ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XVI, № 2 РАДИОФИЗИКА 1973

УДК 621.396.67

ВЛИЯНИЕ ФЛУКТУАЦИЙ ФАЗЫ ПРИНИМАЕМОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА РАБОТУ СИНТЕЗИРОВАННОЙ АНТЕННЫ

В. И. Турчин, А. Л. Фогель, Г. А. Шаронов

Рассматривается влияние фазовых флуктуаций принимаемого излучения на диаграмму направленности системы апертурного синтеза, предназначенной для приема некогерентного излучения. Найдены выражения для средней диаграммы направленности и ее среднеквадратичного уклонения для различных моделей фазовых флуктуаций.

В настоящее время в радиоастрономии и радиолокации все чаще находят применение антенны с искусственным формированием раскрыва, использующие принцип апертурного синтеза [1, 2]. При этом в зависимости от того, является ли принимаемое излучение полностью когерентным или, наоборот, полностью некогерентным (но стационарным во времени), имеют место различные схемы формирования искусственного раскрыва. В первом случае для получения искусственного раскрыва используется один приемник, перемещающийся в пространстве [2] (эта ситуация имеет место в когерентной радиолокации); во втором случае используются два приемника, соединенных по схеме мультипликативного интерферометра—один из приемников обычно неподвижен, а другой перемещается в пространстве, такая схема применяется, в основном, в радиоастрономии.

В настоящей работе рассматривается влияние фазовых флуктуаций принимаемого радиоизлучения на систему апертурного синтеза, использующую два приемника (влияние фазовых флуктуаций на систему апертурного синтеза с одним приемником рассмотрено, например, в работах [3, 4]).

При наличии двух приемников, соединенных по схеме мультипликативного интерферометра, выходной сигнал, являющийся функцией расстояния между приемниками x (будем рассматривать для простоты одномерный случай), пропорционален пространственной корреляционной функции принимаемого излучения $W(x)$, носящей название спектра пространственных частот и связанной фурье-преобразованием с угловым распределением интенсивности $I(\xi)$ (ξ — угловая координата) источников, находящихся в дальней зоне [5]. Получаемое путем фурье-анализа измеренного спектра пространственных частот распределение угловой интенсивности $I_c(\xi)$ связано с «истинным» распределением интенсивности $I(\xi)$ через свертку с диаграммой направленности синтезированной антенны $F_c(\xi)$ [6]:

$$I_c(\xi) = I(\xi) * F_c(\xi),$$

которая определяет направленные свойства искусственно сформированной антенны так же, как диаграмма направленности по мощности обычной антенны. В одномерном случае диаграмма направленности синтезированной антенны имеет следующий вид [5]:

$$F_c(\xi) = \int_{-a/2}^{a/2} g(x) \exp\left(2\pi i \frac{\xi}{\lambda} x\right) dx, \tag{1}$$

где $(-a/2;\ a/2)$ — интервал перемещения подвижной антенны, $g(x)$—весовая функция, накладываемая при фурье-анализе на результаты измерений.

Рассмотрим, как будут меняться характеристики синтезированной таким способом апертуры, если принимаемое излучение проходит через среду со случайными флуктуациями показателя преломления. В этом случае мы будем измерять искаженный спектр пространственных частот $\widetilde{W}(x)$:

$$\widetilde{W}(x) = W(x) \exp\{i\,[S(x_0;\ t(x)) - S(x_0 + x;\ t(x))]\}, \tag{2}$$

где $S(x, t)$ — случайный набег фазы плоской волны в точке x в момент времени t, x_0 — координата неподвижного приемника, $x_0 + x$ — координата перемещающегося приемника, $t(x)$ — момент времени, соответствующий расстоянию x между приемниками. При этом мы пренебрегаем размерами апертуры приемных устройств, а также считаем, что принимаемое излучение падает в узком интервале углов. В результате фурье-анализа спектра $\widetilde{W}(x)$ мы получаем искаженное распределение угловой интенсивности излучения $\widetilde{I}_c(\xi)$. Степень «искажения» $\widetilde{I}_c(\xi)$ можно характеризовать, рассматривая случайную диаграмму направленности синтезированной антенны $\widetilde{F}_c(\xi)$:

$$\widetilde{I}_c(\xi) = I(\xi) * \widetilde{F}_c(\xi), \tag{3}$$

аналогично тому, как это делается для обычных антенн [7]. Введенная таким образом случайная диаграмма направленности имеет следующий вид*:

$$\widetilde{F}_c(\xi) = \int_{-a/2}^{a/2} g(x) \exp\left\{2\pi i \frac{\xi}{\lambda} x + i\,[S(x_0;\ t(x)) - S(x_0 + x;\ t(x))]\right\} dx. \tag{4}$$

Поведение случайной диаграммы направленности можно описать достаточно полно, рассматривая ее первый и второй моменты, т. е. среднюю диаграмму направленности $\langle \widetilde{F}_c(\xi) \rangle$ и дисперсию

$$\sigma_{F_c}(\xi) = [\langle |\widetilde{F}_c(\xi)|^2 \rangle - |\langle \widetilde{F}_c(\xi) \rangle|^2]^{1/2},$$

характеризующую степень отклонения возможных реализаций от средней диаграммы направленности $\langle \widetilde{F}_c(\xi) \rangle$.

Предположим, что случайный набег фазы $S(x, t)$ распределен по

* Если апертурный синтез осуществляется с помощью одного приемника (в случае когерентного принимаемого излучения), для случайной диаграммы направленности в присутствии фазовых флуктуаций имеет место выражение

$$\widetilde{F}_c(\xi) = \left| \int_{-a/2}^{a/2} g(x) \exp\left[2\pi i \frac{\xi}{\lambda} x + S(x, t)\right] dx \right|^2,$$

рассмотренное в работах [3, 4].

нормальному закону с нулевым средним, а также является процессом со стационарными первыми приращениями по обеим координатам и характеризуется пространственно-временной структурной функцией $D_S(x, t)$. Будем также считать, что приемник движется с постоянной скоростью v, т. е. $t(x) = t_0 + x/v$. Тогда для средней диаграммы направленности синтезированной антенны и ее дисперсии получаются следующие выражения:

$$\langle \tilde{F}_c(u) \rangle = \int_{-a/2}^{a/2} g(x) \exp\left(-\frac{1}{2} D_S(x, 0) + iux\right) dx; \tag{5}$$

$$\sigma_{F_c}(u) = \left\{ \iint_{-a/2}^{a/2} g(x_1)\ g^*(x_2) \left[\exp\left(-\frac{1}{2} B(x_1, x_2)\right) - \right.\right.$$
$$\left.\left. - \exp\left[-\frac{1}{2}[D_S(x_1, 0) + D_S(x_2, 0)]\right]\right] \exp(iu(x_2 - x_1))\, dx_1\, dx_2 \right\}^{1/2}, \tag{6}$$

где

$$u = \frac{2\pi\xi}{\lambda}, \quad B(x_1, x_2) = D_S(x_1, 0) + D_S(x_2, 0) +$$
$$+ D_S\left(0, \frac{x_2 - x_1}{v}\right) + D_S\left(x_2 - x_1, \frac{x_2 - x_1}{v}\right) - D_S\left(-x_1, \frac{x_2 - x_1}{v}\right) -$$
$$- D_S\left(x_2, \frac{x_2 - x_1}{v}\right). \tag{7}$$

Для обычной заполненной апертуры при тех же предположениях относительно случайного набега фазы для средней диаграммы направленности по мощности $\langle \tilde{F}(u) \rangle$ и ее дисперсии $\sigma_F(u) = [\langle \tilde{F}^2(u)\rangle - \langle \tilde{F}(u) \rangle^2]^{1/2}$ имеют место следующие соотношения (см., например, [7]):

$$\langle \tilde{F}(u) \rangle = \int_{-a}^{a} G_a(x) \exp\left(-\frac{1}{2} D_S(x, 0) + iux\right) dx; \tag{8}$$

$$\sigma_F(u) = \left[\iiiint_{-a/2}^{a/2} g_a(x_1)\, g_a^*(x_2)\, g_a(x_3)\ g_a^*(x_4) \times \right.$$
$$\times \exp\left(-\frac{1}{2} B_a(x_1, x_2, x_3, x_4)\right) \exp(iu(x_1 - x_2 + x_3 - x_4)) \times \tag{9}$$
$$\left. \times\, dx_1\, dx_2\, dx_3\, dx_4 - \langle \tilde{F}(u) \rangle^2 \right]^{1/2},$$

