ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XVI, № 2 РАДИОФИЗИКА 1973

УДК 621.371.182

О ПОГЛОЩЕНИИ И УСИЛЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В НЕСТАЦИОНАРНОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ С УЧЕТОМ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИСПЕРСИИ

А. И. Авров, С. А. Смолянский

В работе вычислена плотность мощности локального поглощения слабой электромагнитной волны в классической многокомпонентной и нерелятивистской плазме, помещенной в сильное пространственно однородное переменное магнитное поле. Выражение для плотности мощности, усредненной по пространственным и временным переменным, проанализировано в случае продольного и поперечного (по отношению к направлению внешнего магнитного поля) распространения электромагнитной волны. Показано, что при определенных условиях плотность мощности локального поглощения становится отрицательной. Проведены оценки величины плотности мощности отрицательного поглощения для электронной и ионной компонент плазмы, а также проанализирована зависимость плотности мощности от температуры плазмы и длины волны слабого сигнала.

В связи с появившейся в последнее время возможностью получения быстропеременных магнитных полей представляет интерес исследование электромагнитных свойств нестационарной магнитоактивной плазмы. В настоящей работе будет вычислена плотность мощности локального поглощения слабой электромагнитной волны в классической нерелятивистской плазме, помещенной в сильное пространственно однородное переменное магнитное поле вида $H(t) = H_3(t) = H_0 + H_1 \cos \Omega t$, направленное по оси x_3. При некоторых условиях усредненная по времени плотность мощности локального поглощения становится отрицательной, что свидетельствует о возможности усиления электромагнитной волны. Впервые на возможность существования такого эффекта было указано в работе [1] на основе общей теории параметрических явлений.

В разд. 1 настоящей работы обсуждается постановка задачи. В разд. 2 на основе кинетической теории вычислен тензор электропроводности плазмы с учетом пространственной дисперсии. В разд. 3 и 4 вычислена усредненная по пространственным и временным переменным плотность мощности локального поглощения слабой электромагнитной волны в двух случаях продольного и поперечного (по отношению к направлению внешнего магнитного поля) распространения. В обоих случаях усредненная плотность мощности локального поглощения отлична от нуля при условии $2\omega/\Omega = l$ ($l = 1, 2, 3, ...$), где ω — частота слабой электромагнитной волны, и имеет по абсолютной величине максимумы в точках $\omega = \omega_0^a + n\Omega$ (ω_0^a — циклотронная частота частиц сорта a в поле H_0, $n = 1, 2, 3, ...$). При этих условиях плотность мощности локального поглощения становится отрицательной в некоторой области значений параметра $\Delta_a = \omega_1^a/\Omega$ (ω_1^a — циклотронная частота частиц сорта a в поле H_1). Максимальное значение плотности мощности отрицательного поглощения составляет в обоих рассмотренных случаях как для электронной, так и для ионной компонент плазмы 34% от плотности мощности локального поглощения на частоте циклотронного резонанса. Здесь же проанализирована зависимость плотности мощности от температуры плазмы и от длины волны слабого сигнала.

1. Рассмотрим классическую многокомпонентную нерелятивистскую плазму, помещенную в направленное по оси x_3 переменное магнитное поле вида $H_3(t) = H_0 + H_1 \cos \Omega t$. Переменное магнитное поле предполагается сильным. В случае многокомпонентной плазмы это означает, что для любого сорта заряженных частиц должно выполняться неравенство [2]

$$|\omega_1^a| = |e_a| H_1/m_a c \gg \Omega. \tag{1}$$

При выполнении этого условия индуцируемое переменным магнитным полем электрическое поле $E_{и}(x, t)$ будет сильным [2], т. е.

$$E_{и}^0 \gg E_{pa} = |e_a|^{-1} \sqrt{3 m_a \varkappa T_a \delta_a (\omega^2 + \nu_{a\,эфф}^2)}, \tag{2}$$

