

УДК 538.56 : 519.25

О ВОЛНОВЫХ ПОПРАВКАХ К УРАВНЕНИЮ ПЕРЕНОСА ДЛЯ НАПРАВЛЕНИЯ РАССЕЙАНИЯ «НАЗАД»

Ю. Н. Барabanенков

Методом диаграммной техники исследуются поправки к дифференциальному сечению некогерентного рассеяния, вычисленному в приближении уравнения переноса. Рассматривается поправка, обусловленная вкладом в оператор интенсивности уравнения Бете — Солпитера от медленно убывающих членов, изображаемых циклическими диаграммами. Показано, что относительная величина этой «поправки» порядка единицы в узком конусе направлений рассеяния «назад», ширина которого порядка наибольшего из отношений длины волны к линейному размеру рассеивающего объема и к длине экстинкции.

В работе [1] показано, что точное решение волнового уравнения в случае одномерной рассеивающей среды существенно отличается от результата решения уравнения переноса. Именно, из волнового уравнения следует, что пропускательная способность слоя убывает экспоненциально с ростом его толщины, в то время как согласно уравнению переноса она уменьшается по степенному закону. Иными словами, уравнение переноса дает заниженное значение для отражательной способности одномерного рассеивающего слоя.

В трехмерных задачах уравнение переноса тоже приводит к заниженному значению дифференциального сечения некогерентного рассеяния в направлении рассеяния «назад», как показано в [2] на примере рассеяния электромагнитных волн попарно коррелированными электронами плазмы.

В данной работе исследуется с помощью уравнения Бете — Солпитера и диаграммной техники волновая поправка к уравнению переноса, обусловленная вкладом в оператор интенсивности определенного типа диаграмм, изображающих медленно убывающие члены и названных для удобства циклическими. На этом пути производится обобщение упомянутого результата [2] в отношении учета произвольного характера рассеивателей и произвольных корреляций между ними. Главное внимание в работе уделяется рассмотрению зависимости исследуемой поправки к уравнению переноса от направления рассеяния.

1. СУММИРОВАНИЕ ЦИКЛИЧЕСКИХ ДИАГРАММ

При выводе уравнения переноса [3] из уравнений Дайсона (Д) и Бете — Солпитера (Б—С) в массовом операторе M и операторе интенсивности K оставляют только суммы быстро убывающих членов M_1 и K_1 . Ядра M_1 и K_1 , называемые также одnogрупповыми, убывают при разнесении их аргументов как корреляционные функции рассеивателей или флуктуаций параметров среды. Медленно убывающие члены M и K , ядра которых убывают при разнесении аргументов как некоторая степень функции Грина, отбрасываются при выводе уравнения переноса. Однако существуют такие медленно убывающие члены оператора интенсивности K , которые дают значительный вклад в дифференциальное сечение

некогерентного рассеяния в направлении рассеяния назад. К их числу относятся члены, изображаемые циклическими диаграммами.

Циклические диаграммы изображены на рис. 1. На этом рисунке два креста, соединенные пунктирной линией, изображают оператор K_1 ,

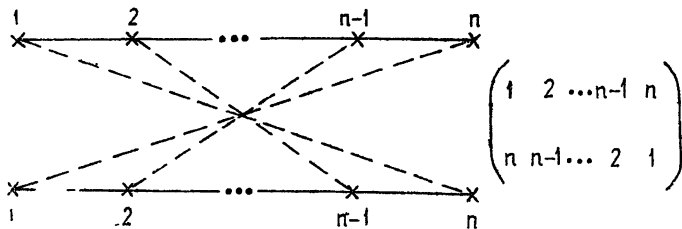


Рис. 1. Циклические диаграммы.

горизонтальные сплошные линии верхнего и нижнего рядов — среднюю функцию Грина G_1 и ее комплексно-сопряженное значение G_1^* , где G_1 удовлетворяет уравнению Д с массовым оператором, равным M_1 . Соединение крестов верхнего и нижнего рядов производится согласно циклической подстановке, записанной справа от диаграммы. Придавая числу n значения $n=2, 3, \dots$, получаем всю совокупность циклических диаграмм.

Циклические диаграммы, как и все прочие диаграммы, входящие в состав оператора интенсивности, являются сильно связными. Однако они обладают тем интересным свойством, что в определенном смысле эквивалентны слабо связным диаграммам.

