорологических условий и рельефа местности, т. е. определяется локальными характеристиками трассы [3, 4].

Для выяснения степени влияния условий распространения сантиметровых радиоволн в приземном слое атмосферы на формирование диаграммы направленности антенны в вертикальной плоскости в области прямой видимости в реальных условиях были проведены измерения на двух трассах, в определенной мере соответствующих двум предельным случаям: заметного и пренебрежимо малого отражения от земной поверхности. Результаты этих измерений обсуждаются в настоящей работе. При их анализе характерный для приземного слоя атмосферы суточный ход происходящих физических процессов рассматривается как периодически нестационарный случайный процесс, что позволяет уточнить статистику распределения измеренных величин и более подробно обсудить эту особенность физических процессов в приземном слое. Для анализа влияния отражений проведены численные расчеты, которые сравниваются с результатами эксперимента.

1. ХАРАКТЕРИСТИКА ТРАСС И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Измерения проводились на трассах длиной $D = 34 \text{ км}$ (трасса 1) и $D = 20 \text{ км}$ (трасса 2) (рис. 1) при различных высотах расположения конечных пунктов, обеспечивающих прямую видимость. По мере анализа результатов изменялась методика измерений для выявления тех или иных особенностей поведения диаграммы направленности. Например, на трассе 2 измерения осуществлялись круглосуточными сеансами для выявления суточного хода процессов в приземном слое атмо-

сферы. Под диаграммой направленности в данном случае понимается изменение уровня поля на выходе остронаправленной приемной антенны при сканировании в вертикальной плоскости (изменение углового положения электрической оси антенны относительно местного горизонта) для фиксированных высот источника излучения и центра антенны. Одновременно с диаграммой анализировались углы прихода радиоволн и осуществлялись метеорологические измерения для вычисления коэффициента преломления атмосферы, помогающего более полно анализировать результаты измерений. Измерения проводились в сантиметровом диапазоне УКВ. На трассе 1 использовалась приемная антenna с шириной диаграммы направленности по уровню половинной мощности $\theta_0 = 26'$, на трассе 2 — $\theta_0 = 28'$.

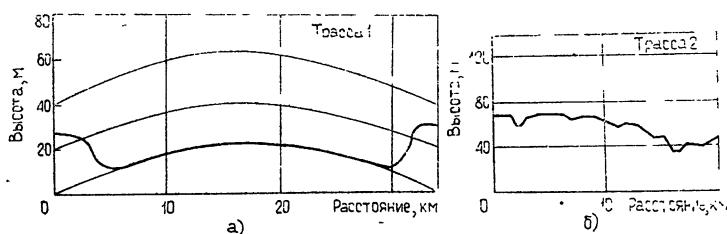


Рис. 1. Рельеф-трасс.

Коротко охарактеризуем трассы измерений. Большая часть трассы 1 проходила над водной поверхностью (море). Трасса 2 расположена в слабопересеченной местности. Рельефы трасс показаны на рис. 1. Естественный рельеф местности на трассе 2 с учетом растительности и неровностей в существенной зоне препятствовал появлению сильного зеркального отражения от поверхности, наличие же достаточно гладкой в дни измерений водной поверхности на трассе 1 способствовало появлению сильных отраженных сигналов. Это подтверждают результаты анализа проведенных измерений. Обработка измерений осуществлялась на ЭВМ «Наири».

2. ВЛИЯНИЕ ОТРАЖЕНИЙ ОТ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ФОРМИРОВАНИЕ ДИАГРАММЫ

Экспериментальные исследования диаграммы направленности на трассе 1 показали, что она меняется в зависимости от погодных условий. На рис. 2 сплошной линией показаны результаты измерений уровня поля (нормированные к единице в максимуме) в пасмурную погоду при волнении на море. В ясную солнечную погоду наблюдались изменения диаграммы, показанные пунктиром, диаграмма расширялась до $47'$, т. е. примерно в 1,8 раза. Заметно также смещение максимума диаграммы.

Для объяснения указанных эффектов следует обсудить несколько возможных причин. Известно [3], что над морем турбулентность развивается слабее, так как ее развитию препятствует устойчивая стратификация. Поэтому расширение диаграммы не удается объяснить статистической неоднородностью тропосферы.

Метеорологические измерения, проводившиеся в слое (2—30 м) вблизи приемной антенны, показали, что условия регулярной рефракции были повышенными и приближались к сверхрефракции (среднее значение градиента показателя преломления $g_n = -13,3 \cdot 10^{-8} \text{ м}^{-1}$, среднеквадратичное отклонение $\sigma_g = 11 \cdot 10^{-8} \text{ м}^{-1}$). Однако учет слоистой неоднородности атмосферы, обусловливающей регулярную рефрак-

цию, приводит только к рефракционному смещению диаграммы, не изменяя ее ширины [5, 6].

Более существенным оказалось влияние земной поверхности. Когда углы прихода радиоволн τ сравнимы и меньше ширины

диаграммы направленности, то вместе с прямой волной в антенну попадает отраженная волна. При значительной величине зеркального отражения интерференция этих волн приводит к искаажению формы диаграммы.

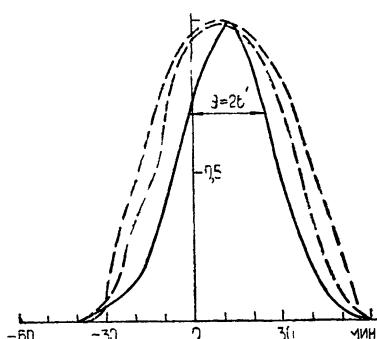


Рис. 2. Результаты измерения диаграммы направленности на трассе 1 (по уровню поля).

Для получения количественных оценок влияния земли были проведены теоретические расчеты в приближении геометрической оптики. Рассматривалась гауссова форма диаграммы

$$F(\beta) = \exp[-1,388(\beta/\theta_0)^2], \quad (1)$$

совпадающая с другими в пределах интересующего нас главного лепестка. Здесь θ_0 — ширина диаграммы по уровню половинной мощности, β — угловое положение максимума диаграммы направленности относительно направления прихода прямой волны. С учетом отраженной волны мощность сигнала на входе приемника равна

$$f(\beta) = F^2(\beta) + R^2F^2(\beta+\alpha) + 2RF(\beta)F(\beta+\alpha)\cos\phi, \quad (2)$$

где R — коэффициент отражения, α — угол между прямым и отраженным лучом, ϕ — разность фаз прямого и отраженного лучей.

В результате форма диаграммы направленности при сканировании антенны в вертикальной плоскости описывается выражением (2). Численный анализ показывает, что при $\alpha/\theta_0 \geq 1,5 \div 2$ прямой и отраженный лучи принимаются раздельно и интерференции не происходит, при $\alpha/\theta_0 \leq 1$ лучи интерферируют и форма диаграммы существенно зависит от разности фаз ϕ . В зависимости от ϕ ширина диаграммы может быть больше или меньше, чем в свободном пространстве. Следовательно, отражение радиоволн может быть одной из причин отмеченного экспериментально уширения диаграммы (рис. 2). Одновременно максимум диаграммы может быть ниже или выше истинного направления на источник. Фаза ϕ меняется в процессе измерений, поэтому смещение максимума диаграммы и связанные с этим вариации угла прихода радиоволн в эксперименте (рис. 3 а) могут быть обусловлены как рефракцией в атмосфере [5], так и отражением от земли. Это видно из совместного анализа экспериментальных измерений на разных трассах и результатов расчетов (рис. 3 а, б).

Оценим величину коэффициента отражения R на трассах 1, 2, считая, что вариации угла прихода $\Delta\tau$ обусловлены только отражением от земли. Экспериментально на трассе 1 наблюдались более глубокие вариации углов прихода τ (сплошная линия на рис. 3 а), чем на трассе 2 (пунктирная линия на рис. 3 а). Максимальные вариации

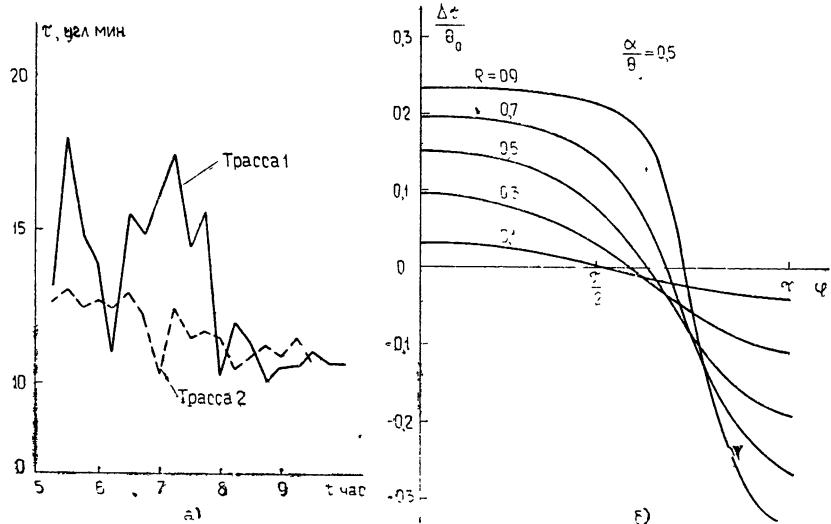


Рис. 3. а) Примеры экспериментальных измерений угла прихода радиоволн на трассах 1 и 2;
б) расчеты вариаций угла прихода Δt в зависимости от разности фаз φ .

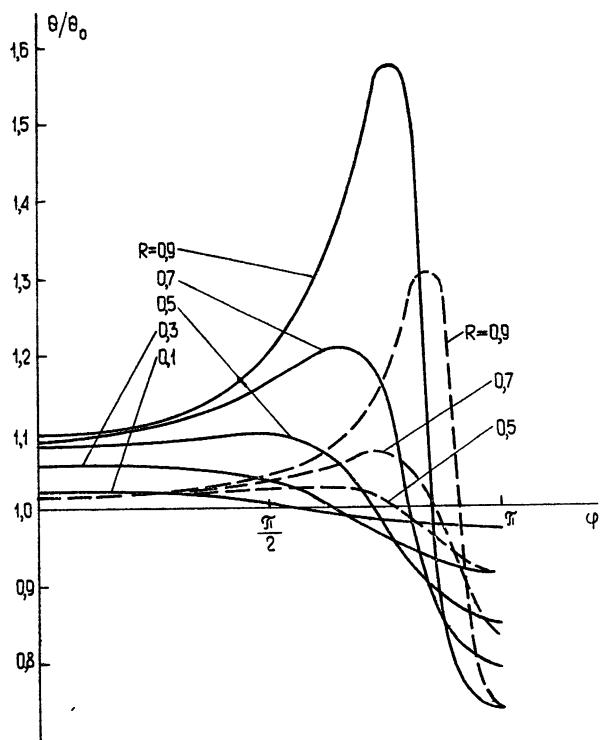


Рис. 4. Расчеты относительной ширины диаграммы направленности θ/θ_0 для разных значений коэффициента отражения R и отношения α/θ_0 . Сплошные линии соответствуют $\alpha/\theta_0 = 0,5$, пунктирные — $\alpha/\theta_0 = 0,25$.

на трассе 1 достигали за несколько сеансов измерений $\Delta\tau = (\tau_{\max} - \tau_{\min})/2 \approx (0,15 \div 0,21) \theta_0$, а на трассе 2 в утренние часы $\Delta\tau \approx 0,04 \theta_0$. Расчеты на основе геометрии трасс и с учетом рефракции (повышенной на трассе 1) показывают, что на трассе 1 $a/\theta_0 \approx 0,25 \div 0,5$, а на трассе 2 — $a/\theta_0 \approx 0,5$. Теоретические изменения $\Delta\tau/\theta_0$ в зависимости от фазы φ для $a/\theta_0 = 0,5$ и различных R приведены на рис. 3б. Из рис. 3б видно, что для вполне реальных изменений коэффициента отражения на морской трассе 1, $R = 0,7 \div 0,9$, имеем $\Delta\tau/\theta_0 \approx 0,22 \div 0,28$, что примерно соответствует экспериментальным значениям. Аналогично для трассы 2 получим $R \leq 0,1$.

Рассмотрим влияние таких отражений на ширину диаграммы направленности. На рис. 4 показана зависимость ширины диаграммы θ/θ_0 от фазы φ для различных значений R . Сплошные линии соответствуют $a/\theta_0 = 0,5$, пунктирные — $a/\theta_0 = 0,25$. Видно, что на трассе 1 отраженный сигнал при определенных значениях $\varphi - \frac{\pi}{2} < \varphi < \pi$ может

привести к расширению диаграммы в 1,3—1,6 раза. Таким образом, наблюдаемое на трассе 1 расширение диаграммы (рис. 2) может быть в принципе объяснено отражением от морской поверхности.

На трассе 2 $R \leq 0,1$, и согласно рис. 4 отраженная волна могла бы изменить ширину диаграммы не более чем на 2,5%, или $0,7'$. Это меньше вариаций, наблюдавшихся экспериментально. Поэтому можно полагать, что на трассе 2 изменения ширины диаграммы обусловлены, в основном, влиянием тропосферы, а не земной поверхности.

3. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ТРОПОСФЕРЫ НА ФОРМИРОВАНИЕ ДИАГРАММЫ

Для выяснения влияния тропосферы на формирование диаграммы, с учетом того, что физические процессы в приземном слое имеют суточный ход, на трассе 2 проводились последовательные измерения диаграммы направленности круглосуточными сеансами с интервалом измерения $\Delta = 15$ мин. Точность определения мгновенной ширины диаграммы в эксперименте оценивается величиной $\delta\theta = (2 \div 3)'$. Для уменьшения влияния случайной ошибки измерений из-за аддитивной помехи при первичной обработке экспериментальных данных применялся метод линейной фильтрации [7]. Проведенная фильтрация почти не искажила $\theta(t)$, а дисперсию ошибки уменьшила в 4 раза, т. е. $\delta\theta \approx (1 \div 1,5)'$.

Для более корректного учета суточных изменений состояния приземного слоя тропосферы необходимо рассматривать происходящие в ней процессы как периодически нестационарные, т. е. считать все вероятностные характеристики периодическими функциями времени [8, 9]. Поскольку интервалы корреляции этих случайных процессов меньше 24 часов, то каждый суточный цикл измерений можно рассматривать как новую реализацию процесса и при оценке статистических характеристик проводить усреднение по ансамблю этих реализаций. При статистическом анализе диаграмм направленности $\theta(t)$ процесс изменения их ширины (формирования) во времени рассматривался как периодически нестационарный, с периодом $T = 24$ час.

Проведенная обработка экспериментальных измерений на трассе 2 показала, что среднее значение ширины диаграммы направленности $\langle \theta(t) \rangle = 28,4' \pm 0,1'$ и в течение суток не изменяется.

Величина дисперсии $D[\theta(t)] = \langle [\theta(t) - \langle \theta(t) \rangle]^2 \rangle$ имеет суточный ход, т. е. является периодической функцией времени. Поведение дисперсии в течение суток показано на рис. 5. Видно, что она изменяется

в интервале $1' \leq \sqrt{D[\theta(t)]} \leq 3,3'$. Аналитически изменение дисперсии в течение суток можно представить в виде ряда Фурье, содержащего три первые гармоники (начало отсчета времени -10 час):

$$D[\theta(t)] = a_0 + \sum_{k=1}^3 \left(a_k \cos \frac{2\pi k}{T} t + b_k \sin \frac{2\pi k}{T} t \right), \quad (3)$$

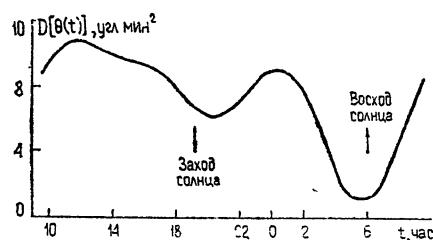
где

$$a_0 = 7,26; a_1 = -0,11; a_2 = 0,73; a_3 = 1,23;$$

$$b_1 = 2,63; b_2 = 2,61; b_3 = -0,32.$$

Выражение (3) описывает дисперсию с погрешностью $(0,5 \div 1)$ угл мин². Амплитуды более высоких гармоник лежат за пределами точности определения дисперсии, и их учет не имеет смысла.

Рис. 5. Суточный ход дисперсии $D[\theta(t)]$ на трассе 2.



Величина дисперсии уменьшается на восходе и заходе солнца, являясь минимальной в утренние часы и достигая максимума днем. Изменение мгновенной диаграммы направленности в течение суток находится в соответствии с суточным изменением состояния приземного слоя тропосферы, в частности, с развитием турбулентности в дневные часы после восхода солнца, что приводит к увеличению дисперсии $D[\theta(t)]$, и переходом к устойчивому состоянию со слаборазвитой турбулентностью в ночные и утренние часы до восхода солнца [3], что способствует уменьшению $D[\theta(t)]$. Подъем дисперсии в ночные часы, вероятно, связан с многолучевым распространением, которое часто наблюдается в летние ночи при наличии инверсии температуры и влажности в приземном слое. Как мы показали, интерференция двух и более лучей может привести к изменению ширины диаграммы направленности. Чтобы объяснить подъем дисперсии в интервале от 20 до 3 час достаточно предположить (согласно рис. 4), что коэффициент отражения от инверсных слоев равен $R \approx 0,1 \div 0,2$. Это вполне реально при скользящих углах падения. Перед восходом солнца инверсии разрушаются и дисперсия убывает. Более подробный анализ причин изменения $D[\theta(t)]$ затруднен из-за отсутствия измерений параметров атмосферы в слое распространения радиоволн на данной трассе. Однако характер суточного хода говорит о преимущественном влиянии атмосферных процессов на формирование диаграммы на трассе 2, а не отражений от земной поверхности, что и оправдывает рассматриваемую гипотезу.

Для завершения статистического анализа на основе обработки экспериментальных данных была получена усредненная по времени функция распределения

$$p[\theta - \langle \theta \rangle] = \frac{1}{T} \int_0^T p[\theta - \langle \theta \rangle, t] dt. \quad (4)$$

Она показана на рис. 6 (кривая 1). Заметно ее отличие от нормальной функции распределения (с усредненной по времени дисперсией D_0)

(кривая 2)), которая соответствовала бы предположению о стационарности случайного процесса,

$$P_n[\theta - \langle \theta \rangle] = [2\pi D_0]^{-1/2} \exp\left[-\frac{(\theta - \langle \theta \rangle)^2}{2D_0}\right]. \quad (5)$$

Более хорошее соответствие получается, если брать дисперсию, зависящую от времени $D(t) = D(t + T)$, т. е. учитывать периодическую нестационарность процесса (кривая 3 на рис. 6):

$$\hat{P}[\theta - \langle \theta \rangle] = \frac{1}{T} \int_0^T [2\pi D(t)]^{-1/2} \exp\left[-\frac{(\theta - \langle \theta \rangle)^2}{2D(t)}\right] dt. \quad (6)$$

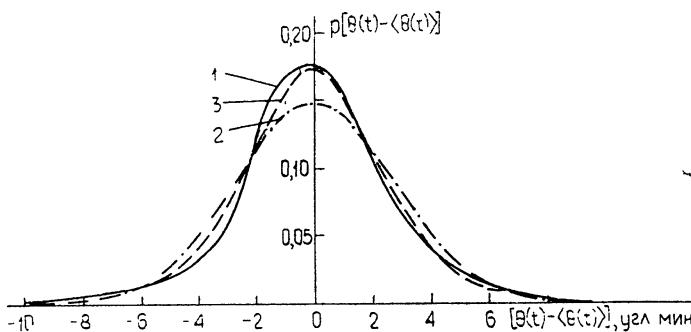


Рис. 6. Усредненные по времени функции распределения:
1 — экспериментальная; 2 — теоретическая для стационарного гауссова процесса; 3 — теоретическая для периодически нестационарного гауссова процесса.

Таким образом, анализ изменений ширины диаграммы направленности в течение суток на основе представлений этих изменений как периодически нестационарного процесса позволяет уточнить статистику распределения результатов измерений, указывая на возможность аппроксимации эмпирической функции распределения гауссовой, с зависящей от времени дисперсией и усредненной за сутки. Такой подход может быть полезным и при изучении других физических процессов в приземном слое атмосферы.

Анализ экспериментальных измерений на основе статистической обработки и теоретических оценок влияния земной поверхности на формирование диаграммы направленности антенны сантиметрового диапазона волн в приземном слое тропосферы в области прямой видимости (длина трасс 20—34 км) позволяет сделать следующие выводы.

1) При наличии сильного зеркального отражения радиоволн на морской трассе наблюдается уширение диаграммы направленности, когда угол между прямым и отраженным лучами не превосходит ширины диаграммы в свободном пространстве. Экспериментально измерено уширение в 1,8 раза. Теоретические оценки показывают возможность такого уширения за счет отраженной волны.

2) Суточные изменения состояния приземного слоя атмосферы приводят к изменению ширины мгновенной диаграммы направленности. При этом средняя ширина диаграммы в течение суток постоянна, а дисперсия имеет минимумы на восходе и заходе солнца.

Анализ суточного хода изменения ширины диаграммы направленности как периодически нестационарного процесса показывает, что усредненная по времени эмпирическая функция распределения результатов измерений может быть аппроксимирована усредненной по времени гауссовой кривой, дисперсия которой зависит от времени. Такой подход может оказаться полезным и при анализе других физических процессов в приземном слое атмосферы, так как позволяет перейти к параметрическому по времени описанию суточного хода в отличие от обычно рассматриваемого качественного описания.

3) Для выяснения степени влияния отраженной волны и неоднородности тропосфера на радиоизмерения в конкретных условиях необходимо проводить одновременные измерения 2—3 параметров, например, ширины диаграммы направленности, угла прихода и уровня сигнала.

В заключение авторы выражают благодарность всем участникам экспериментальных измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дальнее тропосферное распространение УКВ, под ред. Б. А. Введенского и др., изд. Сов. радио, М., 1965.
2. Я. С. Шифрин, Вопросы статистической теории антенн, изд. Сов. радио, М., 1970.
3. Л. Т. Матвеев, Основы общей метеорологии, Физика атмосферы, Гидрометеоиздат, Л., 1965.
4. Распространение ультракоротких радиоволн, пер. с англ. под ред. Б. А. Шиллерова, изд. Сов. радио, М., 1954.
5. В. А. Андрианов, Изв. высш. уч. зав — Радиофизика, 15, № 8, 1147 (1972).
6. В. А. Андрианов, Н. А. Арманд, В. И. Ветров, Радиотехника и электроника, 18, № 4, 673 (1973).
7. Р. В. Хемминг, Численные методы, изд. Наука, М., 1968.
8. С. М. Рытов, Введение в статистическую радиофизику, изд. Наука, М., 1969.
9. Л. И. Гудзенко, Радиотехника и электроника, 4, № 6, 1062 (1959).

Институт радиотехники и электроники
АН СССР

Поступила в редакцию
6 августа 1973 г.

ANALYSIS OF MEASUREMENTS OF DIRECTIONAL DIAGRAM AS A RESULT OF UHF PROPAGATION IN THE ATMOSPHERIC BOUNDARY LAYER

V. A. Andrianov, N. A. Armand, B. V. Rakitin

Measurements of the electromagnetic field of highly directional antenna are analysed as a result of the centimeter wave propagation in the line-of-sight in the atmospheric boundary layer. There are discussed variations of the directional diagram of the receiving antenna in a vertical plane (the height of transmitter is fixed) under different conditions of the radio wave propagation. It was found that the instantaneous directional diagram is expanded due to the diurnal variations of the state of the atmospheric boundary layer and the variations of the coefficient reflection for different paths of the radio wave propagation.

УДК 538.56

ВЫНУЖДЕННОЕ РАССЕЯНИЕ НЕМОНОХРОМАТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В РЕЖИМЕ НАСЫЩЕНИЯ

Г. А. Пасманик, М. С. Сандлер

Проведен теоретический анализ вынужденного рассеяния немонохроматического излучения в режиме насыщения. Получены замкнутые уравнения, описывающие процесс взаимодействия спектральных интенсивностей немонохроматического поля накачки и рассеянной волны. Обсуждаются особенности такого взаимодействия при попутном и обратном вынужденном рассеянии.

1. Теоретический анализ процессов вынужденного рассеяния (ВР), возбуждаемых пучками немонохроматического света, ограничивается, как правило, приближением, в котором интенсивность накачки предполагается значительно большей интенсивности рассеянного излучения [1-3].

В рамках такого приближения определяются инкременты ВР, исследуется их зависимость от параметров возбуждающего пучка. Однако, как известно [4], уже при небольшом превышении над порогом существенную роль начинают играть эффекты насыщения, связанные с изменением накачки под действием поля рассеянного излучения. Эти эффекты определяют, в частности, характер изменения частотного спектра преобразованного пучка света и его интенсивность, ширину линии комбинационного излучения и т. д.

Исследование соответствующих вопросов применительно к ВР немонохроматических световых пучков проведено в настоящей работе, где получены замкнутые уравнения, описывающие процесс нелинейного преобразования в диспергирующей среде, и обсуждаются условия, при которых эти уравнения являются справедливыми. На основании полученных уравнений рассматривается преобразование широкополосного излучения с шириной спектра $\Delta\omega$, превышающей значение частотного сдвига Ω_0 , характерного для ВР монохроматической волны. Далее исследуется другой, противоположный, случай: взаимодействие немонохроматических пучков накачки и рассеянной волны, имеющих ширины спектров $\Delta\omega$, меньшие величины Ω_0 . Обсуждаются особенности такого взаимодействия при попутном и обратном ВР.

2. Пусть немонохроматическая волна со средней частотой $\bar{\omega}$ падает в плоскости $z = 0$ на нелинейную диспергирующую среду, оператор диэлектрической проницаемости которой представим в виде

$$\hat{\epsilon} \left(\frac{\partial}{\partial t} \right) = \hat{\epsilon}_L + \hat{\epsilon}_{NL}. \quad (1)$$

Учет временной дисперсии, связанный с влиянием оператора $\hat{\epsilon}_L$, в дальнейшем оказывается принципиальным, так как мы рассмотрим процессы, при которых расстройка групповых скоростей различных

спектральных компонент является (уже в линейном приближении) достаточной для заметного разбегания соответствующих гармоник, участвующих в нелинейном взаимодействии.

В то же время будем считать, что интервал частот $\Delta\omega$, в пределах которого происходит взаимодействие гармоник, относительно мал и влияние дисперсии на величину нелинейного члена $\hat{\epsilon}^{NL}$ не является существенным [5]. Тогда оператор $\hat{\epsilon}^{NL}$ можно заменить алгебраическим выражением $\epsilon^{NL} = \hat{\epsilon}^{NL} \left(\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow i\omega \right)$.

При исследовании нелинейного преобразования за счет эффектов ВР предположим, что ϵ^{NL} зависит от некоторого феноменологического параметра q , характеризующего макроскопическое движение в среде (колебания решетки, различные релаксационные процессы и т. д.). Для малых возмущений ϵ^{NL} примем $\epsilon^{NL} = \left(\frac{\partial \epsilon^{NL}}{\partial q} \right) q$. Параметр q в присутствии электромагнитного поля удовлетворяет уравнению типа $\hat{M}q = \alpha E^2$ (E — электрическое поле световой волны, \hat{M} — оператор, характеризующий собственное движение в среде). Считая, что оператор \hat{M} зависит лишь от временных производных, выразим ϵ^{NL} через квадрат поля

$$\epsilon^{NL} = \int_{-\infty}^t \alpha \left(\frac{\partial \epsilon^{NL}}{\partial q} \right) G(t - t') E^2(t') dt', \quad (2)$$

где $G(t - t')$ — функция Грина уравнения $\hat{M}G(t - t') = \delta(t - t')$.

Стационарное решение нелинейного волнового уравнения при учёте эффектов попутного ВР будем искать в виде

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega E(\omega, z) e^{i(\omega t - k(\omega) z)} + \text{к. с.}, \quad k(\omega) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon^L(\omega)},$$

$$\epsilon^L(\omega) = \hat{\epsilon}^L \left(\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow i\omega \right).$$

Укороченное уравнение для комплексной амплитуды $E(\omega, z)$ запишется следующим образом:

$$2ik \frac{\partial E(\omega, z)}{\partial z} = \omega^2 \frac{\partial \epsilon^L}{\partial q} \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon^{NL}(\omega') E(\omega - \omega', z) d\omega', \quad (3)$$

где $\epsilon^{NL}(\omega) = \alpha \left(\frac{\partial \epsilon^{NL}}{\partial q} \right) G(\omega) \int_{-\infty}^{\infty} E(\omega') E^*(\omega - \omega') d\omega'$ — фурье-компоненты функции ϵ^{NL} , определяемой из (2).

Подставим значение ϵ^{NL} в (3) и домножим соответствующее уравнение на $E^*(\omega_3, z)$. Прибавляя к этому уравнению аналогичное уравнение для $E^*(\omega_3, z)$, домноженное на $E(\omega, z)$, и усредняя полученное соотношение, имеем

$$2ik(\omega) \frac{\partial}{\partial z} \langle E(\omega, z) E^*(\omega_3, z) \rangle = \omega^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_1 d\omega_2 G(\omega_1) \times$$

$$\times \langle E(\omega_2, z) E^*(\omega_1 - \omega_2, z) E(\omega - \omega_1, z) E^*(\omega_3, z) \rangle - \\ - \omega_3^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_1 d\omega_2 G^*(\omega_1) \langle E^*(\omega_2, z) E(\omega_1 - \omega_2, z) E^*(\omega_3 - \omega_2, z) E(\omega, z) \rangle. \quad (4)$$

Предположим, что на нелинейную среду падает стационарное случайное поле, распределенное по нормальному закону с $\langle E(\omega, 0) \rangle = 0$ и $\langle E(\omega, 0) E^*(\omega', 0) \rangle = (2\pi/v\varepsilon^L) I(\omega) \delta(\omega - \omega')$ ($v = c/V\varepsilon^L$, $I(\omega)$ —спектральная интенсивность излучения). При распространении такого поля в полупространстве $z > 0$ характерная длина, на которой еще сохраняются фазовые сдвиги между различными гармониками, определяется законом линейной дисперсии $\varepsilon^L(\omega)$. Для гармоник, отстоящих на расстояние $\Delta\omega$, эта длина равна $z_k = (v_{gp}/\Delta\omega)^{-1}$ (v_{gp} — средняя групповая скорость волны). Наличие указанной длины означает, что в точках, расположенных по оси z на расстоянии, превышающем z_k , полностью изменяется распределение поля во времени, т. е. корреляционная функция $\langle E(z, t) E^*(z', t') \rangle$ стремится к нулю при $|z - z'| \gg z_k$ и любых t и t' . В том случае, когда на расстоянии z_k нелинейное взаимодействие не приводит к заметному искажению фазового или амплитудного профиля волны, то, очевидно, и на расстояниях, значительно превосходящих z_k , первоначально некоррелированные спектральные компоненты также останутся практически некоррелированными. В этом приближении (называемом обычно приближением хаотизированных фаз [6]) среднее от корреляционной функции 4-го порядка можно разбить на сумму произведений корреляционных функций 2-го порядка. Тогда, интегрируя уравнение (4) по одной из частот и учитывая, что $\langle E(\omega, z) E^*(\omega', z) \rangle = 0$ и $\langle E(\omega, z) E^*(\omega', z) \rangle = (2\pi/v\varepsilon^L) I(\omega) \delta(\omega - \omega')$, получим следующее уравнение для спектральной интенсивности $I(\omega)$:

$$\frac{\partial I(\omega)}{\partial z} = \omega g I(\omega) \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' I(\omega') \operatorname{Im} G(\omega - \omega'), \quad (5)$$

где

$$g = \frac{\alpha \left(\frac{\partial \varepsilon^{NL}}{\partial q} \right)}{(v\varepsilon^L)^2}, \quad \operatorname{Im} G(\omega) = \operatorname{Im} \left[\hat{M} \left(\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow i\omega \right) \right]^{-1}.$$

3. Рассмотрим подробнее комбинационное преобразование пучка неменохроматического излучения за счет попутного ВКР. В этом случае оператор $\hat{M} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} + (2/\tau) \frac{\partial}{\partial t} + \Omega_0^2$ и $\operatorname{Im} G(\omega) = 2\omega \{ \tau [(\omega^2 - \Omega_0^2)^2 + 4\omega^2\tau^{-2}] \}^{-1}$.

Предположим, что спектральная интенсивность преобразуемого широкополосного сигнала плавно изменяется на масштабе Ω_0 . Тогда, как нетрудно показать, (5) сводится к следующему уравнению*:

$$\frac{\partial I(\omega, z)}{\partial z} - \pi g \omega I(\omega, z) \frac{\partial I(\omega, z)}{\partial \omega} = 0. \quad (6)$$

* Заметим, что уравнение, аналогичное (6), встречается при исследовании взаимодействия случайных полей в плазме [7].

Решение (6) $I(\omega, z) = I(\omega e^{gI(\omega, z)}, z = 0)$ описывает изменение частотного спектра широкополосного излучения в среде с комбинационной нелинейностью. Не останавливаясь подробно на анализе полученного решения, которое при определенных условиях указывает на возможность опрокидывания волны $I(\omega, z)$, распространяющейся по частотному спектру, выпишем условия регистрации соответствующего эффекта. Смещение максимума спектра $\Delta\omega_{\max} \sim gI(\bar{\omega})z$ будет, очевидно, заметным, если оно превысит ширину спектра падающего на нелинейную среду пучка света. Последнее возможно при $I(\omega) \geq \Delta\omega/gz$, или $I \geq \frac{(\Delta\omega)^2}{gz}$ (I — интегральная интенсивность излучения).

Следует подчеркнуть, что при попутном ВКР наблюдение обсуждаемого эффекта затруднено, поскольку при комбинационном рассеянии частотный сдвиг Ω_0 обычно значительно превышает ширину спектра, используемых в экспериментах световых пучков. В то же время отметим, что полученное выше оценочное соотношение для смещения максимума спектра годится при замене z на vt в случае обратного ВР Мандельштама—Бриллюэна (ВРМБ), если только в исследуемой системе имеется зеркало, отражающее широкополосную накачку. Такая схема является, по-видимому, более удобной, так как частотный сдвиг ВРМБ невелик и практически нетрудно получить достаточно большую спектральную интенсивность накачки при ширине спектра, превышающей значение $\Omega_{0\text{MB}}$. С другой стороны, при обратном ВРМБ дисперсия относительно велика, поскольку групповые скорости взаимодействующих волн направлены в разные стороны, и поэтому приближение хаотизированных фаз выполняется в широком диапазоне мощностей. Оценки показывают, что смещение максимума спектра немонохроматического пучка света (с шириной спектра $\Delta\omega > \Omega_{0\text{MB}}$) при обратном ВРМБ в нелинейных жидкостях (таких, как CS_2 , CCl_4 , $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ и др.) с использованием отражающего зеркала может быть заметным при следующих параметрах: $I \approx 25 \text{ MBt/cm}^2$, $\Delta\nu \approx \Delta\omega/2\pi e \approx 0,5 \text{ cm}^{-1}$, $vt \approx 400 \text{ cm}^*$.

4. Переходим к исследованию процессов комбинационного преобразования и ВМ при ширине спектра взаимодействующих полей $\Delta\omega$, малой по сравнению с величиной Ω_0 . Пусть средняя частота накачки равна $\bar{\omega}$. Тогда средняя частота стоксовой волны $\bar{\omega}' = \bar{\omega} - \Omega_0$. Длина корреляции z_k в этом случае будет определяться соотношением [2] $z_k = [\Delta\omega(v_{rp}^{-1}(\bar{\omega}) - v_{rp}^{-1}(\bar{\omega}'))]^{-1}$. Если нелинейное взаимодействие на длине z_k невелико, то спектральная интенсивность суммарного излучения накачки $I_0(\omega, z)$ и стоксовой компоненты $I_1(\omega, z)$ описывается уравнением (5). Учитывая, что $I_0(\omega, z)$ имеет максимум вблизи частоты $\bar{\omega}$, а $I_1(\omega, z)$ — вблизи частоты $\bar{\omega}'$, на основании (5) можно получить следующую систему уравнений для $I_0(\omega, z)$ и $I_1(\omega, z)$ **:

$$\frac{\partial I_0(\omega)}{\partial z} = -\frac{\bar{\omega}}{2\Omega_0\tau} g I_0(\omega) \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{I_1(\omega')}{(\omega - \omega')^2 + \tau^{-2}}, \quad (7)$$

* При обратном ВРМБ длина области продольной корреляции $z_k \sim v/2\Delta\omega \sim 0,1 \text{ см}$ (для $v \approx 2 \cdot 10^{10} \text{ см/сек}$, $\Delta\nu = 0,5 \text{ см}^{-1}$); соответствующий коэффициент усиления составляет при этом величину порядка 0,1, т. е. мал по сравнению с единицей. Это указывает на допустимость используемых выше приближений.

** Уравнения (7) описывают перекачку энергии только в стоксову область. Это следствие используемого приближения хаотизированных фаз, при выполнении которого эффективное взаимодействие стоксовых и антистоксовых компонент в среде с локальной в пространстве нелинейностью отсутствует.

$$\frac{\partial I_1(\omega)}{\partial z} = \frac{\bar{\omega}'}{2\Omega_0\tau} g I_1(\omega) \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{I_0(\omega')}{(\omega - \omega')^2 + \tau^{-2}}.$$

Здесь ω отсчитывается от $\bar{\omega}$ или $\bar{\omega}'$ для накачки и стоковой компоненты соответственно.

Из (7) видно, что при $\Delta\omega \ll \tau^{-1}$ полученная система уравнений сводится к обычным уравнениям для интегральных интенсивностей [8]. В обратном предельном случае, $\Delta\omega \gg \tau^{-1}$, система (7) представляет уравнения баланса для спектральных интенсивностей взаимодействующих волн:

$$\frac{\partial I_0(\omega)}{\partial z} = -g_0 I_0(\omega) I_1(\omega), \quad \frac{\partial I_1(\omega)}{\partial z} = g_1 I_0(\omega) I_1(\omega), \quad (8)$$

$$g_0 = \frac{\pi \bar{\omega} g}{2\Omega_0}, \quad g_1 = \frac{\pi \bar{\omega}' g}{2\Omega_0}.$$

Решение системы (8) имеет вид [8]

$$I_0(\omega, z) = \frac{I_0(\omega, 0) + (g_0/g_1) I_1(\omega, 0)}{I_0(\omega, 0) + (g_0/g_1) I_1(\omega, 0) \exp [g_1 z (I_0(\omega, 0) + (g_0/g_1) I_1(\omega, 0))]} \quad (9)$$

Один из частотных экстремумов функции $I_0(\omega, z)$, как нетрудно показать, совпадает с частотой $\omega = \bar{\omega}$, при которой спектральная интенсивность поля накачки $I_0(\omega, 0)$, падающей на границу нелинейной среды, максимальна. Другие значения частоты, соответствующие экстремумам $I_0(\omega, z)$, удовлетворяют уравнению (при $I_1(0, \omega) = I_1 = \text{const}(\omega)$)

$$I_0^2(\omega, 0) + (g_0/g_1) I_1 [2I_0(\omega, 0) + (g_0/g_1) I_1 - I_0(\omega, 0) g_1 z (I_0(\omega, 0) + (g_0/g_1) I_1)] \exp [g_1 z (I_0(\omega, 0) + (g_0/g_1) I_1)]. \quad (10)$$

Уравнение (10) при $I_0(\omega, 0) \gg I_1$ и $g_1 z I_0(\omega, 0) \gg 1$ значительно упрощается и сводится к следующему:

$$g_0 I_1 z \exp [g_0 I_0(\omega, 0) z] = 1. \quad (11)$$

При симметричной (относительно $\bar{\omega}$) функции $I_0(\omega, z)$ решение (11) дает два значения $\omega_{1,2}$, при которых в данной плоскости z функция $I_0(\omega, z)$ будет максимальна. Легко заметить, что это свойство имеет место, начиная с минимальной длины $z = z_{\min}$. Если, например, $I_0(\omega, 0) = I_0 \exp(-4\omega^2/\Delta\omega^2)$, то z_{\min} определяется решением трансцендентного уравнения $g_1 I_0 z_{\min} = \ln(g_0 I_1 z_{\min})^{-1}$ и примерно равно $z_{\min} \approx \frac{1}{g_1 I_0} \ln \left[\frac{g_1 I_0}{g_0 I_1 \ln(g_0 I_1 / g_1 I_0)} \right]$. Расстояние между максимумами функции $I_0(\omega, z)$, которым соответствуют значения $\omega_{1,2} = \bar{\omega} \pm \delta/2$, определяется при $z > z_{\min}$ выражением

$$\delta = \omega_1 - \omega_2 = \Delta\omega \sqrt{\ln z/z_{\min}}.$$

При $z > z_{\min}$ на частоте $\omega = \bar{\omega}$ функция $I_0(\omega, z)$ имеет минимум. Провал функции $I_0(\omega, z)$ в точке $\omega = \bar{\omega}$ при $z \gg z_{\min}$ достаточно глубокий и отношение $I_0(\omega = \bar{\omega} \pm \delta/2, z)$ значительно превышает единицу (рис. 1). Наличие провала в спектре излучения связано с тем, что

спектральные составляющие в центре линии накачки преобразуются в комбинационное излучение более эффективно, чем периферийные гармоники.

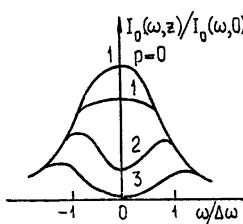


Рис. 1.

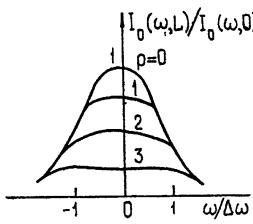


Рис. 2.

Рис. 1. Зависимость спектральной интенсивности прошедшего излучения накачки при попутном ВР от частоты при различных значениях параметра $p = z/z_{\min}$ ($I_1/I_0 \approx 10^{-10}$).

Рис. 2. Зависимость спектральной интенсивности излучения накачки при обратном ВР от частоты при различных значениях параметра; $p = I_0/I_0^{\text{пред}}(L)$ ($I_1(L)/I_0 \approx 10^{-10}$).

Сделаем некоторые оценки. В случае ВКР немонохроматического светового пучка в кювете с водой ($\bar{\omega} = 3 \cdot 10^{15}$ сек, $\frac{\Omega_0}{2\pi c} = 3400 \text{ см}^{-1}$, $\tau = 5 \cdot 10^{-13}$ сек, $g_0 = 3 \cdot 10^9 \text{ см}/MBt \cdot \text{сек}$) протяженностью $z \approx 150 \text{ см}$ при полной интенсивности излучения $I \approx I_0 \Delta\omega \approx 2 \cdot 10^3 MBt/\text{см}^2$ и ширине спектра $\frac{\Delta\omega}{2\pi c} = 10^2 \text{ см}^{-1}$ должно наблюдаться расщепление спектра $\delta \approx 10^2 \text{ см}^{-1}$. Параметр z_k при этом равен 0,5, полный коэффициент усиления на длине z_k составляет 0,4, т. е. приближение хаотизированных фаз выполняется.