где

$$B_a(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{1}{2} \sum_{i, j=1;\ i \neq j}^{4} (-1)^{i+j+1} D_S(x_i - x_j, 0), \tag{10}$$

$g_a(x)$ — амплитудное распределение на раскрыве, $G_a(x)$ — функция автокорреляции амплитудного распределения. Как видно из приведенных выражений, средние диаграммы направленности синтезированной апертуры (5) и заполненной (8) зависят лишь от пространственных характеристик фазовых флуктуаций. Выражения (5) и (8) аналогичны и полностью совпадают, если весовая функция взята в виде функции автокорреляции амплитудного распределения, так что при рассмотрении средней диаграммы направленности синтезированной апертуры достаточно воспользоваться результатами, полученными для обычных заполненных апертур для различных моделей фазовых флуктуаций [7–9]. Различие в поведении случайных диаграмм направленности синтезированной и заполненной апертур должно заключаться в различном поведении дисперсий, что следует хотя бы из того, что дисперсия в случае синтезированной апертуры зависит от пространственно-временных характеристик флуктуаций, в то время как в случае заполненной апертуры —только от пространственных.

Рассмотрим поведение дисперсии диаграммы направленности синтезированной апертуры для некоторых моделей фазовых флуктуаций.

СЛУЧАЙ СТАЦИОНАРНЫХ ФАЗОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ

Структурную функцию $D_S(x, t)$ можно выразить в этом случае через дисперсию фазовых флуктуаций σ_S и двумерный коэффициент корреляции $R_S(x, t)$:

$$D_S(x, t) = 2\sigma_S^2[1 - R_S(x, t)]. \tag{11}$$

Будем далее считать, что $R_S(x, t)$ отличен от нуля на плоскости (x, t) в замкнутой области с центром в начале координат, размеры которой по x и t определяют пространственный и временной радиусы корреляции $\rho_{\text{кор}}$ и $\tau_{\text{кор}}$. Кроме того, с целью упрощения дальнейших выкладок, предположим, что $\sigma_S \ll 1$*. Тогда выражение для дисперсии диаграммы направленности приобретает следующий вид**:

$$\sigma_{F_c}(u) \approx \sigma_S\Bigg\{\iint\limits_{-a/2}^{a/2} g(x_1)g^*(x_2)\Bigg[R_S\left(0, \frac{x_2 - x_1}{v}\right) + R_S\left(x_2 - x_1, \frac{x_2 - x_1}{v}\right) - R_S\left(-x_1, \frac{x_2 - x_1}{v}\right) - R_S\left(x_2, \frac{x_2 - x_1}{v}\right)\Bigg] \times \exp\left(iu(x_2 - x_1)\right) dx_1\, dx_2. \tag{12}$$

Получим из (12) предельные соотношения для случаев больших и малых либо пространственных, либо временных радиусов корреляции:

а) при $\frac{\tau_{\text{кор}} v}{a} \to \infty$ (отсутствие временных изменений показателя преломления) получаем

$$\sigma_{F_c}(u) \to \sigma_S\Bigg[\,|\tilde{F}(u)|^2 + \int\limits_{-a}^{a} G(x) R_S(x, 0)\, e^{iux}\, dx - 2\,\mathrm{Re}\,\tilde{F}^*(u) \int\limits_{-a/2}^{a/2} g(x) R_S(x, 0)\, e^{iux}\, dx\Bigg]^{1/2}, \tag{13}$$

---

* Случай $\sigma_S \ll 1$ часто встречается на практике (см., например, [7, 10]).