Чтобы установить эту эквивалентность, присоединим к циклической диаграмме внешние горизонтальные линии G_1 и G_1^* . Получим диаграмму а) на рис. 2, где для простоты положено $n=2$. С помощью свойства вза-

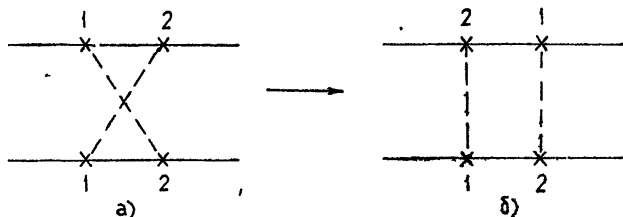


Рис. 2. Инверсия циклической диаграммы, $n=2$.

имности ядра G_1 , $G_1(r, r') = G_1(r', r)$, а также аналогичных свойств взаимности ядра $K_1(r_1, r'_1; r_2, r'_2)$ по каждой паре аргументов r_1, r'_1 и r_2, r'_2 в отдельности, в диаграмме а) можно произвести преобразование инверсии верхнего или нижнего рядов. При таком преобразовании, например, верхнего ряда нижний ряд остается неподвижным, а верхний поворачивается, без разрыва пунктирных линий, на 180° в плоскости, перпендикулярной к плоскости чертежа. В результате диаграмма а) переходит в диаграмму б).

Обозначим через K_c сумму всех циклических диаграмм, изображенных на рис. 1. Их вклад U_c в полный оператор некогерентного* рассеяния U определяется соотношением

* Обратим внимание на то, что оператор некогерентного рассеяния определяет корреляционную функцию поля во всех точках пространства, в том числе и внутри рассеивающего объема. Сечение же некогерентного рассеяния определяет только средний квадрат флуктуаций поля в зоне Фраунгофера рассеивающего объема. Подробнее о когерентном и некогерентном рассеянии см. [4], а также [5].

$$(G_1 \times G_1^*) K_c(G_1 \times G_1^*) = (G_0 \times G_0^*) U_c(G_0 \times G_0^*), \quad (1)$$

где G_0 — функция Грина в свободном пространстве. Через U_1 обозначим оператор некогерентного рассеяния для уравнения Б—С с G_1 и K_1 . Если $(G \times G^*)_1$ есть решение этого уравнения, то

$$(G \times G^*)_1 - G_1 \times G_1^* = (G_0 \times G_0^*) U_1(G_0 \times G_0^*). \quad (2)$$

Оператор U приближенно равен

$$U \approx U_1 + U_c, \quad (3)$$

где второе слагаемое представляет поправку, учитывающую циклические диаграммы.

Формула (3) может быть получена путем приближенного решения уравнения Б—С с оператором интенсивности, равным сумме $K_1 + K_c$.

С помощью установленного свойства эквивалентности циклических диаграмм поправка U_c просто выражается через U_1 , т. е. через решение уравнения Бете — Солпитера с G_1 и K_1 . Если перейти от ядер $U_c(r_1, r_1'; r_2, r_2')$ и $U_1(r_1, r_1'; r_2, r_2')$ к их фурье-образам $\tilde{U}_c(p, p'; q, q')$ и $\tilde{U}_1(p, p'; q, q')$ по четырем аргументам r_1, r_1', r_2, r_2' , то поправка

$$\tilde{U}_c(s, s_0) \equiv \tilde{U}_c(k_0 s, k_0 s_0; k_0 s, k_0 s_0)$$

к дифференциальному сечению некогерентного рассеяния представляется выражением

$$\begin{aligned} \tilde{U}_c(s, s_0) = & \frac{1}{2} [\tilde{U}'_1(-k_0 s_0, -k_0 s; k_0 s, k_0 s_0) + \\ & + \tilde{U}'_1(k_0 s, k_0 s_0; -k_0 s_0, -k_0 s)]. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь k_0 — волновое число в свободном пространстве, s_0 и s — единичные векторы в направлениях падения плоской волны и ее рассеяния; через \tilde{U}'_1 обозначено значение оператора рассеяния U_1 за вычетом его значения в приближении однократного рассеяния.

Формула (4) принимает особенно простой вид для направления рассеяния назад, когда $s = -s_0$. В этом случае

$$\tilde{U}_c(-s_0, s_0) = \tilde{U}'_1(-s_0, s_0), \quad (5)$$

где $\tilde{U}'_1(s, s_0) \equiv \tilde{U}'_1(k_0 s, k_0 s_0; k_0 s, k_0 s_0)$. Как видим, для направления рассеяния назад поправка к сечению некогерентного рассеяния, обусловленная циклическими диаграммами, в точности равна сечению некогерентного рассеяния (за вычетом его значения в приближении однократного рассеяния) для уравнения переноса.