Рассмотрим теперь преобразование спектра немонохроматического излучения при обратном ВР. Спектральная интенсивность излучения $I_0(\omega, z)$ изменяется по закону, определяемому (9), если в последней формуле заменить знак перед g_1 на обратный. Кроме того, в отличие от рассмотренного выше случая попутного ВР, спектральная интенсивность стоксова излучения в сечении $z = 0$ $I_1(\omega, 0)$ зависит от $I_0(\omega, 0)$. Эта зависимость определяется уравнением

$$I_1(\omega, L) = \frac{I_0(\omega, 0) - (g_0/g_1)I_1(\omega, 0)}{I_0(\omega, 0) \exp \{ g_1 L [I_0(\omega, 0) - (g_0/g_1)I_1(\omega, 0)] \} - (g_0/g_1)I_1(\omega, 0)},$$

где $I_1(\omega, L)$ — спектральная интенсивность стоксова излучения, падающего на правую границу нелинейной среды длины L . Этую функцию можно считать не зависящей от частоты (белый шум). Нетрудно показать, что функция $I_0(\omega, z)$ имеет всего один экстремум, совпадающий с центром линии $\omega = \bar{\omega}$. При увеличении длины L частотный спектр проходящего через нелинейную среду света монотонно уширяется, а спектральная интенсивность излучения $I_0(\omega, z)$ ограничивается по уровню $I_0^{\text{пред}} \approx \frac{\ln I_0/I_1(L)}{g_1 L}$ (рис. 2). Соответствующие эффекты легче всего наблюдать при исследовании обратного ВРМБ.

Например, при ВРМБ световых пучков в типичных нелинейных жидкостях ($g_1 = 10^8 \text{ см}/\text{МВт} \cdot \text{сек}$, $\tau \approx 3 \cdot 10^{-10} \text{ сек}$, $n \approx 1,5$) сглаживание спектра проходящего излучения с начальными параметрами $\frac{\Delta\omega}{2\pi c} \approx 0,1 \text{ см}^{-1}$, $I \approx I_0 \Delta\omega_0 \approx 30 \text{ МВт}/\text{см}^2$ приводит в кювете длиной $z \approx 400 \text{ см}$ к уменьшению значения спектральной интенсивности в центре линии примерно в 3 раза и эффективному уширению спектра до $0,15 \text{ см}^{-1}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Е. Дьяков, Краткие сообщения по физике (ФИАН), № 7 (1971), № 4 (1973).
2. С. А. Ахманов, Ю. Е. Дьяков, А. С. Чиркин, Письма в ЖЭТФ, 13, 724 (1971).
3. Г. А. Пасманик, М. С. Сандлер, сб. Квантовая электроника, вып. 3 (1973).
4. В. И. Беспалов, А. М. Кубарев, Г. А. Пасманик, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 13, № 10, 1433 (1970).
5. С. А. Ахманов, А. С. Чиркин, Статистические явления в нелинейной оптике, изд. МГУ, М., 1971.
6. Г. М. Заславский, Статистическая необратимость в нелинейных системах, изд. Наука, М., 1970.
7. В. Н. Цытович, Теория турбулентной плазмы, Атомиздат, М., 1971.
8. Н. Бломберген, Нелинейная оптика, изд. Мир, М., 1966.
9. Ю. Е. Дьяков, Краткие сообщения по физике (ФИАН), № 5, 39 (1973).
10. С. А. Ахманов, Ю. Е. Дьяков, Письма в ЖЭТФ, 18, 519 (1973).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
24 июля 1973 г.

STIMULATED SCATTERING OF NONMONOCHROMATIC EMISSION IN SATURATION REGION

G. A. Pasmanik, M. S. Sandler

A theoretical analysis of stimulated scattering of nonmonochromatic emission in the saturation region is made. Closed equations describing the process of interaction of spectral intensities of the nonmonochromatic pump field and scattered wave are obtained. The peculiarities of the interaction at forward and backward stimulated scattering are discussed.

Примечание при корректуре. Недавно Ахмановым и Дьяковым на основании уравнения Дайсона был предложен другой подход для нахождения замкнутых нелинейных уравнений относительно средних интенсивностей взаимодействующих волн [9, 10]. Интересно отметить, что найденные при этом уравнения первого приближения совпадают (в случае ВКР) с уравнениями (7), найденными в приближении δ -коррелированного взаимодействия.

УДК 538.56 : 535

ТЕРМОПЛАСТИК В КОГЕРЕНТНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

*М. С. Аймбиндер, Н. М. Боровицкая, Т. Г. Власова, Е. Ю. Зулькарнаева,
 Ф. А. Маркус, П. Я. Мельниченко, И. В. Мирошниченко,
 В. В. Шутовский*

Приводятся результаты экспериментального и теоретического исследования неоднородностей толщины (фазовых шумов) нового материала для хранения информации — пленки из термопластика. Измерения неоднородностей проводились как непосредственно, так и по их влиянию на работу когерентной системы. При этом оценивалось изменение разрешающей способности и формы выходного сигнала; измерялся фон, возникающий из-за влияния неоднородностей и ограничивающий динамический диапазон. Введено понятие «коэффициент шума носителя информации», которое позволяет сравнивать различные образцы носителей.

Для когерентных оптических систем обработки информации большое значение имеет способ ввода информации. При этом обычно используется либо запись сигнала на прозрачной основе, либо непосредственная модуляция светового поля электрическим сигналом или акустическим полем. Аппаратура для непосредственной модуляции, как правило, сложна, громоздка и недостаточно надежна.

В последние годы появился новый материал, пригодный для ввода информации в когерентную оптическую систему, — термопластик. Запись сигнала на термопластике является фазовой. При этом не требуется «мокрой» химической обработки. Сигналы могут быть стерты, так что возможна многократная запись. Все это делает желательным применение термопластика в качестве носителя информации.

В связи с вышесказанным возникает вопрос о влиянии случайных неоднородностей толщины термопластика на выходной сигнал когерентных оптических систем и о требующейся степени однородности носителя.

В настоящей работе определяется изменение разрешающей способности (и, соответственно, формы выходного сигнала), а также находится фон, появляющийся из-за влияния неоднородностей толщины термопластика и ограничивающий динамический диапазон.

Неоднородности толщины термопластика изучались теми же методами, с помощью которых были ранее исследованы нестабильности основы фотопленки [1—4]. В предыдущей работе [5] изучалось распределение шумов термопластических носителей ТПН-8 и ТПН-10 в частотной плоскости когерентного оптического спектронализатора. При этом сравнивались дифракционные картины в фокальной плоскости спектронализатора, возникающие при установке во входном отверстии различных носителей информации, термопластических и фотографических. В настоящей работе эти исследования продолжены. Введено понятие «коэффициент шума носителя информации», которое позволяет производить сравнительную оценку различных носителей.

Количественное исследование неоднородностей фазы производилось на интерферометре Жамена [1]. Одновременно просвечивались два

участка термопластика диаметром 0,5 мм. Шаг протягивания пленки был равен 4,2 мм. По результатам измерений строились функция распределения вероятностей фазы и структурная функция фазы.

Функция распределения вероятностей изображена на рис. 1. При построении использована вероятностная бумага для нормального распределения. Видно, что точки почти ложатся на прямую и функция распределения, по-видимому, близка к нормальнй.

Структурные функции, равные $S(x_1, x_2) = \langle (\psi_1 - \psi_2)^2 \rangle$, где ψ — набег фазы в термопластике, а угловые скобки означают усреднение по ансамблю, вычислялись на ЭВМ. Они изображены на рис. 2. Эти функции вначале почти линейны, со средним углом наклона $\operatorname{tg} \gamma = 0,36 \text{ mm}^{-1}$, а затем стремятся, с большими колебаниями, к постоянному значению, равному приблизительно 30 или $3\pi^2$. Значит, в среднем, наибольший набег фазы в термопластике равен $1,7\pi$, но в отдельных местах он может достигать 8π на расстоянии порядка 50 мм. Измерения проводились для трех кусков термопластика длиной 1—2 м. каждый. Это давало каждый раз от 300 до 500 точек для построения вышеуказанных характеристик.

По сравнению с фотопленкой, изучавшейся таким же методом, термопластик гораздо более однороден. У фотопленки разность фаз достигает максимума уже на расстояниях порядка 15—20 мм, и величина этого максимума иногда бывает в 2 раза больше. Очевидно, это связано с технологией изготовления.

По сравнению с фотопленкой, изучавшейся таким же методом, термопластик гораздо более однороден. У фотопленки разность фаз достигает максимума уже на расстояниях порядка 15—20 мм, и величина этого максимума иногда бывает в 2 раза больше. Очевидно, это связано с технологией изготовления.

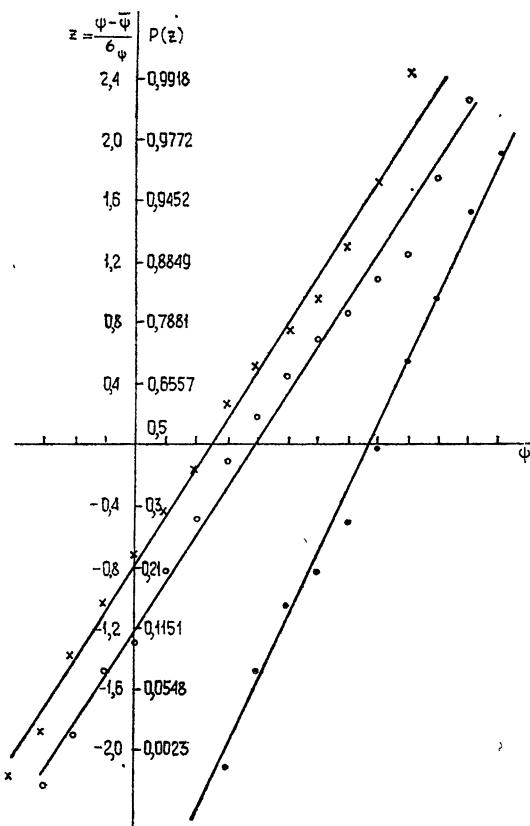


Рис. 1. Функции распределения вероятностей набега фазы в термопластике.

Оптическая система, выходной сигнал которой рассчитывался и исследовался экспериментально, описана в работе [1]. Регистрация выходного сигнала велась с помощью самописца ЭПП 09. Изменение формы выходного сигнала, по сравнению со случаем записи на идеальном носителе, определяется видом структурной функции фазы. Для теоретической оценки структурная функция аппроксимировалась ломаной линией (рис. 2).

При одномерном синусоидальном сигнале на входе интенсивность выходного сигнала $J(\xi)$ в окрестности центрального максимума имеет вид [3, 4]

$$J(\xi) = C \int_{-D/2}^{D/2} \exp \left[\frac{S(x_1 - x_2)}{2} \right] \exp \left[i \xi \frac{k}{F} (x_1 - x_2) \right] dx_1 dx_2, \quad (1)$$

где D — длина входного отверстия системы, S — структурная функция фазы, ξ — координата точки, где наблюдается выходной сигнал, отсчитываемая от оптической оси, $k = 2 \frac{\pi}{\lambda}$ — волновое число, F — фокусное расстояние линзы, C — коэффициент пропорциональности. Функция, описывающая интенсивность в окрестности каждого из двух боковых максимумов, имеет такой же вид при других значениях ξ (зависящих от частоты сигнала) и при других C .

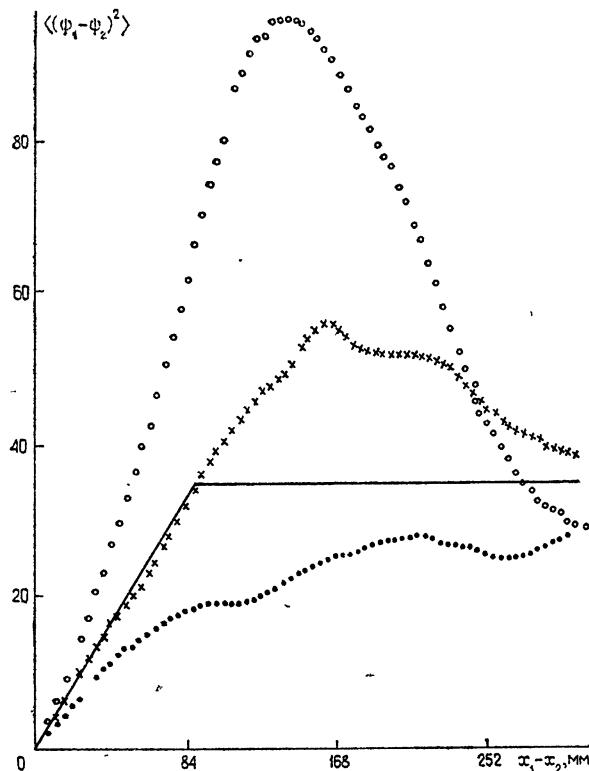


Рис. 2. Структурные функции набега фазы в термопластике.

При указанной выше аппроксимации структурной функции $J(\xi)$ задается следующим выражением:

$$\begin{aligned} J(\xi) = & \frac{2D\alpha}{\alpha^2 + \beta^2} - \frac{2(\alpha^2 - \beta^2)}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} + 2 \left(D\beta - u^* \beta - \frac{2\alpha\beta}{\alpha^2 + \beta^2} \right) \times \\ & \times \frac{\exp(-\alpha u^*)}{\alpha^2 + \beta^2} \sin \beta u^* + 2 \left(u^* \alpha - D\alpha + \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha^2 + \beta^2} \right) \frac{\exp(-\alpha u^*)}{\alpha^2 + \beta^2} \cos \beta u^* + \quad (2) \\ & + 2 \frac{\exp(-S_0/2)}{\beta} \left[(u^* - D) \sin \beta u^* - \frac{1}{\beta} (\cos \beta u^* - \cos \beta D) \right]. \end{aligned}$$

Здесь 2α — тангенс угла наклона начального отрезка, аппроксимирующего структурную функцию, S_0 — предельное значение структурной

функции, u^* — координата точки перелома на аппроксимирующей структурной функции, $\beta = k \xi / F$.

С помощью выражения (2) были оценены величина J_{\max} , интенсивность фона и ширина сигнала на уровне $J/2$. Положение точки ξ_Φ , начиная с которой интенсивность J дает равномерно убывающий фон, определялась экспериментально для рассматривавшейся когерентной системы, интенсивность на выходе которой дается выражением (2).

По оценке ширина сигнала должна увеличиваться на уровне $J/2$ в 8 раз по сравнению с идеальным носителем информации (термопластиком баз шумов, на котором записан синусоидальный сигнал), если ширина отверстия системы 60 мкм. Это в среднем в 8 раз будет уменьшать разрешающую способность при данном отверстии.

Для отверстия в 20 мкм уменьшение разрешающей способности будет только в 2—3 раза, в то время как для фотопленки с тем же отверстием разрешающая способность должна уменьшиться в 5—6 раз.

Динамический диапазон, вычисленный с помощью формулы (2), как логарифм отношения максимума интенсивности к интенсивности на уровне фона, равен 20 дБ. Точка ξ_Φ , в которой определялся фон, была расположена на уровне 25-го лепестка идеальной картины. Если определять уровень фона в области 100-го лепестка дифракционной картины, как это делалось в работе [5], динамический диапазон, найденный из выражения (2), равен 30 дБ.

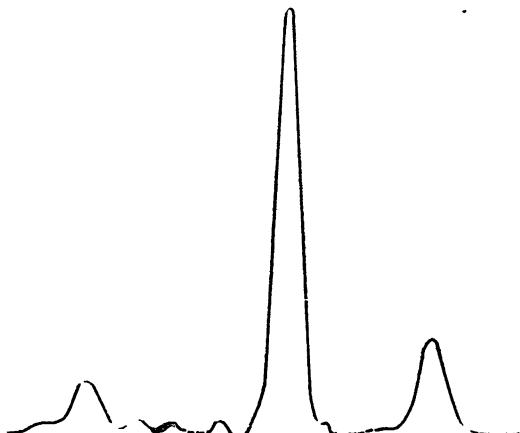


Рис. 3. Спектр синусоидального сигнала (малые искажения — электронная запись).

Был поставлен эксперимент по непосредственному определению характеристик сигнала на выходе рассматриваемой системы.

На рис. 3 и 4 приведены примеры регистрации спектра синусоидального сигнала на выходе оптической системы. В табл. 1 даны результаты статистической обработки спектра.

Рис. 4. Спектр синусоидального сигнала (один из каналов многоканальной записи).

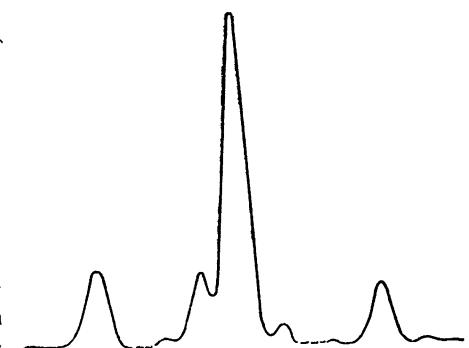


Таблица 1

N	J_u/J_0	$\frac{J_{+1}}{J_0} \cdot 10^3$	$\frac{J_{-1}}{J_0} \cdot 10^3$	$\left\langle \frac{J_\Phi}{J_0} \right\rangle \cdot 10^3$	$\frac{\delta_u}{\delta_0}$	$\frac{\delta_{+1}}{\delta_0}$	$\frac{\delta_{-1}}{\delta_0}$
1 кан.	0,67	0,47	0,27	0,09	1,11	1,26	1,28
2 кан.	0,51	0,3	0,37	0,19	1	1	1,13
3 кан.	0,59	0,51	0,28	0,13	1,12	1,06	1,25

Индексом «0» обозначается спектр входного отверстия без термопластика, индексами «ц» и « ± 1 » — центральный и первые порядки спектра, J — наибольшая интенсивность, I_f — интенсивность фона, δ — ширина спектра на уровне $J/2$. Размер входного отверстия был взят $30 \times 0,5 \text{ мм}^2$. Видно, что расширение максимума меньше средней теоретической оценки.

Экспериментальное определение динамического диапазона было сделано следующим образом. Измерялась интенсивность в центральном максимуме отверстия, закрытого пленкой, и средняя интенсивность фона. Динамический диапазон равен 19 дБ на уровне 25-го лепестка, что хорошо согласуется с теоретической оценкой по формуле (2).

Продолжение исследований, начатых в работе [5], было выполнено по усовершенствованной методике.

Методика измерения шумов иллюстрируется рис. 5. Кривая 1 представляет спектральное распределение логарифма интенсивности света при идеальных компонентах устройства оптической обработки. Эта кривая строится по максимумам дифракционной картины согласно расчетным данным или экспериментально при отсутствии носителя информации. Для внесенных в систему шумящих элементов распределение света по пространственным частотам отображает кривая 2. Интенсивность постоянной составляющей уменьшается до значения I'_0 по двум причинам: во-первых, из-за поглощения и рассеяния света в элементах оптики и пленки; во-вторых, из-за перекачки энергии в область более высоких частот при наличии фазовых неоднородностей пленки. Обычно доминирует первая причина.

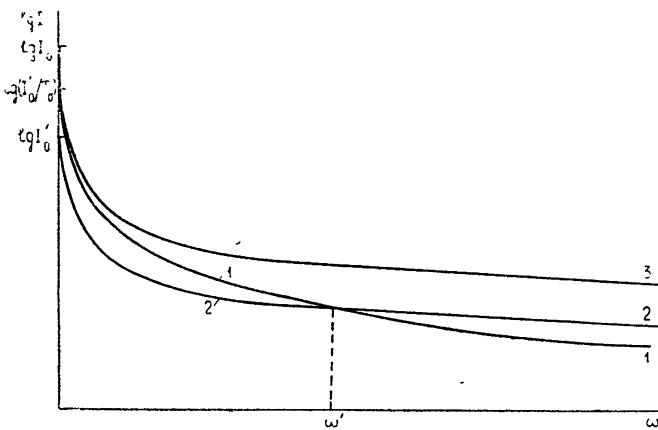


Рис. 5. Спектральное распределение логарифма интенсивности в отсутствие шумов (кривая 1) с шумящим элементом в системе (кривая 2) и нормировочная кривая 3.

Из хода кривых 1 и 2 видно, что всегда найдется такая частота ω' , на которой дополнение системы шумящими элементами не изменяет интенсивности фона. Слева от ω' уровень лепестков спектра понизится, так как потери света превышают уровень шумов; это эквивалентно отрицательному значению прироста шумов (фона). Справа этот прирост будет положительным. Для того, чтобы учесть модуль коэффициента прозрачности термопластичного носителя, было произведено нормирование кривой 2 следующим образом. Для каждой пространственной частоты ω определяется отношение

$$I_{3\omega} = I_{2\omega} \frac{1}{T_0}, \quad (3)$$

где $I_{2\omega}$ — интенсивность света на частоте ω , измеренная при наличии в оптической системе шумящего элемента (ордината кривой 2); T_0 — модуль коэффициента прозрачности носителя информации. После нормирования получим кривую 3.

Введем понятие коэффициента шума

$$K_{ш} = 10 \lg \frac{I_{3\omega}}{I_{1\omega}}, \quad (4)$$

где $I_{3\omega}$ — ордината кривой 3 на частоте ω . Коэффициент шума $K_{ш}$ характеризует величину шума при внесении в систему носителя информации.

Измерения коэффициента шума образцов термопластических носителей (ТПН) были выполнены на установке, описанной ранее [5]. Экспериментально были сняты показания, соответствующие величинам ординат кривых 1 (без ТПН) и 2 (с ТПН) на различных пространственных частотах ω , соответствующих перемещению щели мокрофотометра, расположенной в плоскости наблюдения частотного спектра, через 2 мм. Для одного и того же образца ТПН эти измерения производились многократно на разных участках его поверхности и затем усреднялись. Эти измерения были выполнены на трех различных образцах ТПН-13 (из разных партий). Затем коэффициент шума вычислялся как среднее значение для этих образцов.

Величина модуля коэффициента прозрачности ТПН принята равной 0,58, что также является средним значением для пленок из различных партий ТПН.

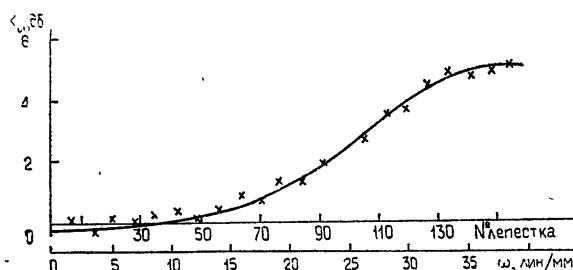


Рис. 6. Зависимость коэффициента шума от пространственной частоты для образца термопластического носителя ТПН-13, на котором еще не производилась запись сигнала.

На рис. 6 приведена зависимость $K_{ш}$ от пространственной частоты для образца термопластического носителя типа ТПН-13, на котором еще не производилась запись сигналов. Из хода кривой следует, что фазовые шумы термопластического носителя на малых пространственных частотах (до 15 лин/мм) незначительны. С увеличением пространственной частоты до 35 лин/мин величина $K_{ш}$ возрастает до 5 дБ. На более высоких частотах прирост $K_{ш}$ происходит очень медленно.

На рис. 7 приведены: кривая 1 — распределение логарифма приведенной интенсивности света в спектре прямоугольной апертуры оптической системы без ТПН; кривая 2 — то же при установке в системе носителя ТПН-13. Эти кривые получены экспериментально согласно методике, изложенной в работе [5]. Размер апертуры был равен $4 \times 0,5 \text{ mm}^2$. Согласно проведенным исследованиям, в пределах такой апертуры крупномасштабные неоднородности носителя практически не влияют на распределение света в области низких частот. Некоторое превышение кривой 2 над кривой 1 вызвано влиянием мелкомасштабных неоднородностей носителя.

Кривая 3 представляет собой результат расчета распределения света в спектре той же апертуры с добавлением введенного ранее коэффициента шума, изображенного на рис. 6:

$$\lg \frac{I_{3\omega}}{I_{3(0)}} = 10 \lg \frac{I_{1\omega}}{I_0} + K_{\text{шум}}$$

Из рис. 7 видно, что экспериментальная и расчетная кривые удовлетворительно совпадают между собой.

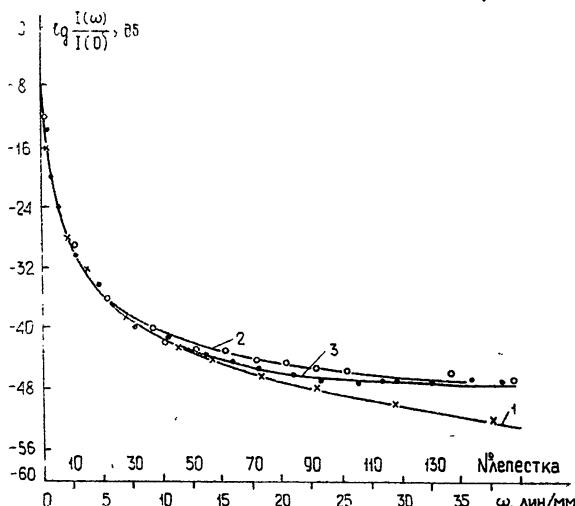


Рис. 7. Экспериментальные кривые распределения логарифма приведенной интенсивности света в спектре прямоугольной апертуры без ТПН (кривая 1) и с установкой ТПН-13 (кривая 2). Кривая 3 представляет результаты расчета для случая с установкой ТПН-13 на основе данных о коэффициенте шума (ср. с 2).

Из предварительных опытов можно заключить, что термопластик не вносит существенных шумов в спектранализатор, если ширина входного отверстия не превышает 20 мм. При таких условиях работы он достаточно близок к идеальному носителю информации, чтобы использовать его в когерентных оптических системах.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Богданов, И. Я. Брусин, В. В. Емелин, В. А. Зверев, А. Г. Любина, Ф. А. Маркус, А. М. Черемухин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 12, № 1, 9 (1969).
2. И. Я. Брусин, Ф. А. Маркус, А. М. Черемухин, Журн. научн и прикл. фотогр. и кинематографии, № 6, 408 (1970).
3. А. А. Богданов, И. Я. Брусин, В. А. Скворцов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 14, № 1, 114 (1971).
4. Ф. А. Маркус, Е. И. Филатова, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 14, № 2, 269 (1971).
5. М. С. Аймбиндер, П. Я. Мельниченко, Г. Х. Фридман, В. В. Шутовский, сб Способы записи информации на бессеребряных носителях, вып. 3, Киев, (1971).

THERMOPLASTIC IN A COHERENT OPTICAL SYSTEM

*M. S. Aimbinder, N. M. Borovitskaya, T. G. Vlasova, E. Yu. Zul'karnaeva,
F. A. Markus, P. Ya. Mel'nichenko, I. V. Miroshnichenko, V. V. Shutovskii*

The results of experimental and theoretical investigation of the thickness inhomogeneities (phase noises) of a new material for information storage—a film of thermoplastic—are presented. The measurements of inhomogeneities were made both indirectly and according to their effect on the coherent system operation. The change in the resolution and the shape of the output signal were estimated. The background arising from the inhomogeneity influence and limiting the dynamic range is measured. The concept of „the noise coefficient of the information carrier“ is introduced which permits different carrier samples to be compared.

УДК 621.371.255

ФЛУКТУАЦИИ ЦЕНТРОВ ТЯЖЕСТИ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

А. И. Кон, В. Л. Миронов, В. В. Носов

В приближении марковского случайного процесса исследованы дисперсия и пространственная корреляция случайных смещений световых пучков в турбулентной атмосфере в зависимости от дифракционного размера излучающей апертуры, параметров фокусировки излучения и величины внешнего масштаба турбулентности в условиях слабых и сильных флуктуаций интенсивности. Показано, что переход в область сильных флуктуаций не приводит к значительному изменению корреляции смещений пучков. Для интересных в практическом отношении приземных трасс это изменение сравнимо с ошибками измерения коэффициента корреляции. Заметное влияние на случайные смещения пучков оказывает величина внешнего масштаба турбулентности. Уровень корреляции центров тяжести существенно уменьшается, когда размер внешнего масштаба L_0 приближается к диаметру пучка. Дальнейшее уменьшение величины L_0 не оказывается на корреляции смещений пучков.

Быстрые флуктуации пространственного положения когерентных оптических пучков, обусловленные атмосферной турбулентностью, являются предметом как теоретических [1–6], так и экспериментальных исследований [6–12]. Интерес к этой проблеме возникает в связи с открывающимися перспективами использования лазерных источников для целей оптической связи и при решении других задач практического использования узконаправленных световых пучков в условиях атмосферы.

Расчеты дисперсии [1, 2, 4, 5] и коэффициента пространственной корреляции [3, 5, 6] флуктуаций центров тяжести в настоящее время проводятся с использованием обобщенного на случай плавно неоднородных сред принципа Гюйгенса — Кирхгофа [1–3, 5] и в марковском приближении [4]. Приближение [4] позволяет учесть особенности рассматриваемого явления также в области сильных флуктуаций интенсивности. Имеющиеся экспериментальные данные для дисперсии [2, 7–12] и коэффициента корреляции [6, 10] в основном подтверждают расчетные результаты, указывая на существенную зависимость пространственной корреляции смещений пучков от величины внешнего масштаба атмосферной турбулентности.

В настоящей работе продолжены исследования [1–6]. В приближении марковского случайного процесса здесь проведен анализ дисперсии и пространственной корреляции флуктуаций центров тяжести в зависимости от дифракционного размера излучающей апертуры, оптической толщины турбулентной среды, параметров фокусировки излучения и величины внешнего масштаба турбулентности.

1. КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ ФЛУКТУАЦИИ СМЕЩЕНИЙ ЦЕНТРОВ ТЯЖЕСТИ

Случайный вектор, характеризующий пространственное положение центра тяжести интенсивности оптического пучка, распространяющегося вдоль оси Ox , принято определять [1, 4] в виде

$$\rho_c(x) = \frac{1}{p_0} \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 p \rho I(x, p),$$

где $I(x, p)$ — реализация случайного поля интенсивности в плоскости $x = \text{const}$, $p_0 = \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 p I(x, p)$ — полный поток интенсивности в пучке.

Описывая распространение световых пучков в турбулентной атмосфере в марковском приближении [13], для вектора ρ_c можно получить выражение [4]

$$\rho_c(x) = \frac{1}{2 p_0} \int_0^x d\xi (x - \xi) \iint d^2 R I(\xi, R) \nabla_R \epsilon_1(\xi, R), \quad (1)$$

где $\epsilon_1(x, R)$ — гауссово поле флюктуаций диэлектрической проницаемости в среде.

Корреляционная функция флюктуаций центров тяжести двух пространственно-разнесенных пучков, которым соответствуют интенсивности $I_1(x, R)$, $I_2(x, R)$, согласно (1) записывается в виде

$$B_c(\rho_{c1}, \rho_{c2}) = \langle \rho_{c1} \rho_{c2} \rangle = \frac{1}{4 p_0^2} \int_0^x d\xi' \int_0^x d\xi'' (x - \xi') (x - \xi'') \times \\ \times \iint d^2 R_1 \iint d^2 R_2 \langle I_1(\xi', R_1) I_2(\xi'', R_2) \nabla_{R_1} \epsilon_1(\xi', R_1) \nabla_{R_2} \epsilon_1(\xi'', R_2) \rangle. \quad (2)$$

Используя марковское приближение [13]

$$\langle \epsilon_1(\xi', R_1) \epsilon_1(\xi'', R_2) \rangle = 2\pi\delta(\xi' - \xi'') \iint d^2 x \Phi_e(x) \exp[i\mathbf{x}(R_1 - R_2)],$$

где $\Phi_e(x)$ — трехмерный спектр однородного и изотропного поля $\epsilon_1(x, R)$, для корреляционной функции будем иметь

$$B_c = \frac{\pi}{2 p_0^2} \int_0^x d\xi (x - \xi)^2 \iint d^2 R_1 \iint d^2 R_2 \langle I_1(\xi, R_1) I_2(\xi, R_2) \rangle \times \\ \times \iint d^2 x \Phi_e(x) \exp[i\mathbf{x}(R_1 - R_2)]. \quad (3)$$

В настоящее время получить аналитическое выражение для момента $\langle I_1(\xi, R_1) I_2(\xi, R_2) \rangle$ в области сильных флюктуаций интенсивности трудно. В работе [4] было предложено провести в формуле (3) приближенную замену:

$$\langle I(\xi, R_1) I(\xi, R_2) \rangle \approx \langle I(\xi, R_1) \rangle \langle I(\xi, R_2) \rangle. \quad (4)$$

Когда можно не учитывать турбулентное и дифракционное уширение пучков, вместо (4) применяется более грубая аппроксимация [6]

$$\langle I(\xi, R_1) I(\xi, R_2) \rangle \approx I(0, R_1) I(0, R_2), \quad (4a)$$

которая дает удовлетворительное согласие с экспериментальными данными. Дальнейшие расчеты дисперсии и пространственной корреляции флюктуаций центров тяжести проведем в приближении (4). Условия, при которых приближение не приводит к значительной ошибке, рассмотрены в Приложении.

Найдем среднюю интенсивность оптического пучка, распространяющегося под произвольным углом α к заданному направлению,

которое совместим с осью Ox . В плоскости $x = 0$ начальное распределение поля такого пучка зададим в виде

$$u_0(\rho) = u_0 \exp \left(-\frac{\rho^2}{2a^2} - \frac{ik\rho^2}{2F} + ikn\rho x \right), \quad (5)$$

где a — радиус пучка, F — радиус кривизны фазового фронта в центре излучающей апертуры, n — единичный вектор проекции нормали к фазовому фронту в точке $\rho = 0$ на плоскость yOz , $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число. Представление (5) справедливо при условии $\alpha \ll 1$.

Воспользуемся выражением для средней интенсивности, полученным в марковском приближении [13],

$$\langle I(x, R) \rangle = \frac{1}{4\pi^2} \iint d^2R' \iint d^2p u_0 \left(R' - \frac{px}{2k} \right) u_0^* \left(R' + \frac{px}{2k} \right) \times \times \exp \left[ip(R - R') - \frac{1}{2} D_1 \left(x, \frac{px}{k} \right) \right], \quad (6)$$

в котором

$$D_1(x, \rho) = \pi k^2 \int_0^x dx' \iint d^2x \left\{ 1 - \cos \left[x\rho \left(1 - \frac{x'}{x} \right) \right] \right\} \Phi_\epsilon(x) \quad (7)$$

— структурная функция комплексной фазы сферической волны. Подставляя начальное условие (5) в выражение (6), после интегрирования будем иметь

$$\begin{aligned} \langle I(x, R, n \alpha x) \rangle &= \frac{2u_0^2 a^2}{a_d^2(x)} \int_0^\infty d\xi J_0 \left(\frac{2\xi}{a_d(x)} |R - n \alpha x| \right) \times \\ &\times \exp \left[-\xi^2 - \frac{1}{2} D_1 \left(x, \frac{2x\xi}{ka_d(x)} \right) \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $a_d^2(x) = a^2 \left[\left(1 - \frac{x}{F} \right)^2 + \Omega^{-2} \right]$ — квадрат дифракционного радиуса пучка (в отсутствие турбулентности), $\Omega = ka^2/x$ — число Френеля.

Спектральную плотность флуктуаций диэлектрической проницаемости зададим в виде

$$\Phi_\epsilon(x) = A_0 C_\epsilon^2 x^{-11/3} \left[1 - \exp \left(-\frac{x^2}{x_0^2} \right) \right], \quad (9)$$

где $A_0 = 0,033$, $x_0 = 2\pi/L_0$ — волновое число, соответствующее внешнему масштабу L_0 , C_ϵ^2 — структурная постоянная флуктуаций диэлектрической проницаемости (поля ϵ_1). В области $x \gg x_0$ выражение (9) совпадает с колмогоровским спектром атмосферной турбулентности.

Функция $\Phi_\epsilon(x)$ не имеет универсального вида в энергетическом интервале $x \leq x_0$ волновых чисел. При расчете флуктуационных характеристик поля световых волн в тех случаях, когда энергетический интервал играет существенную роль, используются различные модели спектра в этой области [6, 14, 15]. Совпадение расчетных результатов с экспериментальными данными, как правило, достигается [6] за счет подбора значений внешнего масштаба L_0 , параллельные измерения которого в настоящее время не проводятся. Спектральная плотность вида (9) применялась ранее [6] при расчете флуктуаций центров тяжести оптических пучков. Она удобна для вычислений и приводит

к результатам, которые согласуются с экспериментом для значений L_0 , полученных из косвенных оценок.

Подставляя выражение (9) в формулу (7) и проводя вычисление интеграла, находим

$$D_1(x, \rho) = \mu C_e^2 k^2 x \rho^{5/3} \left\{ 1 - 7,96 (x_0 \rho)^{-5/3} \times \right. \\ \left. \times \left[\int_0^1 d\xi {}_1F_1 \left(-\frac{5}{6}, 1; -x_0^2 \rho^2 \frac{(1-\xi)^2}{4} \right) - 1 \right] \right\} \quad (\mu = 0,274), \quad (10)$$

где ${}_1F_1(l, m; z)$ — вырожденная гипергеометрическая функция.

Используем для структурной функции фазы в выражении (8) величину (10). Тогда при условии $2x_0/k a_d(x) \ll 1$ имеем

$$\langle I(x, R, n \alpha x) \rangle = \frac{2 u_0^2 a^2}{a_s^2(x)} \int_0^\infty d\xi \xi J_0 \left(\frac{2\xi}{a_s(x)} |R - n \alpha x| \right) \times \\ \times \exp \left\{ -\xi^2 + \mu D_1^0 \left(x, \frac{2x}{ka_d(x)} \right) \left(\frac{2x_0}{ka_d(x)} \right)^{1/3} \xi^2 - \frac{1}{2} D_1^0 \left(x, \frac{2x}{ka_d(x)} \right) \xi^{5/3} \right\}, \quad (11)$$

где $D_1^0(x, \rho) = \mu C_e^2 k^2 x \rho^{5/3}$ — структурная функция фазы, полученная из (10) при условии $x_0 \rho \ll 1$. Если теперь в существенной для интегрирования в (11) области воспользоваться аппроксимацией

$$\exp \left(-\frac{1}{2} D_1^0 \xi^{5/3} \right) \approx \exp \left[-\left(\frac{1}{2} D_1^0 \right)^{6/5} \xi^2 \right], \quad (12)$$

то распределение средней интенсивности будет иметь гауссову форму:

$$\langle I(x, R, n \alpha x) \rangle = \frac{u_0^2 a^2}{a_s^2(x)} \exp \left[-\frac{(R - n \alpha x)^2}{a_s^2(x)} \right]. \quad (13)$$

В выражении (13)

$$a_s^2(x) = a^2 \left\{ \left(1 - \frac{x}{F} \right)^2 + \Omega^{-2} + 8 \sigma_0^{12/5} \Omega^{-1} \left(1 - \mu 2^{6/5} [D_1^0(x_0^{-1})]^{-1/5} \right) \right\} \quad (14)$$

— квадрат эффективного радиуса пучка, который отличается от $a_d^2(x)$ наличием дополнительного члена, описывающего уширение пучка за счет турбулентности, $\sigma_0^2 = 0,077 C_e^2 k^{7/6} x^{11/6}$ — средний квадрат флуктуаций уровня амплитуды плоской волны в первом приближении метода плавных возмущений.

Из соотношений (13), (14) следует, что влияние внешнего масштаба на величину средней интенсивности пренебрежимо мало, когда структурная функция комплексной фазы, вычисленная на внешнем масштабе, велика. Условие $[D_1^0(x_0^{-1})]^{1/5} \gg 1$ хорошо выполняется для реальных атмосферных трасс, поэтому в дальнейших расчетах будем пользоваться формулами (13), (14) при $[D_1^0(x_0^{-1})]^{-1/5} = 0$. Получающееся в этом случае выражение для средней интенсивности было записано ранее в работе [16]. Оно хорошо согласуется количественно с расчетами [17], выполненными без использования аппроксимации (12).

Рассмотрим два одинаковых оптических пучка вида (5), центры которых в начальной плоскости расположены в точках $\rho_0/2$ и $-\rho_0/2$, а оси наклонены под углом α друг к другу. Для средней интенсив-

ности таких пучков можно воспользоваться выражением (13) и соотношениями

$$\begin{aligned} \langle I_1(\xi, R_1) \rangle &= \left\langle I\left(\xi, R_1 - \frac{1}{2}\rho_0, -n\xi\frac{\alpha}{2}\right) \right\rangle, \\ \langle I_2(\xi, R_2) \rangle &= \left\langle I\left(\xi, R_2 + \frac{1}{2}\rho_0, n\xi\frac{\alpha}{2}\right) \right\rangle. \end{aligned} \quad (15)$$

Используя с учетом (15) приближение (4) и вычисляя соответствующие интегралы в (3), для корреляционной функции флюктуаций смещений центров тяжести будем иметь

$$\begin{aligned} B_c = B_c(x, \rho_0, n\alpha x) &= \pi^2 x^3 \int_0^1 d\xi (1-\xi)^2 \int_0^\infty dx x^3 \Phi_e(x) \times \\ &\times \exp\left[-\frac{1}{2}x^2 a_s^2(\xi x)\right] J_0(x|\rho_0 + n\alpha x\xi|). \end{aligned}$$

Полученное выражение после подстановки в него спектральной плотности (9) и интегрирования по x можно представить в виде

$$\begin{aligned} B_c(x, \rho_0, \rho) &= 3a^{1/3} \sigma_{c0}^2 \int_0^1 d\xi (1-\xi)^2 \left\{ a_s^{-1/3}(\xi x) \times \right. \\ &\times {}_1F_1\left(\frac{1}{6}, 1; -\frac{R^2(\xi)}{2a_s^2(\xi x)}\right) - [a_s^2(\xi x) + a^2\beta]^{-1/6} {}_1F_1\left(\frac{1}{6}, 1; -\frac{R^2(\xi)}{2a_s^2(\xi x) + 2a^2\beta}\right) \left. \right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

где $R(\xi) = \rho\xi + \rho_0(1-\xi)$, $\rho = \rho_0 + n\alpha x$ — вектор, соединяющий оси пучков в плоскости наблюдения, $\beta = 2/a^2 x_0^2$, $\sigma_{c0}^2 = 0,43 C_e^2 x^3 (2a)^{-1/3}$ — дисперсия флюктуаций центра тяжести пучка, вычисленная в приближении (4 а) для степенного спектра ($x_0 = 0$) флюктуаций диэлектрической проницаемости [4].