где $E_{и}^0$ — амплитуда поля $E_{и}(x, t)$, δ_a — средняя относительная доля энергии, передаваемая при одном соударении частицы сорта a с другими частицами, $\nu_{a\,эфф} = \nu_a$ — эффективная частота соударений. Нас будет интересовать плотность мощности локального поглощения в плазме внешнего слабого электрического поля $E(x, t) = E_0 \cos(\omega t = kx)$. Поле считается слабым, если его амплитуда удовлетворяет неравенству [3]

$$E^0 \ll E_{pa}. \tag{2a}$$

Предположим также, что

$$\Omega \nu_a^{-1} \gg 1. \tag{3}$$

В этом случае кинетические параметры плазмы от времени не зависят. Кроме того, будем считать, что

$$\Omega \ll \omega_{ap}, \tag{4}$$

где $\omega_{ap} = \sqrt{4\pi e_a^2 n_a/m_a}$ — плазменная частота частиц сорта a. Для электронной компоненты «лабораторной» газоразрядной плазмы последнее неравенство выполняется вплоть до частот $\Omega \sim 10^{10}$ *гц*.

2. Исходя из кинетической теории, вычислим в рамках этих предположений тензор электропроводности плазмы. Как обычно, предположим, что

$$f_a(x, p, t) = f_a^0(p, t) + f_a^1(x, p, t), \tag{5}$$

где $f_a^0(p, t)$ — симметричная часть функции распределения. Поскольку, согласно предположению, ориентация магнитного поля остается неизменной в пространстве, функция зависит лишь от поперечной ($p^{\perp}$) и продольной ($p_{\parallel}$) составляющих импульса p относительно магнитного поля $H(t)$. При этом условии кинетическое уравнение для функции f_a^1 в линейном приближении будет иметь вид [4]

$$\frac{\partial f_a^1}{\partial t} + v \frac{\partial f_a^1}{\partial x} + \frac{e_a}{c} [v H(t)] \frac{\partial f_a^1}{\partial p} - \nu_a f_a^1 = e_a E \frac{\partial f_a^0}{\partial p} \tag{6}$$

(магнитным полем слабой электромагнитной волны, как обычно, пренебрегаем). Согласно сделанным в разд. 1 допущениям, ν_a от времени не зависит. В уравнении (6) мы пренебрегли также влиянием электрического поля $E_и(x, t) = -\frac{1}{2}[\dot{H}(t)x]$ по сравнению с влиянием переменного магнитного поля. Это приближение является оправданным, если отождествить радиус пространственных корреляций с дебаевским радиусом [3] и считать справедливым неравенство (4).

Для решения уравнения (6) воспользуемся методом интегрирования по траекториям. Следуя [4], где уравнение (6) было решено в случае постоянного магнитного поля, запишем систему характеристических уравнений:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{e_a}{m_a c}[pH(t)], \qquad m_a\frac{dx}{dt} = p. \tag{7}$$

Решение этой системы уравнений было получено в работах [2, 5]:

$$\begin{gathered} p(t) = (bP_a)b + [P_a b]\sin A(t', t) + [[bP_a]b]\cos A(t', t), \\ x(t) = R_a + \frac{1}{m_a}(t - t')b(bP_a) + \frac{1}{m_a}\sum_{n, m=-\infty}^{\infty}\frac{J_n(\Delta_a)J_m(\Delta_a)}{\omega_0^a + n\Omega}\times \\ \times[[P_a b]\{\cos[\Omega(n-m)t] - \cos[\omega_0^a(t'-t) + n\Omega t' - m\Omega t]\} - \\ -[[bP_a]b]\{\sin[\omega_0^a(t'-t) + n\Omega t' - m\Omega t] - \sin[\Omega(n-m)t]\}]. \end{gathered} \tag{8}$$

Здесь b — единичный вектор в направлении оси x_3, R_a и P_a — значения координат и импульса частицы сорта a в момент времени $t'<t$, $\Delta_a = \omega_1^a/\Omega$, $\omega_{0,1} = e_a H_{0,1}/m_a c$, $J_n(x)$ — функция Бесселя первого рода с целочисленным индексом, наконец, $A(t', t) = \omega_0^a(t - t') + \Delta_a[\sin\Omega t - \sin\Omega t']$.

