

УДК 539.121.4

## КИНЕТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ МНОГОУРОВНевой СПИН-СИСТЕМЫ С УЧЕТОМ МАГНИТНОГО ДИПоль- ДИПОЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЖДУ СПИНАМИ

*Л. Л. Гушишвили, Г. А. Волгина*

Методом построения неравновесного статистического оператора получена система макроскопических уравнений баланса для многоуровневой системы с учетом магнитных диполь-дипольных взаимодействий между спинами. Проведен анализ стационарных решений для трехуровневой системы без учета кросс-релаксации.

Необратимые процессы в спиновых системах описываются макроскопическими уравнениями баланса, структура которых мало зависит от конкретной природы физической системы. Эти уравнения можно сформулировать либо в терминах интенсивных термодинамических переменных (температур, химических потенциалов и т. д.), либо в терминах экстенсивных переменных (средних значений энергий подсистем, средних чисел заполнения и т. д.). Переменные такого рода являются сопряженными в смысле неравновесной термодинамики [1].

В настоящей работе мы построим уравнения баланса для специального набора интенсивных макроскопических переменных, описывающих систему взаимодействующих спинов с неэквидистантными энергетическими уровнями в кристалле.

Было показано [2], что неравновесное состояние системы слабо взаимодействующих спинов с эквидистантным спектром (спин-система во внешнем постоянном магнитном поле) может быть описано с помощью двух макроскопических параметров, имеющих смысл температур: так называемые зеeman-температура и температура диполь-дипольного резервуара (ДДР). Динамическими переменными, которым сопряжены эти параметры, являются гамильтониан зеемановского взаимодействия, определяющий энергетический спектр системы, и секулярная часть магнитного  $d-d$ -взаимодействия между спинами, гамильтониан которой коммутирует с зееман-гамильтонианом. Времена, когда становится возможным описание неравновесного состояния с помощью таких температур, должны превышать малый масштаб времени, обусловленный секулярной частью  $d-d$ -взаимодействия [3] (предполагается, что этот масштаб намного меньше времени проявления взаимодействия спин-системы с решеткой).

Для магнитной спин-системы с неэквидистантными уровнями число макроскопических параметров при соответствующих условиях оказывается большим, чем для спин-системы с эквидистантным спектром. Теперь, после первого этапа хаотизации, обязанного секулярной части  $d-d$ -взаимодействия, динамическими переменными, средние значения которых описывают неравновесное состояние, могут быть выбраны операторы населенностей отдельных уровней и энергия ДДР. Секулярная часть  $d-d$ -взаимодействий не меняет макроскопические параметры, сопряженные соответствующим динамическим переменным. Эти величины могут изме-

няться только под действием переменного магнитного поля, спин-решеточного взаимодействия и несекулярной части  $d-d$ -взаимодействия. Уравнения движения для макроскопических параметров неравновесной многоуровневой системы рассматривались в работах [4, 5]. Провоторов впервые исследовал влияние внешнего переменного поля на скорость изменения этих параметров. Нами получены уравнения баланса, аналогичные [4], но с последовательным учетом спин-решеточной релаксации и процессов кросс-релаксации. При расчете был применен метод построения неравновесного статистического оператора, разработанный Зубаревым.

Запишем полный гамильтониан системы:

$$H = H_0 + H_d^0 + H_h + H_l + H'_d + H_{lh} + H_{ll}. \quad (1)$$

Здесь  $H_0 = \sum_j H_0^j$  (индекс  $j$  нумерует частицы) — основной гамильтониан, определяющий энергетические уровни системы. В общем случае спин-системы с неэквидистантным спектром удобно ввести единичные операторы  $P_{mn}^j$  [6], матричные элементы которых в базисе собственных функций  $\psi_m^j$  оператора  $H_0^j$  равны

$$\langle \psi_m^j | P_{mn}^j | \psi_n^j \rangle = \delta_{mm'} \delta_{nn'} \delta_{jj'}. \quad (2)$$