2. ДИСПЕРСИЯ ФЛЮКТУАЦИЙ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ПУЧКА

Выражение для дисперсии флюктуаций смещения центра тяжести пучка σ_c^2 следует из равенства (16) при $\rho_0 = \rho = 0$:

$$\begin{aligned} \sigma_c^2 &= \sigma_{c0}^2 f(\sigma_0), \\ f(\sigma_0) &= 3a^{1/3} \int_0^1 d\xi (1-\xi)^2 \left\{ a_s^{-1/3}(\xi x) - [a_s^2(\xi x) + a^2\beta]^{-1/6} \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Значения функции $f(\sigma_0)$, полученной численным интегрированием для различных дифракционных режимов на передающей апертуре (Ω), условий фокусировки (x/F) и величин внешнего масштаба (L_0), представлены на рис. 1.

При учете флюктуаций интенсивности ($\sigma_0 \neq 0$) и дифракционной расходимости пучка ($\Omega \ll 1$) угловая дисперсия смещений центра тяжести $\sigma_a^2 = \sigma_c^2/x^2$ за счет функции $f(\sigma_0)$ отклоняется от линейного закона, характерного для $\sigma_{a0}^2 = \sigma_{c0}^2/x^2$.

Приведенные данные и асимптотики σ_c^2 , которые могут быть найдены из (17), согласуются с полученными в [4] при использовании колмогоровского спектра ($L_0 = \infty$) численными результатами для

сфокусированного пучка ($x/F = 1$, $\Omega \gg 1$) и асимптотическими формулами, соответствующими фраунгоферовой зоне дифракции ($\Omega \ll 1$).

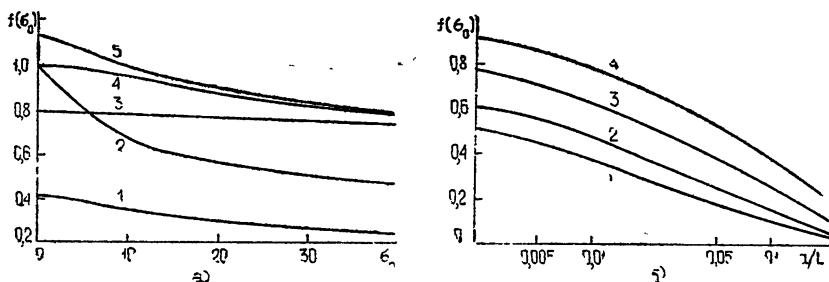


Рис. 1. Функция $f(\epsilon_0)$.

- a) 1, 2, 4—функция f для $\beta = \infty$, $x/F = 0$ в зависимости от параметра Ω : 1— $\Omega = 0,01$; 2— $\Omega = 1$; 4— $\Omega = 100$; 3, 4, 5—зависимость функции f при $\beta = \infty$, $\Omega = 100$ от фокусировки: 3— $x/F = -5$; 4— $x/F = 0$; 5— $x/F = 1$;
б) влияние масштаба L_0 на дисперсию смещений сфокусированного ($x/F = 1$, $\Omega = 100$) пучка: 1— $\sigma_0 = 54$; 2— $\sigma_0 = 30$; 3— $\sigma_0 = 10$; 4— $\sigma_0 = 0$.

Исследование зависимости σ_c^2 от условий фокусировки, не проводившееся ранее, показывает (рис. 1 а), что расфокусировка излучения ($x/F < 1$) уменьшает дисперсию случайных смещений центра тяжести. Изменение внешнего масштаба (рис. 1 б) оказывает заметное влияние на дисперсию смещений пучка. При размерах внешнего масштаба, приближающихся к радиусу пучка, величина дисперсии σ_c^2 существенно уменьшается.

3. КОРРЕЛЯЦИЯ СМЕЩЕНИЙ ЦЕНТРОВ ТЯЖЕСТИ ПУЧКОВ В УСЛОВИЯХ СИЛЬНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

Исследования корреляции флуктуаций центров тяжести были проведены в двух практических важных случаях, когда оси пучков параллельны ($\rho_0 = \rho = \rho$) и пересекаются в плоскости наблюдения ($\rho = 0$). Соответствующие коэффициенты корреляции

$$b_{c1}(x, \rho) = \frac{B_c(x, \rho, \rho)}{B_c(x, 0, 0)}, \quad b_{c2}(x, \rho_0) = \frac{B_c(x, \rho_0, 0)}{B_c(x, 0, 0)} \quad (18)$$

вычислялись с помощью ЭВМ по формуле (16).

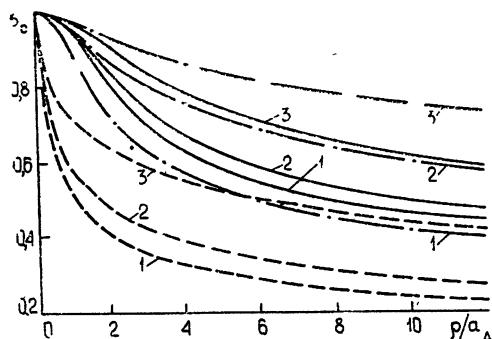


Рис. 2. Коэффициент корреляции смещений параллельных коллимированных пучков ($\rho_0 = \rho = \rho$, $x/F = 0$, $\beta = \infty$) для различных областей флуктуаций интенсивности:
1— $\sigma_0 = 0$; 2— $\sigma_0 = 10$; 3— $\sigma_0 = 44$. Сплошным кривым соответствует $\Omega = 100$, штрих-пунктирным— $\Omega = 1$, штриховыми— $\Omega = 0,01$.

Из представленных на рис. 2 результатов для пучков с параллельной ориентацией осей видно, что переход от слабых флуктуаций ($\sigma_0 \leq 1$) к сильным ($\sigma_0 \gg 1$) приводит к небольшому увеличению уровня

корреляции. Максимальное изменение корреляции наблюдается в промежуточной зоне дифракции ($\Omega \approx 1$), что обусловлено, как легко убедиться из (14), большим по сравнению с дальней ($\Omega \ll 1$) и ближней ($\Omega \gg 1$) зонами относительным турбулентным уширением пучков и, следовательно, их дополнительным пространственным перекрытием.

Расчеты, проведенные для пучков, оси которых пересекаются в плоскости наблюдения ($\rho = 0$), показали, что по сравнению с параллельными пучками наблюдается незначительное (порядка 13%) увеличение уровня корреляции, которое объясняется их ориентацией в пространстве.

Обнаруживаемое расчетом изменение коэффициента корреляции при варьировании параметра σ_0 в интервале $0 \leq \sigma_0^2 \leq 100$, который реализуется для интересных в практическом отношении приземных трасс, оказывается сравнимым с ошибками измерения величины b_c [6, 10]. Поэтому приближение слабых флуктуаций интенсивности ($\sigma_0 = 0$) можно считать приемлемым для практики при расчетах корреляции флуктуаций центров тяжести оптических пучков с рассмотренной ориентацией осей. Дальнейшие исследования корреляции центров тяжести проведем в этом приближении.

4. КОРРЕЛЯЦИЯ СМЕЩЕНИЙ ЦЕНТРОВ ТЯЖЕСТИ В СВОБОДНОЙ АТМОСФЕРЕ

Полагая в выражении (16) $\sigma_0 = 0$, рассмотрим корреляцию центров тяжести при бесконечном внешнем масштабе турбулентности ($\beta = \infty$). Этот случай соответствует трассам, приподнятым над подстилающей поверхностью на большую высоту [18] (свободная атмосфера).

В зоне френелевской дифракции ($\Omega \gg 1$) выражения для коэффициентов корреляции (18), согласно (16), примут вид

$$b_{c1} = \frac{\int_0^1 d\xi (1-\xi)^3 \left(1 - \frac{x}{F}\xi\right)^{-1/3} {}_1F_1\left(\frac{1}{6}, 1; -\frac{\rho^2}{2a^2 \left(1 - \frac{x}{F}\xi\right)^2}\right)}{\int_0^1 d\xi (1-\xi)^3 \left(1 - \frac{x}{F}\xi\right)^{-1/3}}, \quad (19)$$

$$b_{c2} = \frac{\int_0^1 d\xi (1-\xi)^3 \left(1 - \frac{x}{F}\xi\right)^{-1/3} {}_1F_1\left(\frac{1}{6}, 1; -\frac{\rho_0^2 (1-\xi)^2}{2a^2 \left(1 - \frac{x}{F}\xi\right)^2}\right)}{\int_0^1 d\xi (1-\xi)^3 \left(1 - \frac{x}{F}\xi\right)^{-1/3}}.$$

В частном случае ($x/F = 1$) они совпадают с формулами, приведенными в работе [3], которые получены с помощью обобщенного на случай плавно неоднородных сред метода Гюйгенса—Кирхгофа. Приближение для структурной функции фазы элементарных сферических волн, использованное в работе [3], не позволяет, как следует из [2], учесть условия фокусировки излучения. В этом отношении формулы (19) являются более общими по сравнению с полученными в [3] и конкретизируют условия применимости последних.

Результаты численного расчета для коэффициентов корреляции (19) при различных условиях фокусировки показаны на рис. 3. Расфокусировка излучения приводит к дополнительному пространст-

венному перекрытию пучков и, как следует из рис. 3, увеличивает уровень корреляции флуктуаций центров тяжести.

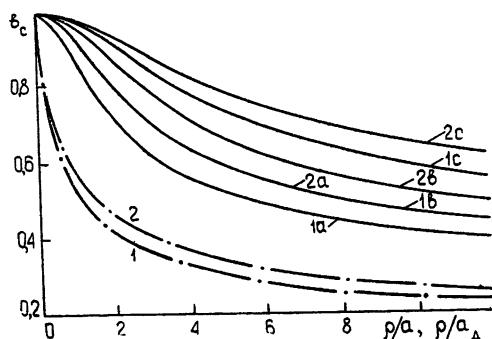


Рис. 3. Коэффициент корреляции смещений световых пучков в свободной атмосфере ($\sigma_0 = 0$, $\beta = \infty$); 1—параллельные пучки ($\rho_0 = \rho = \rho$), 2—пучки, пересекающиеся в плоскости наблюдения ($\rho = 0$); а) $\Omega = 100$, $x/F = 1$; б) $\Omega > 1$, $x/F = 0$; в) $\Omega > 1$, $x/F = -5$. Штрих-пунктирными кривыми соответствуют масштаб r/a_d и параметры $\Omega = 0,01$; $x/F = 0$.

В зоне фраунгоферовой дифракции выражения для коэффициентов корреляции (18), следующие из (16) при $\beta = \infty$, $\sigma_0 = 0$, имеют вид

$$b_{c1} = \frac{40}{27} \int_0^1 d\xi (1 - \xi)^2 \xi^{-1/3} {}_1F_1\left(\frac{1}{6}, 1; -\frac{\rho^2 k^2 a^2}{2x^2 \xi^2}\right), \quad (20)$$

$$b_{c2} = \frac{40}{27} \int_0^1 d\xi (1 - \xi)^2 \xi^{-1/3} {}_1F_1\left(\frac{1}{6}, 1; -\frac{\rho_0^2 k^2 a^2 (1 - \xi)^2}{2x^2 \xi^2}\right).$$

Формулы (20) справедливы при условии слабой расходности пучков за счет кривизны фазового фронта на выходной апертуре ($|x/F| \leq 1$). Полученные численным интегрированием коэффициенты (20) приведены на рис. 3. В отличие от френелевской зоны дифракции, в которой, как следует из (19), масштаб корреляции флуктуаций центров тяжести определяется размером излучающей апертуры, во фраунгоферовой зоне этот масштаб зависит от дифракционного радиуса пучка $a_d = x/ka$

Расчеты коэффициента корреляции центров тяжести для произвольных значений параметра Френеля Ω проводились по формулам (16), (18). Из результатов расчета (рис. 3) следует, что уменьшение размеров передающих апертур в области $\Omega \gg 1$ приводит к дополнительной раскорреляции случайных смещений центров тяжести при фиксированном расстоянии между центрами передающих апертур.

5. КОРРЕЛЯЦИЯ СМЕЩЕНИЙ ЦЕНТРОВ ТЯЖЕСТИ В ПРИЗЕМНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

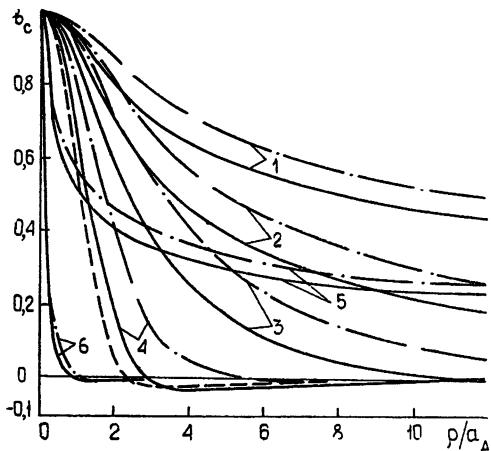
Экспериментальные исследования флуктуаций центров тяжести оптических пучков, проведенные в приземном слое [6, 10], и выполненные в [6] в приближении (4 а) расчеты показали, что внешний масштаб флуктуаций диэлектрической проницаемости L_0 существенным образом определяет величину корреляции случайных смещений пространственно-разнесенных пучков.

Зависимости коэффициентов корреляции b_{c1} , b_{c2} при различных значениях внешнего масштаба турбулентности, рассчитанные по формулам (16), (18) при $\sigma_0 = 0$, показаны на рис. 4, из которого видно, что уровень корреляции существенно уменьшается, когда величина внешнего масштаба приближается к размеру пучка ($\beta \rightarrow 1$). В ближней зоне легко получить простую формулу, позволяющую оценить влияние внешнего масштаба турбулентности на корреляцию смещений

центров тяжести параллельных коллимированных ($x/F = 0$) пучков. В этом случае для коэффициента корреляции b_{cl} , используя (18), (16) и полагая $\sigma_0 = 0$, будем иметь

$$b_{cl} = \left\{ {}_1F_1 \left(\frac{1}{6}, 1; -\frac{\rho^2}{2a^2} \right) - (1 + \beta)^{-1/6} {}_1F_1 \left(\frac{1}{6}, 1; -\frac{\rho^2}{2a^2(1 + \beta)} \right) \right\} [1 - (1 + \beta)^{-1/6}]^{-1}. \quad (21)$$

Рис. 4. Влияние внешнего масштаба турбулентности на коэффициент корреляции смещений коллимированных ($x/F = 0$) пучков в условиях слабых флуктуаций интенсивности ($\sigma_0 = 0$): 1, 2, 3, 4— $\Omega = 100$; 1— $\beta = \infty$; 2— $\beta = 1000$; 3— $\beta = 50$; 4— $\beta = 1$; 5, 6— $\Omega = 0,01$; 5— $\beta = \infty$; 6— $\beta = 1000$. Сплошные кривые соответствуют параллельным пучкам, штрих-пунктирные—пучкам, пересекающимся в плоскости наблюдения. Штриховой линией изображена предельная кривая (23).



Определяя затем радиус корреляции смещений ρ_k на уровне $b_{cl} = 1/e$, при $\beta \gg 1$ из (21) для ρ_k можно найти следующее приближенное выражение:

$$\frac{\rho_k}{a} \approx \beta^{1/2} \left(1 + \frac{\beta^{1/6} - 1}{e} \right)^{-3}. \quad (22)$$

Сравнение результатов численного расчета (рис. 4) со значениями ρ_k , полученными по формуле (22), дает хорошее совпадение вплоть до $\beta = 1$.

Коэффициент корреляции (21) имеет предельную кривую при $\beta = 0$,

$$\lim_{\beta \rightarrow 0} b_{cl} = {}_1F_1 \left(\frac{1}{6}, 1; -\frac{\rho^2}{2a^2} \right) - \frac{\rho^2}{2a^2} {}_1F_1 \left(\frac{7}{6}, 2; -\frac{\rho^2}{2a^2} \right), \quad (23)$$

которая изображена на рис. 4. Сравнение этой кривой с расчетом при $\beta = 1$ показывает, что дальнейшее увеличение размеров передающих апертур, после достижения внешнего масштаба, приводит лишь к незначительным изменениям коэффициента корреляции смещений центров тяжести пучков.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Представим левую часть выражения (4) в форме

$$\langle I(\xi, R_1) I(\xi, R_2) \rangle = \langle I(\xi, R_1) \rangle \langle I(\xi, R_2) \rangle \times \times [1 + b_I(\xi, R_1, R_2) \sigma_I(\xi, R_1) \sigma_I(\xi, R_2)], \quad (\Pi.1)$$

где $\sigma_I(\xi, R)$ — относительное среднеквадратическое отклонение, а $b_I(\xi, R_1, R_2)$ — коэффициент корреляции флуктуаций интенсивности.

Из представления (П.1) ясно, что в области слабых флуктуаций интенсивности, где выполняется условие $\sigma_I(\xi, R) \ll 1$, приближение (4) оправдано. Относительный вклад второго слагаемого (П.1) в значение дисперсии флуктуаций центра тяжести в области $\sigma_I \geq 1$ можно приближенно оценить, вводя упрощающие предположения относительно пространственной структуры флуктуаций интенсивности.

Будем считать, что флуктуации интенсивности являются однородными и изотропными в поперечном сечении пучка,

$$\sigma_I(\xi, R) = \sigma_I(\xi), \quad b_I(\xi, R_1, R_2) = b_I(\xi, |R_1 - R_2|),$$

а средняя интенсивность и коэффициент корреляции описываются гауссовыми кривыми

$$\langle I(\xi, R) \rangle = I_0(\xi) \exp \left[-\frac{R^2}{a^2(\xi)} \right], \quad b_I(\xi, R) = \exp \left[-\frac{R^2}{b^2(\xi)} \right], \quad (\text{П.2})$$

где $a(\xi)$ и $b(\xi)$ — соответственно эффективный радиус и масштаб, $I_0(\xi)$ — средняя интенсивность на оси пучка. Подстановка выражений (П.1), (П.2) в формулу (3) и вычисление соответствующих интегралов приводят к следующему результату для дисперсии флуктуаций центра тяжести:

$$\sigma_c^2 = \pi^4 2^{-5/6} p_0^{-2} A_0 \Gamma \left(\frac{1}{6} \right) C_e^2 \int_0^\infty d\xi (x - \xi)^2 I_0^2(\xi) a^{-11/3}(\xi) \times \\ \times \left\{ 1 + \left[\frac{b^2(\xi)}{2a^2(\xi) + b^2(\xi)} \right]^{5/6} \sigma_I^2(\xi) \right\}. \quad (\text{П.3})$$

Второе слагаемое подынтегральной функции в формуле (П.3) соответствует второму слагаемому в правой части равенства (П.1). Следовательно, если выполняется условие

$$\frac{b^2(\xi)}{a^2(\xi)} \ll 1, \quad (\text{П.4})$$

то приближение (4) внесет небольшую ошибку в расчетах флуктуаций центра тяжести пучка.

Согласно неравенству (П.4), внутренняя структура случайногораспределения интенсивности в поперечном сечении пучка не влияет на флуктуации его пространственного положения, когда размер пучка намного превышает масштаб пространственной корреляции интенсивности.

Поскольку достаточно надежные теоретические оценки масштаба $b(\xi)$ отсутствуют, то в пользу применимости приближения (4) можно привести экспериментальные данные [19–22], которые указывают на «многоячеистую структуру» мгновенного распределения интенсивности в поперечном сечении пучка в области $\sigma_I^2 \geq 1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Кон, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 13, № 1, 61 (1970).
2. Г. А. Андреев, Э. И. Гельфер, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 14, № 9, 1455 (1971).
3. А. И. Кон, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 15, № 4, 533 (1972).
4. В. И. Кляцкин, А. И. Кон, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 15, № 9, 1381 (1972).
5. В. Л. Миронов, В. В. Носов, Тезисы докладов X Всесоюзной конференции по распространению радиоволн, Секция IV, изд. Наука, М., 1972.

6. Э. И. Гельфер, А. И. Кон, А. М. Черемухин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 16, № 2, 245 (1973).
7. М. А. Каллистратова, В. В. Покасов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 14, № 8, 1200 (1971).
8. Э. И. Гельфер, Н. И. Муравьев, С. Е. Финкельштейн, А. М. Черемухин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 14, № 12, 1838 (1971).
9. Т. Сhiba, Appl. Opt., 10, № 11, 2456 (1971).
10. М. А. Каллистратова, В. В. Покасов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 15, № 5, 723 (1972).
11. Н. Н. Дьяченко, В. Я. Съедин, С. С. Хмелевцов, Тезисы докладов Все-союзного симпозиума по распространению лазерного излучения в атмосфере, Томск, 1971.
12. В. Я. Съедин, Диссертация, ИОА СО АН СССР, Томск, 1972.
13. В. И. Кляцкин, В. И. Татарский, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 13, № 7, 1061 (1970).
14. R. F. Lutomirski, H. T. Yura, J. Opt. Soc. Amer., 61, № 4, 482 (1971).
15. H. T. Yura, J. Opt. Soc. Amer., 63, № 1, 107 (1973).
16. W. P. Brown, J. Opt. Soc. Amer., 61, № 8, 1051 (1971).
17. Ю. Н. Барabanенков, Ю. А. Кравцов, С. М. Рытов, В. И. Татарский, УФН, 102, № 1, 3 (1970).
18. В. И. Татарский, Распространение волн в турбулентной атмосфере, изд. Наука, М., 1967.
19. В. Я. Съедин, С. С. Хмелевцов, М. Ф. Небольсин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 13, № 1, 44 (1970).
20. А. С. Гурвич, И. А. Старобинец, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 14, № 12, 1834 (1971).
21. J. R. Kerr, J. R. Dunphy, J. Opt. Soc. Amer., 63, № 1, 1 (1973).
22. М. Е. Грачева, А. С. Гурвич, С. С. Кащаков, Вл. В. Покасов, Соотношения подобия и их экспериментальная проверка при сильных флюктуациях интенсивности лазерного излучения, Препринт ОФАиГ АН СССР, М., 1973.

Институт оптики атмосферы
СО АН СССР

Поступила в редакцию
13 августа 1973 г.

FLUCTUATIONS OF THE GRAVITY CENTERS OF LIGHT BEAMS IN THE TURBULENT ATMOSPHERE

A. I. Kon, V. L. Mironov, V. V. Nosov

We investigate the dispersion and spatial correlation of random displacements of light beams in the turbulent atmosphere depending on the diffraction size of the radiating aperture, the parameters of emission focusing and the external turbulence scale under the conditions of weak and strong intensity fluctuations. It has been shown transition from weak to strong light intensity fluctuations not to lead to an essential change in correlation of beam displacements. This change is comparable with the measurement errors of the correlation coefficient for near the Earth traces being of practical interest. The external turbulence scale has an essential influence on random beam displacements. The correlation level of the gravity centers is considerably decreased when the size of the external scale L_0 approaches the beam diameter. A further decrease of the value L_0 does not influence on the correlation of the beam displacements.

УДК 621.371.22

ЛИНЕЙНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КООРДИНАТ ВО ФЛУКТУАЦИОННО-ДИССИПАЦИОННОЙ ТЕОРЕМЕ

В. Г. Полевой

Рассмотрен вопрос о линейных преобразованиях обобщенных координат и сопряженных с ними сил, оставляющих справедливой флюктуационно-диссипационную теорему. На примере электромагнитного поля показано, что с помощью линейных преобразований возможно перейти к таким новым координатам и силам, в которых матрица ядер становится симметричной, что приводит к симметричной форме теоремы взаимности.

В данной работе рассматривается вопрос о том, при каких линейных и, вообще говоря, комплексных преобразованиях обобщенных координат $\xi_\alpha(t)$ ($\alpha = 1, \dots, n$), описывающих флюктуации системы около состояния теплового равновесия, и преобразованиях энергетически сопряженных с этими координатами (ланжевеновских) сил $f_\alpha(t)$ остается справедливой флюктуационно-диссипационная теорема (ФДТ). Кроме того, показано, что для уравнений Максвелла указанные преобразования позволяют симметризовать матрицу ядер уравнений движения и получить тем самым теорему взаимности в симметричной форме.

1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КООРДИНАТ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ СИСТЕМЫ

Рассмотрим систему, состояние которой описывается вектором-столбцом n вещественных координат $\xi(t) = \{\xi_\alpha(t)\}$, а сопряженные вещественные силы запишем в виде вектора-столбца $f(t) = \{f_\alpha(t)\}$. В этом случае мы будем говорить, что рассматриваемая система обладает n «степенями свободы». Мгновенная мощность, развиваемая силами $f(t)$, есть

$$w = \dot{\xi}^T(t) f(t),$$

где «т» обозначает транспонирование. В виду вещественности $\xi(t)$ и $f(t)$ выражение для w можно записать в виде

$$w = \operatorname{Re} \dot{\xi}^+(t) f(t), \quad (1)$$

где крест обозначает эрмитову сопряженность.

Линеаризованные уравнения движения в форме, разрешенной относительно координат, имеют вид

$$\ddot{\xi}(t) = \int_0^\infty A(\tau) f(t - \tau) d\tau, \quad (2)$$

где $A(\tau) = \{A_{\alpha\beta}(\tau)\}$ —матрица импульсного отклика системы. В спектральной форме, т. е. для трансформант Фурье

$$\xi \equiv \xi(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \xi(t) e^{-i\omega t} dt, \quad f \equiv f(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt,$$

$$A \equiv A(\omega) = \int_0^{\infty} A(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau,$$

где $A = \{A_{\alpha\beta}(\omega)\}$ — так называемая матрица обобщенной восприимчивости системы, уравнения (2) будут

$$\xi = Af. \quad (3)$$

Если ввести матрицы спектральных плотностей для координат и сил

$$\langle \xi\xi^* \rangle = \{ \langle \xi_\alpha \xi_\beta^* \rangle \}, \quad \langle ff^* \rangle = \{ \langle f_\alpha f_\beta^* \rangle \},$$

то ФДТ можно записать в виде [1]

$$\langle \xi\xi^* \rangle = \frac{i\theta(\omega, T)}{2\pi\omega} (A - A^+), \quad \langle ff^* \rangle = \frac{i\theta(\omega, T)}{2\pi\omega} (A^{-1+} - A^{-1}), \quad (4)$$

где $\theta(\omega, T)$ — средняя энергия гармонического осциллятора при температуре T .

Очевидно, выбор координат и сопряженных с ними сил неоднозначен. Вместо $\xi(t)$ и $f(t)$ можно взять и какие-либо другие (вообще говоря, комплексные) координаты $\eta(t)$ и силы $g(t)$, однако вопрос о справедливости ФДТ в новых координатах нуждается при этом в выяснении. Заметим, что если мы вводим n комплексных координат, то они не могут быть независимыми, так как это означало бы удвоение числа «степеней свободы».

Рассмотрим линейные преобразования

$$\begin{aligned} \xi(t) &= P\eta(t), \\ f(t) &= Qg(t), \end{aligned} \quad (5)$$

где P и Q — постоянные невырожденные комплексные матрицы. В силу независимости матриц преобразования от времени, формулы преобразования в спектральном представлении имеют тот же вид, что и во временном:

$$\begin{aligned} \xi(\omega) &= P\eta(\omega), \\ f(\omega) &= Qg(\omega). \end{aligned} \quad (6)$$

Естественно потребовать, чтобы мгновенная мощность, развивающая силами $g(t)$, имела прежний вид (1), т. е.

$$w = \operatorname{Re} \dot{\eta}^+(t) g(t). \quad (7)$$

Преобразуя (1) с помощью (5), получаем

$$w = \operatorname{Re} \dot{\eta}^+(t) P^+ Qg(t),$$

что совпадает с (7) при условии

$$P^+ Q = Q^+ P = E. \quad (8)$$

Таким образом, требование инвариантности w оставляет произвольной лишь одну из матриц P и Q .

Уравнения движения в новых координатах, согласно (3), (6) и (8), имеют вид

$$\eta = \tilde{A}g,$$

где \tilde{A} — матрица обобщенной восприимчивости в новых координатах:

$$\tilde{A} = P^{-1}AP^{-1+} = Q^+AQ. \quad (9)$$

Посмотрим теперь, какой вид имеют матрицы спектральных плотностей для новых координат и сил. Используя (6) и (8), находим

$$\langle \eta\eta^* \rangle = Q^+ \langle \xi\xi^* \rangle Q,$$

или, если воспользоваться ФДТ (4),

$$\langle \eta\eta^* \rangle = \frac{i\theta(\omega, T)}{2\pi\omega} (Q^+AQ - Q^+A^+Q).$$

С учетом (9) получаем окончательно

$$\langle \eta\eta^* \rangle = \frac{i\theta(\omega, T)}{2\pi\omega} (\tilde{A} - \tilde{A}^+).$$

Совершенно аналогично можно показать, что

$$\langle gg^* \rangle = \frac{i\theta(\omega, T)}{2\pi\omega} (\tilde{A}^{-1+} - \tilde{A}^{-1}).$$

Таким образом, при выполнении условия (7) в новых (возможно, комплексных) координатах $\eta(t)$ остается в силе ФДТ с преобразованной матрицей обобщенной восприимчивости (9).

Мы рассмотрели преобразования координат и сил сосредоточенной системы, но легко видеть, что все сказанное полностью переносится и на распределенные системы (поля).

2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КООРДИНАТ В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

В качестве примера рассмотрим преобразование координат в уравнениях Максвелла :

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_e, \\ \text{rot } \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} - \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_m, \end{aligned} \quad (10)$$

где \mathbf{j}_e и \mathbf{j}_m — сторонние электрические и магнитные токи, которые можно записать через сторонние электрическую и магнитную индукции:

$$\mathbf{j}_e = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\mathbf{D}}, \quad \mathbf{j}_m = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\mathbf{B}}.$$

В спектральном представлении уравнения (10) принимают вид

$$\tilde{\mathbf{D}} = \frac{c}{i\omega} \text{rot } \mathbf{H} - \mathbf{D}, \quad \tilde{\mathbf{B}} = -\frac{c}{i\omega} \text{rot } \mathbf{E} - \mathbf{B}. \quad (11)$$

В материальных уравнениях

$$D_j(x) = \int \epsilon_{jk}(x, x') E_k(x') dx', \quad B_j(x) = \int \mu_{jk}(x, x') H_k(x') dx',$$

где интегрирование распространяется на объем полного поля, предполагается, что тензоры ϵ_{jk} и μ_{jk} удовлетворяют условиям симметрии

$$\epsilon_{jk}(x, x') = \epsilon_{kj}(x', x), \quad \mu_{jk}(x, x') = \mu_{kj}(x', x).$$

Как известно [1], если в качестве обобщенных координат взять величины

$$\{ \xi_\alpha \} = \frac{1}{4\pi} \{ E, H \} \quad (\alpha = 1, \dots, 6), \quad (12)$$

то сопряженными силами являются

$$\{ f_\alpha \} = \{ \tilde{D}, \tilde{B} \} = \frac{4\pi}{i\omega} \{ J_e, J_m \}, \quad (13)$$

и уравнения (11) можно записать в виде

$$f(x) = \int b(x, x') \xi(x') dx'$$

с матрицей ядер $b(x, x')$, равной

$$b(x, x') = \begin{pmatrix} -4\pi\epsilon_{jl}(x, x') & \frac{4\pi c}{i\omega} e_{jkl} \frac{\partial}{\partial x_k} \delta(x-x') \\ -\frac{4\pi c}{i\omega} e_{jkl} \frac{\partial}{\partial x_k} \delta(x-x') & -4\pi\mu_{jl}(x, x') \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где e_{jkl} — полностью антисимметричный единичный тензор.

Легко видеть, что недиагональные блоки матрицы (14) антисимметричны, т. е.

$$b_{\alpha\beta}(x, x') = -b_{\beta\alpha}(x', x).$$

Поставим вопрос о том, можно ли с помощью линейного преобразования

$$\xi = P\eta, \quad f = Qg, \quad P^+Q = E \quad (15)$$

перейти к таким новым координатам η и силам g , в которых преобразованная матрица ядер

$$\tilde{b}(x, x') = P^+ b(x, x') P \quad (16)$$

была бы симметричной:

$$\tilde{b}_{\alpha\beta}(x, x') = \tilde{b}_{\beta\alpha}(x', x). \quad (17)$$

Уравнения движения в новых координатах имеют вид

$$g(x) = \int \tilde{b}(x, x') \eta(x') dx'.$$

Если возможно удовлетворить условию (17), то в новых координатах будет справедлива теорема взаимности в симметричной форме. Действительно, пусть силы $g^{(1)}$ порождают поле $\eta^{(1)}$, а силы $g^{(2)}$ — поле $\eta^{(2)}$:

$$g_\alpha^{(1)}(x) = \int \tilde{b}_{\alpha\beta}(x, x') \eta_\beta^{(1)}(x') dx',$$

$$g_\alpha^{(2)}(x) = \int \tilde{b}_{\alpha\beta}(x, x') \eta_\beta^{(2)}(x') dx'.$$

Свернем первое уравнение с $\eta_\alpha^{(2)}(x)$, а второе — с $\eta_\alpha^{(1)}(x)$. Интегрируя

каждое из них по \mathbf{x} и вычитая одно из другого, получаем в силу симметрии (17) матрицы ядер, что

$$\int g_{\alpha}^{(1)}(\mathbf{x}) \eta_{\alpha}^{(2)}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \int g_{\alpha}^{(2)}(\mathbf{x}) \eta_{\alpha}^{(1)}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (18)$$

Это и есть симметричная форма теоремы взаимности.

Нетрудно убедиться, что в нашем примере (14) существуют преобразования (15), позволяющие симметризовать матрицу ядер, т. е. удовлетворить условию (17). Для этого достаточно взять матрицу преобразования P диагональной:

$$P_{\alpha\beta} = p_{\alpha}\delta_{\alpha\beta}, \quad p_1 = p_2 = p_3 = \rho, \quad p_4 = p_5 = p_6 = \sigma, \quad (19)$$

и выбрать ρ и σ так, что $\rho\sigma^* = -\rho^*\sigma$ (например, $\rho = 1$, $\sigma = i$). Тогда элементы преобразованной матрицы принимают вид

$$\tilde{b}_{\alpha\beta} = p_{\alpha}^* p_{\beta} b_{\alpha\beta} = \begin{vmatrix} -4\pi|\rho|^2 \varepsilon_{jl}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') & \frac{4\pi c}{i\omega} \rho^* \sigma e_{jkl} \frac{\partial}{\partial x_k} \delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \\ \frac{4\pi c}{i\omega} \rho^* \sigma e_{jkl} \frac{\partial}{\partial x_k} \delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}') & -4\pi|\sigma|^2 \mu_{jl}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \end{vmatrix}$$

(суммирования по α и β здесь нет). Эта преобразованная матрица уже симметрична, т. е. удовлетворяет (17).

Частное преобразование (19) позволяет указать и более широкий класс преобразований, симметризующих матрицу ядер. Возьмем в (15) матрицу P вида

$$P_{\alpha\beta} = D_{\alpha\beta} p_{\alpha},$$

где D — произвольная невырожденная вещественная матрица (суммирования по α нет). Тогда преобразованная матрица ядер будет

$$\tilde{b}_{\alpha\beta}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = D_{\nu\alpha}(p_{\nu}^* p_{\mu} b_{\nu\mu}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')) D_{\mu\beta}$$

и, как нетрудно убедиться, является симметричной.

Пусть, например,

$$D = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} E & | & E \\ -E & | & E \end{pmatrix}, \quad D^{-1} = \begin{pmatrix} E & | & -E \\ E & | & E \end{pmatrix},$$

где E — трехмерная единичная матрица. Полагая $\rho = 1$, $\sigma = i$ и пользуясь (12) и (13), получаем

$$\{\eta_{\alpha}\} = \frac{1}{4\pi} \{E + iH, E - iH\}, \quad \{g_{\alpha}\} = \frac{2\pi}{i\omega} \{j_e + ij_m, j_e - ij_m\}. \quad (20)$$

Если подставить в (18) η и g из (20), то получим

$$\int \{j_e^{(1)} E^{(2)} - j_m^{(1)} H^{(2)}\} d\mathbf{x} = \int \{j_e^{(2)} E^{(1)} - j_m^{(2)} H^{(1)}\} d\mathbf{x},$$

т. е. обычную лоренцову формулировку теоремы взаимности, в которой, в отличие от (18), координаты входят неравноправным образом. Результаты данной работы были использованы ранее в [2].

Автор благодарен С. М. Рытову и М. Л. Левину за постоянное внимание к работе и полезные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Л. Левин, С. М. Рытов, Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике, изд. Наука, М., 1967.
2. М. Л. Левин, С. М. Рытов, ЖЭТФ, 65, 1382 (1973)

Радиотехнический институт АН СССР

Поступила в редакцию
3 июля 1973 г.

LINEAR TRANSFORMATION OF COORDINATES IN FLUCTUATION-DISSIPATION THEOREM

V. G. Polevoy

The problem is considered of linear transformation of generalized coordinates and conjugated forces holding the fluctuation-dissipation theorem true. It is shown by the example of the electromagnetic field that using linear transformation it is possible to reduce to those new coordinates in which the nuclear matrix becomes symmetric. The latter leads to a symmetric form of the reciprocity theorem.

УДК 538.574.6

ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ КЛИНЕ*

E. N. Васильев, B. V. Солодухов

Задача дифракции электромагнитных волн на диэлектрическом клине решена численно с помощью метода интегральных уравнений относительно эквивалентных поверхностных токов. Неизвестные токи представлены в виде суммы «равномерной» и «неравномерной» составляющих, что позволило провести выделение неубывающей с расстоянием от ребра клина части решения непосредственно в интегральных уравнениях. Приведены результаты расчетов и дан их детальный анализ.

Многочисленные попытки решить задачу дифракции на диэлектрическом клине аналитическими методами не дали до сих пор каких-либо результатов, пригодных для проведения практических расчетов (см., например, работу [1] и библиографию в ней). Для численного решения этой задачи может быть использован аппарат интегральных уравнений. Случай нормального по отношению к ребру клина падения плоской волны был рассмотрен в [2], где авторами был применен метод выделения в исходной системе интегральных уравнений той части решения, которая не убывает с расстоянием от ребра клина. Позднее этот метод был обобщен на случай произвольной ориентации волнового вектора первичного поля [3]. В настоящей работе основное внимание уделяется обсуждению результатов расчета.

1. ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ К ЗАДАЧЕ ДИФРАКЦИИ НА ОДНОРОДНОМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ КЛИНЕ

Задача дифракции электромагнитных волн на диэлектрическом теле с цилиндрическими границами может быть сведена к решению системы четырех интегральных уравнений Фредгольма второго рода относительно трансформант Фурье по координате z (рис. 1 а) плотностей эквивалентных электрических и магнитных токов. Эта система имеет вид [4]

$$I(v) = I^\pi(v) - \frac{1}{2} \int_{v'} P(v, v') I(v') dv', \quad (1)$$

где векторы-столбцы искомых $I(v)$ и первичных $I^\pi(v)$ токов имеют по четыре компоненты:

$$I(v) = \{I_v^e, I_z^e, \hat{I}_v^m, \hat{I}_z^m\}, \quad I^\pi(v) = \{I_v^{e\pi}, I_z^{e\pi}, \tau \hat{I}_v^{m\pi}, \tau \hat{I}_z^{m\pi}\}, \quad (2)$$

* Основные положения настоящей работы и некоторые результаты расчетов были доложены на Международном симпозиуме по теории электромагнитных волн (Тбилиси, сентябрь, 1971 г.) [3].

$\tau = \frac{2}{1+x^2}$, x — показатель преломления диэлектрика (действительный или комплексный), $I^m = \frac{1}{W} I^m$, $W = 120 \pi \text{ ом}$. Матричное ядро

$P(v, v')$ состоит из шестнадцати элементов $P_{ij}(v, v')$, которые зависят от положения точек наблюдения v и интегрирования v' и выражаются через функции Ханкеля [4]. Интегрирование в (1) производится по контуру поперечного сечения тела.

Применить систему интегральных уравнений (1) для численного решения задачи о клине, длина контура поперечного сечения которого бесконечна, можно, если учесть, что плотность поверхностных токов на его гранях определяется следующими факторами (рис. 1 б):

1) полями падающей и отраженной плоских волн;

2) плоскими волнами, прошедшими через тело клина и претерпевшими одно или более переотражений;

3) полями, связанными с наличием острой кромки (ребра клина).

Токи, обусловленные первыми двумя причинами, могут быть рассчитаны по законам геометрической оптики и в этом смысле считаться известными. В соответствии с принятой терминологией назовем их «равномерной» составляющей поверхностных токов, обозначая I^{e0} , I^{m0} . Очевидно [5], что неизвестные дополнительные токи («неравномерная» составляющая) I^{e1} , I^{m1} , связанные с наличием острой кромки, быстро убывают с расстоянием и вдали от ребра клина становятся пренебрежимо малыми по сравнению с I^{e0} , I^{m0} . Проведенные расчеты подтверждают справедливость этого предположения.

Разобьем контур поперечного сечения клина точками a_1 и a_2 на три части v_1 , v_2 , v_3 , выбрав эти точки достаточно далеко от ребра клина (рис. 1 б). Тогда для полных токов (как электрических, так и магнитных) можно записать

$$I(v) = \begin{cases} I^0(v) + I^e(v), & \text{если } v \in v_2 \\ I^0(v), & \text{если } v \in v_1, v \in v_3 \end{cases} \quad (3)$$

Из (1) с помощью представления (3) можно получить систему интегральных уравнений как относительно полных токов на поверхности клина, так и относительно дополнительных токов I^e . Первый подход имеет ряд преимуществ при практической реализации алгоритма решения и обладает значительно большей общностью (позволяет рассматривать клиновидные тела с произвольной формой вблизи вершины, например клин с закруглением, и легко обобщается на случай многослойных тел [6, 7]).

Подставляя (3) в (1), получим следующую систему интегральных уравнений:

$$I(v) + \frac{1}{2} \int_{v_2} P(v, v') I(v') dv' = I^0(v) - \frac{1}{2} \Delta I(v), \quad (4)$$

где

$$\Delta I(v) = \int_{v_1, v_3} P(v, v') I^0(v') dv', \quad (5)$$

которая отличается от исходной (1) только более сложной правой частью. Контур интегрирования в левой части имеет конечную длину, и эта система интегральных уравнений может быть решена численно.

Таким образом, представление токов в виде суммы равномерной и неравномерной составляющих позволило разбить решение задачи дифракций на бесконечном диэлектрическом клине на два этапа:

1) решение системы интегральных уравнений на контуре конечной длины;

2) вычисление дополнительных членов в правой части (4).

Первый этап решения подробно изложен в [4], поэтому мы остановимся только на втором этапе.

Отметим, что метод, основанный на выделении неубывающей части решения, оказывается весьма эффективным при численном решении целого класса задач электродинамики, связанных с бесконечно протяженными телами. Такой подход был использован в [8] при рассмотрении идеально проводящих тел. В [6, 7] решена задача дифракции на клине с многослойным диэлектрическим покрытием.