** Поведение средней диаграммы направленности в случае стационарных флуктуаций подробно рассмотрено в книге [7].

где $G(x)$ — функция автокорреляции $g(x)$;

б) при $\frac{\tau_{кор} v}{a} \to 0$

$$\sigma_{F_c}(u) \to \sigma_s \sqrt{2\tau_{кор} v} \left[\int_{-a/2}^{a/2} |g(x)|^2 [1 - R_S(x, 0)] \, dx \right]^{1/2} \to 0; \tag{14}$$

в) в случае большого пространственного радиуса корреляции $\frac{\rho_{кор}}{a} \to \infty$ $\sigma_{F_c}(u) \to 0$ и, наконец,

г) при $\frac{\rho_{кор}}{a} \to 0$

$$\sigma_{F_c}(u) \to \sigma_S \left[\int_{-a}^{a} G(x) R_S \left(0, \frac{x}{v}\right) e^{iux} dx \right]^{1/2}. \tag{15}$$

Как видно из полученных предельных соотношений, дисперсия становится малой в двух случаях: при большом пространственном радиусе корреляции и малом временном. Наоборот, при большом временном радиусе корреляции и малом пространственном дисперсия возрастает, стремясь по величине к σ_S.

Сравним полученные результаты с имеющими место для заполненной апертуры. При принятых нами предположениях относительно σ_S, считая для простоты, что амплитудное распределение $g_a(x)$ синфазно и симметрично, получим

$$\sigma_F(u) \approx \sigma_S \left[\iint_{-a/2}^{a/2} g(x_1) g(x_2) R_S(x_1 - x_2, 0) \sin ux_1 \sin ux_2 \, dx_1 \, dx_2 \right]^{1/2}. \tag{16}$$

Как видно из (16), дисперсия $\sigma_F(u) \to 0$ при $\frac{\rho_{кор}}{a} \to \infty$, а также при $\frac{\rho_{кор}}{a} \to 0$ в отличие от синтезированной апертуры. Последнее можно объяснить тем, что в заполненной апертуре каждой пространственной частоте x/λ соответствует набор разнесенных в пространстве интерферометров, образованных из пар элементов поверхности антенны с расстоянием x между элементами в паре, так что при $\frac{\rho_{кор}}{a} \to 0$ в заполненной апертуре для каждой пространственной частоты происходит усреднение по «ансамблю» таких интерферометров, соответствующее усреднению по пространственной координате. В случае синтезированной апертуры каждому положению подвижного приемника соответствует только один интерферометр и усреднения флуктуаций по пространственной координате не происходит.

Таким образом, для синтезированной апертуры наилучшим является случай больших пространственных и малых временных радиусов корреляции, в то время как для обычной антенны «оптимальным» (в смысле сохранения формы диаграммы направленности) является случай как очень больших, так и очень малых пространственных радиусов корреляции.

Анализ выражения (12) для произвольных $\rho_{кор}$ и $\tau_{кор}$ в случае произвольного вида функций $R(x, t)$ и $g(x)$ затруднителен, поэтому мы приведем выражение дисперсии для коэффициента корреляции в виде функции Гаусса

$$R_S(x, t) = \exp\left[-\left(\frac{x^2}{\rho_{\text{кор}}^2} + \frac{t^2}{\tau_{\text{кор}}^2}\right)\right] \tag{17а}$$

и гауссовой весовой функции $g(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{a^2}\right)$ (интегрирование в (12) мы распространим до бесконечности, считая, что $g(x)$ достаточно мала вне интервала, на котором измерен спектр пространственных частот):

$$\sigma_{F_c}(\theta) = \sigma_s\left[\sqrt{\frac{\alpha_\tau^2}{2+\alpha_\tau^2}}\exp\left(-\theta^2\frac{\alpha_\tau^2}{2+\alpha_\tau^2}\right) + \sqrt{\frac{\alpha_\tau^2\alpha_\rho^2}{2(\alpha_\tau^2+\alpha_\rho^2)+\alpha_\tau^2\alpha_\rho^2}}\times\right.$$
$$\times\exp\left(-\theta^2\frac{\alpha_\tau^2\alpha_\rho^2}{2(\alpha_\tau^2+\alpha_\rho^2)+\alpha_\tau^2\alpha_\rho^2}\right) - 2\sqrt{\frac{\alpha_\tau^2\alpha_\rho^2}{1+\alpha_\rho^2+2\alpha_\tau^2+\alpha_\tau^2\alpha_\rho^2}}\times \tag{17б}$$
$$\left.\times\exp\left(-\frac{\theta^2}{2}\frac{\alpha_\tau^2\alpha_\rho^2}{1+\alpha_\rho^2+2\alpha_\tau^2+\alpha_\tau^2\alpha_\rho^2}\right)\right]^{1/2},$$