Оператор любой физической величины одночастичного типа может быть представлен в виде линейной комбинации операторов  $P_{mn}^j$ :

$$A = \sum_{j, m, n} A_{mn}^j P_{mn}^j, \quad (3)$$

где  $A_{mn}^j = \langle \psi_m^j | A^j | \psi_n^j \rangle$  — матричные элементы  $A^j$  в соответствующем представлении. Поэтому гамильтониан  $H_0$  записывается как

$$H_0 = \sum_{j, m} E_m P_{mn}^j. \quad (4)$$

Здесь  $E_m$  — собственное значение  $H_0^j$  в состоянии, описывающемся волновой функцией  $\psi_m^j$ . Заметим, что  $\sum_i P_{mn}^j \equiv N_m$  являются операторами числа частиц в состоянии  $|\psi_m^j\rangle$ .

Существующее между спинами магнитное  $d-d$ -взаимодействие с гамильтонианом  $H_d$ , которое предполагается существенно меньшим расщепления уровней, разбито по отношению к основному гамильтониану  $H_0$  на секулярную и несекулярную части. В (1) они обозначены соответственно  $H_d^0$  и  $H'_d$ .

Часть  $H_d^0$ , коммутирующая с  $H_0$ , не меняет основной энергии спин-системы и населенности энергетических уровней.  $H'_d$  изменяет эту энергию и обычно соответствует маловероятным процессам, но при определенных условиях из нее можно выделить члены, которые обусловливают эффекты кросс-релаксации, т. е. процессы, когда малые изменения  $H_0$  компенсируются изменением энергии ДДР.

$H_l$  и  $H_h$  в (1) — гамильтонианы решетки и внешнего радиочастотного поля соответственно (внешнее поле рассматривается как квантовая подсистема с бесконечной температурой [7]);  $H_{lh}$  описывает взаимодействие спинов с переменным полем и в общем случае имеет вид

$$H_{lh} = \sum_{\alpha} h^{\alpha} I^{\alpha}, \quad (5)$$

$I^\alpha$  — оператор  $\alpha$ -компоненты полного спина  $I$  ( $\alpha = x, y, z$ );  $h^\alpha$  — операторы, описывающие переменное поле;  $H_{ll}$  — гамильтониан взаимодействия спин-системы с решеткой, который был взят в общем виде [8]:

$$H_{ll} = \sum_\alpha V^\alpha L^\alpha, \quad (5a)$$

где  $V^\alpha$  — спин-операторы, а  $L^\alpha$  — операторы решетки.

Рассмотрим систему спинов в слабых переменных магнитных полях, когда выполняется условие  $H_1^0 \ll H_{\text{лок}}$  (случай Провоторова). Здесь  $H_1^0$  — амплитуда внешнего переменного поля, а  $H_{\text{лок}}$  — амплитуда внутреннего магнитного поля. Тогда в качестве динамических переменных всей системы могут быть выбраны следующие операторы физических величин:  $(2I+1)$  операторов населенности энергетических уровней  $N_m$ , а также гамильтонианы  $H_d^0$ ,  $H_h$  и  $H_l$ . Макроскопические параметры, сопряженные средним значениям соответствующих динамических переменных, обозначим как  $n_m$ ,  $\beta_d$ ,  $\beta_h$  и  $\beta_l$ . Три последние величины представляют собой обратные значения температур ДДР, магнитного поля и решетки (считаем, что  $\beta_h \rightarrow 0$ , так как  $T_h \rightarrow \infty$ ). Остальные члены гамильтониана (4) рассмотрим как малое возмущение.

Уравнения движения для операторов выбранных макроскопических переменных имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{dN_m}{dt} &= \frac{1}{i\hbar} [N_m, H_{ll} + H_{lh} + H_d^0] \equiv K_m, \\ \frac{dH_d^0}{dt} &= \frac{1}{i\hbar} [H_d^0, H_{ll} + H_{lh} + H_d^0] \equiv K_d, \\ \frac{dH_h}{dt} &= \frac{1}{i\hbar} [H_h, H_{lh}] \equiv K_h, \\ -\frac{dH_l}{dt} &= \frac{dH_h}{dt} + \sum_m E_m \frac{dN_m}{dt} + \frac{dH_d^0}{dt} \equiv K_l \end{aligned} \quad (6)$$