Формула типа (5) другим способом получена в [2] при условиях, описанных во введении.

2. УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОПРАВКИ К СЕЧЕНИЮ НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ

Рассмотрим зависимость поправки $\tilde{U}_c(s, s_0)$ от направления рассеяния s . Воспользуемся соотношением (4). Чтобы вычислить его правую часть с помощью уравнения переноса, перейдем в ядре $U_1(r_1, r_1';$

$r_2, r_2')$ к координатам центров тяжести $R = (r_1 + r_2)/2$, $R' = (r_1' + r_2')/2$ и к разностям координат $r = r_1 - r_2$, $r' = r_1' - r_2'$. Подставляя U_1 в новых координатах в соотношение (2) и переходя в нем через спектральное представление [6] к приближению Фраунгофера [3], получаем

$$U_1(R, k_0 s; R', k_0 s') = -(4\pi)^4 (s \nabla_R)(s' \nabla_{R'}) F_s(R, s; R', s'). \quad (6)$$

Здесь $U_1(R, p; R', p')$ — фурье-образ от $U_1(R, r; R', r')$ по r и r' , $F_s(R, s; R', s')$ — часть функции Грина уравнения переноса*, описывающая рассеянное излучение, s и s' — единичные векторы.

Соотношение (6) остается в силе, если в нем формально заменить U_1 и F_s на U_1' и F_s' , где штрихованные величины описывают рассеянное излучение за вычетом однократно рассеянного излучения.

Как следует из равенства

$$\begin{aligned} \tilde{U}(p, p'; q, q') = \int e^{-i(p-q)R} d^3 R U \left(R, \frac{p+q}{2}; \right. \\ \left. R', \frac{p'+q'}{2} \right) d^3 R' e^{i(p'-q')R'}, \end{aligned} \quad (7)$$

выступающие в правой части (4) фурье-образы, вообще говоря, нельзя выразить через $U_1'(R, k_0 s; R', k_0 s')$. Однако, если направление рассеяния s близко к направлению рассеяния назад, это можно сделать приближенно. Полагая

$$s = -s_0 - s_1, \quad |s_1| \ll 1,$$

получаем основную формулу

$$\begin{aligned} \tilde{U}_c(s, s_0) \approx (4\pi)^4 \int d^3 R d^3 R' \cos [k_0 s_1 (R - R')] (s_0 \nabla_R)(s_0 \nabla_{R'}) \times \\ \times F_s'(R, -s_0; R', s_0). \end{aligned} \quad (8)$$

Аналогичная формула для $\tilde{U}_1'(s, s_0)$, справедливая для любого направления рассеяния s , имеет вид

$$\tilde{U}_1'(s, s_0) = -(4\pi)^4 \int d^3 R d^3 R' (s \nabla_R)(s_0 \nabla_{R'}) F_s'(R, s; R', s_0). \quad (9)$$

В формуле (8) для поправки к сечению некогерентного рассеяния и в формуле (9) для сечения, вычисленного с помощью уравнения переноса, интегрирования по R и R' производятся в пределах объема рассеивающей среды.

3. ОЦЕНКА ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ВЕЛИЧИНЫ ПОПРАВКИ К СЕЧЕНИЮ НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ

В подынтегральном выражении формулы (8) в отличие от формулы (9) имеется осциллирующий множитель. Качественно ясно, что этот множитель должен приводить к убыванию относительного значения поправки при отклонении от направления рассеяния назад. Чтобы убедиться в этом количественно, произведем конкретные оценки по формулам (8) и (9). При этом будем считать, что рассеивающая среда имеет вид однородного шара или плоского слоя.

* В обозначениях [3] функция F_s равна $F_s = F - F_0$, где F — функция Грина уравнения переноса и F_0 описывает прямое излучение источника.

Сначала рассмотрим случай, когда среда является шаром радиуса R_0 , величина которого мала по сравнению с длиной экстинкции d_1 , $R_0 \ll d_1$. В этом случае функцию F_s можно взять в приближении двукратного рассеяния. Относительная величина поправки к сечению рассеяния по порядку величины дается оценкой

$$\tilde{U}_e(s, s_0) / \tilde{U}_1(s, s_0) \sim \frac{1}{k_0 R_0 |s_1|}, \quad k_0 R_0 |s_1| \gg 1. \quad (10)$$

Эта оценка получена в «лестничном» приближении для ядра K_1 без ограничения на масштаб эффективной неоднородности. Она остается в силе и для больших углов отклонения от направления рассеяния назад, так как может быть получена непосредственно из рассмотрения циклической диаграммы на рис. 1 при $n = 2$.