2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ЧЛЕНОВ В ПРАВЫХ ЧАСТЯХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Дополнительные члены $\Delta I(v)$ представляют собой интегралы по полубесконечным интервалам $[-\infty, a_1]$ и $[a_2, \infty]$ (рис. 1 б) от произведений ядер интегральных уравнений на равномерную составляющую соответствующих токов $I^0(v)$. Вычисление равномерных токов с учетом всех возможных переотражений в теле клина оказывается весьма сложным, хотя соответствующие формулы можно записать в общем виде (для частного случая нормального падения такие формулы имеются в [9]). Однако во многих случаях (при больших углах раскрыва клина Φ и малых углах падения α или при наличии заметных потерь в диэлектрике) преломленные и многократно переотраженные волны могут быть, как нетрудно видеть, исключены из рассмотрения. Тогда равномерная составляющая токов запишется в виде

$$\begin{aligned} I_v^0 &= A(\alpha, \gamma) e^{i \sin \gamma (x \cos \alpha + y \sin \alpha)}, \\ I_z^0 &= E(\alpha, \gamma) e^{i \sin \gamma (x \cos \alpha + y \sin \alpha)}, \\ \hat{I}_v^0 &= F(\alpha, \gamma) e^{i \sin \gamma (x \cos \alpha + y \sin \alpha)}, \\ \hat{I}_z^0 &= B(\alpha, \gamma) e^{i \sin \gamma (x \cos \alpha + y \sin \alpha)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь коэффициенты $A(\alpha, \gamma)$, $E(\alpha, \gamma)$, $F(\alpha, \gamma)$ и $B(\alpha, \gamma)$ определяются следующими выражениями:

для TE-поляризации падающего поля —

$$\begin{aligned} A^{\text{TE}}(\alpha, \gamma) &= -D[x^2 \sin \gamma \sqrt{x^2 - 1 + \sin^2 \gamma \cos^2(\theta - \alpha)} + \cos(\theta - \alpha)(x^2 - \cos^2 \gamma)], \\ E^{\text{TE}}(\alpha, \gamma) &= -D \cos \gamma \sin(\theta - \alpha) [x^2 \sqrt{x^2 - 1 + \sin^2 \gamma \cos^2(\theta - \alpha)} + \\ &\quad + \sin \gamma \cos(\theta - \alpha)], \end{aligned} \quad (7)$$

$$F^{\text{TE}}(\alpha, \gamma) = -D \cos \gamma \sin(\theta - \alpha) (x^2 - 1),$$

$$B^{\text{TE}}(\alpha, \gamma) = D [\cos(\theta - \alpha) \sqrt{x^2 - 1 + \sin^2 \gamma \cos^2(\theta - \alpha)} + \sin \gamma (x^2 - \sin^2(\theta - \alpha))];$$

для TM-поляризации —

$$A^{\text{TM}}(\alpha, \gamma) = -D \cos \gamma \sin(\theta - \alpha) (x^2 - 1),$$

$$E^{\text{TM}}(\alpha, \gamma) = D [x^2 \cos(\theta - \alpha) \sqrt{x^2 - 1 + \sin^2 \gamma \cos^2(\theta - \alpha)} + \sin \gamma (x^2 - \sin^2(\theta - \alpha))], \quad (8)$$

$$F^{\text{TM}}(\alpha, \gamma) = D [\sin \gamma \sqrt{x^2 - 1 + \sin^2 \gamma \cos^2(\theta - \alpha)} + (x^2 - \cos^2 \gamma) \cos(\theta - \alpha)],$$

$B^{TM}(\alpha, \gamma) = D \cos \gamma \sin(\theta - \alpha) [\sin \gamma \cos(\theta - \alpha) + V \sqrt{x^2 - 1 + \sin^2 \gamma \cos^2(\theta - \alpha)}]$,
где

$$D = \{[\sin \gamma \cos(\theta - \alpha) + V \sqrt{x^2 - 1 + \sin^2 \gamma \cos^2(\theta - \alpha)}] \times \quad (9)$$

$$\times [x^2 \sin \gamma \cos(\theta - \alpha) + V \sqrt{x^2 - 1 + \sin^2 \gamma \cos^2(\theta - \alpha)}]\}^{-1} [2 \sin \gamma \cos(\theta - \alpha)].$$

Принимая во внимание формулы для ядер $P_{ij}(v, v')$ [4], нетрудно убедиться, что все интегралы в (5) выражаются через функции

$$N_v(\lambda, x, \xi_0, \eta_0) = \int_0^\infty e^{-i\lambda\xi} \rho^{-v} H_v^{(2)}(x\rho) d\xi; \quad (10)$$

$$M_v(\lambda, x, \xi_0, \eta_0) = \int_0^\infty e^{-i\lambda\xi} \xi \rho^{-v} H_v^{(2)}(x\rho) d\xi, \quad (11)$$

где $\rho = \sqrt{(\xi + \xi_0)^2 + \eta_0^2}$; λ, ξ_0, η_0 — действительные числа, x — комплексный параметр, $|\lambda| < 1$, $\operatorname{Re} x \geq 1$. Эти интегралы могут быть взяты аналитически, однако получающиеся при этом ряды при некоторых значениях параметров сходятся крайне медленно. Поэтому вычисление функций (10), (11) производилось непосредственно с помощью интегральных представлений.

При $\xi_0 > 0$ подынтегральные функции в (10), (11) не имеют особенностей в четвертом квадранте комплексной плоскости ξ . Это позволяет перейти от интегралов по действительной оси к интегралам по отрицательной части мнимой оси ξ , где подынтегральные функции экспоненциально убывают. После такого преобразования становится возможным применение численных методов интегрирования. При практических расчетах использовались два различных метода: формула Симпсона и квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности [10]. Последний метод более экономичен, однако формула Симпсона позволяет при необходимости весьма просто увеличить точность вычислений, что и обусловило выбор этого метода как основного.

При $\xi_0 < 0$ используются следующие соотношения:

$$N_0(\lambda, x, \xi_0, \eta_0) = \frac{2 \exp(i\lambda\xi_0)}{\sqrt{x^2 - \lambda^2}} \exp(-i\eta_0 \sqrt{x^2 - \lambda^2}) - N_0(-\lambda, x, -\xi_0, \eta_0); \quad (12)$$

$$N_1(\lambda, x, \xi_0, \eta_0) = \frac{2i \exp(i\lambda\xi_0)}{x\eta_0} \exp(-i\eta_0 \sqrt{x^2 - \lambda^2}) - N_1(-\lambda, x, -\xi_0, \eta_0), \quad (13)$$

и связь, которая легко устанавливается с помощью рекуррентных формул для цилиндрических функций,

$$M_1(\lambda, x, \xi_0, \eta_0) = \frac{\lambda}{ix} N_0(\lambda, x, \xi_0, \eta_0) + \frac{1}{x} H_0^{(2)}(x \sqrt{\xi_0^2 + \eta_0^2}) - \quad (14)$$

$$- \xi_0 N_1(\lambda, x, \xi_0, \eta_0).$$

3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ДИАГРАММ РАССЕЯНИЯ ПО НАЙДЕННОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ ПОВЕРХНОСТНЫХ ТОКОВ

Для вычисления диаграмм рассеяния электромагнитных волн диэлектрическим клином представим рассеянное поле в виде суммы двух составляющих:

$$E = E^1 + E^2, \quad H = H^1 + H^2, \quad (15)$$

первая из которых (E^1, H^1) обусловлена токами на конечном участке v_2 , а вторая (E^2, H^2) — токами на полубесконечных интервалах v_1, v_3 (рис. 1 б). В дальней зоне для полей E^1, H^1 в сферической системе координат r, γ, φ найдем

$$\begin{aligned} \hat{E}_\varphi^1 = -\frac{1}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(i \frac{\pi}{4}\right) \int_{v_2} \{I_v^0 \cos(\theta' - \varphi) + \hat{I}_v^m \lambda \sin(\theta' - \varphi) + \beta \hat{I}_z^m\} \times \\ \times \exp[i\beta(x' \cos \varphi + y' \sin \varphi)] dv'; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} H_\varphi^1 = -\frac{1}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(i \frac{\pi}{4}\right) \int_{v_2} \{I_v^m \cos(\theta' - \varphi) - I_v^0 \lambda \sin(\theta' - \varphi) - \beta I_z^0\} \times \\ \times \exp[i\beta(x' \cos \varphi + y' \sin \varphi)] dv', \end{aligned} \quad (17)$$

где $\lambda = \cos \gamma$, $\beta = \sin \gamma$ (множитель $\frac{e^{-i\beta r}}{\sqrt{\beta r}}$ здесь и везде далее опущен). Вычисление интегралов в (16), (17) производится численно [4].

Интегралы по полубесконечным интервалам v_1, v_3 вычисляются методом перевала. Для главного члена асимптотического разложения цилиндрической волны имеем

$$\begin{aligned} \hat{E}_\varphi^2 = -\frac{i}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(i \frac{\pi}{4}\right) \sum_{i=1,2} \frac{\exp\{\pm i\beta\xi_i [\sin(\theta_i - \varphi) + \sin(\theta_i - \alpha)]\}}{\pm \beta [\sin(\theta_i - \varphi) + \sin(\theta_i - \alpha)]} \times \\ \times \{\cos(\theta_i - \varphi) A_i(\alpha, \gamma) + \lambda \sin(\theta_i - \varphi) F_i(\alpha, \gamma) + \beta B_i(\alpha, \gamma)\}; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} H_\varphi^2 = -\frac{i}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(i \frac{\pi}{4}\right) \sum_{i=1,2} \frac{\exp\{\pm i\beta\xi_i [\sin(\theta_i - \varphi) + \sin(\theta_i - \alpha)]\}}{\pm \beta [\sin(\theta_i - \varphi) + \sin(\theta_i - \alpha)]} \times \\ \times \{\cos(\theta_i - \varphi) F_i(\alpha, \gamma) - \lambda \sin(\theta_i - \varphi) A_i(\alpha, \gamma) - \beta E_i(\alpha, \gamma)\}, \end{aligned} \quad (19)$$

где ξ_1, ξ_2 — расстояние от начала координат до точек a_1, a_2 на контуре (рис. 1 б); верхний знак соответствует значению индекса суммирования $i = 1$, нижний — $i = 2$.

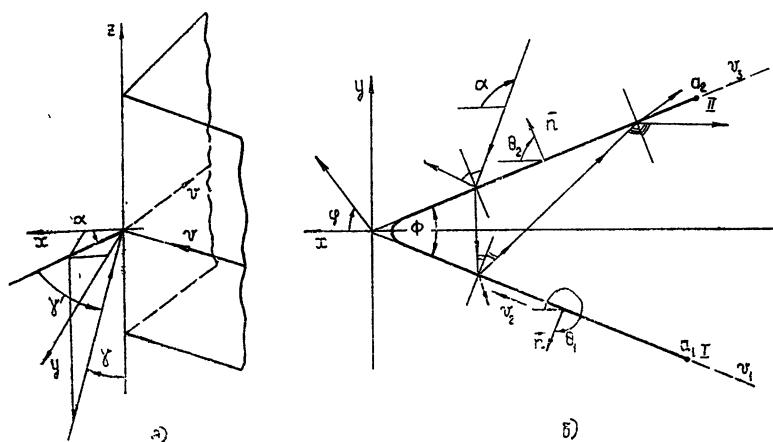


Рис. 1. а) Система координат; б) поперечное сечение тела.

Формулы (18), (19) справедливы во всей внешней области, кроме направлений, близких к направлению распространения падающей волны ($\varphi = \pi + \alpha$), и направлений волн, отраженных от граней клина по законам геометрической оптики ($\varphi = 2\theta, -\alpha$).

Из формул (16)–(19) и представления для поверхностных токов (3) следует, что в формировании цилиндрической волны рассеянного диэлектрическим клином поля участвуют как неравномерная составляющая токов (которая излучает только цилиндрическую волну), так и (частично) равномерная составляющая. Последняя создает, кроме того, плоские волны, распространяющиеся в направлениях, определяемых законами геометрической оптики.

4. ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ НА ОДНОРОДНОМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ КЛИНЕ (ПРИБЛИЖЕНИЕ ФИЗИЧЕСКОЙ ОПТИКИ)

Пренебрегая тем вкладом, который дает неравномерная составляющая токов в диаграмму рассеяния, можно получить простое приближенное решение (приближение физической оптики), аналогичное приближению Кирхгофа для металлических тел. Формулы для вычисления полей в приближении физической оптики легко получить из (18), (19), полагая в них $\xi_1 = \xi_2 = 0$:

$$\hat{E}_\varphi^{\Phi \text{ опт}} = -\frac{i}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(i \frac{\pi}{4}\right) \times \sum_{i=1,2} \frac{\cos(\theta_i - \varphi) A_i(\alpha, \gamma) + \lambda \sin(\theta_i - \varphi) F_i(\alpha, \gamma) + \beta B_i(\alpha, \gamma)}{\pm \beta [\sin(\theta_i - \varphi) + \sin(\theta_i - \alpha)]}, \quad (20)$$

$$\hat{H}_\varphi^{\Phi \text{ опт}} = -\frac{i}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(i \frac{\pi}{4}\right) \times \sum_{i=1,2} \frac{\cos(\theta_i - \varphi) F_i(\alpha, \gamma) - \lambda \sin(\theta_i - \varphi) A_i(\alpha, \gamma) - \beta E_i(\alpha, \gamma)}{\pm \beta [\sin(\theta_i - \varphi) + \sin(\theta_i - \alpha)]}. \quad (21)$$

Такое приближение является, конечно, довольно грубым. Применение метода физической оптики как самостоятельного метода может привести к значительным ошибкам. Однако это приближенное решение качественно правильно описывает основные особенности поведения дифракционных полей. Сравнение с точным решением (метод интегральных уравнений) позволяет выяснить границы области изменения параметров, в которой приближение физической оптики оказывается удовлетворительным с количественной точки зрения.

5. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ

В соответствии с изложенной методикой был проведен большой цикл расчетов с целью выяснения зависимости уровня рассеянного клином поля от следующих параметров: угла при вершине клина Φ , коэффициента преломления диэлектрика γ , угла падения волны в плоскости, перпендикулярной ребру клина α , и угла наклона волнового вектора к ребру γ (рис. 1 а). Расчеты производились для ТЕ (вектор E перпендикулярен ребру клина)- и ТМ (вектор H перпендикулярен ребру)- поляризаций первичного поля. Амплитуда падающей волны принималась равной единице.

Обращаясь к рис. 2, прежде всего отметим, что на больших расстояниях от ребра клина поверхностные токи мало отличаются от токов, вычисленных в приближении физической оптики (равномерных составляющих токов), изображенных на рисунке пунктиром. С увеличением угла γ' ($\gamma' = 90^\circ - \gamma$, рис. 1 а) область, занятая краевой волной, несколько расширяется. Однако уже на расстоянии порядка длины волны от ребра клина неравномерная составляющая токов не превосходит 3—4% от соответствующих равномерных токов, а на расстояниях в полторы-две длины волны становится пренебрежимо малой.

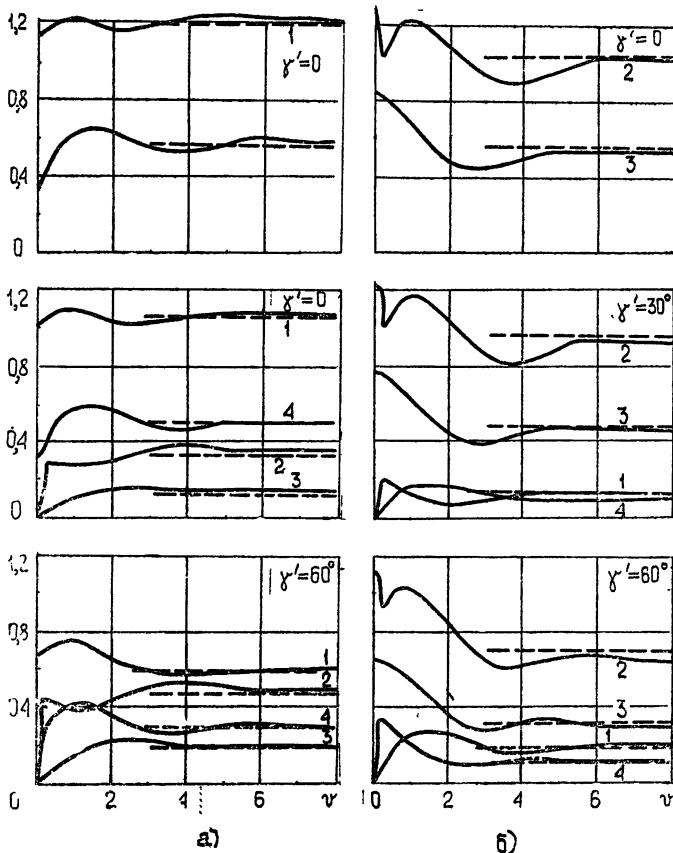


Рис. 2. Распределение модуля поверхностных токов на боковой поверхности клина $\Phi = 90^\circ$; $x = 2 - i 0,2$; $\alpha = 0$,
 а) ТЕ-поляризация; б) ТМ-поляризация.

При нормальном падении плоской волны ($\gamma' = 0$) ТЕ- и ТМ-волны полностью независимы [4]. При этом токи, соответствующие противоположной относительно первичного поля поляризации (I_z^0 , \hat{I}_v^0 для ТЕ- и I_v^0 , \hat{I}_z^0 для ТМ-поляризации), отсутствуют. Однако при $\gamma' \neq 0$ эти токи появляются, и с ростом γ' амплитуда их увеличивается, что приводит к увеличению амплитуды волн с противоположной поляризацией в отраженном поле (явление деполяризации).

Как видно из рис. 3, при симметричном возбуждении ($\alpha = 0$) диаграммы рассеяния для волн основной поляризации в широком диапазоне углов наблюдения φ изменяются мало и для оценки уровня

отраженного поля достаточно вычисления его значения при $\varphi = 0$ (в плоскости симметрии). При $\alpha \neq 0$ диаграммы несколько искажаются. Для деполяризованной волны при небольших значениях α имеется минимум поля, рассеянного в направлении $\varphi \approx \alpha$. При симметричном возбуждении в плоскости симметрии ($\varphi = 0$) деполяризация отсутствует. С увеличением угла γ' уровень деполяризованной волны возрастает.

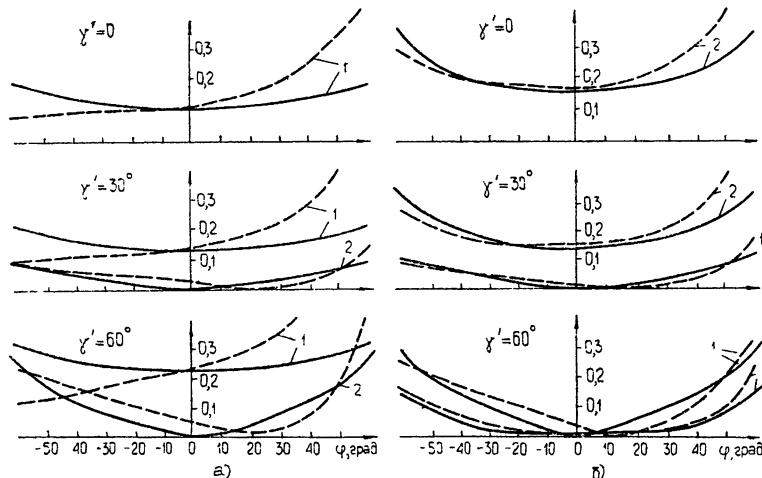


Рис. 3. Диаграммы рассеяния клином $\Phi = 90^\circ$; $\alpha = 2 - t 0,2$;

1 — $|E_\varphi|$; 2 — $|H_\varphi|$; — $\alpha = 0$; - - - $\alpha = 20^\circ$
а) ТЕ-поляризация; б) ТМ-поляризация.

Переходя к рассмотрению зависимости уровня рассеянного клином поля от угла при вершине Φ (рис. 4), отметим прежде всего различие в характере его поведения при различных поляризациях. Если уровень отраженного поля для ТМ-поляризации при углах падения, близких к нормальному ($\gamma' \approx 0$), с увеличением угла раскрыва клина Φ монотонно увеличивается, то при ТЕ-поляризации имеется минимум при некотором критическом значении $\Phi = \Phi_{kp}$ (Φ_{kp} зависит от параметров диэлектрика). Наличие этого минимума становится понятным, если обратиться к формулам (18), (20). Можно показать, что амплитуда цилиндрической волны, обусловленной равномерной составляющей токов \hat{E}_φ^2 , так же как и поле $\hat{E}_\varphi^{\Phi \text{опт}}$ в приближении физической оптики, обращается в нуль (при $\gamma' = 0$), если

$$\sin \theta_{kp} = \cos \frac{\Phi_{kp}}{2} = \frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}},$$

т. е.

$$\Phi_{kp} = 2 \arccos \frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}}. \quad (22)$$

Легко видеть, что это значение Φ_{kp} соответствует такому углу падения плоской волны на грань клина, при котором происходит явление полного преломления (угол Брюстера). При комплексных значениях α поля \hat{E}_φ^2 и $\hat{E}_\varphi^{\Phi \text{опт}}$ точно в нуль не обращаются, но имеют резкий минимум. Уровень отраженного поля в этом случае

практически полностью определяется неравномерными токами. При этом отклонение решения в приближении физической оптики от точного оказывается максимальным.

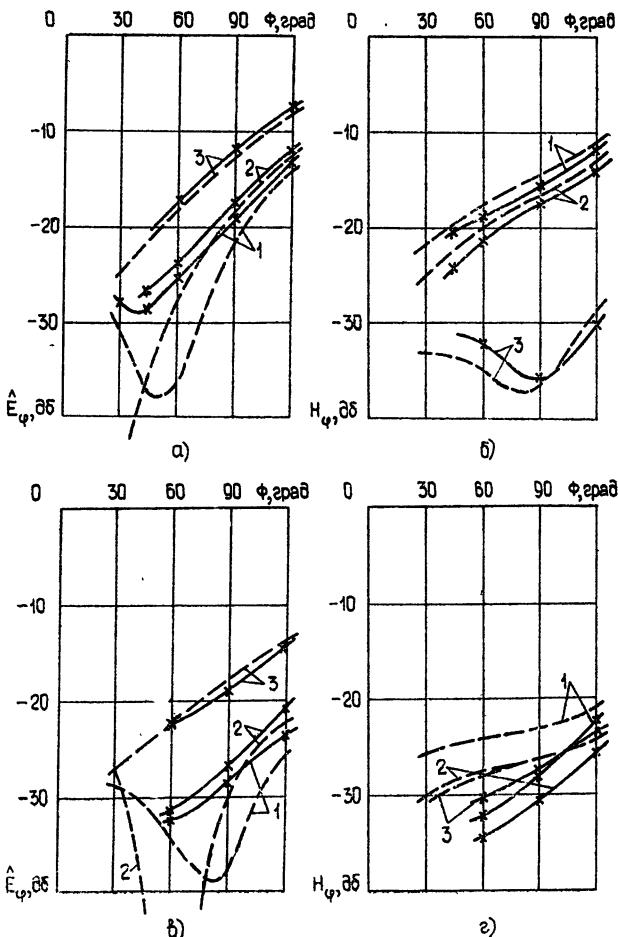


Рис. 4. Зависимость уровня рассеянного поля от угла раскрыва клина Φ ($\alpha = 0$, $\varphi = 0$);
 1 — $\gamma' = 0$; 2 — $\gamma' = 30^\circ$; 3 — $\gamma' = 60^\circ$; — точное решение; — приближение физической оптики;
 а), б) $\chi = 2 - i0,2$; в), г) $\chi = 1,2 - i0,1$;
 а), в) ТЕ-поляризация; б), г) ТМ-поляризация.

С увеличением угла γ' характер зависимости отраженного поля от угла раскрыва клина претерпевает существенные изменения. При достижении некоторого критического угла $\gamma' = \gamma'_{kp}$ зависимость поля при ТЕ-поляризации становится монотонной, а для ТМ-поляризации появляется минимум ($\gamma' = 60^\circ$ на рис. 4). Причины этого явления такие же, как и в рассмотренном случае, с той лишь разницей, что угол, аналогичный углу полного преломления, теперь уже имеет место в плоскости, проходящей через ребро клина.

На рис. 5 представлена зависимость уровня рассеянного клином поля ($\alpha=0$, $\gamma=0$) от угла падения плоской волны γ' для различных углов при вершине клина Φ . Для наглядности штрих-пунктиром нанесена зависимость коэффициента отражения для бесконечной плоской границы раздела диэлектриков ($\Phi = 180^\circ$).

Сравнение результатов расчетов методом интегральных уравнений (сплошные кривые на рис. 4,5) и приближенным методом (приближение физической оптики) показывает, что приближенное решение (пунктир) правильно отражает основные особенности в поведении рассеянного поля. Во многих случаях это приближение оказывается удовлетворительным и с количественной точки зрения. Характерно, что приближенное решение дает заниженное по сравнению с точным значение отраженного поля в случае ТМ-поляризации и завышенное — при TE-поляризации. С увеличением угла γ' различие между точным и приближенным решениями уменьшается. Наибольшая ошибка в приближенном решении наблюдается в тех случаях, когда оно дает нулевое или близкое к нулю значение отраженного поля (например, при углах, близких к углу Брюстера, и при коэффициенте преломления, близком к единице).

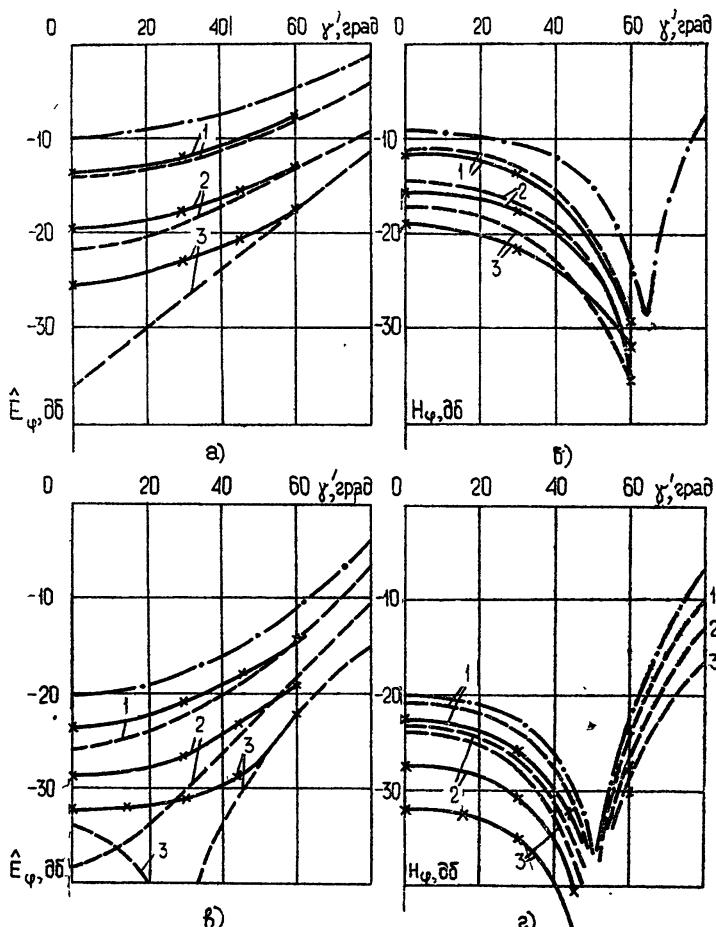


Рис. 5. Зависимость уровня рассеянного поля от угла падения γ'
 $(\alpha = 0, \varphi = 0)$:
 1 — $\Phi = 120^\circ$; 2 — $\Phi = 90^\circ$; 3 — $\Phi = 60^\circ$; — точное решение;
 — приближение физической оптики;
 а), б), в), г) $x = 2 - i0,2$; в), г) $x = 1,2 - i0,1$;
 а), в) TE-поляризация; б), г) TM-поляризация.

В заключение отметим, что все расчеты с помощью метода интегральных уравнений, результаты которых приведены в настоящей ра-

боте, выполнены, как показал детальный анализ, с ошибкой, не превосходящей двух процентов от амплитуды падающего поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. E. A. Kraut, G. W. Lehman, *J. Math. Phys.*, **10**, № 8, 1340 (1969).
2. Е. Н. Васильев, В. В. Солодухов, Аннотации докладов V Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн, изд. ЛГУ, Л., 1970, стр. 10.
3. E. N. Vasil'ev, V. V. Solodoukhov, *Electromagnetic Wave Theory (prints)*, изд. Наука, М., 1971, стр. 512.
4. Е. Н. Васильев, В. В. Солодухов, сб. Вычислительные методы и программирование, вып. 20, 144, изд. МГУ, М., 1973.
5. П. Я Уфимцев, Метод краевых волн в физической теории дифракции, изд. Сов. радио, М., 1962.
6. В. Солодухов, Тр. МЭИ, Радиоэлектроника, вып. 108, 3 (1972).
7. Е. Н. Васильев, В. В. Солодухов, X Всесоюзная конференция по распространению радиоволн, Тезисы докладов, секция V, изд. Наука, М., 1972, стр. 44.
8. N. Morita, *IEEE Trans., AP-19*, № 3; 358 (1971).
9. Е. Н. Нефедов, А. Н. Сивов, Препринт № 80, ИРЭ АН СССР, М., 1971.
10. В. И. Крылов, Приближенное вычисление интегралов, Физматгиз, М., 1959.

Московский энергетический институт

Поступила в редакцию
7 августа 1973 г.

DIFFRACTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES BY A DIELECTRIC WEDGE

E. N. Vasil'ev, V. V. Solodoukhov

The problem of diffraction of electromagnetic waves by a dielectric wedge is numerically solved using the integral equation method. The unknown equivalent surface currents are represented as a sum of "uniform" and "nonuniform" components. This permits a part of the solution, nondecreasing with the distance from the wedge edge, to be singled out, directly in integral equations. The results of calculations are presented and analysed in detail.

УДК 621.372.8

ПОЛЫЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МЕТАЛЛО-ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ВОЛНОВОДЫ ДЛЯ ПЕРЕДАЧИ БЫСТРЫХ H -ВОЛН

Ю. Н. Казанцев, А. Б. Маненков, О. А. Харлашкин

Рассмотрены полые диэлектрические волноводы двух типов. трубчатый диэлектрический волновод из диэлектрика с относительно высокой диэлектрической проницаемостью и трубчатый диэлектрический волновод в металлическом экране. Такие волноводы позволяют передавать с малым затуханием быстрые симметричные H -волны при условии сильной дискриминации прочих волн. Получены аналитические выражения для затухания волн, распространяющихся в таких волноводах. Приведены некоторые результаты экспериментального исследования добротности и распределения напряженности поля в резонаторах, образованных с помощью рассматриваемых волноводов.

В работах [1, 2] были рассмотрены свойства быстрых (квазисобственных или вытекающих) волн в волноводе со стенками из нескольких слоев диэлектрика. В отличие от медленных волн, которые в таких волноводах локализованы в основном внутри оболочки, поля быстрых волн формируются при неполном отражении от стенок и локализованы внутри диэлектрической трубы. Основное внимание в указанных работах было уделено изучению волн в волноводах, у которых материал стенки имел сравнительно небольшое значение диэлектрической проницаемости ($\epsilon \sim 2 \div 3$). При таких значениях диэлектрической проницаемости наименьшее затухание имеет быстрая волна EH_{11} , которая и рекомендуется в качестве рабочей. Однако при большем ϵ ($\epsilon \sim 10 \div 100$), реализуемом, например, в высокочастотных керамических материалах, наименее затухающей является волна H_{01} . В настоящей работе будет показана возможность эффективной передачи по многослойному трубчатому волноводу волны H_{01} при условии сильного давления прочих волн.

В работе [3] для той же цели предложен трубчатый диэлектрический волновод в металлическом экране. Было отмечено, что при малых толщинах диэлектрической трубы возможен выигрыш в затухании низшей симметричной H -волны по сравнению с металлическим волноводом. Идею такого волновода оказалось сложно осуществить, так как амплитуда поля в зазоре (где должны располагаться центрирующие элементы) не мала. Нами будет показано, что применение второй симметричной H -волны позволяет обеспечить малое затухание при высокой фильтрации прочих волн. Во внутренней полости диэлектрической трубы эта волна имеет ту же структуру поля, что и волна H_{01} в металлическом волноводе.

1. БЫСТРЫЕ ВОЛНЫ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ТРУБАХ С БОЛЬШИМ ϵ

Будем рассматривать быстрые волны в диэлектрической трубе круглого сечения радиуса a ($a \gg \lambda$, λ — длина волны). Поля этих волн могут быть рассчитаны с помощью приближенных граничных условий [1, 2]. Симметричные волны в такой трубе разбиваются на волны E_{0n} и H_{0n} , а несимметричные волны, которые мы будем обозначать

через EH_{mn} и HE_{mn} (m —азимутальный и n —радиальный индексы), имеют гибридный характер. Коэффициенты затухания быстрых волн приближенно равны

$$h'' = \frac{ka}{8x_{mn}} \frac{\int_0^{2\pi} [(1 - |R_1|^2)|E_z|^2 + (1 - |R_2|^2)|H_z|^2] d\varphi}{\int_0^a \int_0^{2\pi} (E, H_\varphi^* - E_z H_r^*) r dr d\varphi}, \quad (1)$$

где R_1 и R_2 —коэффициенты отражения парциальных плоских волн от границы волновода для двух поляризаций, x_{mn} —поперечное волновое число волны, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ и r, φ, z —цилиндрические координаты.

Так как $ka \gg 1$, то при вычислении потерь мы будем пренебречь кривизной границы, т. е. считать отражение таким же, как и от плоской стенки; допустимость пренебрежения кривизной стенки мы обсудим далее. Рассмотрим случай, когда оболочка волновода выполнена из N ($N = 1, 2$) одинаковых слоев толщиной

$$d = \frac{\lambda(2p+1)}{4\sqrt{\epsilon-1}} \quad (p = 0, 1, \dots), \quad (2)$$

разделенных промежутком $D = \frac{\lambda}{4 \sin \vartheta}$, где $\vartheta = \frac{x}{k}$ —угол скольжения парциальных лучей рабочей волны (число x удовлетворяет уравнению $J_{m-1}(xa) = 0$). При указанных параметрах стенки коэффициенты отражения от нее лучей с углом скольжения ϑ максимальны. В этом случае для потерь несимметричных волн из формулы (1) получим выражение

$$h''_{mn} = \frac{(1 + \epsilon^{2N}) \vartheta_{mn}^{2N+1}}{2a(\epsilon - 1)^N \sin^{2N-2}(kD \vartheta_{mn})} \quad \left(\vartheta_{mn} = \frac{x_{mn}}{k} \right). \quad (3a)$$

Аналогично для волн H_{0n} и E_{0n} имеем

$$h''_{0n} = \frac{\vartheta_{0n}^{2N+1}}{a(\epsilon - 1)^N \sin^{2N-2}(kD \vartheta_{0n})}, \quad h''_{0n} = \frac{\epsilon^{2N} \vartheta_{0n}^{2N+1}}{a(\epsilon - 1)^N \sin^{2N-2}(kD \vartheta_{0n})} \quad (3b)$$

соответственно. При выводе формул (3) мы не учитывали потери в диэлектрике, т. е. считали $\text{Im } \epsilon = 0$, так как эти потери обычно малы [2]. При необходимости оценки тепловых потерь можно сделать методами, изложенными в работах [2, 4].

С помощью приведенных выражений проанализируем теперь зависимости коэффициентов затухания волн от диэлектрической проницаемости ϵ материала, из которого выполнена стенка; при этом мы будем предполагать, что толщина диэлектрических слоев d изменяется в соответствии с условием (2), а остальные параметры волновода фиксированы. На рис. 1 представлены зависимости $h''(\epsilon)$ для нескольких волн низших номеров в волноводе с однослойной стенкой; минимальное затухание волны EH_{11} (при $\epsilon = 2,414$) принято за единицу. Как следует из рисунка, волна EH_{11} обладает наименьшими потерями при $\epsilon < 2,66$; для больших ϵ наименьшее затухание имеет волна H_{01} . При увеличении ϵ потери волн, у которых $E_z \neq 0$, растут. Нетрудно объяснить такой характер зависимости $h''(\epsilon)$. Поля быстрых волн внутри диэлектрической трубы при $r < a$ могут быть приближенно представлены

в виде суперпозиции плоских волн двух поляризаций, которые падают на границу волновода под углами скольжения ϑ и отражаются от нее с коэффициентами отражения R_1 и R_2 . Согласно формулам Френеля волны первой поляризации (вектор E лежит в плоскости падения), падающие на диэлектрический слой под углом скольжения $\vartheta_s \sim \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}$,

незначительно отражаются от него. В силу этого, для несимметричных волн и волн E_{0n} , в разложении полей которых присутствуют волны первой поляризации, при увеличении ϵ угол Брюстера ϑ_s уменьшается, приближаясь к углу ϑ , так что излучение из волновода увеличивается. В то же время затухание волн H_{0n} , образованных суперпозицией плоских волн только второй поляризации (вектор H лежит в плоскости падения), уменьшается, так как $R_2 \rightarrow -1$ при $\epsilon \rightarrow \infty$ [5].

Таким образом, при малых ϵ (при $\epsilon \sim 2$) потери волн в диэлектрической трубе сравнительно слабо зависят от структуры их полей и определяются в основном величиной угла скольжения лучей ϑ ; при этом наименьшие потери имеет волна EH_{11} , у которой угол минимален. При увеличении ϵ фильтрующие свойства диэлектрических труб улучшаются. В этом случае потери волн определяются не только величиной угла ϑ , но уже появляется зависимость потерь волн от поляризаций их полей, так что малые потери имеют волны типа H_{0n} .

Из приведенного анализа ясно, что соотношения (4) верны только для волн, у которых угол скольжения лучей $\vartheta \ll \vartheta_s$; у этих волн при увеличении ϵ структура их полей приближенно сохраняется. При $\epsilon \sim (ka)^2$ потери всех волн, за исключением волн H_{0n} , достигают весьма больших значений, а при дальнейшем увеличении ϵ отражающие свойства диэлектрической стенки становятся похожими на свойства металлической стенки. В этом случае происходит сильное изменение структуры волны (например, волна EH_{11} «переходит» в волну, близкую по структуре к волне H_{11} металлического волновода). Кроме того, потери всех волн снова начинают уменьшаться и селективные свойства волновода ухудшаются. Таким образом, при «промежуточном» значении $\epsilon \sim (ka)^2$ волновод с диэлектрической стенкой обладает наилучшими фильтрующими свойствами.

Прослеженный выше характер зависимостей $h''(\epsilon)$ сохраняется и для волноводов со стенками из нескольких слоев. Для иллюстрации на рис. 2 даны кривые изменения потерь на излучение волн EH_{11} и H_{01} от величины диэлектрической проницаемости стенок в волноводе с двухслойной стенкой (при постоянных a , λ и D). Расстояние между слоями выбиралось при расчетах так, чтобы обеспечить минимальное затухание волн (т. е. $D = 0,65 a$ для волны EH_{11} и $D = 0,41 a$ для волны H_{01}). За единичные потери принято минимальное значение h'' для волны EH_{11} (при $\epsilon = 2,107$).

Оценки показывают, что затухание волны H_{01} в диэлектрических трубах, выполненных из керамических материалов с большим значением ϵ и малым углом потерь, оказывается весьма близким к затуханию волны H_{01} в круглом медном волноводе при сравнительно небольших значениях ka уже при двухслойной стенке. Например, при $a = 30 \text{ мм}$, $d = 0,54 \text{ мм}$, $D = 12,3 \text{ мм}$, ($N = 2$), $\epsilon = 9,4 + i 10^{-2}$ (керамика 22Х) и $\lambda = 6,28 \text{ мм}$ ($k = i \text{ м}^{-1}$) потери волны H_{01} равны $1,57 \text{ дБ/км}$; затухание волны того же типа в медном волноводе такого же внутреннего диаметра составляет $0,74 \text{ дБ/км}$. Потери других волн в диэлектрической трубе таковы: для волны EH_{11} затухание составляет 80 дБ/км , для волны EH_{21} — 548 дБ/км и для волны E_{01} — 1096 дБ/км . Отметим, что диэлектрические трубы имеют лучшие фильтрующие

характеристики для высших волн типа H_{0n} по сравнению с металлическим волноводом. Например, для волновода, параметры которого приведены выше, отношение затухания волны H_{02} к затуханию волны H_{01} равно 70, в то время, как в медном волноводе того же радиуса это отношение равно 3,3.

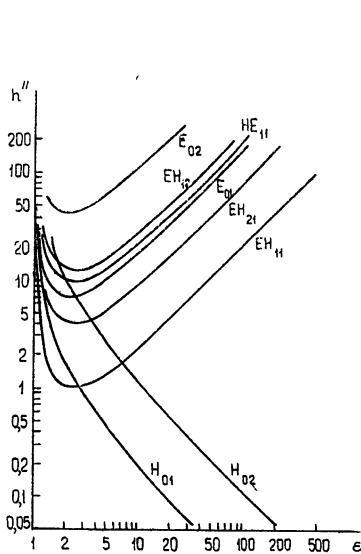


Рис. 1.

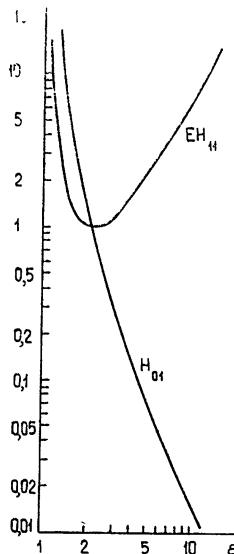


Рис. 2.

Рис 1. Зависимость от ε затухания низших вытекающих волн в диэлектрическом однослоином волноводе.

Рис. 2. Зависимость от ϵ затухания H_{01} -и E_{11} -волн в диэлектрическом двухслойном волноводе.

При вычислении потерь быстрых волн мы не учитывали кривизны стенок. Более точные выражения можно получить, как это сделано в работе [6] для однослойной диэлектрической трубы, если приближенно сшивать поля на цилиндрических границах. Мы еще раз остановимся на вопросе о погрешности полученных формул; при этом мы наметим другой способ уточнения выражений для потерь. Будем рассматривать волны в однослойной тонкостенной диэлектрической трубе, у которой $kd\sqrt{\epsilon} \ll 1$. В этом случае при $r = a$ можно ввести двухсторонние граничные условия [7], которые для H -волн имеют вид

$$E_\varphi(a+0) = E_\varphi(a-0), \quad H_z(a+0) - H_z(a-0) = 2ikd(\varepsilon-1)E_\varphi(a). \quad (4)$$

С помощью этих условий нетрудно получить характеристическое уравнение для поперечных волновых чисел этих волн:

$$\tau \pi H_1^{(1)}(\chi a) J_1(\chi a) = \tau, \quad \tau = \frac{2}{k^2 a d(\epsilon - 1)}, \quad (5)$$

где параметр $\tau \ll 1$. Коэффициенты затухания волн H_{0n} оказываются равными

$$h'' = \frac{k^2 \mu_{0n}^2 \tau^2}{2 \pi (ka)^2 |H_1^{(1)}(\mu_{0n})|^2}, \quad (6)$$

μ_{on} — корни уравнения $J_1(\mu) = 0$. Вычисления по формуле (1) приводят к выражению для h'' , которое совпадает с формулой (6), если к ней

заменить функцию Ханкеля $H_1^{(1)}(\mu)$ ее асимптотическим выражением; такую замену заведомо можно сделать для высших номеров, т. е. при $\mu_{0n} \gg 1$. Различие этих выражений для h'' объясняется тем, что для волн низших номеров углы скольжения парциальных лучей малы (скользящее падение), причем эти углы уменьшаются с ростом параметра ka , поэтому на величины коэффициентов прохождения таких лучей всегда влияет кривизна стенки. У волн высших номеров кривизна стенки практически не оказывается. Таким образом, различие формул (1) и (6) не имеет при $ka \rightarrow \infty$ асимптотического характера, и погрешность первой формулы определяется только номером волны. Следует, однако, отметить, что результаты, получаемые из этих формул, отличаются незначительно даже для волны H_{01} ; для этой волны ошибка в определении потерь по формуле (1) составляет 2,4%, и она убывает с ростом номера n .