— всего  $(2I+1)+3$  уравнений. Последнее уравнение в (6) записано на основании закона сохранения энергии:

$$H_0 + H_d^0 + H_h + H_l \approx \text{const}. \quad (7)$$

Следуя схеме построения неравновесного статистического оператора для стационарного случая [1], в приближении высоких температур относительно спиновой энергии имеем

$$\begin{aligned} \rho_{\text{ст}} &= \left\{ 1 - \sum_m n_m N_m - \beta_d H_d + \int_0^1 d\lambda \int_{-\infty}^0 dt e^{\beta_t t} \exp(-\lambda \beta_l H_l) \times \right. \\ &\times \left[ \sum_m (n_m - n_m^0) K_m(t) + (\beta_d - \beta_l) K_d(t) - \beta_l K_h(t) \right] \times \\ &\times \exp(\lambda \beta_l H_l) \} \exp(-\beta_l H_l) / \text{Sp} \exp(-\beta_l H_l). \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $K_n(t)$  — операторы  $K_n$  в представлении Гайзенберга, а  $n_m^0 = \beta_l E_m$ . С помощью статистического оператора (8) можно получить следующие выражения для средних значений динамических переменных и средних потоков;

$$\bar{N}_m = \text{Sp} \rho_{ct} N_m = \frac{N}{2I+1} (1 - n_m), \quad (9)$$

$$\bar{H}_d^0 = \text{Sp} \rho_{ct} H_d^0 = -\beta_d \langle (H_d^0)^2 \rangle;$$

$$\bar{K}_m = \text{Sp} \rho_{ct} K_m = \sum_{m'} L_{mm'} (n_{m'} - n_{m'}^0) + L_{md} (\beta_d - \beta_l), \quad (10)$$

$$\bar{K}_d = \text{Sp} \rho_{ct} K_d = \sum_m L_{dm} (n_m - n_m^0) + L_{dd} (\beta_d - \beta_l),$$

где  $\langle \dots \rangle = \text{Sp} (\dots) (\text{Sp} 1)^{-1}$ , а

$$L_{nk} = \int_{-\infty}^0 dt e^{et} \frac{1}{\beta_l} \int_0^{\beta_l} \text{Sp} \rho_l K_n \exp(-\lambda H_l) K_k(t) \exp(\lambda H_l) d\lambda, \quad (11)$$

$$\sum_m \bar{N}_m = N, N - \text{общее число спинов в образце. В (11)}$$

$$\rho_l = \exp(-\beta_l H_l) / \text{Sp} \exp(-\beta_l H_l).$$

В стационарном случае  $n_m$ ,  $\beta_d$ ,  $\rho_{ct}$ , а также величины (9) и (10) не зависят от времени.

Предположим, что соотношения (9) и (10) остаются справедливыми и тогда, когда  $n_m$  и  $\beta_d$  медленно меняются со временем. Это допущение физически соответствует рассмотрению квазистационарного процесса изменения макроскопических параметров, когда пренебрегают дисперсией кинетических коэффициентов. Проводя усреднения в (9) и (10) с помощью статистического оператора (8) и учитывая, что  $\frac{d\bar{H}_n}{dt} = \frac{d\bar{H}_n}{dt} = \bar{K}_n$ , получим следующую систему дифференциальных уравнений, описывающую изменение со временем макроскопических параметров:

$$\begin{aligned} \frac{dn_m}{dt} = & - \sum_{m'} \frac{n_{m'} - n_{m'}^0}{T_{mm'}} + \frac{\beta_d - \beta_l}{T_{md}} - \sum_{m'} \left\{ [(n_m - n_{m'}) + \right. \\ & \left. + (E_{m'} - E_m + \hbar\omega) \beta_d] \sum_a W_{mm'}^{aa} (\omega_{m'm} + \omega) + [(n_m - n_{m'}) + \right. \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & + (E_{m'} - E_m - \hbar\omega) \beta_d] \sum_a W_{mm'}^{aa} (\omega_{m'm} - \omega) \right\} - \sum_{m', n, l} \left\{ (n_m - n_{m'}) - \right. \\ & \left. - (n_l - n_n) + [(E_{m'} - E_m) - (E_n - E_l)] \beta_d \right\} \sum_{j, k} W_{m, n; m', l}^{jk} (\omega_{m'm} - \omega_{nl}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\beta_d}{dt} = & \sum_m \frac{n_m - n_m^0}{T_{dm}} - \frac{\beta_d - \beta_l}{T_{dd}} - \frac{N}{(2I+1) \langle (H_d^0)^2 \rangle} \sum_{m, m'} \left\{ [(n_m - n_{m'}) + \right. \\ & \left. + (E_{m'} - E_m + \hbar\omega) \beta_d] (E_{m'} - E_m + \hbar\omega) \sum_a W_{mm'}^{aa} (\omega_{m'm} + \omega) + \right. \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & + [(n_m - n_{m'}) + (E_{m'} - E_m - \hbar\omega) \beta_d] \times \\ & \times (E_{m'} - E_m - \hbar\omega) \sum_a W_{mm'}^{aa} (\omega_{m'm} - \omega) \right\} - \frac{N}{4(2I+1) \langle (H_d^0)^2 \rangle} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times (E_{m'} - E_m - \hbar\omega) \sum_a W_{mm'}^{aa} (\omega_{m'm} - \omega) \right\} \end{aligned}$$

$$\times \sum_{m, m', n, l} \{ (n_m - n_{m'}) - (n_l - n_n) + [(E_{m'} - E_m) - (E_n - E_l)] \beta_a \} \times \\ \times [(E_{m'} - E_m) - (E_n - E_l)] \sum_{l, k} W_{m, n; m', l}^{lk} (\omega_{m'm} - \omega_{nl}).$$

В (12) и (13) приняты следующие обозначения.

1.  $W_{mm'}^{\alpha\alpha} (\omega_{m'm} - \omega)$  — вероятность индуцированного перехода между уровнями  $m$  и  $m'$ , вызванного действием  $\alpha$ -компоненты внешнего переменного магнитного поля частоты  $\omega$  и амплитуды  $H_1^\alpha$ , и определяется формулой

$$W_{mm'}^{\alpha\alpha} (\omega_{m'm} - \omega) = 2\pi |h^\alpha|^2 |\langle m | I_j^\alpha | m' \rangle|^2 f_{mm'}^{\alpha\alpha} (\omega_{m'm} - \omega). \quad (14)$$

Здесь  $\langle m | I_j^\alpha | m' \rangle$  — матричные элементы оператора  $I_j^\alpha$ ,  $\omega_{m'm} = \frac{E_{m'} - E_m}{\hbar}$ , а функция формы линии  $f_{mm'}^{\alpha\alpha} (\omega_{m'm} - \omega)$  дается отношением

$$f_{mm'}^{\alpha\alpha} (\omega_{m'm} - \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\langle m' | I_j^\alpha(t) | m \rangle}{\langle m' | I_j^\alpha | m \rangle} \exp [i(\omega_{m'm} - \omega)t] dt \quad (15)$$

где  $I_j^\alpha(t) = \exp(iH_d^0 t) I_j^\alpha \exp(-iH_d^0 t)$ . При вычислении  $W_{mm'}^{\alpha\alpha} (\omega_{m'm} - \omega)$  предполагалось, что корреляционные функции, описывающие переменное поле, имеют вид

$$\langle h^\alpha h^\alpha(t) \rangle = 2 |h^\alpha|^2 \cos \omega t, \quad |h^\alpha|^2 = \gamma^2 \hbar^2 (H_1^\alpha)^2. \quad (16)$$

$$2. \quad W_{m, n; m', l}^{lk} (\omega_{m'm} - \omega_{nl}) = \frac{2\pi}{N(2I+1)} |\langle m, n | h'_{jk} | m', l \rangle|^2 \times \\ \times F_{m, n; m', l}^{lk} (\omega_{m'm} - \omega_{nl}) \quad (17)$$

есть вероятность кросс-релаксационных переходов  $j$ -го и  $k$ -го спина, индуцированных несекулярной частью диполь-дипольного взаимодействия. Такие переходы будут иметь заметную интенсивность, если осуществляется условие  $E_{m'} - E_m \approx E_n - E_l$ .