Решение кинетического уравнения (6) приводит к следующему выражению для плотности тока, индуцированного внешним полем $E(x, t)$:

$$\begin{gathered} j_i(x, t) = -\sum_a\frac{e_a^2 n_a}{m_a}\int_{-\infty}^{t}dt'\int d^3p p_i E_k(R_a(t, t', p, x), t')\times \\ \times\left(\frac{\partial f_a^0}{\partial p_k}\right)_{p\to P_a(t, t', p)}. \end{gathered} \tag{9}$$

Здесь, как и ниже, подразумевается суммирование по дважды встречающимся индексам. Выполняя в (9) преобразование Фурье, получим

$$j_i(\omega, k) = \int_{-\infty}^{\infty}d\omega'\,\sigma_{ij}(\omega, \omega', k)E_j(\omega', k). \tag{10}$$

Приведем окончательное выражение для тензора электропроводности $\sigma_{ik}(\omega, \omega', k)$, полученное в предположении, что симметричная часть функции распределения f_a^0 является распределением Максвелла:

$$\begin{gathered} \sigma_{ik}(\omega, \omega', k) = \frac{1}{4\pi}\sum_a\omega_{ap}^2\int_{-\infty}^{\infty}d^3p\frac{\partial f_a^0}{\partial p^2}\times \\ \times Q_{ik}^a(p, \omega, \omega', k), \end{gathered} \tag{11}$$

где

$$Q_{11}^{a}(\boldsymbol{p},\ \omega,\ \omega',\ \boldsymbol{k}) = -\frac{i}{2}\sum_{\substack{n,\ m,\\ n_1,\ m_1=-\infty}}^{\infty}\delta[\omega-\omega'+\Omega(m-n)][\delta_{m_1,\ n_1+1}+$$

$$+\delta_{m_1,\ n_1-1}]\,J_n(\Delta_a)\,J_m(\Delta_a)\,(p^{\perp})^2\times$$

$$\times\frac{A_{m_1,\ n_1+1}+(-)^{m+n}A_{m_1,\ n_1-1}}{\omega'+i\nu_a-\dfrac{1}{m_a}k^{\parallel}p^{\parallel}+n\Omega-n_1\omega_0^a},$$

$$Q_{12}^{a}(\boldsymbol{p},\ \omega,\ \omega',\ \boldsymbol{k}) = -\frac{1}{2}\sum_{\substack{n,\ m,\\ n_1,\ m_1=-\infty}}^{\infty}\delta[\omega-\omega'+\Omega(m-n)]\times$$

$$\times[\delta_{m_1,\ n_1+1}+\delta_{m_1,\ n_1-1}]\,J_n(\Delta_a)\,J_m(\Delta_a)\,(p^{\perp})^2\times$$

$$\times\frac{A_{m_1,\ n_1+1}-(-)^{m+n}A_{m_1,\ n_1-1}}{\omega'+i\nu_a-\dfrac{1}{m_a}k^{\parallel}p^{\parallel}+n\Omega-n_1\omega_0^a},$$

$$Q_{13}^{a}(\boldsymbol{p},\ \omega,\ \omega',\ \boldsymbol{k}) = -i\delta(\omega-\omega')\sum_{n=-\infty}^{\infty}p^{\perp}p^{\parallel}\times$$

$$\times\frac{A_{n,\ n+1}+A_{n,\ n-1}}{\omega'+i\nu_a-\dfrac{1}{m_a}k^{\parallel}p^{\parallel}-n\omega_0^a},$$

$$Q_{21}^{a}(\boldsymbol{p},\ \omega,\ \omega',\ \boldsymbol{k}) = -\frac{1}{2}\sum_{\substack{n,\ m,\\ n_1,\ m_1=-\infty}}^{\infty}\delta[\omega-\omega'+\Omega(m-n)]\times$$

$$\times[\delta_{m_1,\ n_1-1}-\delta_{m_1,\ n_1+1}]\,J_n(\Delta_a)\,J_m(\Delta_a)\,(p^{\perp})^2\times$$

$$\times\frac{A_{m_1,\ n_1+1}+(-)^{m+n}A_{m_1,\ n_1-1}}{\omega'+i\nu_a-\dfrac{1}{m_a}k^{\parallel}p^{\parallel}+n\Omega-n_1\omega_0^a},$$

$$Q_{22}^{a}(\boldsymbol{p},\ \omega,\ \omega',\ \boldsymbol{k}) = \frac{i}{2}\sum_{\substack{n,\ m,\\ n_1,\ m_1=-\infty}}^{\infty}\delta[\omega-\omega'+\Omega(m-n)]\times \tag{12}$$

$$\times[\delta_{m_1,\ n_1-1}-\delta_{m_1,\ n_1+1}]\,J_n(\Delta_a)\,J_m(\Delta_a)\,(p^{\perp})^2\times$$