Селективные свойства рассматриваемого волновода могут быть использованы для дискриминации колебаний высших типов в открытых резонаторах, образованных, например, отрезком диэлектрической трубы, закороченной с двух сторон поперечными металлическими зеркалами. Поля колебаний в таком объеме можно представить в виде стоячих волн, образованных бегущими волноводными волнами рассмотренного нами вида. Исходя из этого, нетрудно рассчитать все характеристики колебаний в таких резонаторах [2].

Резонаторы такого типа исследовались экспериментально. Методика измерений была подробно описана ранее [8]. В качестве диэлектрического волновода, образующего резонатор, был применен цилиндрический высокочастотный изолятор из керамики 22Х, при этом мы ограничились исследованием резонатора с однослойной стенкой. Радиус трубы был равен $a = 43$ мм, высота $l = 80$ мм и толщина стенки $d = 5,5$ мм ($\epsilon = 9,4 + i \cdot 10^{-2}$). Измеренное значение добротности колебания H_{01q} ($q \approx \frac{2l}{\lambda}$ — продольный индекс) в таком резонаторе при $\lambda = 12,1$ мм составило $Q = 10^4$; расчетное значение Q с учетом потерь в медных зеркалах равно $1,2 \cdot 10^4$. Потери колебаний в резонаторе быстро растут с ростом номера колебания. Измеренное значение добротности колебания EH_{11q} составило $Q = 1,3 \cdot 10^3$, а для колебания H_{02q} — $Q = 1,9 \cdot 10^3$. Колебания EH_{21q} и E_{01q} , которые должны иметь частоты, близкие к частоте колебания H_{01q} , из-за этой малой добротности обнаружить не удалось.

В заключение отметим, что подобные системы представляют интерес не только как линии передачи; небольшие участки таких волноводов можно использовать и как фильтры волн в закрытых металлических линиях с волной H_{01} . Такие фильтры могут быть выполнены не только из диэлектрических труб, но и из нескольких концентрических спиралей.

2. МЕТАЛЛО-ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ВОЛНОВОД (МДВ) КРУГЛОГО СЕЧЕНИЯ С СИММЕТРИЧНОЙ ТЕ-ВОЛНОЙ

В работе [9] показана возможность уменьшения затухания в широком волноводе круглого сечения путем защиты токонесущей поверхности нерезонансным слоем диэлектрика. Если волной рабочего типа является симметричная ТЕ-волну, диэлектрический слой следует располагать на некотором (нерезонансном) расстоянии от металлической стенки (рис. 3). При этом существует принципиальная возможность уменьшения затухания второй симметричной H -волны по сравнению с волной H_{01} в волноводе того же сечения, но без диэлектрика. Физи-

чески эта возможность объясняется тем, что при скользящем падении волн Бриллюэна значительная часть энергии отражается от диэлектрического слоя, так что магнитное поле на металле, а следовательно, и токи оказываются сильно ослабленными.

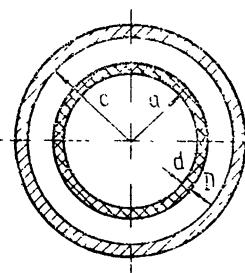


Рис. 3.

Процедура составления дисперсионного уравнения такова: вначале записывают компоненты поля через магнитную и электрическую потенциальные функции, затем с помощью граничных условий на поверхности диэлектрика и на металле составляют систему из десяти уравнений, однородных относительно постоянных коэффициентов. Дисперсионное уравнение получается, если приравнять нулю определитель системы.

Потенциальные функции ψ и χ имеют следующий вид:

в области I (внутренняя полость, $r \leq a$) —

$$\psi = A_1 J_m(x_1 r) \cos(m\varphi) e^{-ihz},$$

$$\chi = B_1 J_m(x_1 r) \sin(m\varphi) e^{-ihz};$$

в области II (диэлектрический слой, $a \leq r \leq a+d$) —

$$\psi = [A_2 H_m^{(2)}(x_2 r) + C_2 H_m^{(1)}(x_2 r)] \cos(m\varphi) e^{-ihz},$$

$$\chi = [B_2 H_m^{(2)}(x_2 r) + D_2 H_m^{(1)}(x_2 r)] \sin(m\varphi) e^{-ihz}; \quad (7)$$

в области III (между диэлектрическим слоем и металлической стенкой, $a+d \leq r \leq c$) —

$$\psi = [A_3 H_m^{(2)}(x_3 r) + C_3 H_m^{(1)}(x_3 r)] \cos(m\varphi) e^{-ihz},$$

$$\chi = [B_3 H_m^{(2)}(x_3 r) + D_3 H_m^{(1)}(x_3 r)] \sin(m\varphi) e^{-ihz},$$

где A_1, A_2, \dots — постоянные коэффициенты, а x_1, x_2, x_3 и h связаны уравнениями

$$x_1^2 + h^2 = k^2,$$

$$x_2^2 + h^2 = k^2 \epsilon,$$

$$x_3^2 + h^2 = k^2.$$

Дисперсионное уравнение, записанное с точностью до членов порядка $1/ka$, для случая нерезонансных толщин диэлектрика и величины зазора, таково:

$$m^2 - \frac{x_1^2}{x_2^2} \left(x_2 a \frac{J'_m(x_1 a)}{J_m(x_1 a)} + x_1 a \operatorname{ctg} x_2 d \right) \left(x_2 a \frac{J'_m(x_1 a)}{J_m(x_1 a)} + \epsilon x_1 a \operatorname{ctg} x_2 d \right) = 0. \quad (9)$$

Как и следовало ожидать, при $m = 0$ дисперсионное уравнение (9) распадается на два независимых уравнения для симметричных H - и E -волн.

Из уравнения (9) следует

$$x_1 = x_1^0 \left(1 + \frac{A}{ka \sqrt{\epsilon - 1}} \operatorname{ctg} kd \sqrt{\epsilon - 1} \right), \quad (10)$$

где

$$A = \begin{cases} \frac{\epsilon + 1}{2} & (\text{для } m \neq 0) \\ 1 & (H\text{-волны}) \\ \epsilon & (E\text{-волны}) \end{cases},$$

x_1^0 удовлетворяет уравнению

$$J_{m-1}(x_1^0 a) = J_{m-1}(\mu_{mn}) = 0. \quad (11)$$

Поперечные волновые числа в областях II и III легко могут быть получены из выражений (8) и (10) (целое число m может принимать как положительные, так и отрицательные значения)

Формулы (9) и (10) учитывают тепловые потери в диэлектрике, но не учитывают потерь в металлической стенке. Поэтому для вычисления затухания предварительно находим в старших порядках коэффициенты при выражениях для компонент поля во всех трех областях (в предположении, что потерь в диэлектрике и металле нет). Затем рассчитываем и затухание, используя формулу

$$h'' = \frac{P_d + P_m}{2P}, \quad (12)$$

где P_d и P_m — мощности тепловых потерь в диэлектрике и металле, соответственно, вычисленные на единицу длины, а P — мощность, передносимая через поперечное сечение волновода.

Окончательное выражение для затухания H -волн таково*:

$$h'' = \frac{2 \left(\frac{\mu_{0n}}{ka} \right)^2}{a(\epsilon' - 1)(1 - \cos 2kd\sqrt{\epsilon' - 1})} \left[h_e'' d \sqrt{\epsilon'} \left(1 + \frac{\sin 2kd\sqrt{\epsilon' - 1}}{2kd\sqrt{\epsilon' - 1}} \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{\mu_{0n}}{ka} \right)^2 \frac{a}{2c} \frac{J_0^2(\mu_{0n})}{J_1^2\left(\mu_{0n} \frac{c}{a}\right)} \cdot \sqrt{\frac{f}{\sigma}} \right], \quad (13)$$

где $\epsilon' = \operatorname{Re} \epsilon$, h_e — затухание плоской волны в диэлектрике, $h_e = \frac{k}{2} \sqrt{\epsilon'} \operatorname{tg} \delta$, $\operatorname{tg} \delta$ — тангенс угла потерь в диэлектрике, f — частота, σ — удельная проводимость.

Затухание E -волн рассчитывается по иной формуле:

$$h'' = \frac{2 \left(\frac{\mu_{0n}}{ka} \right)^2 \epsilon'}{a(\epsilon' - 1)(1 - \cos 2kd\sqrt{\epsilon' - 1})} \left[h_e'' d \sqrt{\epsilon'} \left(1 + \frac{2 - \epsilon'}{\epsilon'} \frac{\sin 2kd\sqrt{\epsilon' - 1}}{2kd\sqrt{\epsilon' - 1}} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\epsilon a}{2c} \frac{J_0^2(\mu_{0n})}{J_0^2\left(\mu_{0n} \frac{c}{a}\right)} \sqrt{\frac{f}{\sigma}} \right]. \quad (14)$$

* При относительно небольших значениях ka результаты численного расчета затухания H -волны приведены в [11].

Для несимметричных волн $E_{H_{mn}}$ соответствующее выражение для h'' получается весьма громоздким. Однако для грубой оценки затухания в этом случае можно использовать упрощенную формулу, справедливую при условии $\mu_{mn} \gg m$:

$$h'' = \left(\frac{\mu_{mn}}{ka} \right)^2 \frac{1}{a(\epsilon' - 1)(1 - \cos 2kd\sqrt{\epsilon' - 1})} \left[h''_e d \sqrt{\epsilon'} (1 + \epsilon') \left(1 + \frac{(3 - \epsilon')}{1 + \epsilon'} \frac{\sin 2kd\sqrt{\epsilon' - 1}}{2kd\sqrt{\epsilon' - 1}} \right) + \sqrt{\frac{f}{\sigma}} \frac{\epsilon'^2}{1 + \cos 2\mu_{mn} \frac{D}{a}} \right], \quad (15)$$

где D — величина зазора между диэлектрической трубкой и металлической стенкой.

Формулы (13)–(15) перестают быть справедливыми при резонансных условиях в диэлектрическом слое и зазоре между диэлектриком и металлом: при $2kd\sqrt{\epsilon' - 1} \rightarrow 2\pi p_1$ или $J_1\left(\mu_{0n} \frac{c}{a}\right) = 0$ — формула (13), при $2kd\sqrt{\epsilon' - 1} \rightarrow 2\pi p_2$ или $J_0\left(\mu_{0n} \frac{c}{a}\right) = 0$ — формула (14), либо при $2\mu_{mn} \frac{D}{a} \rightarrow 2\pi p_2$ — формула (15). Здесь p_1, p_2 — целые числа.

Первое слагаемое в квадратных скобках формул (13)–(15) соответствует потерям в диэлектрике, второе — потерям в металле. Значения корней μ_{mn} уравнения (11) определяют строение поля во внутренней полости металло-диэлектрического волновода (МДВ) при нерезонансной толщине диэлектрического слоя. Изменяя толщину этого слоя от нуля до антрезонансной, можно проследить трансформацию собственных волн при переходе от цельнометаллического волновода к случаю рассматриваемого металло-диэлектрического волновода. Так, например, корень $\mu_{01} = 3,83$ соответствует симметричной H -волне, имеющей практически такую же структуру поля в поперечном сечении диэлектрической трубы, что и волна H_{01} металлического волновода. При плавном увеличении толщины диэлектрической трубы эта симметричная волна (которую мы обозначим H_{01}) трансформируется из волны H_{02} цельнометаллического волновода.

Из сравнения (13) и формулы для затухания TE_{0n} -волн в металлическом волноводе круглого сечения следует, что в случае диэлектрика без потерь затухание H_{01} в МДВ оказывается существенно меньше затухания H_{01} в металлическом волноводе диаметра, равного диаметру металлического экрана в МДВ. Отношение затуханий H_{01} в металлическом волноводе и H_{01} в МДВ (коэффициент выигрыша K_b) рассчитывается по следующей формуле:

$$K_b = \frac{\mu_{01}}{2} \frac{(ka)^4}{(kc)^2} \frac{J_1^2\left(\mu_{01} \frac{c}{a}\right)}{J_0^2(\mu_{01})} (\epsilon - 1)(1 - \cos 2kd\sqrt{\epsilon - 1}). \quad (16)$$

Коэффициент выигрыша максимальен при $\frac{c}{a} = 1,3$ и $kd\sqrt{\epsilon - 1} = \frac{\pi}{2}(2p + 1)$; максимальный выигрыш тем значительнее, чем больше отношение диаметра волновода к длине волны.

При оценке выигрыша в затухании диаметр металлического волновода сравнения может быть выбран иначе, а именно равным внутреннему диаметру диэлектрической трубы в МДВ. Такой выбор имеет определенный физический смысл, поскольку практически вся передаваемая по МДВ мощность сосредоточена во внутренней полости диэлектрической трубы. Соответствующая формула для K_b может быть получена из (16) заменой $\frac{(ka)^4}{(kc)^2}$ на $(ka)^2 \frac{c}{a}$.

Расчеты, выполненные для реальных диэлектриков и металлов, показали, что выигрыш в затухании может быть реализован далеко не при любых значениях проводимости металла σ и тангенса угла потерь диэлектрика $\operatorname{tg} \delta$.

Так, на рис. 4 приведено отношение затуханий H_{01} в МДВ и H_{01} в цельнометаллическом волноводе в зависимости от частоты, причем внутренние диаметры диэлектрической трубы и цельнометаллического волновода взяты одинаковыми. При расчете полагали, что $\operatorname{tg} \delta = 2 \cdot 10^{-4}$, $\epsilon' = 2,3$, $\sigma = 5 \cdot 10^{17} \text{ сек}^{-1}$.

Из представленной кривой следует, что при указанных параметрах диэлектрика на волнах короче 2,6 мм в МДВ возможно получить затухание меньшее, чем в цилиндрическом медном волноводе с волной H_{01} . Для обеспечения выигрыша в затухании во всем миллиметровом диапазоне волн необходимо, чтобы $\operatorname{tg} \delta$ был меньше 10^{-4} . Заметим, что в настоящее время в литературе имеются данные о полиэтилене с $\operatorname{tg} \delta$ в миллиметровом диапазоне около $5 \cdot 10^{-5}$.

Известно, что в оптическом диапазоне волн $\operatorname{tg} \delta$ ряда прозрачных материалов весьма мал. Так, $\operatorname{tg} \delta$ оптического стекла составляет всего $10^{-7} \div 10^{-8}$. Поэтому и затухание в МДВ рассматриваемого типа в оптическом диапазоне окажется весьма малым. Например, если диэлектрическая трубка, изоготовленная из стекла с показателем преломления 1,5 и тангенсом угла потерь 10^{-7} , имеет внутренний диаметр 50 мк при толщине стенки 2 мк, а внешний экран выполнен из меди, то затухание H_{01} на волне 1 мк составит около 1 дБ/км. Для сравнения можно сказать, что затухание волны H_{01} в медной трубке диаметра 50 мк при той же длине волны — порядка 2000 дБ/км.

В случае волноводов, выполненных из металла с повышенными тепловыми потерями, например из стали, существенный выигрыш в затухании при переходе к МДВ может быть реализован во всем миллиметровом диапазоне волн. Это обстоятельство имеет большое практическое значение, так как свидетельствует о возможности разработки магистрального волновода для линии дальней связи с малым линейным затуханием на основе стальной трубы, в которую помещается внутренняя диэлектрическая труба. При этом требования к допускам на геометрические размеры стальной трубы сравнительно невысоки, так как поле в зазоре между диэлектриком и металлом имеет малую величину.

Было проведено экспериментальное исследование распределения поля волны H_{01} в поперечном сечении металло-диэлектрического волновода. Поле H_{01} было сформировано в резонаторе, образованном исследуемым волноводом и отражающими торцовыми плоскостями. Измерение структуры поля велось методом, описанным в работе [8]. На рис. 5 приведена измеренная зависимость квадрата модуля ради-

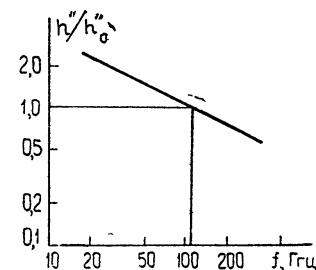


Рис. 4.

альной составляющей магнитного поля от радиуса r . Исследуемый волновод имел следующие размеры: внутренний диаметр диэлектрической трубы, выполненной из фторопласта-4, составлял 50 мм, толщина стенки трубы — 5 мм и внутренний диаметр металлического экрана — 80 мм.

Расчетная кривая распределения поля почти везде совпала (с графической точностью) с экспериментальной кривой. Как видно из рис. 5, некоторое расхождение между экспериментальной и теоретической (проведенной пунктиром) кривыми имеет место лишь в диэлектрическом слое.

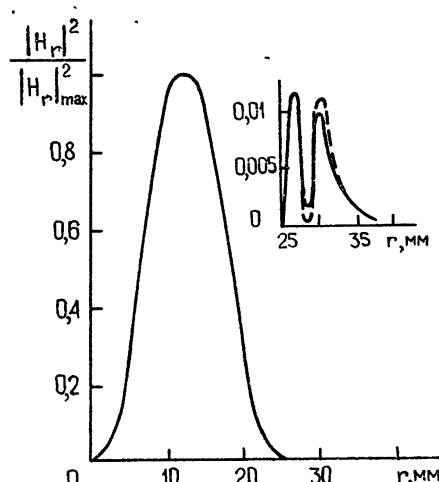


Рис. 5. Распределение $|H_r|^2$ волны H_{01} в поперечном сечении металло-диэлектрического волновода.

Проведенный эксперимент подтверждает малость амплитуды поля в диэлектрическом слое и в зазоре между диэлектриком и металлом. Такое распределение поля позволяет реализовать в рассматриваемом волноводе весьма малое затухание.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Мелехин, А. Б. Маненков, ЖТФ, 38, № 12, 2113 (1968).
2. В. Н. Мелехин, А. Б. Маненков, Электроника больших мощностей, сб. 6, изд. Наука, М., 1969, стр. 161.
3. Н. Г. Унгер, FTZ, 8, № 8, 438 (1955).
4. Ю. Н. Казанцев, Радиотехника и электроника, 13, № 7, 1227 (1968).
5. Л. А. Вайнштейн, Электромагнитные волны, изд. Сов. радио, М., 1957.
6. Ю. Н. Казанцев, Радиотехника и электроника, 14, № 7, 1167 (1969).
7. Л. А. Вайнштейн, Теория дифракции и метод факторизации, изд. Сов. радио, М., 1966.
8. А. Б. Маненков, Изв. высш. уч. зав. — Радиотехника, 14, № 4, 606 (1971).
9. Ю. Н. Казанцев, Радиотехника и электроника, 15, № 4, 707 (1970).
10. L. N. Vershinina, Yu. N. Kazantsev, V. V. Meriakgi, V. V. Shevchenko, 1969, European Microwave Conference, IEE conference publication, № 158, p. 252.
11. K. Mikoshiba, A. A. Oliner, Progress report № 34 of Polytechnic Institute of Brooklyn, November 1969.

Институт радиотехники и электроники
АН СССР

Поступила в редакцию
13 августа 1973 г.

HOLLOW-DIELECTRIC AND METAL-DIELECTRIC WAVEGUIDES FOR FAST H -WAVE TRANSMISSION

Yu. N. Kazantsev, A. B. Manenkov, O. A. Kharlashkin

We consider hollow-dielectric waveguides of two types: a pipe dielectric waveguide of dielectric with a relatively high dielectric permittivity and a pipe dielectric waveguide in a metal screen. Such waveguides allow to transmit fast symmetrical H -waves with a small attenuation under the condition of a strong discrimination of other waves. Analytical expression are derived for attenuation of waves propagating in such waveguides. Some results of experimental investigation of the Q-factor and the field intensity distribution in resonators formed using the considered waveguides are presented.

УДК 621.396.67

ПАРЦИАЛЬНЫЕ ДИАГРАММЫ ФАЗИРУЕМЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

В. Я. Щербинин, Ю. П. Илясов, С. М. Кутузов, А. А. Глушаев

С целью анализа эффектов взаимной связи между излучателями фазируемых антенных решеток рассмотрена возможность расчета парциальных диаграмм излучателей по известной матрице взаимных сопротивлений или измеренному парциальному распределению тока. Рассчитывается парциальная диаграмма центрального излучателя линейки из девяти полуволновых вибраторов в свободном пространстве и излучателей отдельной секции радиотелескопа БСА ФИАН.

При анализе эффектов взаимной связи между излучателями фазируемых антенных решеток довольно часто используют парциальные диаграммы направленности излучателей. Напомним, что парциальная диаграмма излучателя определяется как диаграмма (в комплексной форме) решетки, в которой активным является данный излучатель, а все остальные излучатели, нагруженные по фидеру на нагрузки, равные внутреннему сопротивлению собственных генераторов, являются пассивными. Токи на этих пассивных излучателях возбуждаются только за счет взаимных связей [1]. Амплитудно-фазовое распределение токов, существующее вдоль решетки при таком возбуждении, назовем парциальным.

Насколько нам известно, в настоящее время нет опубликованных работ, посвященных расчету парциальных диаграмм. Экспериментальные же измерения парциальных диаграмм сопряжены с известными трудностями, тем более, что необходимо измерять и фазовую характеристику диаграммы [2]. В данной работе делается попытка расчета парциальных диаграмм по известной матрице взаимных сопротивлений или измеренному парциальному распределению тока вдоль решетки.

Рассмотрим эквидистантную линейную фазирующую решетку, состоящую из $2N + 1$ идентичных взаимодействующих излучателей. Пусть каждый излучатель возбуждается собственным генератором с внутренним сопротивлением, равным волновому сопротивлению фидера \bar{W} . Тогда на каждый излучатель с номером n со стороны генератора падает волна напряжения $\dot{U}_{\text{пад},n}$ не зависящей от угла фазирования амплитуды, а фаза волны определяется углом фазирования ϑ_0 , отсчитываемым от нормали к решетке,

$$\dot{U}_{\text{пад},n} = U_{\text{пад}} \exp(-inu_0),$$

где

$$u_0 = kd \sin \vartheta_0.$$

При возбуждении собственным генератором только одного n -го излучателя вдоль решетки возникает парциальное распределение тока, формирующее (соответствующую) парциальную диаграмму. Для

определения этого распределения необходимо решить систему уравнений Кирхгофа, уравнения которой записутся в виде [3]

$$\sum_{s=-N}^N \dot{Z}_{ms} \dot{I}_{sn} + W \dot{I}_{mn} = 2 \dot{U}_{\text{пад } n} \delta_{mn}, \quad (1)$$

где \dot{I}_{kn} — ток на излучателе k при возбуждении собственным генератором только излучателя n , δ_{mn} — символ Кронекера, m пробегает ряд значений от $-N$ до N .

Если распределение тока по излучателю в решетке при активном и пассивном возбуждении совпадает по форме с распределением на изолированном излучателе, что можно принять, как это делается в методе наведенных ЭДС, то очевидно, что парциальную диаграмму можно записать в виде

$$f_n(\vartheta) = \varphi(\vartheta) \sum_{m=-N}^N I_{mn} e^{im\vartheta}, \quad (2)$$

где $\varphi(\vartheta)$ — диаграмма направленности изолированного излучателя. Совокупность I_{mn} является соответствующим парциальным распределением тока и может быть найдена решением системы (1).

Рассмотрим для примера эквидистантную линейку излучателей, состоящую из девяти параллельных полуволновых вибраторов, расположенных через $0,5 \lambda$ в свободном пространстве. Матрица взаимных сопротивлений такой линейки известна [4]. На рис. 1 приведено нормированное парциальное распределение тока в линейке из 9 полуволновых вибраторов в свободном пространстве ($n = 5$).

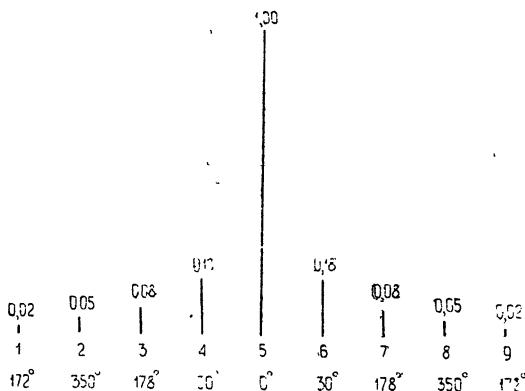


Рис. 1. Парциальное распределение тока в линейке из 9 полуволновых вибраторов в свободном пространстве ($n = 5$).

мированное парциальное распределение тока при возбуждении собственным генератором центрального вибратора (остальные замкнуты на согласованные нагрузки, равные W), полученное решением системы (1) с помощью ЭВМ. На рис. 2 (сплошная линия) показан нормированный модуль парциальной диаграммы, соответствующий парциальному распределению тока на рис. 1. Для сравнения приводится диаграмма направленности изолированного полуволнового вибратора (пунктирная линия).

В практических случаях может оказаться весьма удобным экспериментальное определение парциальных распределений тока. Для этого необходимо возбудить один из излучателей и измерить возникшее амплитудно-фазовое распределение тока вдоль решетки. Фидеры пассивных излучателей при этом должны быть замкнуты на согласованную нагрузку.

Таким путем были измерены парциальные распределения тока, а затем рассчитаны соответствующие им парциальные диаграммы излучателей отдельной секции радиотелескопа БСА ФИАН [5] ($f_0 =$

$= 102,5 \text{ МГц}$). Секция представляет собой двумерную решетку, вибраторов над металлическим экраном. Длина вибратора $0,87 \lambda$, толщина вибратора 2 мм , высота подвеса вибратора над экраном $0,215 \lambda$. Расстояние между вибраторами в H -плоскости — $0,5 \lambda$, в E -плоскости — λ . Сканирование ведется только в H -плоскости, что позволяет рассматривать двумерную решетку из вибраторов как линейку сложных излучателей. Каждый излучатель состоит из 64 колinearных вибраторов над металлическим экраном, а вся линейка содержит 8 таких излучателей.

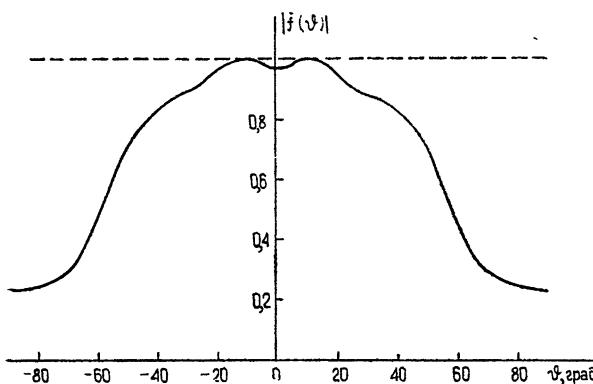


Рис. 2. Парциальная диаграмма линейки из 9 полуволновых вибраторов ($n = 5$).

Измерение магнитного поля, пропорционального току излучателя, проводилось зондом индуктивного типа. Радиус петли зонда $r \ll \lambda$. Были приняты специальные меры по экранированию зонда от электрического поля. Для контроля качества экранирования проведены измерения распределения тока по изолированному вибратору. Измерения дали форму распределения, близкую к синусоидальной. Форма распределения тока по вибраторам активного и пассивных излучателей отдельной секции радиотелескопа оказалась хорошо совпадающей с распределением на изолированном вибраторе, что позволяет воспользоваться выражением (2) для расчета парциальных диаграмм.

В табл. 1 и 2 приведены соответственно амплитудное и фазовое (в градусах) распределение тока вдоль отдельной секции радиотелескопа при поочередном возбуждении сложных излучателей. Строки таблиц соответствуют парциальным распределениям. Амплитуда и фаза восьмого излучателя при возбуждении собственным генератором приняты за опорные. Отсутствие полной симметрии в парциальных распределениях тока излучателей, одинаково удаленных от геометрического центра линейки, можно объяснить различными краевыми условиями, имевшими место в эксперименте, в котором металлический экран с одной стороны был ограниченного размера, а с другой стороны — практически неограничен ($\gg \lambda$).

Расчет парциальных диаграмм проводился по формуле

$$f_n(\theta) = \varphi(\theta) \sum_{m=1}^8 I_{mn} e^{im\theta}, \quad (3)$$

где

$$\varphi(\theta) = \sin(1,35 \cos \theta) \quad (4)$$

есть диаграмма изолированного вибратора над металлическим экраном.

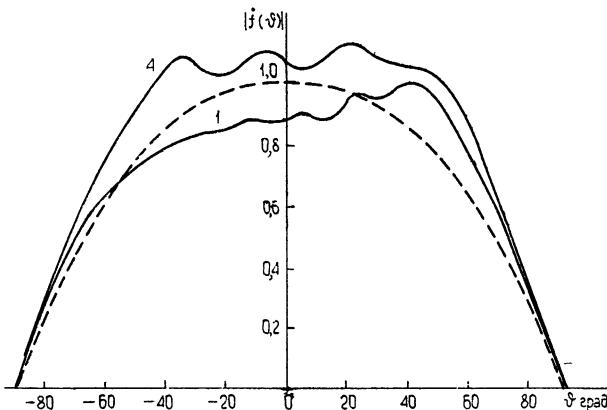
ном. На рис. 3 приведены модули парциальных диаграмм крайнего ($n = 1$) и центрального ($n = 4$) излучателей отдельной секции радиотелескопа, рассчитанные по измеренным парциальным распределениям тока (табл. 1, 2). Для сравнения пунктирной линией нанесена диаграмма изолированного вибратора над металлическим экраном, соответствующая (4).

Таблица 1

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	6	7	8
n	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,80	0,13	0,06	0,02	0,01	0,00	0,01	0,02
2	0,12	0,83	0,13	0,03	0,02	0,01	0,00	0,01
3	0,06	0,13	0,86	0,13	0,07	0,03	0,03	0,02
4	0,06	0,03	0,09	0,95	0,13	0,04	0,02	0,04
5	0,01	0,02	0,04	0,08	0,91	0,10	0,04	0,05
6	0,02	0,02	0,03	0,05	0,14	0,91	0,14	0,10
7	0,01	0,00	0,02	0,04	0,06	0,09	0,75	0,16
8	0,02	0,03	0,02	0,04	0,05	0,06	0,14	1,00

Таблица 2

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	6	7	8
n	1	2	3	4	5	6	7	8
1	40	183	338	157	337	172	370	161
2	110	352	115	292	53	278	69	287
3	296	140	35	152	301	108	269	110
4	75	260	109	3	120	274	74	247
5	345	162	322	160	45	156	304	140
6	75	260	275	290	133	28	127	300
7	302	79	281	135	328	148	63	194
8	100	295	88	284	88	306	150	0

Рис. 3. Парциальные диаграммы излучателей секции радиотелескопа ($n = 1$, $n = 4$).

Анализируя вышеприведенные результаты, можно сделать вывод, что парциальные диаграммы отдельной секции радиотелескопа БСА ФИАН указывают на отсутствие глубоких провалов в зависимости коэффициента усиления от угла сканирования, в то время как парциальные диаграммы линейки полуволновых вибраторов свидетельствуют о больших изменениях в указанной зависимости.

В заключение авторы выражают признательность М. В. Конюкову за полезную дискуссию и большую помощь в составлении программ для ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сканирующие антенные системы СВЧ, т 2, изд. Сов. радио, М., 1969
2. К. Уолтер, Антенны бегущей волны, изд. Энергия, М., 1970
3. Vasil'kivskii, Kap, Proc. IEEE, 56, № 11, 159 (1968).
4. В. В. Никольский, Антенны, Связьиздат, М., 1966.
5. В. В. Виткеевич, Ю. П. Ильин, Препринт № 144, ФИАН, М., 1969.

Физический институт им П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
3 сентября 1973 г.

PARTIAL DIAGRAMS OF PHASED ANTENNA ARRAYS

V. Ya. Shcherbinin, Yu. P. Ilyasov, S. M. Kutuzov, A. A. Glushaev

The possibility of calculation of partial radiation patterns using the known matrix of reciprocal resistances or measured partial current distribution is considered for the purpose of analysing the effects of the reciprocal relation between radiators. A partial pattern is calculated of the central radiator of the line of nine half-wave vibrators in a free space and radiators of a separate section of Lebedev Institute BSA radiotelescope.

УДК 621.385.6

СТАРТОВЫЙ РЕЖИМ МЦР-МОНОТРОНА С РЕЗОНАТОРОМ, ОБЛАДАЮЩИМ НИЗКОЙ ДИФРАКЦИОННОЙ ДОБРОТНОСТЬЮ

B. L. Братман

Для простейшей модели МЦР-монотрона проводится анализ стартовых условий с привлечением методов, позволяющих учитывать влияние электронного тока на продольную структуру переменного поля. Показано, что приближение фиксированной структуры поля [1] приводит к достаточно точным значениям стартового тока не только для высокодобротных резонаторов, но и для систем с минимальной (при заданной протяженности рабочего пространства) дифракционной добротностью. В последнем случае самовозбуждение колебаний оказывается возможным благодаря действию двух механизмов, обеспечивающих достаточно сильную обратную связь: 1) взаимодействию электронного потока со встречной волной; 2) трансформации волн на неоднородности проводимости электронного потока в области резкого изменения статического магнитного поля в выходном волноводе МЦР-монотрона.

Как известно [1, 2], высокий электронный КПД в МЦР-монотронах достигается при вполне определенной величине и протяженности высокочастотного поля, модулирующего электронный поток и отбирающего энергию у электронных сгустков. Поэтому в мощных генераторах с большим электронным током для обеспечения оптимальной величины напряженности электрического поля необходимо применять резонаторы с низкой дифракционной добротностью. Но дифракционная добротность не может быть сделана сколь угодно малой; так, для резонатора, образованного отрезком цилиндрического волновода, «холодная» добротность.

$$Q = \omega T_{\text{высв}}, \quad T_{\text{высв}} = \frac{L}{v_{\text{rp}}(1 - |R_1 R_2|)} \quad (1)$$

ограничена снизу значением $Q_{\min} \equiv \omega L/v_{\text{rp}} \sim \frac{4\pi}{q} \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2$, здесь ω — частота колебаний, $T_{\text{высв}}$ — время высвечивания электромагнитной энергии из резонатора, L — длина резонатора, $R_{1,2}$ — коэффициенты отражения от концов, $v_{\text{rp}} \sim cq \frac{\lambda}{2L}$ — групповая скорость волн, образующих поле резонатора, λ — длина волны, q — продольный индекс моды, c — скорость света в вакууме. Формула (1) справедлива при $|R_{1,2}| \approx \approx 1$, но может быть использована дляоценок вплоть до $|R_{1,2}| \approx 0$.

С уменьшением отражения волн от концов системы уменьшается и обратная связь. Поэтому представляется интересным выяснить, как меняются значения оптимального и стартового тока МЦР-монотрона по мере понижения добротности электродинамической системы вплоть до Q_{\min} .

При понижении добротности распределение поля начинает зависеть от параметров электронного потока. Системы подобного рода по существу являются переходными между генераторами с высокодоброт-

ными резонаторами и генераторами (усилителями), основанными на взаимодействии электронных потоков с бегущими электромагнитными волнами. Теория таких систем оказывается близкой к теории ЛБВ.

Ниже исследуются условия самовозбуждения для модели гиротрона, представляющей собой магнитоактивную плазменную среду. Используемый метод основан на представлении самосогласованного поля в виде набора нормальных волн каждой из однородных областей, удовлетворяющего соответствующим граничным условиям. Проводимость (диэлектрическая проницаемость) и граничные условия для электронного потока (плазмы) находятся из решения кинетического уравнения для электронов. Система граничных условий дает уравнение для определения набора дискретных частот резонатора. Для высокодобротных систем этот подход позволяет получить аналитически более высокие приближения, чем при использовании метода заданного поля*, для систем с произвольной добротностью он приводит к системе трансцендентных уравнений, которые приходится исследовать с применением ЭВМ.

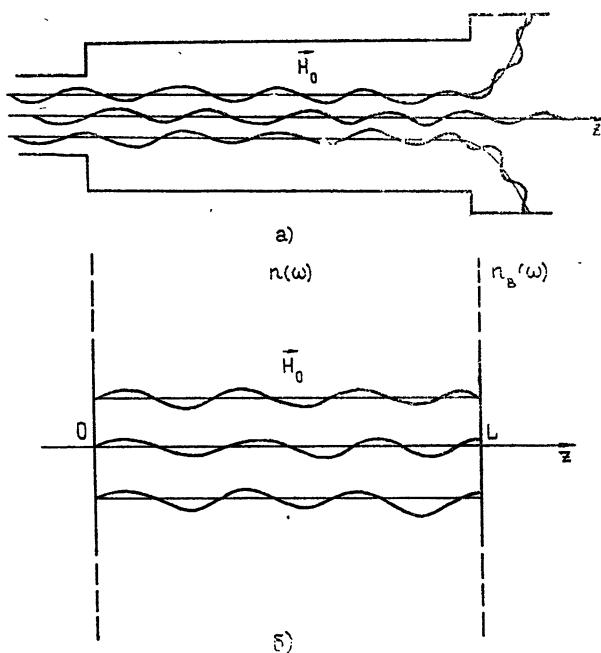


Рис. 1. а) Пространство взаимодействия МЦР-монотрона;
б) модель МЦР-монотрона в виде плоскослоистой
плазменной среды.

Модель МЦР-монотрона. Рабочее пространство МЦР-монотрона (рис. 1 а) представляет собой отрезок нерегулярного волновода, пронизываемый потоком электронов, движущихся по винтовым траекториям в однородном магнитном поле $H_0 = H_0 z_0$. С катодного конца волновод ограничен сужением, запредельным для рабочего типа колебаний; вывод высокочастотной мощности осуществляется выходным волноводом большого сечения. Статическое магнитное поле внутри рабочего пространства однородно, а вне его спадает. Благодаря этому, в выход-

* Второе приближение по концентрации пучка эквивалентно учету поля пространственного заряда и «пассивных» волн линии в методе стационарного функционала Вайнштейна [4].

ном волноводе взаимодействие электронов с полем не имеет резонансного характера.

Мы моделируем рабочее пространство МЦР-монарона плоским диэлектрическим слоем (рис. 1б) с дисперсией показателя преломления $n(\omega) = (1 - \omega_{kp}^2/\omega^2)^{1/2}$, соответствующей зависимости продольного волнового числа в волноводе от частоты. В запредельном волноводе МЦР-монарона (рис. 1а) электрическое поле мало, поэтому в модели (рис. 1б) для простоты мы помещаем идеально проводящую поверхность

$$E_\tau(0) = 0, \quad (2a)$$

проницаемую для электронов. Выходной волновод моделируем диэлектриком с показателем преломления $n_b(\omega) = (1 - \omega_{kp,b}^2/\omega^2)^{1/2}$, принимая, что при $z = L$ резонансное взаимодействие электронов с полем прекращается — в реальной системе это обеспечивается достаточно резким спадом статического магнитного поля.

Рассматриваемый диэлектрический слой является резонатором для волн, распространяющихся перпендикулярно границам. Слой пронизывается электронным потоком с одинаковыми поперечными (p_\perp) и продольными (p_\parallel) относительно однородного магнитного поля проекциями полного импульса, так что невозмущенная функция распределения по импульсам имеет вид

$$f_0(p) = (2\pi p_\perp^0)^{-1} \delta(p_\perp - p_\perp^0) \delta(p_\parallel - p_\parallel^0). \quad (3)$$

Независимые моменты линеаризованной функции распределения электронов по импульсам. Собственные волны плазмы и граничные условия. Функцию распределения электронов по импульсам в поле плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль магнитного поля H_0 в безграничной однородной среде, представим в виде $f_0 + f \exp[i(hz - \omega t)]$. Решая кинетическое уравнение для электронов методом интегрирования по траекториям [5] или интегрируя по углу φ в цилиндрической системе координат ($p_x + ip_y = p_\perp \exp i\varphi$) [6], получаем

$$f = -\frac{ie}{2\omega} \left[\frac{A \exp(-i\varphi)}{m\omega - hp_\parallel - m\omega_H} E_e + \frac{B}{m\omega - hp_\parallel} E_\parallel + \frac{A \exp i\varphi}{m\omega - hp_\parallel + m\omega_H} E_0 \right]. \quad (4)$$

Здесь $A = (m\omega - hp_\parallel) \frac{\partial f_0}{\partial p_\perp} + hp_\perp \frac{\partial f_0}{\partial p_\parallel}$, $B = m\omega \frac{\partial f_0}{\partial p_\parallel}$, $E_{e,0} = E_x \pm iE_y$,

($-e$), m — заряд и релятивистская масса электрона, $\omega_H = eH/mc$ — релятивистская гирочастота.