Явный вид гамильтонiana несекулярной части  $d-d$ -взаимодействия  $h'_{jk}$  может быть определен только при рассмотрении конкретной задачи. Функция  $F_{m, n; m', l}^{lk} (\omega_{m'm} - \omega_{nl})$  записывается как

$$F_{m, n; m', l}^{lk} (\omega_{m'm} - \omega_{nl}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\langle m', l | h'_{jk}(t) | m, n \rangle}{\langle m', l | h'_{jk} | m, n \rangle} \times \\ \times \exp [i(\omega_{m'm} - \omega_{nl})t] dt. \quad (18)$$

3. Релаксационные постоянные  $\frac{1}{T_{mm'}}$ ,  $\frac{1}{T_{md}}$ ,  $\frac{1}{T_{dm}}$  и  $\frac{1}{T_{dd}}$  определяются следующими выражениями:

$$\frac{1}{T_{mm'}} = \pi \sum_{\alpha\alpha'} L^{\alpha\alpha'} (\omega_{m'm}) [ (V_i^\alpha)_{mm'} (V_l^{\alpha'})_{m'm} + (V_i^{\alpha'})_{m'm} (V_l^\alpha)_{mm'} ],$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{T_{md}} = & \pi \sum_{m'} \sum_{\alpha\alpha'} \left\{ (V_i^\alpha)_{mm'} (V_i^{\alpha'})_{m'm} \frac{dL^{\alpha\alpha'}(\omega_{m'm})}{d\omega_{m'm}} \times \right. \\
 & \times \int_{-\infty}^{\infty} (\omega - \omega_{m'm})^2 F_{mm'}(\omega - \omega_{m'm}) d\omega - (V_i^\alpha)_{m'm} (V_i^{\alpha'})_{mm'} \times \\
 & \times \left. \frac{dL^{\alpha\alpha'}(\omega_{mm'})}{d\omega_{mm'}} \int_{-\infty}^{\infty} (\omega - \omega_{mm'})^2 F_{m'm}(\omega - \omega_{m'm}) d\omega \right\}, \\
 \frac{1}{T_{dm}} = & \frac{N}{(2I+1)\langle(H_d^0)^2\rangle} \frac{1}{T_{md}},
 \end{aligned} \tag{19}$$

$$\frac{1}{T_{dd}} = \frac{\pi N}{(2I+1)\langle(H_d^0)^2\rangle} \sum_{\alpha\alpha'} \sum_{mm'} (V_i^\alpha)_{mm'} (V_i^{\alpha'})_{m'm} L^{\alpha\alpha'}(\omega_{m'm}) \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 F_{mm'}(\omega) d\omega.$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 L^{\alpha\alpha'}(\omega_{m'm}) = & \int_{-\infty}^{\infty} \text{Sp } \rho_l L^\alpha L^{\alpha'}(t) \exp(i\omega_{m'm}t) dt, \\
 F_{mm'}(\omega) = & \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(V_i^{\alpha'}(t))_{m'm}}{(V_i^\alpha)_{m'm}} e^{i\omega t} dt.
 \end{aligned} \tag{20}$$

Уравнения (12), (13) полностью определяют изменения параметров  $n_m$  и  $\beta_d$  со временем. Они отличаются от подобных уравнений, полученных Провоторовым [4], учетом возможных кросс-релаксационных процессов в многоуровневой системе. Более последовательно рассмотрены переходы, индуцируемые внешним магнитным полем. Наличие вероятностей  $W_{mm'}^{\alpha\alpha'}(\omega_{m'm} - \omega)$  и  $W_{mm'}^{\alpha\alpha'}(\omega_{m'm} + \omega)$  позволяет применять полученные уравнения для анализа спин-систем с вырожденными уровнями, когда обе круговые составляющие линейно поляризованного радиочастотного поля индуцируют переходы. Последовательный учет спин-решеточной релаксации позволяет получить явные выражения для релаксационных констант  $\frac{1}{T_{mm'}}$ ,  $\frac{1}{T_{dd}}$ ,  $\frac{1}{T_{md}}$ .