$$\times\frac{A_{m_1,\ n_1+1}-(-)^{m+n}A_{m_1,\ n_1-1}}{\omega'+i\nu_a-\dfrac{1}{m_a}k^{\parallel}p^{\parallel}+n\Omega-n_1\omega_0^a},$$

$$Q_{23}^{a}(\boldsymbol{p},\ \omega,\ \omega',\ \boldsymbol{k}) = -\delta(\omega-\omega')\sum_{n=-\infty}^{\infty}p^{\perp}p^{\parallel}\times$$

$$\times \frac{A_{n,\,n-1} - A_{n,\,n+1}}{\omega' + i\nu_a - \frac{1}{m_a} k^{\parallel} p^{\parallel} - n\omega_0^a},$$

$$Q_{31}^a(\boldsymbol{p},\ \omega,\ \omega',\ \boldsymbol{k}) = -i \sum_{\substack{n,\ m,\\ n_1 = -\infty}}^{\infty} \delta\,[\omega - \omega' + \Omega(m-n)]\, J_n(\Delta_a)\, J_m(\Delta_a) \times$$

$$\times\, p^{\perp} p^{\parallel} \frac{A_{n_1,\,n_1+1} + (-)^{m+n} A_{n_1,\,n_1-1}}{\omega' + i\nu_a - \frac{1}{m_a} k^{\parallel} p^{\parallel} + n\Omega - n_1\omega_0^a},$$

$$Q_{32}^a(\boldsymbol{p},\ \omega,\ \omega',\ \boldsymbol{k}) = -\sum_{\substack{n,\ m,\\ n_1 = -\infty}}^{\infty} \delta\,[\omega - \omega' + \Omega(m-n)]\, J_n(\Delta_a) \times$$

$$\times\, J_m(\Delta_a)\, p^{\perp} p^{\parallel} \frac{A_{n_1,\,n_1+1} - (-)^{m+n} A_{n_1,\,n_1-1}}{\omega' + i\nu_a - \frac{1}{m_a} k^{\parallel} p^{\parallel} + n\Omega - n_1\omega_0^a},$$

$$Q_{33}^a(\boldsymbol{p},\ \omega,\ \omega',\ \boldsymbol{k}) = -2i\delta(\omega - \omega') \sum_{n=-\infty}^{\infty} (p^{\parallel})^2 \times$$

$$\times \frac{A_{nn}}{\omega' + i\nu_a - \frac{1}{m_a} k^{\parallel} p^{\parallel} - n\omega_0^a}.$$

Здесь введено следующее обозначение:

$$A_{nm} = A_{nm}(k^{\perp} p^{\perp}) = \prod_{n_1,\ n_2 = -\infty}^{\infty} \times \times\, J_n(\alpha_{n_1 n_2})\, J_m(\alpha_{n_1 n_2}), \tag{13}$$

где, в свою очередь,

$$\alpha_{nm}(k^{\perp} p^{\perp}) = k^{\perp} p^{\perp} \frac{J_n(\Delta_a)\, J_m(\Delta_a)}{\omega_0^a + n\Omega}. \tag{14}$$

Как и в работе [4], при выводе формул (11), (12) был выполнен переход к цилиндрической системе координат в пространстве волновых векторов и было для простоты предположено, что $k_1 = \boldsymbol{k}^{\perp}$, $k_3 = \boldsymbol{k}^{\parallel}$, а $k_2 = 0$. Это означает, что в последующем правомерно рассматривать лишь случаи, когда вектор $\boldsymbol{k}$ лежит в плоскости (x_1, x_3).

Легко убедиться, что при выключении переменной составляющей магнитного поля формула (11) переходит в известное выражение для тензора электропроводности с учетом пространственной дисперсии плазмы, находящейся в постоянном магнитном поле (см., например, [4]). С другой стороны, полагая в формулах (11)—(14) $k = 0$, получим вычисленный в работе [6] по кинетической теории без учета пространственной дисперсии тензор электропроводности плазмы, помещенной в пространственно однородное переменное магнитное поле.