Используя (4), легко получить выражение для плотности тока \mathbf{j} :

$$\begin{aligned} j_{e,0} &= j_x \pm ij_y = \sigma_{e,0} E_{e,0}, \quad j_\parallel = \sigma_p E_\parallel; \\ \sigma_{e,0}(\omega, h) &= \frac{i\Omega_0^2}{4\pi\omega} \left[\frac{\omega - hv_\parallel}{\omega - hv_\parallel \mp \omega_H} + \frac{\beta_\perp^2}{2} \frac{c^2 h^2 - \omega^2}{(\omega - hv_\parallel \mp \omega_H)^2} \right], \\ \sigma_p(\omega, h) &= \frac{i\Omega_0^2 \omega (1 - \beta_\parallel^2)}{4\pi (\omega - hv_\parallel)^2} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\left(\Omega_0^2 = \frac{4\pi e^2 \tilde{N}}{m}, \quad \tilde{N} — \text{концентрация неравновесных частиц} \right).$$

Из (5) следует, что в рассматриваемой системе существует три независимых типа волн: необыкновенные (e) и обыкновенные (o), поляризованные циркулярно в плоскости xy , и продольные плазменные (p) волны. Дисперсионные уравнения для поперечных волн имеют вид

$$c^2 h^2 = \omega^2 \left[n^2(\omega) + \frac{4\pi i}{\omega} \sigma_{e,o}(\omega, h) \right]. \quad (6)$$

Далее мы будем интересоваться лишь взаимодействием с необыкновенными волнами, которое имеет резонансный характер. Соответствующая функция распределения

$$f_e = -\frac{ie}{2\omega} \frac{A \exp(-i\varphi)}{m\omega - hv_{\parallel} - m\omega_H} E_e. \quad (7)$$

Отличные от нуля моменты функции распределения f_e имеют вид ($k = 0, 1, 2, \dots$)

$$M_k = e\tilde{N} c^{-2k} \int (v_x + iv_y) v^{2k} f_e d\mathbf{p} \exp[i(hz - \omega t)] = \\ = \frac{i\Omega_0^2}{4\pi\omega} \beta^{2k} \left[\sigma_e(\omega, h) + k \frac{\beta_{\perp}^2}{\beta^2} (1 - \beta^2) \frac{\omega}{\omega - hv_{\parallel} - \omega_H} \right] \exp[i(hz - \omega t)]. \quad (8)$$

Легко видеть, что все моменты выражаются через ток

$$j_e e^{i(hz - \omega t)} = \sigma_e(\omega, h) E_e e^{i(hz - \omega t)}$$

и средний поперечный импульс

$$P_e e^{i(hz - \omega t)} = \int (p_x + ip_y) f_e d\mathbf{p} = \frac{m}{e\tilde{N}} \left[\sigma_e(\omega, h) + \frac{i\Omega_0^2 \beta_{\perp}^2}{8\pi\omega(\omega - hv_{\parallel} - \omega_H)} \right] \times \\ \times E_e e^{i(hz - \omega t)}. \quad (9)$$

Подставляя в (6) выражение для проводимости $\sigma_e(\omega, h)$, получаем дисперсионное уравнение для необыкновенных волн [7]:

$$c^2 h^2 - \omega^2 n^2(\omega) + \Omega_0^2 \left[\frac{\omega - hv_{\parallel}}{\omega - hv_{\parallel} - \omega_H} + \frac{\beta_{\perp}^2}{2} \frac{c^2 h^2 - \omega^2}{(\omega - hv_{\parallel} - \omega_H)^2} \right] = 0. \quad (10)$$

При заданной частоте ω это уравнение имеет четыре решения $h_a(\omega)$, соответствующие четырем нормальным волнам с вектором E , врашающимся в ту же сторону, что и электроны.

Поле в первой среде (рис. 1 б) ищем в виде суперпозиции необыкновенных волн, являющихся собственными решениями для безграничной среды: $E_e(z) = \sum_{a=1}^4 E_a \exp\{i[h_a(\omega)z - \omega t]\}$. Поле во второй среде представляем в виде волны, распространяющейся от слоя: $E_e^b = E^b \exp\left\{i\left[\frac{n_b(\omega)\omega}{c}z - \omega t\right]\right\}$; граничное условие при $z = L$

$$E_e(L) - n_b^{-1}(\omega) H_e(L) = 0. \quad (26)$$

Электронный поток на входе системы предполагаем немодулированным:

$$\sum_{a=1}^4 j_a = \sum_{a=1}^4 P_a = 0. \quad (2b)$$

Уравнение для собственных частот резонатора. Требование нетривиальности решения системы (2 а) — (2 в) приводит к трансцендентному уравнению (определитель симметрический, выписываем поэтому лишь один столбец):

$$\text{Det} = \begin{vmatrix} (1 - D\delta_a) \exp(iN\delta_a) \\ 1 \\ \delta_a^{-1} \\ \delta_a^{-2} \end{vmatrix} = 0. \quad (11)$$

В (11) введены безразмерные переменные и параметры:

$$\omega = \Omega(1 + \Delta), \quad h_a = \frac{\Omega n}{c}(\omega + \delta_a + \gamma\Delta),$$

$$n \equiv n(\Omega), \quad \omega = \gamma \left(1 - \frac{\omega_H}{\Omega}\right), \quad \gamma = (\beta_{\parallel} n)^{-1}, \quad (12)$$

$$D = \alpha \{ [1 + n_b^{-2}(2\Delta + \Delta^2)]^{1/2} - \alpha(\omega + \gamma\Delta) \}^{-1}, \quad \alpha = n/n_b(\Omega),$$

здесь Ω — частота q -го собственного колебания в холодном резонаторе с бесконечной добротностью (что соответствует параметру нерегулярности $\alpha = 0$; при этом поле $E_q(z) \sim \sin \frac{Nz}{L}$, $N \equiv \frac{\Omega n}{c} L = q\pi$ ($q = 1, 2, \dots$)).

В новых обозначениях дисперсионное уравнение (10) записывается в виде

$$\delta^4 + p\delta^3 + \tilde{q}\delta^2 + r\delta + s = 0, \\ p = 2(\omega + \gamma\Delta), \quad \tilde{q} = (\omega + \gamma\Delta)^2 - \frac{n^2(\omega)}{n^2}(1 + \Delta)^2 + \chi(1 + \rho), \quad (13)$$

$$r = \chi[\omega - \gamma + 2\rho(\omega + \gamma\Delta)], \quad s = \chi\rho[(\omega + \gamma\Delta)^2 - n^{-2}(1 + \Delta)^2], \\ \chi = \Omega_0^2/\Omega^2 n^2, \quad \rho = \beta_{\perp}^2/2\beta_{\parallel}^2.$$

Система уравнений, аналогичная (11), (13), рассматривалась в [8], где исследовалось усиление в лампе с поперечным током (ЛПТ). Решение (11), (13) дает, вообще говоря, комплексные значения для частоты ω . Исследуя эти решения, можно получить условия самовозбуждения рассматриваемой модели МЦР-монооптрана. Однако совместное решение алгебраического уравнения четвертой степени (13) и трансцендентного уравнения (11) является нелегкой вычислительной задачей; аналитические решения удается получить лишь в некоторых асимптотических случаях [10].

Кроме очевидного способа решения, когда на первом этапе находятся корни (13), можно воспользоваться преобразованиями определителя (11) и рекуррентным соотношением (20), следующим из (13), и получить решение без предварительного вычисления корней (11). Второй способ предпочтительнее при нахождении высоких приближений и при вычислениях на ЭВМ.

Для высокодобротной системы ($\alpha \ll 1$) стартовые условия можно получить методом заданного поля [1, 9] или изложенным выше конструктивным методом, решая уравнения (11), (13). В линейном приближении по χ и α получаем

$$\operatorname{Im} \Delta = n^2 \{ N^2 \chi [S_2 \varphi_q(wN) + S_3 \varphi'_q(wN)] - \alpha N^{-1} \}; \quad (14)$$

$$\operatorname{Re} \Delta = \frac{n^2 N^2 \chi}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dy \varphi_q(y) \left[S_1 + \frac{S_2}{y - wN} + \frac{S_3}{(y - wN)^2} \right], \quad (15)$$

здесь $S_1 = 1 + \rho$, $S_2 = N(w - \gamma + 2w\rho)$, $S_3 = \rho N^2(w^2 - n^{-2})$, функция $\varphi_q(y) \equiv \frac{1 - (-1)^q \cos y}{(N^2 - y^2)^2}$ и выражение в квадратных скобках (15) с точностью до множителей равны соответственно квадрату модуля спектра высокочастотного поля резонатора и проводимости $\sigma_e(\omega, h)$. В частном случае точного синхронизма волн пучка с попутной ($w = 1$) или со встречной ($w = -1$) волной электродинамической системы

$$\operatorname{Im} \Delta = n^2 \left\{ \frac{N \chi}{8} \left[\pm 1 - (\beta_{\parallel} n)^{-1} + \frac{\beta_{\perp}^2}{2 \beta_{\parallel}^2} (n^{-2} + 1) \right] - \alpha N^{-1} \right\}. \quad (16)$$

Из этого выражения следует, что самовозбуждение необыкновенных (e) колебаний в высокодобротном резонаторе при точном синхронизме со встречной волной (нижний знак в (16)) возможно лишь для криволинейных пучков, в то время как при точном синхронизме с попутной волной колебания могут самовозбуждаться и для прямолинейных пучков в области аномального допплеровского эффекта ($\beta_{\parallel} n > 1$).

Результаты численного счета для систем с произвольной добротностью. Точный расчет для области параметров, соответствующей минимальному стартовому току в низкодобротной системе, может быть проведен лишь с привлечением численных методов. Для отыскания стартовых условий на ЭВМ удобно преобразовать систему уравнений (11), (13). Запишем (11) в виде

$$H_2(N, \Delta, \chi) - DH_3(N, \Delta, \chi) = 0, \quad (17)$$

где мы обозначили

$$H_{\tau} \equiv \begin{vmatrix} \delta^{\tau} \exp(iN\delta) & & \\ \delta^2 & = V \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(iN)^m}{m!} U_{m+\tau}, & U_m = V^{-1} \begin{vmatrix} \delta^m \\ \delta \\ \vdots \\ 1 \end{vmatrix} \\ \delta & & \\ 1 & & \end{vmatrix}. \quad (18)$$

(В (18) мы снова используем сокращенное обозначение для симметрических определителей). При $\chi \neq 0$ определитель Ван-дер-Монда $V \equiv \prod_{i < j} (\delta_i - \delta_j) \neq 0$. Нетрудно видеть, что $U_{0,1,2} = 0$, $U_3 = 1$. Очевидное тождество

$$\delta_a^m = -(p \delta_a^{m-1} + \tilde{q} \delta_a^{m-2} + r \delta_a^{m-3} + s \delta_a^{m-4}), \quad (19)$$

следующее из (13), приводит к рекуррентному соотношению

$$U_m = -(p U_{m-1} + \tilde{q} U_{m-2} + r U_{m-3} + s U_{m-4}) \quad (m > 3). \quad (20)$$

Отделяя в (17) действительную и мнимую части, получаем систему двух трансцендентных уравнений для определения стартовых значений Δ и χ :

$$\sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{N^{2m}}{(2m)!} (U_{2m+2} - DU_{2m+3}) = 0, \quad (21)$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{N^{2m+1}}{(2m+1)!} (U_{2m+3} - DU_{2m+4}) = 0.$$

В процессе решения мы задавали значения параметров $q, \beta_{\parallel}, \rho, w, n, \alpha$ и вычисляли Δ и χ из (21). В качестве начального приближения использовалось асимптотическое решение для высокодобротных систем (14), (15)*.

На рис. 2 приведены графики зависимости минимальной стартовой плотности тока от параметра нерегулярности α для первой ($q = 1$) и второй ($q = 2$) продольных мод при напряжении пучка $U = 50$ кв и $\beta_{\perp} = 2\beta_{\parallel}$. Пунктиром на этом рисунке изображен результат экстраполяции соотношения [9]

$$jQ = \text{const},$$

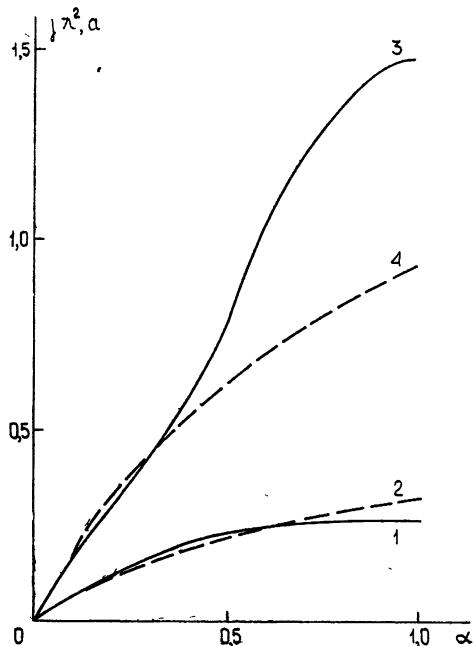


Рис. 2. Зависимость стартового тока от параметра нерегулярности α для мод с продольным индексом $q = 1$ (1; минимизировано по w) и $q = 2$ (3; $w = 1$). Пунктиром изображена экстраполяция результатов, полученных в приближении заданного поля ($U = 50$ кв, $\beta_{\perp} = 2\beta_{\parallel}$, $n_1 = \beta_{\parallel}$).

следующего и из (14), на случай систем с произвольной добротностью. Связь добротности с параметром нерегулярности α бралась не из (14), где оставлены лишь члены, линейные по α , а из формулы (1):

$$Q_q = \frac{N_q(1 + \alpha)}{2\alpha n_q}.$$

Как видно из рис. 2, приближение заданной структуры поля дает довольно точные значения стартового тока основной моды для МЦР-монахронов с произвольным параметром нерегулярности. Этот вывод оказывается справедливым в широкой области значений μ .

Для высокодобротной ($\alpha \ll 1$) системы согласно (14) ширина зоны самовозбуждения основного ($q = 1$) колебания $\Delta w \approx 2,5$. В отличие от

* Значение показателя преломления $n_q = \frac{hc}{\Omega} \sim q \frac{\lambda_q}{2L}$ выбиралось так, чтобы

параметр нелинейной теории $\mu \equiv 2\pi\rho\beta_{\parallel} \frac{L}{\lambda}$ был равен 2π (это значение близко к оптимальному для МЦР-монахрона с прямоугольным распределением высокочастотного поля: при этом максимальный «поперечный» КПД $\eta_{\perp} = 0,42$ [1]).

этого зона самовозбуждения низкодобротной системы ($\alpha = 1$, рис. 3) неограниченно простирается в область отрицательных w (взаимодействие на встречной волне), причем стартовый ток растет очень медленно.

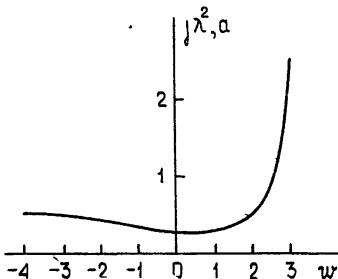


Рис. 3.

Рис. 3 Зависимость стартового тока от параметра синхронизма w для основной моды ($q = 1$, $\alpha = 1$, $U = 50$ кв, $\beta_{\perp} = 2\beta_{\parallel}$, $n_1 = \beta_{\parallel}$).

Рис. 4. Комплексная плоскость для величин $(w + \delta_a + \gamma\Delta)$, пропорциональных волновым числам h_a ($a = 1, 2, 3, 4$). Вблизи корней простираются соответствующие значения параметра синхронизма w . Положительный действительный корень, соответствующий прямой волне, испытывает „отражение“ при $w \approx 0$ и при дальнейшем увеличении w быстро движется в сторону положительных w ($q = 1$, $\alpha = 1$, $U = 50$ кв, $\beta_{\perp} = 2\beta_{\parallel}$, $n_1 = \beta_{\parallel}$).

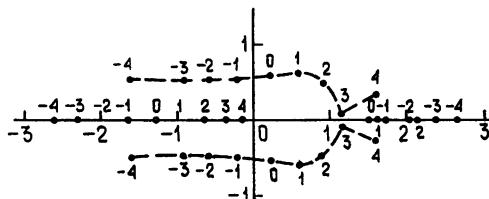


Рис. 4.

Из-за влияния плотного электронного потока, необходимого для возбуждения колебаний в низкодобротной ($\alpha \sim 1$) системе, нормальные решения сильно отличаются от волн, существующих в высокодобротной ($\alpha \ll 1$) системе. Характер соответствующих решений при различных значениях параметра синхронизма w ясен из рис. 4, на котором изображена комплексная плоскость для величин $w + \delta_a + \gamma\Delta$, пропорциональных волновым числам h_a ($a = 1, 2, 3, 4$). Вблизи минимума стартового тока ($w \sim 1$) нормальные волны, образующие поле основной моды (рис. 5 а), — встречная волна с постоянной амплитудой и три волны, фазовые скорости которых положительны: одна из них с постоянной амплитудой, а две другие — неоднородные «циклотронные» волны, — имеют близкие по порядку величины амплитуды: $A_{\text{пр}} \approx 0,25 A_{\text{встр}}$, $A_{u_{1,2}} \approx 0,57 A_{\text{встр}}$. Следовательно, в формировании структуры поля прямые и встречная волны играют приблизительно равную роль.

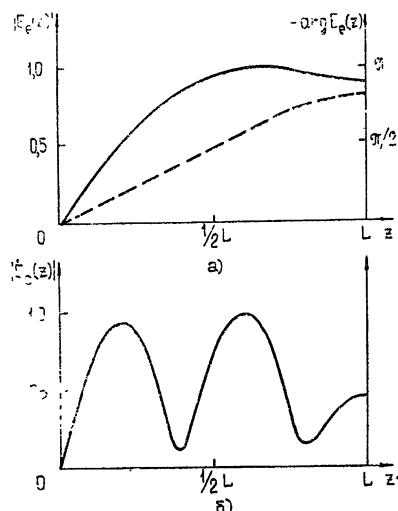


Рис. 5. Распределение амплитуды (сплошная линия) и фазы (пунктир) для основной моды МЦР-монотрона с низкодобротной электродинамической системой:

- $w = 1$ (вблизи минимума стартового тока);
- $w = -4$ („взаимодействие на встречной волне“) ($\alpha = 1$, $U = 50$ кв, $\beta_{\perp} = 2\beta_{\parallel}$, $n_1 = \beta_{\parallel}$).

В области $w < -2$ «циклотронные» корни группируются вблизи корня, соответствующего встречной волне, и эту область можно классифицировать как область взаимодействия со встречной волной. Но и в этой области на формирование структуры поля (рис. 5 б) существенное влияние оказывает трансформация волн на идеально проводящей поверхности $z = 0$ и на неоднородности проводимости электронного потока $z \sim L$.

В заключение приношу глубокую благодарность М. И. Петелину за большую помощь в работе, А. А. Андронову, В. В. Железнякову, В. К. Юллатову за полезные обсуждения, А. М. Любомирову, В. И. Петрухиной за проведение вычислений на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Гапонов, М. И. Петелин, В. К. Юллатов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 10, № 9—10, 1414 (1967).
2. Т. А. Грязнова, С. В. Кошевая, Г. Н. Рапопорт, Изв. высш. уч. зав.—Радиоэлектроника, 12, № 9, 998 (1969).
3. С. Н. Власов, Г. М. Жислин, И. М. Орлова, М. И. Петелин, Г. Г. Рогачева, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 12, № 8, 1236 (1969).
4. Л. А. Вайнштейн, ЖТФ, 26, № 1, 126 (1956).
5. В. Д. Шафранов, Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций, т. 4, изд. АН СССР, М., 1958, стр. 416.
6. Д. А. Франк-Каменецкий, Лекции по физике плазмы, Атомиздат, М., 1964.
7. В. В. Железняков, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 3, № 1, 57 (1960).
8. Р. А. Дудник, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 6, № 4, 764 (1963).
9. М. И. Петелин, В. К. Юллатов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, (в печати).
10. В. Л. Братман, М. А. Моисеев, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, (в печати).

Поступила в редакцию
10 июля 1973 г.

STARTING REGIME IN MCR-MONOTRON WITH RESONATOR POSSESSING A LOW DIFFRACTION Q-FACTOR

V. L. Bratman

Starting conditions are analysed for the simplest MCR-monotron model with applying the methods allowing to take into account the influence of the electron current on the longitudinal structure of the variable field. It is shown that the approximation of the fixed field structure [1] leads to sufficiently exact values of the starting current not only for high Q-factor resonators but for the systems with the minimum (at the given extension of the operation space) diffraction quality. In the latter case the self-excitation of oscillations appears to be possible due to action of two mechanisms providing a strong enough feedback: 1) interaction between an electron stream and an opposite wave; 2) wave transformation by an inhomogeneity of conductivity of the electron stream in the region of a sharp change of the static magnetic field in the output waveguide of the MCR-monotron.

УДК 621.372.45

О РАСЧЕТЕ ПРОЦЕССОВ ФОРМИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА В СКРЕЩЕННЫХ ПОЛЯХ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

A. C. Рошаль, B. A. Лейтан

Описаны методы и результаты численного моделирования процесса формирования электронного потока в скрещенных полях. Исследовано влияние параметров модели на результаты моделирования. Показано, что характеристики сформированного потока существенно зависят от начальных условий на катоде.

При исследовании процессов формирования и фокусировки электронных пучков используются итерационные методы и метод Монте-Карло (численное моделирование). Итерационные методы обычно основаны на квазиламинарном описании потока с помощью относительно небольшого числа трубок тока [1-3]. Они отличаются большой скоростью счета, однако не позволяют исследовать временные характеристики процессов (в том числе шумовые) и явления, связанные с возвратом электронов на катод. Метод моделирования описан в работе [4], но приведенная там модель не проанализирована.

В настоящей работе с помощью моделирования по методу Монте-Карло анализируется процесс формирования нерелятивистского электронного потока в скрещенных полях и исследуется влияние параметров метода и эмиссионных свойств катода на качество формирования.

1. ИССЛЕДОВАНИЕ И ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ МЕТОДА

Конфигурация рассматриваемой области показана на рис. 1 а. Часть границы области образована двумя электродами (AB и $DK'KC$ на рис. 1 а; AB —анод, KK' —катод). Протяженность системы в направлении магнитного поля считается конечной, однако краевые эффекты не учитываются, так что задача является двумерной, высокочастотные (ВЧ) внешние поля отсутствуют, внешнее магнитное поле B_0 однородное, собственное магнитное поле потока не учитывается. Электрический потенциал U в области взаимодействия создается постоянными во времени потенциалами электродов и объемным зарядом с плотностью ρ , меняющейся во времени и пространстве.

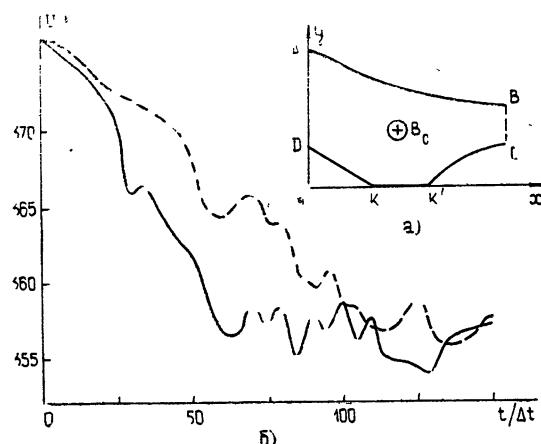


Рис. 1.

Процессы в области моделируются с постоянным шагом по времени Δt по методу «крупных частиц». Максимальное количество машинных электронов составляет 2000. Электронная термоэмиссия с катода KK' моделируется, как описано в работе [5]. Предполагается, что случайное количество эмиттируемых на шаге Δt электронов имеет пуассоновское распределение со средним $n_e = j_e S_k \Delta t / |q_1|$, где j_e —средняя плотность тока термоэмиссии, S_k —площадь катода, q_1 —заряд крупного электрона. Нормальный к поверхности катода компонент случайной начальной скорости эмиттированного электрона v_{y0} имеет рэлеевское распределение, а тангенциальный v_{x0} —максвелловское, причем среднеквадратичные значения $\bar{v}_{y0}^2 = 2kT_k/m$; $\bar{v}_{x0}^2 = kT_k/m$, где m —масса электрона, T_k —эквивалентная температура катода, определяющая разброс начальных скоростей электронов. Абсциссы вылета x_0 термоэлектронов равновероятно распределены вдоль катода KK' , ординаты y_0 полагались равными нулю, как и ординаты катода. Вторичная эмиссия отсутствует.

Для решения уравнения Пуассона в области взаимодействия используется пятиточечная регулярная схема «прямой крест» с шагами Δx , Δy . Получающаяся при этом система линейных алгебраических уравнений решается итерационным методом Зейделя, причем в качестве нулевой итерации используется решение, полученное на предыдущем шаге моделирования, что сокращает количество итераций в среднем до 10 при относительной точности решения 0,1%.

В общем случае предусмотрена возможность произвольного задания потенциала вдоль электродов $DKK'C$ и AB . Все приведенные далее результаты получены для пушки типа Кайно, изображенной на рис. 1 в работе [4]. Как показали контрольные просчеты, условия на открытой границе AD очень слабо влияют на результаты. При расчетах на AD задавалось линейное распределение потенциала.

Границные условия на выходе из пушки в момент t находятся путем параболического экстраполирования потенциала, вычисленного на предыдущем шаге, из глубины области на границу BC , вдоль линий сетки $y = \text{const}$, проходящих через BC . На рис. 1 б показано наблюдаемое при этом установление потенциала в одном из узлов выходного сечения на границе BC . Шаг моделирования составляет $\omega_c \Delta t = 0,1$ для сплошной кривой и $\omega_c \Delta t = 0,05$ —для пунктирной, где $\omega_c = \eta B_0$, $\eta = |e|/m$. Резкий спад потенциала (при $t/\Delta t \approx 30-40$ для сплошной кривой и при $t/\Delta t \approx 50$ —для пунктирной) соответствует началу выхода частиц из рассматриваемой области. При использовании на выходной границе BC линейного экстраполирования потенциала, предложенного в работе [4], потенциал на границе не устанавливался даже за время, превышающее 150—200 шагов моделирования.

При моделировании электронного потока с использованием крупных частиц любая моделируемая величина A оценивается с погрешностью δA , которая складывается из погрешности $\delta A^{(1)}$, обусловленной укрупнением заряда и дискретизацией времени, и вычислительной погрешности $\delta A^{(2)}$ выбранного численного метода решения уравнений. В данной модели плотность пространственного заряда ρ в узлах сетки вычислялась усреднением суммарного заряда электронов, для которых данный узел является ближайшим, по объему ячейки $h\Delta x \Delta y$, где h —протяженность системы в направлении магнитного поля.

Рассматривая погрешность потенциала $\delta U^{(1)}$ как погрешность аппроксимации правой части уравнения Пуассона, можно принять

$$\delta U^{(1)} \sim \text{const} \frac{\delta \rho}{\epsilon_0}, \quad \delta \rho \sim \frac{j_e S_k \Delta t}{n_e V(x, y)} = \frac{|q_1|}{V(x, y)}, \quad (1)$$

где $\delta\rho$ — погрешность оценки ρ , пропорциональная плотности, создаваемой единичным зарядом $|q_1|$ в ячейке сетки, $V(x, y)$ — некоторый элементарный объем, зависящий от способа вычисления плотности объемного заряда в узлах сетки по известному расположению частиц. В данной модели $V(x, y)$ представляет собой просто объем элементарной ячейки: $V(x, y) = h \Delta x \Delta y$.

Как известно [7], погрешность вычисления электрического потенциала, обусловленная погрешностями аппроксимации дифференциального оператора и оператора граничных условий конечно-разностными операторами, имеет вид

$$\delta U^{(2)} \sim \text{const} \cdot \max(\Delta x^2, \Delta y^2). \quad (2)$$

Для корректного учета влияния начальных скоростей эмиттированных электронов на процесс формирования погрешность $e \delta U$ в прикатодной области должна быть меньше средней тепловой энергии этих электронов.

Для величины объемного заряда Q в области взаимодействия можно получить оценку

$$Q(t) = h \iint_{S_B} \rho(t, x, y) dx dy \approx q_1 N + \delta Q^{(1)} + \delta Q^{(2)}, \quad (3)$$

где S_B — область, занимаемая пучком, N — общее число электронов в области. Величина

$$\delta Q^{(1)} \sim \text{const} \frac{q_1}{h \Delta x \Delta y} \quad (4)$$

обусловлена неточностью вычисления ρ в узлах сетки. Погрешность $\delta Q^{(2)}$ получается при разложении в ряд Тейлора функции $\rho(t, x, y)$ в окрестности каждого узла сеточной области, почленном интегрировании ряда и дальнейшем суммировании по всем узлам сетки. Если в разложении учесть лишь первые три члена ряда, то

$$\delta Q^{(2)} \sim \text{const}_1 \cdot \Delta x^2 + \text{const}_2 \cdot \Delta y^2. \quad (5)$$

Как следует из оценок (1) — (5), при выбранной (исходя из возможностей ЭВМ) величине заряда q_1 нельзя неограниченно снижать погрешность, уменьшая шаги сетки Δx , Δy , т. е. величина заряда q_1 и количество узлов в области взаимосвязаны. Эта взаимосвязь становится очевидной, если потребовать выполнения естественного условия, что плотность пространственного заряда, создаваемая одной частицей в узле сетки, не должна превышать величину ρ_x , где ρ_x — некоторая характерная для исследуемой области потока плотность пространственного заряда, определяемая из предварительных (экспериментальных или расчетных) оценок. Процессы в пушке моделировались при различных величинах заряда q_1 , размерах сетки и шагах по времени с целью выявления взаимосвязи этих параметров.

В начале моделирования наблюдается некоторый переходный процесс, связанный с заполнением области электронами и формированием потока, а затем вычисляемые величины устанавливаются. Все уставившиеся случайные процессы предполагаются стационарными и эргодическими, так что их статистические характеристики получены усреднением по времени t по одной реализации для каждого варианта, т. е. для каждого набора параметров, характеризующих систему.

Шаг Δt выбран из условий точности решения уравнений движения и воспроизведимости моделируемых статистических характеристик. Используемая конечно-разностная форма уравнений движения получена в приближении медленно меняющегося электрического поля, она обеспечивает точность решения на шаге порядка Δt^3 и приведена в [6].

На рис. 2 представлены оценки коэффициентов автокорреляции $R(\tau)$ тока пучка на выходе I_b (рис. 2 а), тока на катод I_k (рис. 2 б) и прикатодного потенциала над левым краем катода U_k (рис. 2 в), вычисленного на первой от катода линии сетки, при различных значениях шага по времени — $\omega_c \Delta t = 0,1$ (сплошные кривые) и $\omega_c \Delta t = 0,05$ (пунктир). Как видно, времена корреляции всех показанных процессов не зависят от величины шага. Следовательно, шаг $\omega_c \Delta t = 0,1$ достаточночен для разрешения времени корреляции моделируемых процессов, и приводимые далее расчеты выполнены с этим шагом. При выбранном таким образом шаге время пролета электрона от катода до выходного сечения составляет 30—40 шагов, что достаточно для хорошей аппроксимации циклоидальных траекторий.

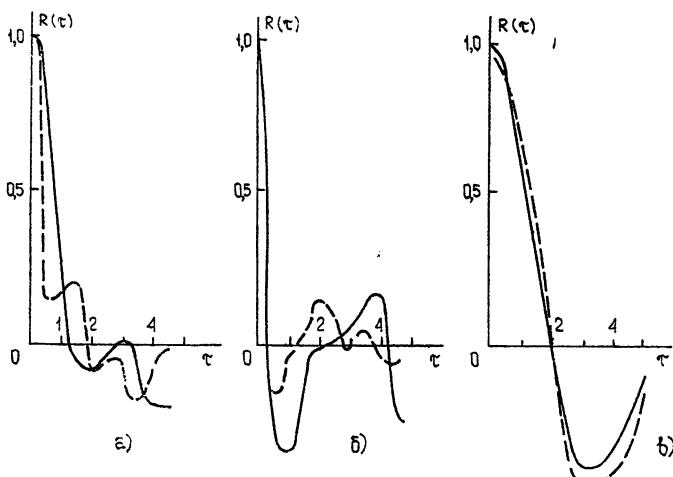


Рис. 2.

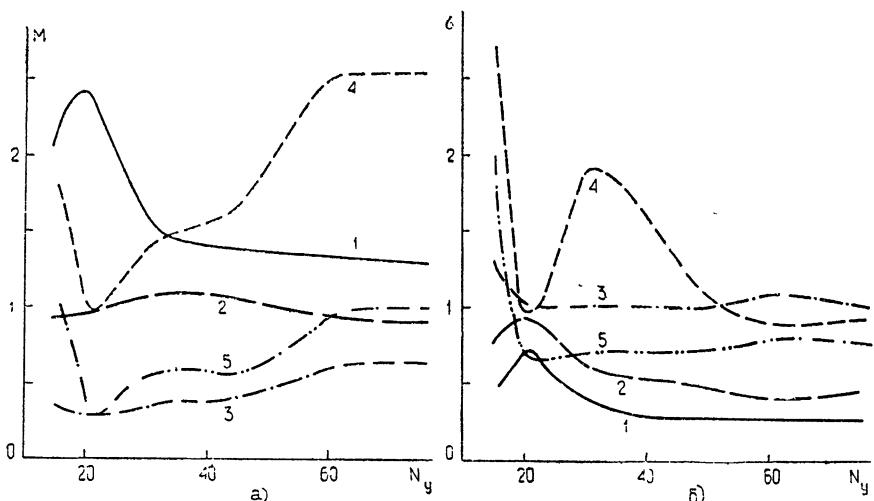


Рис. 3. Средние значения M (а) и среднеквадратичные отклонения σ (б) в зависимости от числа узлов сетки N_y по y ; $N_x=15$, $n_e=35$, $j_e=4 \cdot 10^3$ a/m^2 ;

1— Q κ , 2— I_k a , 3— I_b a , 4— v_{uy} m/sec , 5— Δ_b m .

Множители по вертикали для соответствующих кривых.

а) 1— 10^{-10} ; 2— 10^{-1} ; 3— 10^{-1} ; 4— 10^0 ; 5— 10^{-3} ,

б) 1— 10^{-11} ; 2— $5 \cdot 10^{-2}$; 3— 10^{-2} ; 4— $2 \cdot 10^5$, 5— 10^{-4} .

Влияние параметров модели на математические ожидания M и среднеквадратичные отклонения σ (квадратный корень из дисперсии) моделируемых величин видно также из рис. 3 и 4. Как следует из рис. 3 и 4, расчетные величины устанавливаются при достаточном числе узлов сетки и электронов в области. Исключение составляет кривая 2 на рис. 3б. Величина $n_e = 35$ обеспечивает минимальное среднеквадратичное отклонение тока I_k при $N_y = 66$. Дальнейшее уменьшение шага сетки приводит к увеличению погрешности $\delta U^{(1)}$ в прикатодной области из-за возрастания ошибки $\delta \varphi(1)$, а следовательно, к увеличению флюктуаций I_k . По кривой 2 на рис. 4б также видно, что установление данного параметра при $N_y = 82$ наступает при больших значениях $n_e \geq 50$. С увеличением n_e при той же плотности тока j_e , т. е. с уменьшением заряда $|q_1|$, число частиц N в области возрастает приблизительно линейно (кривая 6 на рис. 4), поскольку установившийся суммарный заряд Q практически постоянен.

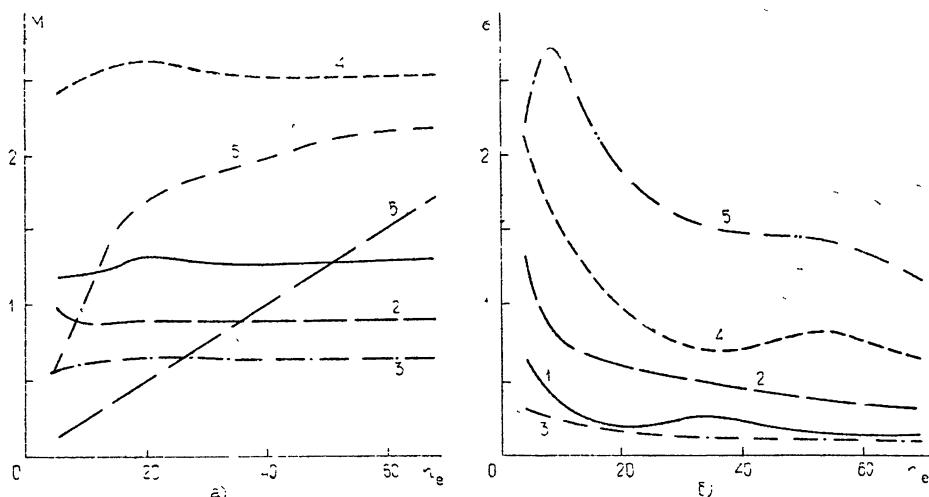


Рис. 4. Средние значения M (а) и среднеквадратичные отклонения σ (б) в зависимости от среднего числа эмиттируемых на шаге электронов n_e ; $N_x = 15$, $N_y = 82$, $j_e = 4 \cdot 10^3 \text{ а/м}^2$;

1— $Q \text{ к}$; 2— $I_k \text{ а}$; 3— $I_b \text{ а}$; 4— $v_{yb} \text{ м/сек}$; 5— $\Delta_B \text{ м}$; 6— N .

Множители по вертикали для соответствующих кривых:

а) 1— 10^{-10} ; 2— 10^{-1} ; 3— 10^{-1} ; 4— 10^6 ; 5— $5 \cdot 10^{-3}$; 6— 10^3 ;
б) 1— 10^{-11} ; 2— $5 \cdot 10^{-2}$; 3— 10^{-1} ; 4— $2,5 \cdot 10^5$; 5— 10^{-4} .

2. ВЛИЯНИЕ СТАТИСТИКИ НАЧАЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ И КООРДИНАТ ЭЛЕКТРОНОВ

На рис. 5 представлена зависимость некоторых расчетных параметров от плотности тока эмиссии j_e для исследуемой пушки. Как видно из рисунка, оптимальные параметры пушки достигаются при $j_e = 4 \cdot 10^3 \text{ а/м}^2$: при этой плотности плотность тока I_b на выходе из пушки максимальна и ток I_k на катод мал. В этом режиме ток ограничивается пространственным зарядом и в среднем более половины эмиттируемых электронов возвращаются на катод.

В указанном режиме изучалось влияние эмиссионных характеристик (статистики начальных скоростей и координат эмиттируемых электронов) на формирование потока. Сетка имела $N_x = 15$ и $N_y = 82$ узлов, среднее число эмиттируемых на шаге электронов $n_e = 35$. Как

показывают расчеты, разброс начальных тангенциальных скоростей v_{x0} эмиттируемых электронов заметно влияет на толщину пучка Δ_b в выходном сечении: при максвелловском распределении v_{x0} для температуры $T_k = 1000^\circ\text{K}$ толщина $\Delta_b = 8,43$, а при $v_{x0} = 0$ толщина снижается до величины $\Delta_b = 5,47$ (все величины в относительных единицах). Расширение пучка при наличии разброса начальных скоростей объясняется большим разнообразием циклоидальных траекторий, по которым движутся электроны. Количество прикатодных электронов и глубина минимума потенциала несколько уменьшаются, так как при $v_{x0} = 0$ сокращается среднее время пребывания электронов в прикатодной области.

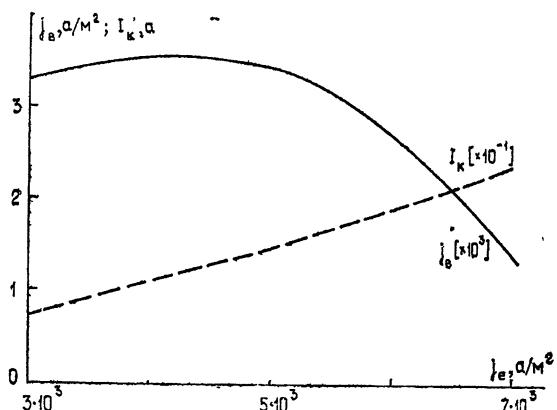


Рис. 5. Зависимость выходной плотности тока j_b a/m^2 и тока на катод I_k a от плотности тока эмиссии j_e .

Если в дополнение к $v_{x0} = 0$ положить нормальную скорость v_{y0} всех эмиттируемых электронов равной наиболее вероятному значению $(kT_k/m)^{1/2}$, то на выходе толщина пучка Δ_b снижается до 2,33, т. е. в 3,6 раза по сравнению с исходной величиной $\Delta_b = 8,43$. Из-за того, что все эмиттированные электроны имеют одинаковые начальные энергии, они в зависимости от величины минимума потенциала U_{min} в данный момент времени все вместе преодолевают этот минимум или вместе отражаются от него и возвращаются на катод. В результате заметно (иногда в несколько раз) увеличиваются среднеквадратичные отклонения величин, связанных с прикатодными электронами: U_{min} , I_k и др. Несколько возрастает и средняя величина тока на катод, а следовательно, уменьшается ток на выходе. Но ширина потока Δ_b уменьшается значительно больше, чем ток на выходе, так что выходная плотность тока пучка возрастает.

Для исследования влияния дробового шума эмиссии, т. е. флуктуаций числа эмиттированных электронов, рассчитывалась модель той же пушки, но на каждом шаге испускалось точно $n_e = 35$ электронов со случайными координатами и скоростями. В отсутствие дробового шума эмиссии несколько сглаживаются флуктуации U_{min} , а следовательно, уменьшаются флуктуации I_k и общего числа электронов N в области взаимодействия. На средние значения исследуемых величин дробовой шум эмиссии практически не влияет.

Компоненты v_{xb} , v_{yb} средней (по сечению потока и по времени) скорости потока на выходе из пушки практически не зависят от статистики электронной эмиссии. С увеличением эквивалентной температуры катода T_k , т. е. с увеличением разброса начальных скоростей,

эмиттированных электронов, пучок на выходе резко расширяется ($\Delta_b = 25,3$ при $T_k = 10^5 \text{ K}$). Ток возвращающихся электронов и его среднеквадратичное отклонение заметно падают, так как электроны с большей начальной энергией легче преодолевают U_{\min} и быстрее уходят из прикатодной области. Соответственно увеличивается общее число электронов в области и ток на выходе, плотность тока на выходе существенно понижается.

Электронная термоэмиссия иногда моделируется с так называемых эмиссионных пятен [4]. Как показывают сравнительные расчеты, введение эмиссионных пятен приводит к некоторому уменьшению размеров пучка на выходе; другие выходные величины существенно не меняются.

На рис. 6 по оси абсцисс указаны номера r узлов сетки, расположенных на вертикали, ближайшей к выходному сечению BC (рис. 1). Узел с $r = 1$ расположен на нижней границе пучка, узел с $r = 14$ — на верхней. Число частиц $M[n_r]$, а следовательно, и плотность объемного заряда максимальна в середине потока и спадает к краям (кривая 1). Максимальная плотность заряда (в узле с номером $r = 9$) составляет $0,34 \cdot 10^{-3} \text{ к/м}^3$. Дисперсия $\sigma[n_r]$ числа частиц в узлах (кривая 2) существенно ниже среднего числа частиц, так что распределение числа частиц на выходе отличается от пуассоновского. Кинетическая энергия электронов $M[E_k]$ (кривая 3) совпадает с потенциалами в соответствующих узлах (кривая 4) с точностью до среднеквадратичного отклонения потенциалов, что указывает на отсутствие накопления ошибок в ходе моделирования. Максимум электронной температуры T_e (кривая 5), определяемой согласно [6], достигается в области высокой плотности заряда. Как показывают расчеты, наибольший вклад в температуру потока T_e вносит разброс скоростей электронов v_y . При движении электронов наблюдается некоторый разогрев потока (температура эмиттируемого потока используемого катода составляет $0,72 T_k$, т. е. 720°K). Максимум плотности тока $M[j_b]$ (кривая 6) расположен в области максимума плотности заряда.