В уравнениях работы [4] члены с коэффициентом  $\frac{1}{T_{md}}$  отсутствуют, но при определенных условиях их следует учитывать, например, в случае, когда релаксация обусловлена в основном однофононными процессами [9].

Проанализируем решения уравнений (12), (13) для самого простого трехуровневого спектра. Этот случай осуществляется, например, в отсутствие постоянного магнитного поля для систем ядер, имеющих наряду с магнитным дипольным и электрическим квадрупольным моментом, если спин ядра  $I = 5/2$ . Энергетический спектр при этом определяется взаимодействием квадрупольного момента ядра с электрическим полем кристалла и представляет собой совокупность трех дважды вырожденных уровней (считаем, что тензор градиента электрического поля кристалла аксиально симметричен). В этом случае в уравнениях (12), (13) кросс-релаксационные члены отсутствуют, так как две возможные резонансные линии далеко разнесены друг от друга и нигде не перекрываются (предполагается, что все резонирующие ядра имеют одинаковый квадруполь-

ный момент и находятся в одинаковом кристаллическом поле). Система ядер с отличным от нуля электрическим квадрупольным моментом может иметь трехуровневый спектр и находясь во внешнем магнитном постоянном поле, если спин ядра  $I = 1$ . Если все расстояния между различными уровнями существенно отличаются друг от друга, то и в этом случае также следует пренебречь кросс-релаксационными процессами.

В рассмотренных ситуациях уравнения (12), (13) в терминах  $n_m(t)$  и  $y = \hbar \Delta \beta_d$ , где  $\hbar \Delta = E_2 - E_1 - \hbar \omega$ , а  $\hbar \omega$  для определенности принимается  $\hbar \omega \approx E_2 - E_1$ , будут иметь вид

$$\begin{aligned} \frac{dn_1}{dt} &= -(n_1 - n_2 + y) W(\Delta) + \sum_{m'} \frac{-n_1 + n_{m'}}{T_{1m'}} + \sum_{m'} \frac{n_1^0 - n_{m'}^0}{T_{1m'}}, \\ \frac{dn_2}{dt} &= (n_1 - n_2 + y) W(\Delta) + \sum_{m'} \frac{-n_2 + n_{m'}}{T_{2m'}} + \sum_{m'} \frac{n_2^0 - n_{m'}^0}{T_{2m'}}, \\ \frac{dn_3}{dt} &= \sum_{m'} \frac{-n_3 + n_{m'}}{T_{3m'}} + \sum_{m'} \frac{n_3^0 - n_{m'}^0}{T_{3m'}}, \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{N \hbar^2 \Delta^2}{(2I+1) \langle (H_d^0)^2 \rangle} (n_1 - n_2 + y) W(\Delta) + \frac{y_0 - y}{T_{dd}}, \quad \sum_m n_m = 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Индекс  $m = 1, 2, 3$  нумерует энергетические уровни, начиная с нижнего, и

$$W(\Delta) = 2\pi r^2 \sum_{\alpha} (H_1^{\alpha})^2 |\langle 2 | I_j^{\alpha} | 1 \rangle|^2 f_{12}^{\alpha\alpha} (\omega_{21} - \omega). \quad (22)$$

Для простоты было предположено, что величины  $\frac{1}{T_{md}}$  и  $\frac{1}{T_{dm}}$  много меньше других релаксационных постоянных.

Стационарные решения системы (21) были исследованы Провоторовым, который показал, что учет изменения величины  $\langle H_d^0 \rangle$  существенно влияет на картину насыщения. Линия поглощения (если считать, что ее уширение связано только с магнитными  $d-d$ -взаимодействиями между спинами) при сильном насыщении имеет форму Лоренца и не зависит от амплитуды переменного поля, в связи с чем можно говорить о ее сущности.