Перейдем к вычислению плотности мощности локального поглощения $W(\boldsymbol{x},\ t) = j_k(\boldsymbol{x},\ t)\, E_k(\boldsymbol{x},\ t)$. Для $E_k(\boldsymbol{x},\ t) = E_k^0 \cos(\omega t - \boldsymbol{kx})$ получим

$$W(x, t) = \frac{1}{4} E_i^0 E_k^0 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' e^{i\omega' t} [\sigma_{ik}(\omega' - \omega, \omega, k) \times$$
$$\times e^{-2ikx} + \sigma_{ik}(\omega' + \omega, -\omega, -k) e^{2ikx} + \sigma_{ik}(\omega' - \omega, -\omega, -k) + \tag{15}$$
$$+ \sigma_{ik}(\omega' + \omega, \omega, k)].$$

Ниже будут рассмотрены два частных случая продольного и поперечного распространения (по отношению к направлению магнитного поля).

3. Рассмотрим случай продольного распространения электромагнитной волны, когда вектор k направлен вдоль оси x_3. Это означает, что $k^{\perp} = 0$, $E_3^0 = 0$. Как следует из формул (12), в этом случае

$$\sigma_{11}(\omega, \omega', k) = \sigma_{22}(\omega, \omega', k), \quad \sigma_{12}(\omega, \omega', k) = -\sigma_{21}(\omega, \omega', k), \tag{16}$$

а тогда, согласно (15),

$$W^{\parallel}(x, t) = \pi w \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' e^{i\omega' t} \{\sigma_{11}(\omega' - \omega, \omega, k) e^{-2ikx} +$$
$$+ \sigma_{11}(\omega' + \omega, -\omega, -k) e^{2ikx} + \sigma_{11}(\omega' - \omega, -\omega, -k) + \tag{17}$$
$$+ \sigma_{11}(\omega' + \omega, \omega, k)\},$$

где $w = (E^0)^2/4\pi$, а, согласно (11), (12),

$$\sigma_{11}(\omega, \omega', k) = -\frac{i}{8\pi} \sum_a \omega_{ap}^2 \sum_{n, m = -\infty}^{\infty} \delta[\omega - \omega' +$$
$$+ \Omega(m - n)] J_m(\Delta_a) J_n(\Delta_a) \times \tag{18}$$
$$\times \int_{-\infty}^{\infty} d^3 p (p^{\perp})^2 \frac{\partial f_a^0}{\partial p^2} \left[\frac{1}{\omega' + i\nu_a - k^{\parallel} v^{\parallel} + n\Omega + \omega_0^a} + \right.$$
$$\left. + \frac{(-1)^{m+n}}{\omega' + i\nu_a - k^{\parallel} v^{\parallel} + n\Omega - \omega_0^a} \right].$$

Подставим это выражение в формулу (17) и проведем усреднение по пространственным и временным переменным:

$$W^{\parallel}(\omega, k) = \lim_{\substack{T \to \infty \\ V \to \infty}} \frac{1}{TV} \int_{-T/2}^{T/2} dt \int_V d^3 x\, W^{\parallel}(x, t). \tag{19}$$

При усреднении следует воспользоваться формулой

$$\lim \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} dt\, e^{i\omega t} = \delta_{0\omega} = \begin{cases} 0 & (\omega \neq 0) \\ 1 & (\omega = 0) \end{cases}. \tag{20}$$

В результате получим следующее выражение для усредненной плотности мощности локального поглощения

$$W^{\parallel}(\omega, \boldsymbol{k}) = -\pi w \sum_a \nu_a \omega_{ap}^2 \int_{-\infty}^{\infty} d^3p\,(p^{\perp})^2 \frac{\partial f_a^0}{\partial p^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Big\{ J_n^2(\Delta_a) \times$$
$$\times \left[\frac{1}{\nu_a^2 + (\omega - k^{\parallel}v^{\parallel} + n\Omega + \omega_0^a)^2} + \frac{1}{\nu_a^2 + (\omega - k^{\parallel}v^{\parallel} - n\Omega - \omega_0^a)^2}\right] +$$
$$+ \frac{J_n(\Delta_a)\,J_{n+l}(\Delta_a)}{\nu_a^2 + (\omega + n\Omega + \omega_0^a)^2} + \frac{J_n(\Delta_a)\,J_{n-l}(\Delta_a)}{\nu_a^2 + (\omega - n\Omega - \omega_0^a)^2}\Big\}, \tag{21}$$