где $\theta = \frac{au}{2}$, $\alpha_\tau = \frac{v\tau_{\text{кор}}}{a}$, $\alpha_\rho = \frac{\rho_{\text{кор}}}{a}$. В области центра главного лепестка (при $\theta \ll 1$), где дисперсия σ_{F_c} велика (при $\theta \to \infty$ $\sigma_{F_c} \to 0$), σ_{F_c} как функция α_ρ и α_τ монотонно убывает с ростом α_ρ и с уменьшением α_τ. Выражение (17б) может быть использовано для качественного описания поведения дисперсии в случае произвольных $\rho_{\text{кор}}$ и $\tau_{\text{кор}}$ при R_S, близких по форме к (17а).

СЛУЧАЙ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ФАЗОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ

В случае нестационарной модели мы будем характеризовать фазовые флуктуации структурной функцией $D_S(x, t)$, которая не может быть представлена в виде (11). Будем далее полагать, что выполняются условия изотропности и «замороженности» [11], т. е. четырехмерная структурная функция $D_S(\boldsymbol{r}, t)$ может быть представлена в виде

$$D_S(\boldsymbol{r}, t) = D_S(|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{u}t|),$$

где $\boldsymbol{u}$ — вектор скорости ветра. Кроме того, предположим, что вид структурной функции описывается степенным законом $C_S^q|x|^q$. Тогда для двух случаев — скорость ветра направлена вдоль линии движения приемника и перпендикулярно ей — мы получим соответственно

$$D_S(x, t) = C_S^q|x - ut|^q; \tag{18а}$$

$$D_S(x, t) = C_S^q\sqrt{x^{2q} + (ut)^{2q}}. \tag{18б}$$

Для закона Колмогорова — Обухова $q = 5/3$ (об условиях применимости (18а), (18б) для $q = 5/3$ см. [11]). Поведение дисперсии диаграммы направленности синтезированной апертуры* будет в этом случае определяться параметрами $C_S a$ и $\nu = u/v$. Что касается $C_S a$, то физически очевидно, что влияние его на σ_{F_c} одинаково как для синтезирован-

* Поведение средней диаграммы направленности для случая $q = \frac{5}{3}$ подробно разобрано в работах [8, 9].

ной, так и для заполненной апертуры. Это видно непосредственно из (6)—(9): при $C_S a \to 0$ $\sigma_{F_c} \to 0$, при $C_S a \to \infty$ $\dfrac{\sigma_{F_c}}{\langle \tilde{F}_c(0) \rangle} \sim \sqrt{C_S a} \to \infty$.

Рассмотрим поведение дисперсии при малых и больших величинах ν. Если $\nu = 0$ либо 1 в случае структурной функции вида (18 а) (т. е. неоднородности стоят на месте или перемещаются вместе с приемным устройством) или $\nu = 0$ в случае (18 б), выражение для дисперсии приобретает следующий вид:

$$\sigma_{F_c}(u) = \left[\int_{-a}^{a} G(x) \exp\left(-\frac{1}{2} C_S^q |x|^q + iux \right) dx - \right.$$
$$\left. - \left[\int_{-a/2}^{a/2} g(x) \exp\left(-\frac{1}{2} C_S^q |x|^q + iux \right) dx \right]^2 \right]^{1/2}. \tag{19}$$

При больших $\nu (\nu \to \infty)$* рассмотрим два случая: когда скорость ветра направлена вдоль и поперек движения приемника.