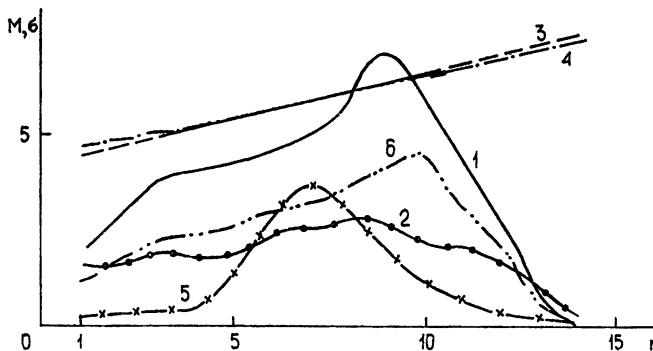


Рис. 6. Выходные характеристики пучка: $N_x = 15$, $N_y = 82$,
 $n_e = 75$, $j_e = 4 \cdot 10^3 \text{ а/м}^2$;
 1— $M[n_r]$; 2— $\sigma[n_r]$; 3— $M[E_k]$ эв; 4— $M[U]$ в; 5— $T_e^\circ\text{K}$;
 6— $M[j_b]$ а/м².

Множители по вертикали для соответствующих кривых:
 1— $\times 1$; 2— $\times 1$; 3— 10^2 , 4— 10^2 ; 5— 10^4 ; 6— 10^3 .

Рассчитанные выходные характеристики потока дают необходимую информацию для задания начальных условий при моделировании процессов в приборах с инжектированным электронным потоком (типа ЛБВМ).

Применение численного моделирования требует предварительных оценок оптимальных параметров модели, характеризующих дискретизацию заряда, пространства и времени, с целью адекватного воспроизведения исследуемого физического процесса. В данной работе приводятся некоторые оценки для случая простейшей, ступенчатой, функции усреднения плотности заряда по ячейкам сетки. Аналогичные оценки возможны и для других, более плавных, функций усреднения плотности заряда и других конечно-разностных уравнений. При правильном выборе параметров численное моделирование позволяет рассчитать все необходимые характеристики системы, используемые при разработках.

Некоторые характеристики пушки (например, компоненты выходной скорости пучка) уверенно определяются даже на достаточно грубых моделях, с малым числом частиц и узлов. В то же время расчет таких важных характеристик, как толщина и плотность тока пучка на выходе, требует более тщательного выбора параметров модели и корректного учета свойств эмиссии. Как следует из расчетов, эмиттеры с малым разбросом начальных скоростей испускаемых электронов позволяют сформировать значительно более плотные и однородные пучки.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 П Кирштейн, Г. Кайно, У Уотерс, Формирование электронных пучков, изд. Мир, М., 1970
- 2 Т. П. Кущевская, Я. И. Местечкин, Л. В. Шубин, сб. Тр. I Всесоюзного семинара, ВЦ, ИМ, ИФП СО АН СССР, изд. Наука, Новосибирск, 1967, стр. 178.
- 3 И. М. Блейвас, В. И. Голубцов, В. П. Ильин, Б. Д. Хомутиников, Тр. III Всесоюзного семинара СО АН СССР, ВЦ, Новосибирск, 1970.
- 4 S. G. Lele, J. E. Rose, IEEE Trans., ED-16, № 3, 261 (1969).
- 5 А. С Рошаль, сб. Инженерно-математические методы в физике и кибернетике, Атомиздат, М., вып. 2, 1973, стр. 49.
- 6 Л. А. Вайнштейн, А. С. Рошаль, Лекции по электронике СВЧ (2-я зимняя школа-семинар инженеров), изд. СГУ, Саратов, 1972
- 7 С. К. Годунов, В. С. Рябенький, Введение в теорию разностных схем, Физматгиз, М., 1962.

Московский инженерно-физический институт

Поступила в редакцию
31 июля 1973 г.

ON MONTE-CARLO CALCULATION OF ELECTRON BEAM FORMATION IN CROSSED FIELDS

A. S. Roshal', V. A. Leitan

The method and results of numerical modelling of formation of an electron beam in crossed fields are described. The influence of the model parameters on the results of modelling is investigated. It is shown that the characteristics of the formed beam is essentially dependent on the initial conditions on the cathode.

УДК 621.372.414

К ТЕОРИИ ПУЧКОВ, ДВИЖУЩИХСЯ С УСКОРЕНИЕМ

B. A. Буц

Показано, что ускоренно движущийся пучок неустойчив относительно возбуждения как продольных, так и поперечных волн. При периодическом изменении скорости пучка максимальный инкремент возникает при наличии двойного параметрического резонанса. Найдено, что наличие связи между продольными и поперечными волнами приводит к неустойчивости, обладающей наибольшим инкрементом

При наложении внешнего высокочастотного поля большой интенсивности на пучок или на плазму в них происходит параметрическое возбуждение колебаний. Впервые параметрическая неустойчивость продольных колебаний плазмы, длина волны λ которых значительно меньше длины волны накачки λ_0 ($\lambda_0 \gg \lambda$), была обнаружена Силиным [1]. Механизмом, ответственным за развитие этой неустойчивости, является механизм двухпучковой неустойчивости. В работе [2] Цинцадзе показал, что учет релятивистских эффектов приводит к тому, что неустойчивость развивается и без учета влияния ионов. Механизм развития этой неустойчивости можно понять, если заметить, что частота колебаний электронов во внешнем высокочастотном поле с учетом эффектов релятивизма оказывается зависящей от энергии этих колебаний. Таким образом, мы имеем систему возбужденных неизохронных осцилляторов, неустойчивость которой была показана Гапоновым (см., например, [3]). В работах [4, 5] было показано, что электронные пучки, скорость которых меняется во времени, неустойчивы. Неустойчивость таких пучков можно объяснить следующим образом. Отдельные электроны пучка при своем ускорении излучают электромагнитные волны. Обратное действие этих волн на движение пучка с учетом когерентности излучения частиц в сгустках и когерентности между сгустками приводит к тому, что малые возмущения плотности и электромагнитного поля экспоненциально нарастают, т. е. рассматриваемая неустойчивость обязана связи продольных и поперечных волн. В работах [4, 5] решение задачи было получено для нерелятивистских скоростей пучка и для случая медленного изменения его скорости (ВКБ-приближение).

В настоящей работе мы рассмотрим задачу об устойчивости релятивистского электронного пучка, скорость которого периодически меняется со временем. Причем, изменение скорости может быть как малым, так и большим. Такое движение увеличивает излучение отдельной частицы и приводит к появлению параметрических резонансов, существенно увеличивающих эффективность возбуждения волн. Покажем, что максимальный инкремент развития неустойчивости, обязанной связи продольных и поперечных волн, больше, чем максимальный инкремент неустойчивости, обязанной своим происхождением взаимодействием с ионами [1], и больше, чем максимальный инкремент неустойчивости системы неизохронных осцилляторов [2]. Покажем

также, что наличие двойных резонансов [6] приводит не только к увеличению инкрементов существующих неустойчивостей, но и к возникновению новых.

Рассмотрим электронный пучок радиуса a , однородный по сечению, помещенный в сильное магнитное поле ($H_0 \parallel z$, $\omega_H^2 \gg \omega^2, \omega_b^2$) и движущийся вдоль оси z со скоростью, которая меняется со временем, $v_0 = f(t)$. Для описания устойчивости такого пучка воспользуемся уравнениями Максвелла и гидродинамическими уравнениями движения:

$$\begin{aligned} \text{rot } E &= -\frac{1}{c} \frac{\partial H}{\partial t}, & \text{rot } H &= \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon E) + \frac{4\pi}{c} j, \\ \frac{dp}{dt} &= eE + \frac{e}{c} [\mathbf{vH}], & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } j &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Линеаризуем эти уравнения и выберем зависимость от координат в виде*

$$\begin{aligned} H_\varphi &= \tilde{H}(t) \exp(ik_{\parallel} z) J_1(k_{\perp} r), \\ E_z &= \mathcal{E}_z(t) \exp(ik_{\parallel} z) J_0(k_{\perp} r), \\ E_r &= \mathcal{E}_r(t) \exp(ik_{\parallel} z) J_1(k_{\perp} r). \end{aligned} \quad (2)$$

Считая, что возмущения поля имеют только компоненты H_φ, E_r, E_z , получим для определения $\mathcal{E}_z(t)$ и $\mathcal{E}_r(t)$ два следующих связанных дифференциальных уравнения второго порядка с переменными коэффициентами:

$$\begin{aligned} \Psi' + Q\Psi &= -\omega_b^2 \mathcal{E}_z, \\ (\epsilon_{\perp} \mathcal{E}_r)'' + k_{\parallel}^2 c^2 \mathcal{E}_r &= ik_{\parallel} k_{\perp} c^2 \mathcal{E}_z, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\Psi \equiv \left(\epsilon_{\parallel} \mathcal{E}_z + \frac{k_{\perp}}{ik_{\parallel}} \epsilon_{\perp} \mathcal{E}_r \right)' + ik_{\parallel} v_0 \left(\epsilon_{\parallel} \mathcal{E}_z + \frac{k_{\perp}}{ik_{\parallel}} \epsilon_{\perp} \mathcal{E}_r \right), \quad \Psi' \equiv \frac{d\Psi}{dt},$$

$$\omega_b^2 \equiv \frac{4\pi e \rho_0}{m \gamma_0^3}, \quad \gamma_0^2 \equiv (1 - \beta_0^2)^{-1}, \quad \beta_0 \equiv \frac{v_0}{c}, \quad Q \equiv ik_{\parallel} v_0 + 3 \frac{\gamma_0'}{\gamma_0}.$$

При $k_{\perp} \rightarrow 0$ первое уравнение из (3) описывает продольные волны, второе — поперечные.

Пусть скорость пучка меняется со временем по закону

$$v_0 = v(1 + q \cos 2\tau), \quad (4)$$

где $\tau \equiv \frac{1}{2} \omega_m t$, $q \equiv \frac{eE_m}{m\omega_m v \gamma}$, E_m, ω_m — соответственно амплитуда и частота модулирующего поля.

1. Рассмотрим случай $q \ll 1$. Если пучок проходит через плазму, $\epsilon_{\perp} = 1$, а ϵ_{\parallel} должна быть функцией времени. При выполнении условия $\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{k_{\parallel} v}{\omega} \gamma \ll 1$ изменением ϵ_{\parallel} во времени можно пренебречь. Это нера-

* Если пучок помещен в металлический кожух радиуса a , то k_{\perp} будет определяться из условия $J_0(k_{\perp} a) = 0$.

венство может не выполняться в наиболее интересной области частот $\omega^2 \approx \omega_p^2$, т. е. при $\epsilon_{\parallel} \rightarrow 0$. Однако наличие ϵ_{\parallel} покажет направление, в котором плазма будет влиять на устойчивость пучка.

Решение уравнений (3) будем искать в следующем виде [7]:

$$\mathcal{E}_z = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{2n} e^{i\pi(\mu+2n)}, \quad \mathcal{E}_r = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{2n} e^{i\pi(\mu+2n)}. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (3) и приравнивая члены при одинаковых экспонентах, получим систему алгебраических уравнений относительно C_{2n} и B_{2n} , откуда с точностью до величин, пропорциональных q^2 , найдем следующее дисперсионное уравнение:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\lambda_{2,n} \lambda_{-2,n+1}}{\lambda_{0,n} \lambda_{0,n+1}} = 1, \quad (6)$$

где

$$\lambda_{0,n} \equiv -\frac{\Delta_n}{\epsilon_{\parallel} \Delta_{0,n}}, \quad [\xi + (\mu + 2n)^2 + \xi_b^2],$$

$$\lambda_{-2,n} \equiv -q \left\{ \frac{\Delta_{n-1}}{\epsilon_{\parallel} \Delta_{0,n-1}} [\xi + (\xi + 3\beta^2\gamma^2)(\xi + (\mu + 2n - 2))] + \frac{3}{2} \beta^2 \gamma^2 \xi_b^2 \right\},$$

$$\lambda_{2,n} \equiv q \left\{ \frac{\Delta_{n+1}}{\epsilon_{\parallel} \Delta_{0,n+1}} [\xi + (\xi - 3\beta^2\gamma^2)(\xi - (\mu + 2n - 2))] - \frac{3}{2} \beta^2 \gamma^2 \xi_b^2 \right\},$$

$$\Delta_n \equiv \epsilon_{\parallel} [(\mu + 2n)^2 - k_{\perp}^2 c^2] - k_{\perp}^2 c^2, \quad \Delta_{0,n} \equiv [(\mu + 2n)^2 - k_{\parallel}^2 c^2],$$

$$\xi \equiv \frac{2k_{\parallel}v}{\omega_m}, \quad \xi_b \equiv \frac{2\omega_b}{\omega_m \sqrt{\epsilon_{\parallel}}}.$$

При $q = 0$ дисперсионным уравнением будет равенство нулю одного из множителей знаменателя, все равно какого, так как они полностью равноправны. Пусть $\lambda_{0,0} = 0$. Это уравнение можно переписать в более привычном виде [8]:

$$\frac{\omega_b^2}{\omega^{*2}} + \frac{k_{\perp}^2 c^2}{\omega^2 - k_{\parallel}^2 c^2} = \epsilon_{\parallel}, \quad \mu = \frac{2\omega}{\omega_m}, \quad (7)$$

$$\omega^* = \omega - k_{\parallel} v.$$

Если $\omega_b^2 \ll \omega^2$, легко найти следующие четыре корня уравнения (7):

$$\mu_{1,2}^0 = -\frac{2k_{\parallel}v}{\omega_m} \pm \kappa; \quad (8)$$

$$\mu_{3,4}^0 = \pm \frac{2\omega_0}{\omega_m} \left(1 + \frac{\omega_b^2}{\omega^{*2}} - \frac{k_{\perp}^2 c^2}{\epsilon_{\parallel}^2 \omega_0^2} \right), \quad (9)$$

где

$$\kappa \equiv \frac{2\omega_b}{\omega_m \sqrt{\epsilon_{\parallel} + \frac{k_{\perp}^2}{k_{\parallel}^2} \gamma^2}}, \quad \omega_0 \equiv c \sqrt{k_{\parallel}^2 + \frac{k_{\perp}^2}{\epsilon_{\parallel}}}.$$

Учтем теперь влияние внешнего периодического электрического поля ($q \neq 0$). Будем рассматривать отдельно случаи резонанса на продольных волнах, на поперечных и случай двойного резонанса.

1. Пусть выполняется условие первого параметрического резонанса для медленной и быстрой квазипродольных волн $\mu_1^0 - \mu_2^0 = 2$, т. е. $x = 1$. Тогда для поправки $\delta = \mu_1 - \mu_1^0$ найдем ($k_\perp^2 \ll k_\parallel^2$)

$$\delta = \pm i \frac{3}{4} q \beta^2 \gamma^2. \quad (10)$$

Так как условия резонанса ($x = 1, k_\perp^2 \ll k_\parallel^2$) не содержат k_\parallel , то низкая частота модуляции $(\omega_m = 2 \frac{\omega_{b\parallel}}{\sqrt{\epsilon_\parallel}})$ может возбуждать значительно более высокочастотные колебания ($\omega \approx k_\parallel v$). Это открывает возможность перекачки энергии из низкочастотной области в высокочастотную.

2. При выполнении условий первого параметрического резонанса для поперечных волн $\mu_3^0 - \mu_4^0 = 2$ для $\delta = \mu_3 - \mu_3^0$ имеем

$$\delta = \pm i \frac{3}{2} q \beta^2 \gamma^2 \frac{k_\perp c}{\omega_m \sqrt{\epsilon_\parallel}}. \quad (11)$$

3. Обратимся теперь к наиболее интересному случаю, когда одновременно выполняются два условия первых параметрических резонансов [6] $\mu_1^0 - \mu_2^0 = 2$, $\mu_4^0 - \mu_2^0 = 2$. Из этих условий следует, что $\mu_1^0 = \mu_4^0$, $x = 1$ и $\beta^{-1} \sqrt{1 + k_\perp^2/k_\parallel^2 \epsilon_\parallel} \approx 1$. Для $\delta = \mu_1 - \mu_1^0$ находим

$$\delta^4 = - \left(3q \beta^2 \gamma^2 \frac{k_\perp^2 c^2}{\epsilon_\parallel^2} \frac{\omega_{b\parallel}^2}{k_\parallel v \omega_m^3} \right)^2. \quad (12)$$

Следует заметить, что хотя инкременты в релятивистском случае и растут пропорционально γ^2 или γ , но при $\gamma^2 \gg 1$ $q = \frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta \mathcal{E}}{m^2 c^2 \gamma^3}$ ($\Delta \mathcal{E}$ — изменение энергии пучка под действием модуляции), т. е. эффективность модуляции (q) релятивистского пучка внешним полем значительно уменьшается.

2. Покажем, теперь, что инкремент (10) может быть получен из исходных уравнений (3) и при отсутствии связи между продольными и поперечными волнами ($k_\perp \rightarrow 0$). Действительно, при $k_\perp \rightarrow 0$ из первого уравнения (3) легко получить следующее уравнение:

$$\mathcal{E}_1'' + \frac{1}{\epsilon} \omega_{b\parallel}^2 \mathcal{E}_1 = 0, \quad (13)$$

где

$$\mathcal{E}_1 \equiv \int dt_1 \mathcal{E}_z \exp \left(ik_\parallel \int_{t_1}^{t_2} v_0 dt_2 \right).$$

Если скорость v_0 меняется по закону (4) и $q \ll 1$, то из (13) получим

$$\mathcal{E}_1'' + (a + b \cos 2\pi) \mathcal{E}_1 = 0, \quad (14)$$

где

$$a \equiv \frac{4\omega_b^2}{\varepsilon\omega_m^2}, \quad b \equiv 6 \frac{\omega_b^2}{\varepsilon\omega_m^2} \beta^2 \gamma^2 q.$$

Уравнение (14) — уравнение Матье, решение которого в первой зоне неустойчивости ($a = 1$) имеет вид

$$\mathcal{E}_1 = Ae^{i\tau} \Phi(\tau) + Be^{-i\tau} \Phi(-\tau). \quad (15)$$

Здесь $\Phi(\tau)$ — периодическая с периодом π функция (линейная комбинация функций $Ce_1(\tau)$ и $Se_1(\tau)$), а $\gamma = \frac{b}{2} = \frac{3}{4}\beta^2\gamma^2q$. Легко видеть, что условие параметрического резонанса $\mu_1^0 - \mu_2^0 = 2$ совпадает с условием $a = 1$, а инкремент (11) равен γ .

Из (13) следует, что если мы пренебрежем релятивистскими эффектами, то существует такая замена, при которой уравнение для потенциальных колебаний не содержит переменных коэффициентов. Поэтому неустойчивость продольных колебаний полностью обусловлена релятивистским эффектом зависимости массы от скорости и не связана с взаимодействием продольных и поперечных волн. Тем самым механизм развития этой неустойчивости отличен от механизма, описанного в [4, 5]. Коротко развитие этой неустойчивости можно представить следующим образом. В моменты торможения пучка происходит группирование частиц в сгустки. В следующий момент времени, когда возмущение должно было бы привести к размытию этих сгустков, происходит ускорение пучка внешним полем и масса частиц увеличивается. Затем процесс повторяется.

3. Для пучка малой плотности ($\omega_{b\parallel}^2 \ll \omega^2$) уравнения (3) удобно записать в виде

$$\begin{aligned} (\epsilon_\perp \mathcal{E}_r)'' + c^2 \left(\frac{\epsilon_\perp}{\epsilon_\parallel} k_\perp^2 + k_\parallel^2 \right) \mathcal{E}_r &= - \frac{ik_\perp k_\perp c^2}{\epsilon_\parallel} e_1^- \int_0^t \omega_{b\parallel}^2 dt_1 \int_0^{t_1} \mathcal{E}_z e_1^+ dt_2, \\ \epsilon_\parallel \mathcal{E}_z &= - \frac{k_\perp}{ik_\parallel} \mathcal{E}_r - e_1^- \int_0^t \omega_{b\parallel}^2 dt_1 \int_0^{t_1} \mathcal{E}_z e_1^+ dt_2, \end{aligned} \quad (16)$$

где $e_1^\pm \equiv \exp \left(\pm ik_\parallel \int_0^t v_0 dt_1 \right)$.

Решение уравнений (16) может быть получено без предположения о малости q в формуле (4). Так, если $\omega_{b\parallel}^2 \ll \omega_0^2$, где $\omega_0^2 = c^2(k_\parallel^2 + k_\perp^2/\epsilon_\parallel)$, решение (16) будем искать в виде

$$\mathcal{E}_r = A \exp [\pm i \omega_0 (1 + \delta) t] \quad (\delta \ll 1). \quad (17)$$

Оставляя в (16) члены, пропорциональные только первой степени $\omega_{b\parallel}^2/\omega_0^2$, найдем

$$\begin{aligned} \delta &= - \frac{k_\perp^2 c^2}{2\epsilon_\parallel^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (i)^m J_m(x) \exp \{it [m\omega_m - k_\perp v \mp \omega_0(1+\delta)]\} \times \\ &\times \int_0^t \frac{\omega_{b\parallel}^2}{\omega_0^2} dt_1 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(i)^n J_n(x) \exp \{it_1 [n\omega_m + k_\parallel v \pm \omega_0(1+\delta)]\}}{i [n\omega_m + k_\parallel v \pm \omega_0(1+\delta)]}, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\text{где } x \equiv \frac{k_{\parallel} v}{\omega_m} q.$$

При выполнении условий $m = -n$ и $k_{\parallel} v + n\omega_m \pm \omega_0 = 0$ из (18) получим

$$\delta^3 = \frac{1}{2\varepsilon_{\parallel}^2} \frac{k_{\perp}^2 c^2}{\omega_0^2} \frac{\omega_b^2}{\omega_0^2} [J_n(x)]^2. \quad (19)$$

Если пучок неподвижен (случай плазмы во внешнем переменном электрическом поле), условием резонанса будет $n\omega_m = \pm \omega_0$, а инкремент определяется формулой (19), где величина qv определяет переменную скорость электронов плазмы во внешнем электрическом поле. При этом мы получаем простой и эффективный способ перекачки энергии низкочастотных колебаний (модуляций) в высокочастотные. Продольное волновое число возбуждающих волн определяется из условия максимума $J_n(x)$.

В работах [1, 2] получены следующие величины максимальных инкрементов неустойчивости ($\gamma \equiv \delta\omega$):

$$\gamma = \omega_p \left(\frac{m}{M} \right)^{1/3} [1], \quad \gamma \approx \omega_p \left(\frac{v_E}{c} \right)^2 [2], \quad (20)$$

где M — масса иона, v_E — скорость частиц в поле внешней высокочастотной волны. Положив в (19) $n = 1$, $x \ll 1$, $v_{\phi} = c$ ($k_{\perp} c \sim \omega$), найдем

$$\gamma \approx \omega_p \left(\frac{v_E^2}{c^2} \frac{\omega_m}{\omega_p} \right)^{1/3}. \quad (21)$$

Из (20) и (21) видно, что инкремент неустойчивости, обусловленной связью продольных и поперечных волн, может быть значительно больше инкрементов (20). При $x = n$, что соответствует дополнительному резонансу $v_E = |v_{\phi} - v|$, инкремент неустойчивости оказывается еще большим ($k_{\perp} c \sim \omega$):

$$\gamma \approx \omega_p (\omega/\omega_p)^{1/3}. \quad (22)$$

В работе [6] было показано, что волна, возбужденная в пучке за счет одного из механизмов неустойчивости (например, плазменно-пучковой), модулируя скорость пучка по координате, приводит к возбуждению широкого спектра колебаний. Аналогичные процессы будут протекать и при возбуждении волн, которые способны модулировать скорость пучка во времени. Так как энергия нарастающих волн будет переходить в другие волны, то стадия ее экспоненциального роста будет значительно дольше. При возбуждении поперечных волн нет промежуточного этапа преобразования продольных волн в поперечные. Кроме того, так как поперечные волны легко покидают область возбуждения, то нелинейные эффекты стабилизации будут значительно ослаблены. Все это должно привести к эффективной трансформации энергии пучка в энергию электромагнитных колебаний.

Сформулируем основные результаты работы.

1) Показано, что пучок, движущийся с ускорением, неустойчив относительно возбуждения как продольных, так и поперечных волн (см. (10), (11)). Максимальный инкремент, пропорциональный $\sqrt{E_m}$ (E_m — амплитуда модулирующей волны), получается при выполнении условий двойного резонанса (12). Рассмотрен случай произвольной величины E_m (см. (19)).

2) Найдено, что при воздействии внешнего высокочастотного поля на пучок неустойчивость, обусловленная связью продольных и поперечных волн, развивается значительно быстрее, чем неустойчивости другого типа (см. (20)—(22)).

3. Рассмотрен простой и эффективный способ перекачки энергии низкочастотных колебаний (модуляции) в высокочастотные с помощью пучка или просто плазмы.

Автор благодарит В. И. Курилко за обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. П Силин, ЖЭТФ, 48, 1679 (1965)
2. Н. Л Цинцадзе, ЖЭТФ, 59, 1251 (1970)
- 3 А В Гапонов, М И. Петелин, В К. Юллатов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 10, № 9—10, 1414 (1967).
- 4 В. А. Буц, Письма в ЖЭТФ, 15, вып 1 (1972)
- 5 В. А. Буц, ЖТФ, 17, вып. 4, 709 (1972)
- 6 В. А. Буц, ЖТФ, 43, 2190 (1973).
7. П. В. Блиох, Радиотехника и электроника, 2, № 1, 92 (1957).
8. S. Ramo, Phys. Rev., 56, 276 (1939).
9. В. А. Буц, А. Н. Измайлов, ЖТФ, 43, 2006 (1973).

Поступила в редакцию
24 августа 1973 г.

ON THE THEORY OF BEAMS MOVING WITH ACCELERATION

V. A. Buts

It is shown that an acceleratedly moving beam is unstable with respect to excitation both of longitudinal and transverse waves. With a periodical change in the beam velocity the maximum increment occurs in the presence of double parametric resonance. The relation between longitudinal and transverse waves is shown to lead to the instability having the greatest increment.

УДК 621.372.8

ИМПУЛЬСНЫЙ ВЫСОКОЧАСТОТНЫЙ ПРОБОЙ ВОЗДУХА У ГЕРМЕТИЗИРУЮЩЕЙ МЕМБРАНЫ В ВОЛНОВОДЕ

Э. Н. Каплан, А. К. Калиновский, Ю. А. Лупан, Н. Н. Титов

Рассматриваются вопросы импульсного высокочастотного пробоя герметизированных радиопрозрачной мембраной прямоугольных волноводов и волноводных секций с переменным сечением при давлениях воздуха от десятых долей мм рт. ст. до нормального. Получены выражения и графики, позволяющие рассчитывать критическую напряженность поля в этих устройствах и предельную мощность при импульсном режиме излучения (канализации) электромагнитной энергии. Результаты расчетов сравниваются с данными экспериментальных исследований.

Проблеме импульсного пробоя в неоднородных высокочастотных полях посвящено большое число работ [¹⁻⁵]. Однако многие вопросы, имеющие важное практическое приложение, исследованы недостаточно полно. Известно, например, что основным методом воспрепятствовать возникновению ВЧ разряда внутри волноводного тракта, работающего в условиях пониженных наружных давлений, остается его герметизация и поддержание внутри него избыточного давления воздуха или элегаза. В этих условиях герметизирующие волноводные секции оказываются наименее разрядустойчивыми узлами и определяют электрическую прочность трактов в целом. Тем не менее, достоверных методов расчета электрической прочности герметизированных секций в широком интервале давлений до сих пор не существует. Разработка герметизирующей волноводной секции вообще является сложным делом, поскольку ее характеристики зависят как от способов крепления радиопрозрачных элементов, так и от методов согласования секций с волноводным трактом по коэффициенту стоячей волны (КСВН). Согласование секции с трактом по КСВН, как правило, достигается либо за счет установки в тракт дополнительных согласующих элементов, либо за счет придания радиопрозрачным элементам различных сложных форм, искажающих фронт распространяющейся волны в месте их расположения. Во всех случаях это приводит к появлению локальных перенапряжений из-за возникновения волн высших типов и, как следствие, снижению электрической прочности. Наиболее высокой электрической прочностью поэтому должны обладать герметизирующие секции, в которых поверхность радиопрозрачных элементов совпадает по форме с фронтом основной распространяющейся в тракте волны. Примерами таких идеализированных секций могут служить рассматриваемые в настоящей статье плоская радиопрозрачная мембрана в прямоугольном волноводе, мембрана с поверхностью цилиндрической формы в секториальном волноводе и мембрана с поверхностью сферической формы в пирамидальном волноводе. Их электрическая прочность должна для волноводов данного типа рассматриваться как предельная и может служить мерой качества конкретных конструкций.

В настоящей статье рассчитываются критическая напряженность поля и предельная мощность, пропускаемая идеализированной секцией

каждого типа. При этом под критической понимается такая величина электрической напряженности поля в точке максимума, бесконечно малое превышение которой вызывает ВЧ пробой воздуха у поверхности мембраны, а предельным считается значение мощности, бесконечно малое превышение которого создает в точке максимума критическую напряженность поля. Результаты расчетов сравниваются с данными экспериментов.

УРАВНЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОСТИ ДЛЯ КОНЦЕНТРАЦИИ СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ

Теоретическое исследование зависимости критической напряженности поля от внешних условий основывается на решении уравнения непрерывности для концентрации свободных электронов:

$$\frac{\partial n(r, t)}{\partial t} = [v_i(r, t) - v_a] n(r, t) + D \left[\frac{\partial^2 n(r, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n(r, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 n(r, t)}{\partial z^2} \right]. \quad (1)$$

Здесь [1] $n(r, t)$ — концентрация свободных электронов, $v_i(r, t)$ — частота ионизации воздуха, v_a — частота прилипания свободных электронов, равная

$$v_a = 2,12 \cdot 10^4 \text{ p сек}^{-1}, \quad (2)$$

D — коэффициент диффузии свободных электронов, равный

$$D = \frac{1}{p} \left(29 + 0,9 \frac{E_{\text{эм}}}{p} \right) \cdot 10^4 \text{ см}^2/\text{сек}, \quad (3)$$

r — обобщенная координата, p — давление воздуха в мм рт. ст., $E_{\text{эм}}(r, t)$ — эффективная действующая напряженность поля, зависящая от координат и режима модуляции:

$$E_{\text{эм}}(r, t) = |E_0(r, t)| \sqrt{2 \left[1 + \left(\frac{35,6}{p\lambda} \right)^2 \right]}, \quad (4)$$

λ — длина волны в свободном пространстве, а индекс m означает, что в формуле (3) значение $E_{\text{эм}}$ взято в точке максимума поля. Зависимость v_i от $E_{\text{эм}}$, а следовательно, и от r, t можно описать полученной одним из авторов полуэмпирической формулой, хорошо согласующейся с результатами наших экспериментов по определению зависимости $\frac{v_i}{p} = f \left(\frac{E_{\text{эм}}}{p} \right)$ (рис. 1), а также литературными данными [2]:

$$\frac{v_i}{p} = 2,5 \cdot 10^7 \left[1,45 \left(\frac{E_{\text{эм}}}{p} \right)^{1/2} + 0,01 \left(\frac{E_{\text{эм}}}{p} \right)^{3/2} \right] \exp \left(-\frac{278}{E_{\text{эм}}/p} \right). \quad (5)$$

Если модулирующие импульсы имеют прямоугольную форму, то v_i, D остаются неизменными практически в течение всего времени действия импульса и изменяются после его выключения.

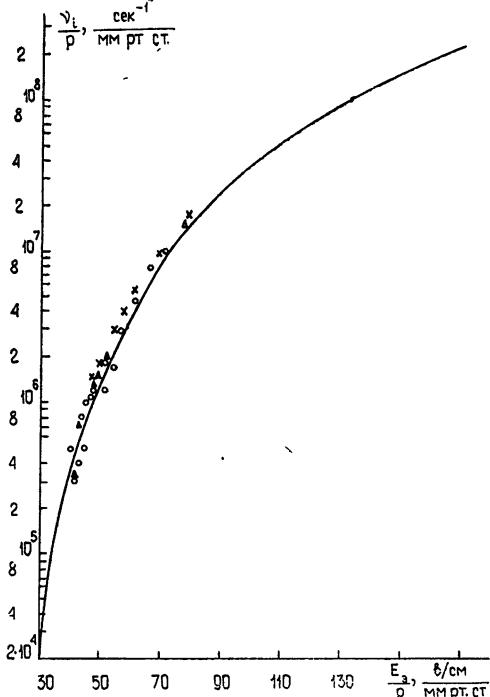
На рис. 1 показаны рассчитанная по формуле кривая и измеренные нами экспериментальные значения v_i/p . При решении уравнения (1) в настоящей статье используется приближенная запись

$$\frac{v_i}{p} = \frac{v_{im}}{p} \left(\frac{E_{\text{эм}}(r)}{E_{\text{эм}} m} \right)^{\beta}, \quad (6)$$

предложенная в работе [3], где

$$\frac{v_{im}}{p}, \quad \beta = \frac{d \lg (v_i/p)}{d \lg (E_3/p)} \quad (7)$$

(рис. 2) отнесены к точке с максимальной напряженностью поля. Представление v_i/p в форме (6) позволяет воспользоваться при решении (1) разложением v_i в окрестности точки с максимальной напряженностью поля в степенной ряд по малому параметру, в качестве которого выбрано отношение размеров разрядной области к поперечным размерам волновода. Пусть основной распространяющейся волной в прямоугольном, секториальном и пирамидальном волноводах будет волна H_{10} , волноводы герметизированы плоской диэлектрической пластиной, а разряд у пластин возникает со стороны положительных z (рис. 3). Тогда в прямоугольном волноводе



$$v_i = v_{im} e^{-\alpha \beta z} \cos^{\beta} \frac{\pi x}{a}, \quad (8)$$

Рис. 1. Зависимость $\frac{v_i}{p} = f \left(\frac{E_3}{p} \right)$.

Расчетная кривая и экспериментальные точки для сантиметрового диапазона длин волн получены методом, аналогичным описанному в [2]; кружки — $\tau = (0,52-10) \cdot 10^{-6}$ сек, $p=5$ мм рт. ст; крестики — $\tau = (0,52+10) \times 10^{-6}$ сек, $p=2$ мм рт. ст.; треугольники — $\tau = 3 \cdot 10^{-6}$ сек, $p=0,55-18$ мм рт. ст.

где $\alpha \ll 1$ характеризует погонные потери. В E - и H -секториальных волноводах в окрестности точки с максимальной напряженностью поля

$$v_i = v_{im} \left(\frac{l}{r} \right)^{\beta/2} \cos^{\beta} \frac{\pi x}{a}, \quad (9)$$

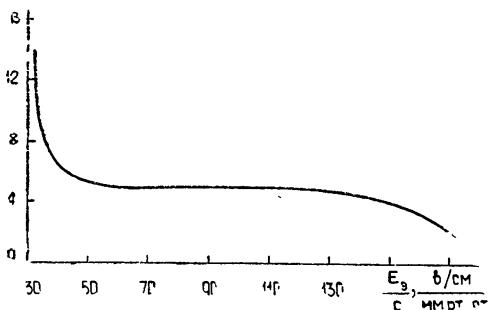


Рис. 2. Зависимость $\beta = f \left(\frac{E_3}{p} \right)$.

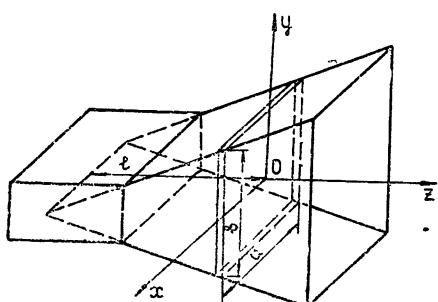


Рис. 3. Выбор системы координат.

а в пирамидальном волноводе в окрестности той же точки

$$\nu_i = \nu_{im} \left(\frac{l}{r} \right)^\beta \cos^\beta \frac{\pi x}{a}. \quad (10)$$

Вследствие малости размеров разрядной области по сравнению с размерами поперечного сечения волновода изменение концентрации электронов у поверхности мембран разной кривизны удается описать общим уравнением. В самом деле, вводя в (9), (10) $z = r - l$, разлагая выражения (8) — (10) в степенные ряды по малым параметрам $\pi x/a, az, z/l$ и сохраняя только старшие члены разложения, находим, что в пределах разрядной области

$$\nu_i \approx \frac{\nu_{im}}{2} \left[\left(1 - \beta \frac{\pi^2 x^2}{a^2} \right) + (1 - d^3 z) \right], \quad (11)$$

где d^3 принимает соответственно значения $2\beta a, \beta/l$ и $2\beta/l$ в зависимости от типа волновода. Поскольку выражение (11) не может быть отрицательным, то $\nu_i \equiv 0$, если

$$|x| > \frac{a}{\pi \sqrt{\beta}}, \quad z \geqslant \frac{1}{d^3}, \quad (12)$$

чем и определяются размеры разрядной области.

Границные условия для n могут быть раздельно сформулированы для каждой из координат:

$$\begin{aligned} n \left(-\frac{a}{2}, y, z, t \right) &= n \left(\frac{a}{2}, y, z, t \right) = n \left(x, -\frac{b}{2}, z, t \right) = \\ &= n \left(x, \frac{b}{2}, z, t \right) = n(x, y, 0, t) = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Кроме того, прилипание электронов, диффундирующих из ограниченной разрядной области во внешнее пространство, с необходимостью приводит к условию

$$n(x, y, z \rightarrow \infty, t) \rightarrow 0. \quad (14)$$

Учитывая соотношения (11), (13) и (14), можно разделить переменные в уравнении (1) подстановкой:

$$n(x, y, z, t) = n_m(t) X(x) Y(y) Z(z) \quad (15)$$

Подставив (11), (15) в (1) и обозначив через k^2 значения ν_{im}/D , отвечающие условиям (13), получим

$$\frac{dn_m}{dt} - \gamma^2 n_m = 0 \quad (16)$$

$$(n_m(0) = n_{m0});$$

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{k^2}{2} \left(1 - \beta \frac{\pi^2 x^2}{a^2} \right) X - \frac{k^2 - k_x^2}{2} X = 0 \quad (17)$$

$$\left(\frac{dX}{dx} \Big|_{x=0} = 0, \quad |x| < \frac{a}{\pi \sqrt{\beta}} \right);$$

$$\frac{d^2X}{dx^2} - \frac{k^2 - k_x^2}{2} X = 0 \quad (18)$$

$$\left(|x| \geq \frac{a}{\pi \sqrt{\beta}}, \quad X\left(-\frac{a}{2}\right) = X\left(\frac{a}{2}\right) = 0 \right);$$

$$\frac{d^2Y}{dy^2} + k_y^2 Y = 0 \quad (19)$$

$$\left(\frac{dY}{dy} \Big|_{y=0} = 0, \quad Y\left(-\frac{b}{2}\right) = Y\left(\frac{b}{2}\right) = 0 \right);$$

$$\frac{d^2Z}{dz^2} + \frac{k^2}{2} (1 - d^3 z) Z - \frac{k^2 - k_z^2}{2} Z = 0 \quad (20)$$

$$(0 \leq z \leq 1/d^3, \quad Z(0) = 0);$$

$$\frac{d^2Z}{dz^2} - \frac{k^2 - k_z^2}{2} Z = 0 \quad (21)$$

$$(z > 1/d^3, \quad Z(z \rightarrow \infty) \rightarrow 0);$$

$$k^2 - \frac{k_x^2}{2} - k_y^2 - \frac{k_z^2}{2} = \frac{\gamma^2 + v_a}{D_m}. \quad (22)$$

Целью решения системы (16) — (22) является определение $k^2 = v_{im}/D_m$. Подробности решения (16) — (22) вынесены в Приложение. Результатом является уравнение

$$\frac{\gamma^2 + v_a + D_m(\pi^2/b^2)}{D_m} = k^2 - \frac{2,22 \sqrt{\beta}}{a} k - 2,15 d^2 k^{4/3}, \quad (23)$$

из которого и может быть вычислено k^2 , если независимым образом определить скорость изменения концентрации электронов в точке с максимальной напряженностью поля:

$$\gamma^2 = \frac{1}{n_m(t)} \frac{dn_m(t)}{dt}. \quad (24)$$

Когда импульсы электромагнитной энергии следуют друг за другом с достаточно большими промежутками времени, ВЧ пробой, если такой наступает, формируется за время, не превышающее длительности импульса τ . Следовательно,

$$\gamma_{od}^2 = \frac{1}{\tau} \ln \frac{n_{m kp}}{n_0}. \quad (25)$$

Величину критической концентрации $n_{m kp}$ можно определить из условия равенства круговой частоты приложенного ВЧ поля частоте плазменных колебаний. Как известно, в этом случае амплитуда проходящего через газоразрядную плазму сигнала становится минимальной, а $n_{m kp} \approx 10^{13}/\lambda^2$. Вследствие того, что $n_{m kp}$ входит в (25) и (23) под знаком логарифма, зависимость E_s/p от λ будет выражена слабо. Например, в сантиметровом диапазоне длин волн при изменении λ в 20 раз E_s/p меняется всего лишь на 5—7% даже тогда, когда γ

много больше, чем v_a и $\frac{\pi^2}{b^2} D_m$. Экспериментальные данные, однако, показывают, что фаза проходящего сигнала начинает меняться при $n_{m\text{ кр}} = 10^8 \text{ см}^{-3}$ [6]. Приняв, что минимальное значение начальной концентрации, необходимое для инициирования электронной лавины в ВЧ поле, $n_0 = 1 \text{ см}^{-3}$, находим

$$\gamma_{\text{од}}^2 = \frac{18,4}{\tau} \text{ сек}^{-1}. \quad (26)$$

Непрерывному излучению соответствуют $\tau \rightarrow \infty$ и $\gamma^2 = 0$.

Подставляя γ^2 в уравнение (23), получаем возможность вычислить k^2 и определить с помощью графика на рис. 1 значение $E_{\text{эм кр}}/p$, соответствующее критической напряженности поля в максимуме.

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ В ИМПУЛЬСНОМ РЕЖИМЕ

Уравнение (23) приходится решать либо методом последовательных приближений, либо графически. Воспользовавшись формулами (2), (3), запишем (23) в удобном для решения виде

$$\begin{aligned} \frac{v_{im}}{p} - \frac{2,22\sqrt{\beta}}{pa} \left(29 + 0,9 \frac{E_{\text{эм}}}{p} \right)^{1/2} \cdot 10^2 \left(\frac{v_{im}}{p} \right)^{1/2} - 2,15 \left(\frac{d^2}{p^{2/3}} \right) \times \\ \times \left(29 + 0,9 \frac{E_{\text{эм}}}{p} \right) \cdot 10^{4/3} \left(\frac{v_{im}}{p} \right)^{2/3} - \left(29 + 0,9 \frac{E_{\text{эм}}}{p} \right) \cdot 10^4 \frac{\pi^2}{(pb)^2} - \\ - 2,12 \cdot 10^4 = \frac{\gamma^2}{p}, \end{aligned} \quad (27)$$

где $\gamma^2 = 0$, если режим разрядообразования непрерывный, $\gamma^2 = 18,4/\tau$, если режим разрядообразования импульсный, $d^3 = 2a\beta$, β/l , $2\beta/l$ — в зависимости от вида ВЧ устройства. Отметим, что с помощью уравнения (27) можно рассчитать и электрическую прочность негерметизированного регулярного волновода. Для этого достаточно положить $d = 0$.