где целое число l определяется выражением

$$l = 2\omega/\Omega. \tag{22}$$

Исследуем формулу (21) в полюсном приближении, предполагая, что частота ω равна

$$\omega = \omega_n = \omega_0^a + n\Omega \tag{23}$$

(в этих точках функция $|W_n|$ имеет максимумы). В этом случае получим приближенно:

$$W_n^{\parallel}(\omega, \boldsymbol{k}) = \eta_a w J_n(\Delta_a)\,[\Lambda(\xi_a)\,J_n(\Delta_a) + J_{n-l}(\Delta_a)]. \tag{24}$$

Здесь $\eta_a = \omega_{ap}^2/4\nu_a$, а функция $\Lambda(\xi)$ есть

$$\Lambda(\xi) = \sqrt{\pi}\,\xi\,[1 - \Phi(\xi)]\exp(\xi^2), \tag{25}$$

где $\Phi(\xi)$ — интеграл вероятности:

$$\Phi(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} \exp(-t^2)\,dt. \tag{26}$$

Параметр ξ_a определяется соотношением

$$\xi_a = \frac{\nu_a}{k^{\parallel}} \sqrt{\frac{m_a}{2\varkappa T_a}}, \tag{27}$$

где T_a — температура частиц сорта a, $\varkappa$ — постоянная Больцмана.

На рис. 1 представлен график функции $\Lambda(\xi_a)$. При $\xi \to \infty$ (согласно (27) это соответствует бесконечной длине волны слабого сигнала) $\Lambda(\xi) \to 1$. В этом предельном случае формула (24) принимает вид*

$$W_n^{\parallel}(\omega) = \eta_a w \Psi_{nl}(\Delta_a), \tag{28}$$

где

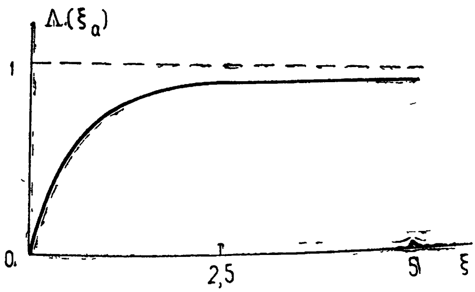

Рис. 1.

$$\Psi_{nl}(\Delta_a) = J_n(\Delta_a)[J_n(\Delta_a) + J_{n-l}(\Delta_a)]. \tag{29}$$

* Формула (28) может быть получена в полосном приближении (23) по элементарной теории [9].

Заметим, что величина $\eta_a w$ представляет собой усредненную по времени плотность мощности локального поглощения слабого сигнала на частоте циклотронного резонанса ω_0^a в отсутствие переменной составляющей магнитного поля (при $\Delta_a \to 0$ $\Psi_{nl}(\Delta_a) \to \delta_{0n}$). Тогда функция $\Psi_{nl}(\Delta_a)$ характеризует влияние переменной составляющей магнитного поля на поглощательные свойства плазмы на частоте (23). Функция (29) не является положительно определенной, что приводит к существованию областей отрицательного поглощения.

На рис. 2 представлены графики функций $\Psi_{11}(\Delta_a)$ и $\Psi_{01}(\Delta_a)$ для случая, когда $\Delta_a > 0$ (ионная компонента плазмы). Наименьшего отрицательного значения (—0,08) достигает функция $\Psi_{01}(\Delta_a)$ при $\Delta_a = 2$ ($\omega_1^a = 2\Omega$). Значениям $n = 0$, $l = 1$ соответствуют условия

$$\omega = \omega_0^a = \Omega/2. \qquad (30)$$

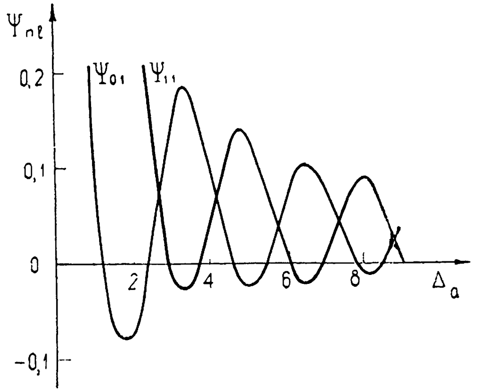

Рис. 2.

Поскольку плотность мощности поглощения энергии частицами сорта a не зависит от знака заряда, те же оценки остаются справедливыми и для электронной компоненты плазмы ($\Delta_a < 0$).