В первом случае, воспользовавшись биномиальным разложением $B(x_1, x_2)$, получим (см. (7) и (18 а)):

при $q < 2$

$$B(x_1, x_2) \approx C_S^q [|x_1|^q + |x_2|^q + O(|x_2 - x_1|^{q-2} |\nu|^{q-2})] \to C_S^q (|x_1|^q + |x_2|^q)$$
$$\text{при } |\nu| \to \infty,$$

при $q = 2$

$$B(x_1, x_2) = C_S^2 (x_1 - x_2)^2$$

(дисперсия не зависит от ν). Таким образом, дисперсия стремится к нулю при $|\nu| \to \infty$ и $q < 2$, вообще не зависит от ν при $q = 2$ и $\sigma_{F_c} \to \infty$ при $q > 2$ и $|\nu| \to \infty$, однако $q > 2$, по-видимому, соответствует физически нереализуемой модели турбулентности.

Во втором случае

$$B(x_1, x_2) \approx C_S^q \left[|x_1|^q + |x_2|^q + O\left(\frac{1}{|\nu|^q |x_2 - x_1|^q} \right) \right] \to C_S^q (|x_1|^q + |x_2|^q)$$
$$\text{при } |\nu| \to \infty$$

для любого q и, следовательно, $\sigma_{F_c} \to 0$ при $|\nu| \to \infty$**.

Таким образом, так же, как и в случае стационарных флуктуаций, при малой скорости движения приемника наблюдается усреднение фазовых флуктуаций ($\sigma_{F_c} \to 0$), так что возможные реализации могут мало отличаться от средней диаграммы направленности. Заметим, что синтезированная апертура может выгодно отличаться этим от заполненной, в которой временнóе усреднение может реализоваться лишь за счет небольшой постоянной времени усреднения радиометра.

---

* Этот случай представляет особый интерес для радиоастрномии, где приемник перемещается достаточно медленно.

** Разложение $B(x_1, x_2)$ справедливо всюду, кроме линии $x_1 = x_2$. Однако, при $x_1 = x_2$ $B(x_1, x_2) = 0$ при любых ν, и, таким образом, предельное соотношение $B(x_1, x_2) \to C_S^q (|x_1|^q + |x_2|^q)$ при $|\nu| \to \infty$ сохраняется для любых x_1, x_2.

В заключение авторы выражают благодарность Н. Г. Денисову, Ю. А. Рыжову, Н. М. Цейтлину и Д. В. Королькову за обсуждение настоящей работы и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. М. Цейтлин, Радиотехника и электроника, **15**, № 3, 427 (1970).
2. А. П. Реутов, Б. А. Михайлов, Г. С. Кондратенков, Б. В. Бойко, Радиолокационные станции бокового обзора, изд. Сов. радио, М., 1970.
3. I. A. Develet, IEEE Trans. Aerospace and Navig. Electr., **ANE-11**, № 1, 58 (1964).
4. Грин, Моллер, Зарубежная электроника, № 2, 21 (1963).
5. A. Hewish, Sci. Progr., **53**, № 211, 315 (1968),
6. N. C. Mathur, Radio Sci., **4**, № 3, 235 (1969).
7. Я. С. Шифрин, Вопросы статистической теории антенн, М., 1970.
8. Н. Г. Денисов, Ю. А. Рыжов, Радиотехника и электроника, **9**, № 11, 1944 (1964).
9. А. А. Стоцкий, Н. Д. Умарбаева, Радиотехника и электроника, **15**, № 9, 1787 (1970)
10. R. Hinder, M. Ryle, Mon. Not. Roy. Astr. Soc., **154**, 229 (1971).
11. В. И. Татарский, Распространение волн в турбулентной атмосфере, изд. Наука, М., 1967.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию 7 июля 1971 г, после доработки 11 мая 1972 г.

INFLUENCE OF PHASE FLUCTUATIONS OF RECEIVED RADIATION ON SYNTHESIZED ANTENNA OPERATION

V. I. Turchin, A. L. Fogel', G. A. Sharonov

The influence of phase fluctuations of the received radiation on the beamwidth of the aperture synthesis system designed for receiving the incoherent radiation is considered. Expressions are derived for the average beamwidth and its rms reflection for different models of phase fluctuations.