Согласно (10) в случае рассеивающего шара с радиусом, малым по сравнению с длиной экстинкции, ширина конуса направлений рассеяния, для которых относительная величина поправки к сечению рассеяния порядка единицы, определяется отношением длины волны к радиусу шара.

Освободимся теперь от ограничения на линейный размер рассеивающей среды. Для этого удобно вместо функции $F_s(R, s; R', s')$ ввести другую функцию $\Phi(R, s; R', s')$ с помощью соотношения

$$F_s(R, s; R', s') = \int F_0(R, s; R'', s'') d^3 R'' d^2 s'' \times \\ \times \Phi(R'', s''; R', s') d^3 R'' d^2 s'' F_0(R'', s''; R', s'), \quad (11)$$

в котором $F_0(R, s; R', s')$ описывает, согласно примечанию, прямое излучение источника.

Так как рассеяние в направлении назад наиболее существенно в случае мелкомасштабных эффективных неоднородностей, будем считать, что коэффициент рассеяния уравнения переноса изотропен. При этом функция $\Phi(R, s; R', s')$ не зависит от направлений s и s' и равна

$$\Phi(R, s; R', s') = \left(\frac{4\pi}{d_1} \right)^2 \rho(R, R'), \quad (12)$$

где $\rho(R, R')$ удовлетворяет уравнению

$$\rho(R, R') = \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{1}{|R - R'|^2} e^{-|R - R'|/d_1} + \frac{1}{4\pi d_1} \times \\ \times \int \frac{1}{|R - R''|^2} e^{-|R - R''|/d_1} d^3 R'' \rho(R'', R'); \quad (13)$$

интегрирование по R'' производится в пределах рассеивающего объема.

Пусть рассеивающая среда представляет собой плоский слой, расположенный в области $-L < z < L$, где ось z направлена перпендикулярно к границам слоя. В этом случае функция $U(R, p; R', p')$ имеет вид $u(R_\perp - R'_\perp; Z, p; Z', p')$, где u — некоторая новая функция и через R_\perp, R'_\perp и Z, Z' обозначены перпендикулярные и параллельные оси z составляющие векторов R, R' . Как следует из формулы (7) (см. также [7]), фурье-образ $\tilde{U}(p, p'; q, q')$ для плоского слоя пропорционален дельта-функции:

$$\tilde{U}(\mathbf{p}, \mathbf{p}'; q, q') = (2\pi)^2 \delta^2(\mathbf{p}_\perp - \mathbf{q}_\perp - \mathbf{p}'_\perp + \mathbf{q}'_\perp) \tilde{u}(\mathbf{p}_\perp - \mathbf{q}_\perp; \mathbf{p}, \mathbf{p}'; q, q'). \quad (14)$$

Диагональная часть $\tilde{u}(0; \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) \equiv \tilde{u}(0; k_0 \mathbf{s}, k_0 \mathbf{s}_0; k_0 \mathbf{s}, k_0 \mathbf{s}_0)$ коэффициента при дельта-функции, деленная на $(4\pi)^2 s_z$, есть лучевая интенсивность рассеянного излучения вне слоя. Для сокращения терминологии сохраним за функцией $\tilde{u}(0; \mathbf{s}, \mathbf{s}_0)$ название сечения некогерентного рассеяния.

Вычислим поправку $\tilde{u}_c(0; \mathbf{s}, \mathbf{s}_0)$ и сечение $\tilde{u}'_1(0; \mathbf{s}, \mathbf{s}_0)$ для плоского слоя, предполагая, что направление падения \mathbf{s}_0 совпадает с направлением оси z . При вычислении исходим из формул (8) и (9), подставляя в их правые части F_s в виде (11), а для функции Φ используем выражение (12). После выполнения промежуточных выкладок получаем

$$\tilde{u}_c(0; \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) = \left(\frac{4\pi}{d_1}\right)^2 \int_0^\infty R_\perp dR_\perp J_0(k_0 |s_1| R_\perp) \rho(R_\perp); \quad (15)$$

$$\tilde{u}'_1(0; \mathbf{s}, \mathbf{s}_0) \approx \left(\frac{4\pi}{d_1}\right)^2 \int_0^\infty R_\perp dR_\perp \rho(R_\perp). \quad (16)$$

Здесь $J_0(x)$ — функция Бесселя; через $\rho(R_\perp)$ обозначена функция, равная

$$\begin{aligned} \rho(R_\perp) &= 2\pi \int_{-L}^L dZ \int_{-L}^L dZ' e^{-(Z+L)d_1} e^{-(Z'+L)d_1} \times \\ &\quad \times \rho(R_\perp, Z, Z'), \end{aligned} \quad (17)$$

$$\rho(|R_\perp - R'_\perp|, Z, Z') \equiv \rho(\mathbf{R}, \mathbf{R}').$$

При выводе формулы (16) из формулы (9) сделано предположение, что направление рассеяния близко к направлению рассеяния назад. Как видно, в этой области направлений рассеяния сечение $\tilde{u}'_1(0; \mathbf{s}, \mathbf{s}_0)$ изотропно.