Существование областей отрицательного поглощения свидетельствует о возможности усиления электромагнитных волн в нестационарной магнитоактивной плазме. Впервые на возможность существования такого эффекта было указано в работе [1]. Предполагалось, что отрицательное поглощение на частоте ω_0^a циклотронного резонанса может быть достигнуто при изменении магнитного поля с частотой Ω, близкой к частоте $2\omega_0^a/l$ ($l = 1, 2, 3, \ldots$). Полученное в настоящей работе условие (22) при $\omega = \omega_0^a$ совпадает с условием усиления, предсказанным в работе [1]. С этой точки зрения представляется ошибочным вывод, сделанный в работах [5, 6], о невозможности использования циклотронного резонанса для получения систем с отрицательным поглощением (ошибочной является определяющая усредненную по времени плотность мощности локального поглощения формула (5) работы [5], справедливая лишь для стационарной плазмы).

Вернемся к обсуждению формулы (24). При $\xi \to 0$ (высокие температуры, короткие длины волн) функция $\Lambda(\xi) \to 0$, в результате чего первое слагаемое в формуле (24), будучи неотрицательным во всей области изменения параметра Λ_a, обращается в нуль. Таким образом, при уменьшении ξ плотность мощности отрицательного поглощения возрастает, достигая при $\xi \to 0$ и при выполнении тех же условий (30) максимального значения ($\min \Psi_{01}(\Delta_a) \approx -0{,}34$).

4. Кратко рассмотрим случай поперечного распространения, когда вектор $\boldsymbol{k}$ направлен вдоль оси x_1 ($k^{\perp} = 0$, $E_1 = 0$). Усредненная плотность мощности локального поглощения равна в этом случае

$$W^{\perp}(\omega, k^{\perp}) = \frac{(E_2^0)^2}{4\pi} \sum_a \eta_a v_a^2 \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\Delta_a) \times \right.$$

$$\times\left[\frac{J_{n-l}(\Delta_a)}{\nu_a^2+(\omega-n\Omega-\omega_0^a)^2}+\frac{J_{n+l}(\Delta_a)}{\nu_a^2+(\omega+n\Omega+\omega_0^a)^2}\right]+$$

$$+\sum_{n,\,m=-\infty}^{\infty}\frac{M_m(k^\perp)\,J_n^2(\Delta_a)}{\nu_a^2+(\omega+n\Omega+m\omega_0^a)^2}\Bigg\}-\frac{(E_3^0)^2}{\pi}\sum_a\eta_a\times \tag{31}$$

$$\times\left\{1-\int_{-\infty}^{\infty}d^3p\,(p^\parallel)^2\frac{\partial f_a^0}{\partial p^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\nu_a^2A_{nn}(k^\perp p^\perp)}{\nu_a^2+(\omega+n\omega_\theta^a)^2}\right\},$$

где A_{nn} определяется формулой (13),

$$M_m(k^\perp)=-4\int_{-\infty}^{\infty}d^3p\,(p^\perp)^2\frac{\partial f_a^0}{\partial p^2}\prod_{k,\,k'=-\infty}^{\infty}[J'_m(\alpha_{k,k'})]^2, \tag{32}$$

а $J'_n(x)$ есть производная от $J_n(x)$. Поскольку, согласно (13), $A_{nn}(k^\perp p^\perp)>0$ всегда, а $\frac{\partial f_a^0}{\partial p^2}<0$, то слагаемое в формуле (31), пропорциональное $(E_3^0)^2$, всегда неотрицательно. Это означает, что в случае поперечного распространения для увеличения плотности мощности отрицательного поглощения необходимо выбрать направление поляризации электромагнитной волны в плоскости, перпендикулярной направлению магнитного поля.

Полагая в соответствии с этим замечанием $E_3^0=0$, перепишем формулу (31) в полюсном приближении (23):

$$W_n^\perp(\omega,\ k^\perp)=\frac{(E_2^0)^2}{4\pi}\eta_a\Bigg\{J_n(\Delta_a)\,J_{n-l}(\Delta_a)+$$

$$+\nu_a\sum_{m,\,m'=-\infty}^{\infty}\frac{M_m(k^\perp)\,J_{m'}^2(\Delta_a)}{\nu_a^2+[\Omega(m'+n)+\omega_0^a(m+1)]^2}\Bigg\}. \tag{33}$$

Заметим, что в длинноволновом пределе $\boldsymbol{k}=0$ формула (33) совпадает с формулой (28). Следовательно, в случае поперечного распространения в длинноволновом пределе остаются справедливыми все выводы, сделанные при анализе формулы (28).