Для многоуровневых неэквидистантных систем имеется также возможность одновременного насыщения нескольких переходов. Пусть в трехуровневой системе приложены два насыщающих радиочастотных поля: одно — с частотой, близкой к частоте нижнего перехода, другое — верхнего. При определенных соотношениях между амплитудами и частотами этих полей может оказаться, что ДДР не будет играть роли в форме и ширине резонансных линий. Действительно, если аналогично (22) обозначим через  $W(\Delta')$  вероятность перехода между третьим и вторым уровнями под действием внешнего радиочастотного поля с частотой  $\omega' \approx \frac{E_3 - E_2}{\hbar}$ , тогда во второе, третье и четвертое уравнения системы (21) нужно добавить соответственно следующие члены:

$$\begin{aligned} &-(n_2 - n_3 + \hbar \Delta' \beta_d) W(\Delta'), \quad (n_2 - n_3 + \hbar \Delta' \beta_d) W(\Delta'), \\ &-(n_2 - n_3 + \hbar \Delta' \beta_d) \hbar \Delta' W(\Delta') \frac{N}{(2I+1) \langle (H_d^0)^2 \rangle}, \end{aligned}$$

здесь  $\hbar\Delta' = E_3 - E_2 - \hbar\omega'$ . Выбирая амплитуды и частоты радиочастотных полей таким образом, что

$$W(\Delta) \hbar\Delta(n_1 - n_2 + \hbar\Delta\beta_d) = -(n_2 - n_3 + \hbar\Delta'\beta_d) \hbar\Delta' W(\Delta'), \quad (23)$$

естественно получим, что в стационарном случае  $\beta_d = \beta_l$ , т. е. при насыщении температура ДДР не будет изменяться. Это соответствует традиционной картине насыщения, данной в теории БПП [10].

Таким образом, если к спин-системе с неэквидистантным спектром приложено насыщающее поле с частотой, несколько отличающейся от одной из резонансных частот, то, как было отмечено, будет создаваться впечатление сужения линии поглощения. Наложение второго насыщающего поля с соответствующими амплитудой и частотой, следующими из уравнения (23), приведет к уширению линии поглощения первого насыщающего поля, поглощаемая мощность которого теперь будет зависеть от его амплитуды.

В заключение отметим, что полученные уравнения (12), (13) могут быть также применены для исследования релаксации и поляризации ядер в диамагнитных кристаллах с параметрическими примесями, когда эффективный спин отдельного иона больше 1/2.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Н. Зубарев, Неравновесная статистическая термодинамика, изд. Наука, М., 1971.
2. Б. Н. Провоторов, ЖЭТФ, 41, 1522 (1961).
3. Л. Л. Бушвили, М. Д. Звиададзе, Препринт Инст. теор. физ., 7082Р, Киев, 1970.
4. Б. Н. Провоторов, ФТТ, 5, 564 (1963).
5. Д. И. Кадыров, Диссертация, КГУ, Казань, 1970.
6. А. Р. Кессель, М. А. Корчемкин, ФТТ, 8, 387 (1966).
7. Л. Л. Бушвили, ФТТ, 9, 2157 (1967).
8. Л. К. Аминов, ЖЭТФ, 62, 362 (1972).
9. L. L. Buishvili, M. D. Zwriadze, Phys. Lett., 24 A, 631 (1967).
10. N. Bloembergen, E. M. Purcell, R. V. Pound, Phys. Rev., 73, 679 (1948).

Пермский государственный университет

Поступила в редакцию  
27 марта 1972 г.

#### KINETIC EQUATIONS FOR MULTI-LEVEL SPIN-SYSTEM WITH ALLOWANCE FOR MAGNETIC DIPOLE-DIPOLE INTERACTION BETWEEN SPINS

*L. L. Buishvili, G. A. Volgina*

A system of macroscopic balance equations is obtained for a multi-level system with taking into account magnetic dipole-dipole interactions between spins by the method of constructing the non-equilibrium statistic operator. Stationary solutions are analyzed for the three-level system without allowance for the cross-relaxation.