В уравнении (27) заданы параметры ra , pb , pl , $p\tau$, a , l и определены функциональные зависимости $\frac{v_{im}}{p} = f\left(\frac{E_{\text{эм}}}{p}\right)$, $\beta = f\left(\frac{E_{\text{эм}}}{p}\right)$. С помощью уравнения (27) и графика на рис. 1 могут быть определены зависимости $E_{\text{эм кр}}/p = f(p)$ для описанных устройств при разных значениях параметра $p\tau$. Мощность, переносимая волной H_{10} через прямоугольный, секториальный и пирамидальный волноводы, связана с напряженностью поля в сечении известной формулой

$$P = \frac{ab}{1,51} E_{\text{кр}}^2 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2} kBm, \quad (28)$$

в которой a , b — поперечные размеры волновода по наружной стороне герметизирующей пластины.

Подставив в эту формулу

$$E_{\text{кр}} = 0,001 \left(\frac{E_{\text{эм кр}}}{p} \right) p \sqrt{2 \left[1 + \left(\frac{35,6}{p\lambda} \right)^2 \right]} kB/cm, \quad (29)$$

найдем значение предельной мощности для заданного давления в тракте.

Следует помнить, что при $p\lambda > 100 \text{ мкм}$ рт. ст. · см E_0/p должно вычисляться с учетом поправки, график которой проведен в работе [7].

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Экспериментальная проверка предлагаемой методики расчета проводилась для рупоров и волноводных секций, герметизированных плоскими пластинами из пенопласта и фторопластика. Испытуемые устройства размещались в выполненной из оргстекла радиопрозрачной барокамере диаметром 100 см, внутри которой создавалось разрежение до десятых долей мм рт. ст. Среднестатистическое время запаздывания ВЧ пробоя не превышало (в присутствии ионизирующих источников α -частиц на базе ^{239}Pu) двух минут. Возникновение ВЧ разряда фиксировалось по возникновению световой вспышки фотоэлектронным умножителем. Исследования проводились в сантиметровом диапазоне длин волн при давлениях 1—500 мм рт. ст. и длительностях импульсов электромагнитной энергии $1 \cdot 10^{-6}$, $5 \cdot 10^{-6}$ и $1 \cdot 10^{-5}$ сек и частоте повторения 40 Гц. Точность измерения абсолютных значений пробивной мощности составляла по нашей оценке 7—8% с учетом точности измерения потерь в пластинах. Замеры относительного изменения уровня мощности при повышении или снижении давления воздуха велись с помощью прецизионного аттенюатора с более высокой точностью. Результаты некоторых измерений приведены на рис. 4, 5.

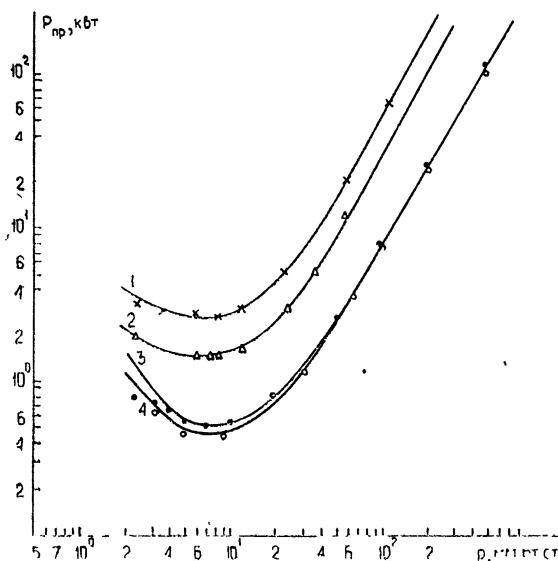


Рис. 4. Зависимость импульсной мощности ВЧ пробоя от давления; расчетные кривые и экспериментальные точки:

1 — в герметизированном E -секториальном рупоре; 2 — в герметизированном волноводе сечением $28,5 \times 12,6 \text{ мм}^2$; 3 — в герметизированном волноводе сечением $28,5 \times 2,5 \text{ мм}^2$; 4 — в регулярном волноводе сечением $28,5 \times 2,5 \text{ мм}^2$.

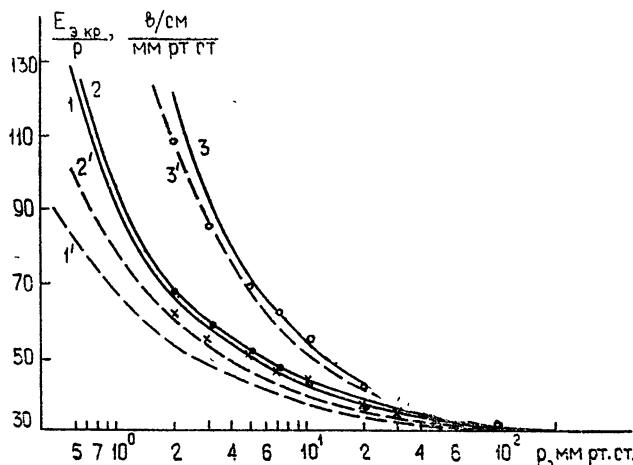
Зависимости $P_{\text{пр}} = f(p)$ для герметизированных волноводной секции сечением $28,5 \times 12,6 \text{ мм}^2$ и E -секториального рупора, вычисленные из уравнения (27), показаны на рис. 4. Здесь же приведены эти зависимости для герметизированной и негерметизированной волноводных секций сечением $28,5 \times 2,5 \text{ мм}^2$, а также результаты экспериментальных измерений. Многочисленные экспериментальные исследования

плоских гермосекций показали, что пробивная мощность их не ниже прочности регулярного волновода, а в области низких давлений за счет поглощающих свойств диэлектрической границы превышает ее.

На рис. 5 показаны совместно зависимости $E_{\text{з кр}}/p = f(p)$, рассчитанные для этих же устройств в приближении постоянного поля из формулы

$$\frac{\gamma_{im}}{p} = Dp \left(\frac{\pi^2}{(pa)^2} + \frac{\pi^2}{(pb)^2} \right) + \frac{\gamma_a + \gamma^2}{p}, \quad (30)$$

и зависимости, вычисленные из уравнения (27).



5. Зависимость критической напряженности поля от давления; расчетные кривые и экспериментальные точки:

1—для E -секториального рупора по формуле (27) и 1'—в приближении равномерного поля; 2—для герметизированного волновода сечением $28,5 \times 12,6 \text{ мм}^2$ по формуле (27) и 2'—в приближении равномерного поля, 3—для герметизированного волновода сечением $28,5 \times 2,5 \text{ мм}^2$ по формуле (27) и 3'—в приближении равномерного поля.

Из сравнения графиков хорошо видно, что при давлениях ниже 20 мм рт. ст. пренебрежение неоднородностью электрического поля приводит к заметным отклонениям расчетных значений $E_{\text{з кр}}/p$ от измеренных экспериментально. Напротив, учет дополнительных составляющих диффузионного потока электронов, возникающих за счет неравномерной ионизации воздуха в различных точках внутри волновода, обеспечивает хорошее совпадение расчетных и экспериментально измеренных значений.

Указанные составляющие диффузионного потока тем значительнее, чем ниже давление воздуха и чем быстрее убывает напряженность поля по сечению волновода и вдоль оси Oz . При давлениях выше 20 мм рт. ст. диффузия перестает играть заметную роль в механизме устранения электронов из разрядной области. В этом случае

$$\frac{\gamma_{im}}{p} = \frac{\gamma_a + \gamma^2}{p} = [2,12 \cdot 10^4 + \frac{18,4}{p}] \quad (31)$$

и $E_{\text{з кр}}/p$ может быть найдено из графика на рис. 1 с учетом оговоренной в работе [7] поправки. Значения $E_{\text{з кр}}/p$ перестают зависеть от крутизны поля и геометрии волновода, когда $\gamma_a + \gamma^2$ становится намного больше частоты диффузионных потерь. Величина предельной мощности

меняется в этом случае пропорционально сечению волновода и примерно пропорционально квадрату давления.

Изложенный метод расчета предельной мощности герметизирующих секций позволяет оценить в процессе проектирования пропускную способность не только волноводных трактов, но и рупорных антенн, построенных на основе секториального и пирамидального волноводов. Учет неоднородного характера распределения поля в сечении волновода или рупора обеспечивает высокую точность определения $P_{\text{пр}}$ при низких давлениях. Решение уравнения (27) не вызывает особых затруднений и может быть легко запрограммировано на ЭВМ, либо выполнено графически, что делает метод достаточно оперативным.

Полученные расчетным путем значения предельной мощности согласуются с измеренными экспериментально в пределах точности измерений. Метод имеет те же ограничения, что и диффузационная теория ВЧ разряда в воздухе.

Авторы признательны С. М. Гутникову и И. И. Слюсаренко за помощь в измерениях.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В дифференциальных уравнениях (17)–(21) спектры собственных значений k_x^2 и k_y^2 являются дискретными, так как интервалы изменения переменных x и y ограничены. Оказывается, что и спектр собственных значений k_z^2 , соответствующий бесконечному в одну сторону интервалу изменения переменной z , также является дискретным (по крайней мере, для нескольких первых значений). Собственные функции каждой из этих задач $X_p(x)$, $Y_q(y)$, $Z_r(z)$. ($p, q, r = 0, 1, 2, \dots$) образуют полные системы взаимно ортогональных функций [8].

Решением уравнения (16) является функция

$$n_m(t) = n_{m0} \exp(\gamma^2 t). \quad (32)$$

Воспользовавшись (15) и (22), можно записать $n_m(t)$ в форме

$$n_m(t) = n_{m0} \exp \left[-\nu_a t + D_m \left(k^2 - \frac{k_x^2}{2} - \frac{k_y^2}{2} - \frac{k_z^2}{2} \right) t \right], \quad (33)$$

а решение уравнения (1)–в виде

$$\begin{aligned} n &= n_{m0} \exp(-\nu_a t + D_m k^2 t) \sum_{p, q, r=0}^{\infty} A_{p, q, r} X_p(x) \times \\ &\times \exp \left(-\frac{D_m k_{xp}^2 t}{2} \right) Y_q(y) \exp(-D_m k_{yq}^2 t) Z_r(z) \exp \left(-\frac{D_m k_{zr}^2 t}{2} \right), \end{aligned} \quad (34)$$

где

$$\begin{aligned} k_{x(p+1)}^2 &> k_{xp}^2, \quad k_{y(q+1)}^2 > k_{yq}^2, \quad k_{z(r+1)}^2 > k_{zr}^2, \\ k_{xp}^2, \quad k_{yq}^2, \quad k_{zr}^2 &\rightarrow \infty \quad (p, q, r \rightarrow \infty); \end{aligned} \quad (35)$$

$Y_q(y)$ дается с точностью до постоянного множителя решением уравнения (19)

$$Y_q(y) = \cos k_{yq} y, \quad (36)$$

где

$$k_{yq}^2 = \frac{\pi(2q+1)^2}{b^2} \quad (q = 0, 1, 2, \dots); \quad (37)$$

$X_p(x)$ определяется с точностью до постоянного множителя из уравнения (17), (18), которое на интервале $\left(-\frac{a}{\pi\sqrt{\beta}} \leq x \leq -\frac{a}{\pi\sqrt{\beta}}\right)$ может быть сведено к каноническому уравнению для вырожденных гипергеометрических функций [9], имеющему два линейно-независимых решения.

Одно из этих решений должно быть опущено как несимметричное относительно точки $x = 0$. Второе, имеющее максимум в точке $x = 0$, запишется в виде

$$X_p(x) = e^{-\sigma\xi^2} M\left(\frac{2\sigma - 1}{8\sigma}; 0,5; 2\sigma\xi^2\right), \quad (38)$$

где

$$\sigma = k/c k_{xp}^2, \quad c = \sqrt{2} a/\pi \sqrt{\beta}, \quad \xi = \sqrt{\frac{k}{c}} \frac{x}{\sqrt{2}\sigma}. \quad (39)$$

В интервалах $\frac{a}{\pi\sqrt{\beta}} \leq |x| \leq \frac{a}{2}$ уравнению (17), (18) удовлетворяет с точностью до постоянного множителя функция

$$X_p(x) = \operatorname{sh} \left[\sqrt{\frac{k^2 - k_{xp}^2}{2}} \left(\frac{a}{2} - |x| \right) \right], \quad (40)$$

так что для обеспечения непрерывности решения (17), (18) в точках $|x| = \frac{a}{\pi\sqrt{\beta}}$ должно выполняться:

$$\begin{aligned} & \frac{2M\left(\frac{5}{4} - \frac{kc/2}{4k^2c^2/k_{xp}^2c^2}; 0,5; \frac{kc}{2}\right)}{M\left(\frac{1}{4} - \frac{kc/2}{4k^2c^2/k_{xp}^2c^2}; 0,5; \frac{kc}{2}\right)} \left(\frac{k^2c^2}{k_{xp}^2c^2} - \frac{kc}{2} \right) = \\ & = \left(\frac{k^2c^2}{k_{xp}^2c^2} - \frac{kc}{2} \right) + \frac{k^3c^3}{k_{xp}^2c^2} + \frac{k^3c^3}{k_{xp}^2c^2} \sqrt{1 - \frac{k_{xp}^2c^2}{k^2c^2}} \times \\ & \times \operatorname{cth} \left[\left(\frac{\pi\sqrt{\beta}}{2} - 1 \right) \frac{kc}{2} \sqrt{1 - \frac{k_{xp}^2c^2}{k^2c^2}} \right]. \end{aligned} \quad (41)$$

Из уравнения (41) установлена зависимость k_x^2 от k^2 , которая с точностью до нескольких процентов описывается формулой

$$\frac{k_{xp}^2}{k^2} = \frac{\sqrt{2}(1+4p)\pi\sqrt{\beta}}{ka} \quad (p = 0,1,2, \dots). \quad (42)$$

Уравнение (20), (21) на интервале $(0 \leq z \leq 1/d^3)$ подстановкой

$$s = \frac{1}{d^2 k^{4/3}} \left(-k^2 d^3 z + \frac{1}{2} k_{zr}^2 \right) \quad (43)$$

сводится к каноническому уравнению для функций Эйри, решение которого, удовлетворяющее условию $n(z=0) = n(s=s_0) = 0$,

где

$$s_0 = \frac{k_{zr}^2}{2d^2 k^{4/3}}, \quad (44)$$

дается с точностью до постоянного множителя выражением

$$Z(s) = U_1(s, 1) - \frac{U_1(s_0, 1)}{U_2(s_0, 1)} U_2(s, 1). \quad (45)$$

Здесь $U_1(s, 1)$, $U_2(s, 1)$ — линейно-независимые функции Эйри [10]. Решение (20)–(21) при $z > 1/d^3$ дается выражением

$$Z\left(z > \frac{1}{d^3}\right) \approx \exp\left(-\sqrt{\frac{k^2 - k_{zr}^2}{2}} z\right). \quad (46)$$

Для того, чтобы решение было непрерывно на всем интервале от 0 до ∞ , в точке $z = 1/d^3$ или $s = s_m = -\frac{1}{2d^2 k^{4/3}} (k^2 - k_{zr}^2)$ должно выполняться:

$$\frac{\sqrt{-s_m} U_1(s_m, 1) - U'_1(s_m, 1)}{\sqrt{-s_m} U_2(s_m, 1) - U'_2(s_m, 1)} = \frac{U_1(s_0, 1)}{U_2(s_0, 1)}. \quad (47)$$

Уравнение (47) позволяет установить зависимость s_0 от s_m или k_{zr}^2 от k^2

Спектр значений $s_0 = s_0(s_m)$ с точностью не хуже 8% может быть представлен набором чисел $s_{0r} = 2,15; 5,5; 7,1; 8,4; 9,5; \dots$. Отсюда следует, что

$$\frac{k_{z0}^2}{k^2} = 4,3 \frac{d^2}{k^{2/3}}, \quad \frac{k_{z1}^2}{k^2} = 8 \frac{d^2}{k^{2/3}} \text{ и т. д.} \quad (48)$$

Подставив k_{xp}^2 , k_{yq}^2 , k_{zr}^2 ($p, q, r = 0, 1, 2, \dots$) в формулу (34), убеждаемся, что функции с высшими номерами быстро затухают. Практически в любой момент времени, кроме начального, концентрация свободных электронов будет описываться функциями $X_0(x)$, $Y_0(y)$, $Z_0(z)$, а соответственно частота ионизации в точке максимума напряженности поля будет определяться минимальным значением $k^2 = k_0^2$. Согласно (22), (37), (42) и (48) это значение может быть найдено из уравнения

$$\frac{\gamma^2 + \nu_a + D_m \frac{\pi^2}{b^2}}{D_m} = k_0^2 - \frac{2,22 \sqrt{\beta}}{a} k_0 - 2,15 d^2 k_0^{4/3}. \quad (23')$$

ЛИТЕРАТУРА

1. A. D. Mac Donald, D. V. Gaskell, H. N. Gitterman, Phys. Rev., 130, № 5, 1841 (1963).
2. W. Sharfman, T. Morita, J. Appl. Phys., 35, № 7, 2016 (1964).
3. M. A. Herlin, S. C. Brown, Phys. Rev., 74, № 8, 910 (1948).
4. A. S. Dunbar, J. Appl. Phys., 35, № 10, 3047 (1964).
5. Е. С. Кухаркин, Б. В. Сестрорецкий, Электрическая прочность волноводных устройств, изд. Высшая школа, М., 1963.
6. В. Е. Голант, А. П. Жилинский, ЖТФ, 30, № 7, 745 (1960).
7. L. Could, L. Roberts, J. Appl. Phys., 27, № 10, 1162 (1956).
8. Н. С. Кошляков, Э. Б. Глиннер, М. М. Смирнов, Уравнения в частных производных математической физики, изд. Высшая школа, М. 1970.

9. Л. Д. ж. Слейтер, Вырожденные гипергеометрические функции, изд. АН СССР, ВЦ, М., 1966.
10. А. Д. Смирнов, Таблицы функций Эйри и специальных вырожденных гипергеометрических функций, изд. АН СССР, ВЦ, М., 1955.

Поступила в редакцию
7 августа 1973 г.

PULSE HF AIR BREAKDOWN IN A WAVEGUIDE WITH HERMETIC MEMBRANE

E. N. Kaplan, A. K. Kalinovskii, Yu. A. Lusan, N. N. Titov

The problems are considered of the pulse HF breakdown of rectangular waveguides and waveguide sections with a variable cross-section hermetized by a radio-transparent membrane under the air pressure from tenths of millimeter mercury column up to the normal. Expressions and graphs are obtained which permit to calculate the critical field strength in these devices and the limit power at the pulse regime of radiation (canalization) of electromagnetic energy. The results of calculations are compared with the experimental data.

**КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ
И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ**

УДК 538.56

**ПОЛУЧЕНИЕ РАДИОИЗОБРАЖЕНИЙ ЗОННЫМИ ПЛАСТИНКАМИ
В МИЛЛИМЕТРОВОМ ДИАПАЗОНЕ**

И. И. Щукин, К. С. Артемов, В. Н. Иванов, Н. В. Котосонов

Формирование радиоизображения имеет определенную специфику, состоящую в том, что размеры системы, формирующей изображение, и наблюдаемые объекты оказываются сравнимыми с длиной волны и при расчете структуры изображения необходимо принимать во внимание его дифракционный характер [1].

В микроволновом диапазоне, как и в оптическом, для целей формирования радиоизображений объекта (или его спектра) в настоящее время используются в основном диэлектрические линзы [1-3].

Применение линз не решает полностью задачи, так как для формирования качественных радиоизображений необходимы линзы с достаточно большими апертурами (даже в коротковолновой части миллиметрового диапазона порядка единиц метров). Изготовление подобных линз связано со значительными технологическими трудностями, линзы имеют большой вес, велики потери в материале. Перспективными эквивалентами линз в микроволновом диапазоне являются зонные пластинки Френеля (ЗП). В настоящей работе исследуется возможность применения ЗП для формирования изображения протяженных объектов в миллиметровом диапазоне электромагнитных волн.

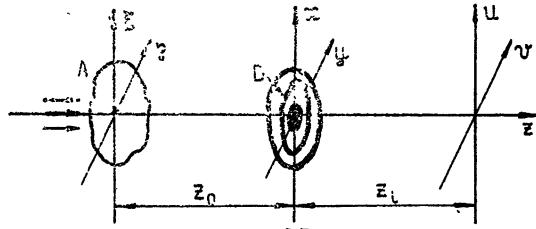


Рис. 1.

Пусть объект, расположенный в плоскости $\xi\eta$ на расстоянии z_0 от ЗП (рис. 1), облучается плоской монохроматической электромагнитной волной. Тогда распределение поля в плоскости uv изображения любого объекта можно представить в виде интеграла [4]

$$E_t(u, v) = \int_A t(\xi, \eta) h(\xi, \eta; u, v) d\xi d\eta,$$

где $t(\xi, \eta)$ — передаточная функция объекта, $h(\xi, \eta; u, v)$ — импульсный отклик системы, формирующей изображение. Интегрирование осуществляется по области A объекта.

Для определения $h(\xi, \eta; u, v)$ допустим, что объект представлен точечным источником в точке с координатами (ξ, η) . В этом случае на ЗП, расположенную в плоскости xy , падает сферическая волна, расходящаяся из точки (ξ, η) . В параксиальном приближении эту волну можно записать в виде

$$E^{(-)} = \frac{1}{j\lambda z_0} \exp \left\{ j \frac{\pi}{\lambda z_0} [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2] \right\}. \quad (1)$$

Временной множитель опущен, λ — длина волн.

Функцию пропускания ЗП представим в виде ряда Фурье (ступенчатая функция пропускания)

$$T(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \frac{\sin \frac{n \pi}{2}}{n \pi} \exp \left[j \frac{n \pi}{\lambda f} (x^2 + y^2) \right], \quad (2)$$

где f — фокусное расстояние ЗП. После прохождения через ЗП распределение поля принимает вид

$$E^{(+)}(x, y) = E^{(-)} T(x, y). \quad (3)$$

В приближении дифракции Френеля импульсный отклик ЗП в плоскости uv выражается интегралом

$$h(\xi, \eta; u, v) = \frac{\exp \left(j \frac{2 \pi z_i}{\lambda} \right)}{j \lambda z_i} \iint_B E^{(+)} \exp \left\{ j \frac{\pi}{\lambda z_i} [(u - x)^2 + (v - y)^2] \right\} dx dy, \quad (4)$$

где интегрирование проводится по площади апертуры ЗП, z_i — расстояние между ЗП и плоскостью uv .

Подставляя (1) — (3) в (4) и воспользовавшись круговой симметрией ЗП, получим

$$h(\xi, \eta; u, v) = \frac{2 k N^2}{(k+1)^2 b^2} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \frac{\sin \frac{n \pi}{2}}{n} \int_0^1 r J_0 \left[\frac{2 \pi N W r}{(k+1) b} \right] \times \\ \times \exp \left[j \pi N r^2 \left(n + \frac{f}{z_0} + \frac{f}{z_i} \right) \right] dr, \quad (5)$$

где $W = \sqrt{(k \xi + u)^2 + (k \eta + v)^2}$, $r = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{b}$ — безразмерные переменные,

$k = z_i/z_0$ — увеличение системы, $N = b^2/\lambda f$ — число зон в ЗП радиуса b , J_0 — функция Бесселя первого рода нулевого порядка, постоянный фазовый множитель опущен.

Для достаточно большого N , вследствие быстрой осцилляции множителя $\exp \left[j \pi N r^2 \left(n + \frac{f}{z_0} + \frac{f}{z_i} \right) \right]$, все интегралы пренебрежимо малы, кроме случая

$$n + \frac{f}{z_0} + \frac{f}{z_i} = 0.$$

В этом случае, полагая $n = -1$ (изображение рассматривается в главной фокальной плоскости), выражение для $h(\xi, \eta; u, v)$ запишем в виде

$$h(\xi, \eta; u, v) = \frac{2 k N^2}{(k+1)^2 b^2} J_1 \left[\frac{2 \pi N W}{(k+1) b} \right] \left[\frac{2 \pi N W}{(k+1) b} \right]^{-1}, \quad (6)$$

что совпадает с импульсным откликом положительной безаберрационной линзы [4].

В работе [5] показано, что ошибка подобного приближения для $N \approx 50$ составляет менее 1% по отношению к интенсивности главного максимума. Для использованной в нашем эксперименте зонной пластинки с 25 зонами эта ошибка не превышает 3%. Экспериментальное исследование радиоизображений, сформированных зонной пластинкой, проводилось на длине волн $\lambda = 8 \text{ мкм}$. В качестве объектов наблюдения использовались плоские металлические отражатели различной формы. Для формирования радиоизображений объектов использовалась зонная пластинка Френеля (со ступенчатой функцией пропускания) диаметром 100 см с фокусным расстоянием 120 см, изготовленная из фольгированного гетинакса. Исследование сформированного радиоизображения производилось путем построчного сканирования плоскости изображения открытым концом волновода. Продетектированный сигнал управлял яркостью свечения лампочки накаливания, движущейся синхронно с открытым концом волновода. Запись изображения осуществлялась на фотобумагу. Радиоизображение формировалось в масштабе 1 : 1.

Некоторые экспериментальные данные приведены на рис. 2 (радиоизображение металлического диска, металлического кольца, металлического креста). Радиоизобра-

жение записывалось в режиме зеркального отражения, когда главный лепесток поля после дифракции на объекте попадал в центр приемной апертуры. Приведенные данные наглядно свидетельствуют о том, что ЗП формирует радиоизображение достаточно высокого качества и возможно надежное опознавание плоских объектов по их радиоизображениям (в режиме «зеркального отражения»)

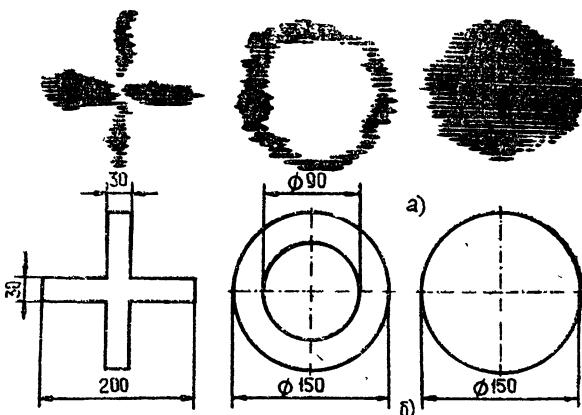


Рис. 2. а) Радиоизображения объектов; б) геометрия объектов.

ЛИТЕРАТУРА

1. К. И. Крылов, Н. А. Львова, Изв. высш. уч. зав. — Приборостроение, № 10, 101 (1967).
2. П. К. Ощепков, В. А. Павельев, И. А. Вайнберг, Э. И. Вайнберг, Радиовидение наземных объектов в сложных метеоусловиях, ЦНИИТЭИ Приборостроения, М., 1969.
3. B. J. Lewin, B. R. Feingold, Electronics, 43, № 17, 82 (1970).
4. А. Марешаль, М. Франсон, Структура оптического изображения, изд. Мир, М., 1964.
5. D. J. Stigliani, R. Mittra, R. G. Semopin, J. Opt. Soc. Amer., 57, 610 (1967).

Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию
28 января 1974 г.

УДК 537.633.4

О ВЫБРОСАХ И МАКСИМУМАХ СЛУЧАЙНОГО ПОЛЯ

Ю. И. Храмцов

Целью настоящей заметки является сравнение среднего на единицу площади числа выбросов $M(z)$ и максимумов $n(z)$ над высоким уровнем z для гауссова однородного изотропного случайного поля. Рассматривается поле логарифма относительной интенсивности $\chi(r)$ пространственно-неограниченной световой волны, распространяющейся в однородной изотропной турбулентной атмосфере.

В [1] рассмотрено среднее число локальных максимумов $n(z)$ при $z \rightarrow \infty$, в [2] было показано, что $n(z)$ при $z \rightarrow \infty$ зависит от $z/\sqrt{B_0}$ и произведения $\xi = \frac{z}{\sqrt{B_0}}\tau$,

где $\tau = \frac{|B_1|}{\sqrt{8B_0B_2}} \ll 1$. Обозначения B_0 , B_1 , B_2 введены в [2], при этом $n(z)$ выходит на асимптотику, полученную в [1] при $\xi \gg 1$; выражение, приведенное в [2] для n , справедливо при $z/\sqrt{B_0} \gg 1$ и произвольных ξ при условии, что членами порядка $\xi\tau$ можно пренебречь. Среднее число выбросов над уровнем z при $z \rightarrow \infty$ вычислено в

[³] с точностью до формфактора. Как и следовало ожидать, при больших z среднее число максимумов совпадает со средним числом выбросов над уровнем z , однако численные значения z , при которых это совпадение практически имеет место, из [^{2, 3}] определить нельзя.

Большой интерес представляет работа [⁴], в которой приводятся простые оценки сверху и снизу для среднего числа выбросов случайного поля над произвольным уровнем $M_{\min}(z) < M(z) < M_{\max}(z)$.

Пользуясь формулами из [⁴] для M_{\min} и M_{\max} в обозначениях [²], легко получить, пренебрегая членами порядка ξ^2 ,

$$M_{\min}(z) = \frac{2\xi}{\pi^{3/2}} \sqrt{\frac{B_2}{B_0}} \exp\left(-\frac{1}{2}y^2\right), \quad y = \frac{z}{\sqrt{B_0}}; \quad (1)$$

$$M_{\max}(z) = \frac{1}{\pi^2} \sqrt{\frac{3B_2}{2B_0}} \exp\left(-\frac{1}{2}y^2\right) \left\{ \exp\left(-\frac{2}{3}\xi^2\right) + \xi \sqrt{\frac{2\pi}{3}} \left[1 + H\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\xi\right) \right] \right\}. \quad (2)$$

При этом $M_{\min}(z)$ имеет ясный физический смысл. Пересечение поверхности $\chi(r)$ с плоскостью $z = \text{const}$ приводит к появлению в этой плоскости замкнутых контуров. Если внутри такого контура нет других контуров, то он называется контуром первого рода, при этом $M_{\min}(z)$ равно среднему числу контуров первого рода на единицу площади.

Для $n(z)$ из [²] легко получить формулу при $z \gg \sqrt{B_0}$, т. е. при $y \gg 1$:

$$n(z) = \sqrt{\frac{B_2}{\pi^3 B_0}} \exp\left(-\frac{1}{2}y^2\right) \left\{ \frac{\exp\left(-\frac{2}{3}\xi^2\right)}{2\sqrt{3}\xi} \left[1 + H\left(\sqrt{\frac{\xi}{3}}\right) \right] + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\xi^2) + \right. \\ \left. + \xi [1 + H(\xi)] \right\}. \quad (3)$$

Для численного сравнения M_{\min} , M_{\max} и n введем отношения

$$f(\xi) = \frac{n(z)}{M_{\max}(z)}, \quad g(\xi) = \frac{n(z)}{M_{\min}(z)}, \quad \varphi(\xi) = \frac{M_{\max}(z) - M_{\min}(z)}{M_{\max}(z)},$$

$$\Delta n = \exp\left(\frac{1}{2}y^2\right) n \sqrt{\frac{\pi^3 B_0}{B_2}},$$

Таблица значений f , g , φ , Δn для различных ξ приведена ниже.

Таблица 1

ξ	Δn	f	g	φ
0,1000	3,7240	4,6808	18,6200	0,7486
0,2000	2,3743	2,6110	5,9358	0,5601
0,3000	1,9968	1,9338	3,3263	0,4186
0,4000	1,8669	1,6047	2,3336	0,3124
0,5000	1,8432	1,4145	1,8432	0,2326
0,6000	1,8766	1,2938	1,5639	0,1727
0,7000	1,9462	1,2124	1,3901	0,1278
0,8000	2,0412	1,1555	1,2758	0,0943
0,9000	2,1556	1,1147	1,1976	0,0692
1,0000	2,2853	1,0848	1,1426	0,0506
1,1000	2,4275	1,0628	1,1034	0,0368
1,2000	2,5801	1,0465	1,0751	0,0266
1,3000	2,7415	1,0343	1,0544	0,0191
1,4000	2,9102	1,0252	1,0394	0,0136
1,5000	3,0850	1,0184	1,0283	0,0097
1,6000	3,2650	1,0134	1,0203	0,0068
1,7000	3,4492	1,0096	1,0146	0,0048
1,8000	3,6368	1,0069	1,0102	0,0033

Из табл. 1 видно, что $f > 1$, т. е. число максимумов больше, чем число выбросов, значит, на один выброс приходится при малых ξ несколько максимумов при любых немалых y , таких, что можно пользоваться (3) (оценки показывают, что при $y = 3$ формула (3) справедлива с точностью $\sim 5\%$, при больших y точность (3) возрастает).

Однако уже при $\xi \geq 0.7 \div 0.8$ практически $f \approx 1$, т. е. на каждый выброс приходится один максимум. Из таблицы видно, что при малых ξ M_{\max} и M_{\min} дают грубые пределы для числа выбросов M , так как разница между M_{\max} и M_{\min} сравнимо с M_{\max} . При $\xi \geq 0.7 \div 0.8$ отличие M_{\max} от M_{\min} порядка 10% от M_{\max} так что при $\xi \geq 0.7 \div 0.8$, $y \geq 3$ в качестве оценки для числа выбросов можно выбрать с хорошей точностью M_{\max} , M_{\min} или n . Используя приведенные в табл. 1 значения g , можно видеть, что при $\xi \geq 0.8 \div 0.9$ среднее число максимумов совпадает с числом выбросов первого рода, при малых ξ среднее число максимумов больше числа выбросов первого рода, т. е. имеется существенное количество выбросов с несколькими максимумами.

В заключение автор выражает признательность В. И. Татарскому за руководство работой.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. П. Носко, Советско-японский симпозиум по теории вероятностей, сб. трудов, Новосибирск, 1969 г., стр. 209.
2. Ю. И. Храмцов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 16, № 8, 1221 (1973).
3. В. Ф. Бункин, К. С. Гочелашили, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 11, № 12, 1864 (1968).
4. Ю. К. Беляев, А. А. Свешников, В. П. Носко, Теория вероятностей и математическая статистика, 6, 24 (1972).

Институт физики атмосферы
АН СССР

Поступила в редакцию
11 января 1974 г.

УДК 538.574.4

ЭФФЕКТ УСИЛЕНИЯ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ ПРИ ОТРАЖЕНИИ ВОЛН ОТ ШЕРОХОВАТЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ, ПОМЕЩЕННЫХ В СЛУЧАЙНО- НЕОДНОРОДНУЮ СРЕДУ

А. Г. Виноградов

В [1] рассмотрен эффект усиления обратного рассеяния на телах, помещенных в случайно-неоднородную среду. Там же отмечено, что аналогичный эффект должен наблюдаться и при отражении от шероховатых поверхностей, если первичная и рассеянная волны искажаются объемными неоднородностями среды, окружающей неровную поверхность. Рассеяние волн статистически неровной поверхностью в таких условиях изучалось в работе [2], но при этом было неявно предположено, что турбулентный слой искажает лишь падающую волну, а отраженную не искажает. Поэтому в [2] усиление обратного рассеяния обнаружено не было. Ниже дается количественное описание этого явления в указанных условиях.

Метод Кирхгофа [3, 4] дает для рассеянного поля $u(r_1)$ выражение

$$u(r_1) = \frac{1}{4\pi} \int_S V(r') \frac{\partial}{\partial n} [g(r_1, r') u_0(r')] d\Omega r', \quad (1)$$

где $u_0(r')$ — искаженное крупномасштабными неоднородностями среды первичное поле на неровной поверхности S (в дальнейшем будем считать первичное поле направленной сферической волной), $V(r')$ — локальное значение коэффициента отражения, $\frac{\partial}{\partial n}$ — производная в направлении внешней нормали. Влияние случайных неоднородностей на отраженную волну описывается в (1) случайной функцией Грина $g(r_1, r')$ [5]. Подобно тому, как это сделано в [1], представим функцию Грина $g(r_1, r')$ и первичное поле $u_0(r')$ в виде

$$g(r_1, r') = g_0(r_1, r') W(r_1, r'), \quad g_0(r, r') = \frac{\exp(ik|r - r'|)}{|r - r'|}; \quad (2)$$

$$u_0(r') = A_0(r_0, r') g_0(r_0, r') W(r_0, r'), \quad (3)$$

где через r_0 обозначен радиус-вектор источника, а через $A_0(r_0, r')$ — амплитуда первичной волны в отсутствие неоднородностей. Случайные факторы $W(r_1, r') \equiv W_1$ и $W(r_0, r') \equiv W_0$ описывают искажения сферической волны, вызванные средой на трассах $r_1 \rightarrow r'$ и $r_0 \rightarrow r'$ соответственно. В (3) использован такой же фактор, как и в (2), что возможно, если диаграмма направленности первичной волны настолько широка, что ее уширением из-за случайных неоднородностей можно пренебречь.

Используя (2) и (3) для рассеянного поля, получаем выражение

$$u(r_1) = \frac{1}{4\pi} \int_S V(r') \frac{\partial}{\partial n} [A_0 W_0 W_1 g_0(r_1, r')] d^2 r', \quad (4)$$

отличающееся от соответствующего значения в вакууме [3, 4] только тем, что в данном случае амплитуда «первичной» волны $A_0 W_0 W_1 g_0(r_0, r')$ случайна. Однако масштаб изменения случайной амплитуды $A_0 W_0 W_1$ — порядка радиуса когерентности l_k падающей волны*, и ее статистика не зависит от статистики поверхности. Это позволяет воспользоваться формулой некогерентного сложения интенсивностей [1], после чего осуществить усреднение по ансамблю реализаций среды. Условия применимости полученного таким способом выражения для интенсивности рассеянного поля совпадают с вакуумными, в которых произведена замена масштаба изменения амплитуды на l_k .

В случае высоких по сравнению с длиной волны неровностей ($k \sigma \gg 1$, σ — среднеквадратичная высота неровностей) средняя интенсивность поля, рассеянного абсолютно мягкой или абсолютно жесткой поверхностью, равна

$$I = \int_{S_0} \frac{A_0^2 N(r')}{|r_1 - r'|^2 |r_0 - r'|^2} \Sigma(q) d^2 r', \quad (5)$$

где интегрирование производится по подстилающей плоскости S_0 , а через $\Sigma(q)$ обозначено сечение рассеяния единичной шероховатой площадки, которое выражается через характеристические функции неровной поверхности f_{2z} и f_{1z} :

$$\Sigma(q) = \frac{q^4}{16\pi^2 q_z^2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(iq_z \rho) [f_{2z}(q_z - q_z; \rho) - f_{1z}(q_z) f_{1z}(-q_z)] d^2 \rho, \quad (6)$$

причем локальный вектор рассеяния q в (6) равен

$$q = (q_\perp, q_z) = k \left(\frac{r_1 - r'}{|r_1 - r'|} + \frac{r_0 - r'}{|r_0 - r'|} \right), \quad (7)$$

а ось z выбрана перпендикулярно к подстилающей плоскости S_0 .

Формула (5) отличается от соответствующего выражения для вакуума наличием множителя

$$N(r') = \langle |W(r_0, r')|^2 |W(r_1, r')|^2 \rangle, \quad (8)$$

который описывает флуктуации интенсивности волны в случайно-неоднородной среде. Свойства этого множителя подробно изучены в [1], где показано, что при обратном, рассеянии, когда $r_1 = r_0$, фактор N больше единицы: $N = N_0 \equiv \langle |W_0|^4 \rangle > 1$, что следует из очевидного неравенства $\langle |W_0|^4 \rangle > \langle |W_0|^2 \rangle^2 = 1$. Равенство $\langle |W|^2 \rangle = 1$ выражает закон сохранения энергии сферической волны в среде с крупномасштабными случайными неоднородностями. При боковом рассеянии факторы W_0 и W_1 некоррелированы, поэтому $N_{\text{бок}} = \langle |W_0|^2 \rangle \langle |W_1|^2 \rangle = 1$. Если же расстояние $|r_0 - r_1|$ сравнимо с радиусом корреляции l_N амплитуды волны, искаженной неоднородностями среды, то $N < 1$. Отметим, что подобный результат был получен в [6], где исследовалось отражение плоской волны от гладкого зеркала, окруженного случайно-преломляющей средой.

Таким образом, из (5) следует, что интенсивность волны, рассеянной назад, превосходит соответствующее значение в вакууме. Область пространства, где должно

* Медленность множителя $W_0 W_1$ позволяет дать еще одну интерпретацию выражения (4). Если этот множитель вынести за знак производной по нормали, то (4) формально совпадет с выражением для поля, рассеянного шероховатой поверхностью, каждой точке которой приписан случайный коэффициент отражения.

наблюдаться усиление рассеяния, сосредоточена вблизи источника. Ее размер определен условием, чтобы точка наблюдения и источник были видны из освещенной области поверхности под углом, меньшим $\theta_N \sim l_N/R_0$, где R_0 — расстояние от источника до поверхности (см. рис. 1).

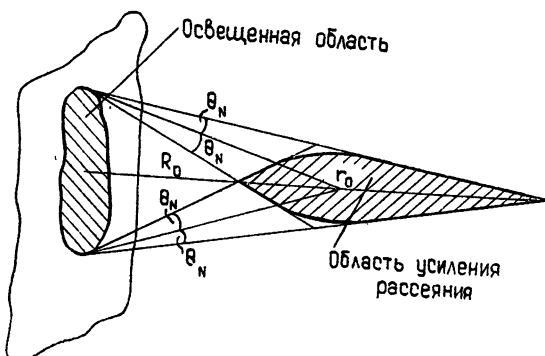


Рис. 1.

Этот эффект оказывается значительным при больших расстояниях между приемником и освещенной областью на поверхности, когда флуктуации уровня волны становятся большими и в среде происходит насыщение флуктуаций интенсивности. В противоположном случае малых флуктуаций уровня фактор усиления N_0 выражается через дисперсию флуктуаций уровня σ_χ^2 : $N_0 = \exp(4\sigma_\chi^2) \approx 1 + 4\sigma_\chi^2$. Таким образом, в этом случае фактор N_0 близок к единице, и эффект усиления обратного рассеяния мал.

В заключение автор выражает свою признательность Ю. А. Кравцову и С. М. Рытову за ряд советов при написании данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Виноградов, Ю. А. Кравцов, В. И. Татарский, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 16, № 7, 1064 (1973).
2. D. F. Greenwood, E. Y. Powers, IEEE Trans., AP-20, № 1, 19 (1972).
3. Ф. Г. Басс, И. М. Фукс, Рассеяние волн на статистически неровной поверхности, изд. Наука, М., 1972.
4. Ю. А. Кравцов, И. М. Фукс, Л. Б. Шмелев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 14, № 6, 854 (1971).
5. Ю. А. Кравцов, З. И. Фейзуллин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 12, № 6, 886 (1969).
6. Н. Г. Денисов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 7, № 2, 378 (1964).

Радиотехнический институт
АН СССР

Поступила в редакцию
3 июля 1973 г.