Однако и в случае поперечного распространения имеется возможность увеличения плотности мощности отрицательного поглощения. Действительно, согласно определению (32), $M_m\geqslant 0$. Следовательно, двойной ряд в формуле (33) является величиной положительной. Если теперь $\boldsymbol{k}\neq 0$ и если при любых m и m' выполняется неравенство $[\Omega(m'+n)+\omega_0^a(m+1)]^2\gg\nu_a^2$, то двойным рядом в формуле (33) можно пренебречь по сравнению с первым слагаемым. При этих условиях для оценки эффекта отрицательного поглощения сверху можно воспользоваться формулой

$$W_n^\perp(\omega,\ \boldsymbol{k})=w\eta_a\,J_n(\Delta_a)\,J_{n-l}(\Delta_a), \tag{34}$$

где $w=(E_2^0)^2/4\pi$. Функция (34) не является положительно определенной. В семействе функций $J_n(\Delta_a)\,J_{n-l}(\Delta_a)$ наименьшего отрицательного значения достигает функция, удовлетворяющая условию (30) ($n = 0$, $l = 1$). Как и в случае продольного распространения, это значение равно —0,34.

5. Таким образом, можно ожидать, что в обоих рассмотренных случаях при определенных условиях типа (22), (23) и определенных значениях параметра Δ_a плотность мощности локального поглощения может быть отрицательной. Следует отметить, что существование такого эффекта является естественным с точки зрения теории параметрических явлений. Рассмотренный эффект обусловлен введением переменного магнитного поля и ничем по существу не отличается от аналогичных эффектов в плазме, вызванных другими способами воздействия на нее (см., например, [7]). Косвенное подтверждение существования рассмотренного эффекта можно найти также в работах [8], в которых было показано, что при параметрическом воздействии переменного магнитного поля на нерелятивистскую заряженную частицу в определенных условиях индуцированное излучение превалирует над поглощением.

Авторы признательны В. Н. Шевчику за внимание к работе и обсуждение ее результатов, а также Р. Х. Амирову, В. Н. Глечикову, Н. Н. Кирееву и Л. Ш. Шехтеру за полезные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Тагер, А. Д. Гладун, ЖЭТФ, **35**, 808 (1958).
2. Ф. В. Бункин, ЖЭТФ, **41**, 1859 (1961).
3. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, изд. Наука, М., 1967.
4. Ю. Л. Климонтович, Статистическая теория неравновесных процессов в плазме, изд. МГУ, М., 1964.
5. В. Н. Луговой, ЖЭТФ, **41**, 1562 (1961).
6. В. Н. Луговой, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **6**, № 4, 695 (1963).
7. Л. А. Островский, Н. С. Степанов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **14**, № 4, 489 (1971).
8. А. Г. Кулькин, Ю. М. Лоскутов, Ю. Г. Павленко, Вестник МГУ, № 4, 424 (1971); А. С. Дементьев, А. Г. Кулькин, Ю. Г. Павленко, Вестник МГУ, № 4, 490 (1970).
9. Н. Н. Киреев, С. А. Смолянский, Радиотехника и электроника, **17**, № 10 (1972).

Саратовский государственный университет

Поступила в редакцию 3 мая 1972 г.

ABSORPTION AND AMPLIFICATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN A NONSTATIONARY MAGNETOACTIVE PLASMA WITH TAKING INTO ACCOUNT SPATIAL DISPERSION

A. I. Avrov, S. A. Smolyanskii

Authors calculate the power density of local absorption of an electromagnetic wave in a classical multi-component and nonrelativistic plasma placed in a strong spatially homogeneous variable magnetic field. The expression for the power density averaged over the spatial and time variables has been analized for the case of longitudinal and transverse (with respect to the direction of the external magnetic field) electromagnetic wave propagation. It is shown that under definite conditions the power density of the local absorption becomes negative. The values of the power density of the negative absorption are estimated for electron and ion plasma components. The dependence of the power density on the plasma temperature and the wavelength of a weak signal has been analyzed, as well.