Для расчета по формулам (15) и (16) необходимо знать вид функции $\rho(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$. Если толщина слоя мала по сравнению с длиной экстинкции, $L \ll d_1$, то $\rho(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$ можно приближенно приравнять неоднородному члену уравнения (13), а в подынтегральном выражении формулы (17) заменить экспоненту на единицу. В результате для относительной величины поправки $\tilde{u}_c(0; \mathbf{s}, \mathbf{s}_0)/\tilde{u}'_1(0; \mathbf{s}, \mathbf{s}_0)$ получается уже известная нам оценка (10), в правой части которой нужно теперь писать L вместо R_0 .

В противоположном пределе, когда толщина слоя велика по сравнению с длиной экстинкции, $L \gg d_1$, воспользуемся решением уравнения (13) в диффузионном приближении [8]. В этом приближении интегральное уравнение (13) заменяется на дифференциальное уравнение диффузии с дельта-источником в правой части. Так как для среды без истинного поглощения длина диффузии обращается в бесконечность, то диффузионное уравнение с источником превращается в уравнение Пуассона:

$$\Delta\rho = -\frac{3}{4\pi d_1} \delta^3(R - R'). \quad (18)$$

Коэффициент пропорциональности в правой части выбран из того соображения, что диффузионный член точного решения интегрального уравнения (13) для неограниченной среды имеет вид $3[(4\pi)^2 |R - R'| d_1]^{-1}$.

Уравнение (18) должно быть дополнено краевыми условиями. Они задаются на эффективных границах слоя $Z = \pm L^*$, где $L^* = L + z_0$, $z_0/d_1 \approx 0,7$, и имеют вид

$$\rho = 0 \Big|_{Z=\pm L^*}. \quad (19)$$

Уравнение (18) при граничных условиях (19) представляет собой задачу электростатики о потенциале точечного заряда, помещенного между идеально проводящими плоскостями. Ее решение в виде ряда изображений приведено, например, в [9]. Однако этот ряд медленно сходится и его удобно преобразовать с помощью формулы суммирования Пуассона в быстро сходящийся ряд*.

Подставляя преобразованный ряд для $\rho(R_\perp, Z, Z')$ в подынтегральное выражение (17), находим функцию $\rho(R_\perp)$. Подставляя ее в правую часть (15), получаем следующее выражение для поправки $\tilde{u}_c(0; s, s_0)$:

$$\tilde{u}_c(0; s, s_0) = \frac{12\pi}{L^* d_1^3} \left[\sum_{m=1}^{\infty} \frac{a_m^2}{k_0^2 |s_1|^2 + (\pi m/L^*)^2} + \dots \right]. \quad (20)$$

Коэффициенты a_m равны

$$a_m = \frac{1}{\frac{1}{d_1^2} + \left(\frac{\pi m}{L^*}\right)^2} \left(\frac{1}{d_1} \sin \frac{\pi m L}{L^*} + \frac{\pi m}{L^*} \cos \frac{\pi m L}{L^*} \right) + O(e^{-2L/d_1}). \quad (21)$$

Через многоточие в квадратной скобке (20) обозначен ряд, аналогичный выписанному ряду.

Сечение рассеяния (16) дается тем же выражением (20), если в его правой части положить $s_1 = 0$.

Нас интересует относительная величина поправки (20). Мы видим, что при $k_0 |s_1| \ll \pi/L^*$ правая часть (20) практически не зависит от s_1 . С другой стороны, члены ряда, для которых $k_0 |s_1| \gg \pi m/L^*$, обратно пропорциональны величине $k_0^2 |s_1|^2$. Так как коэффициенты a_m заметно отличны от нуля при $\pi m/L^* \leq 1/d_1$, то мы приходим к заключению, что относительная величина поправки к сечению рассеяния удовлетворяет оценке

$$\tilde{u}_c(0; s, s_0)/\tilde{u}'_c(0; s, s_0) \sim 1/(k_0 d_1 |s_1|)^2, \quad (22)$$

$$k_0 |s_1| \gg \frac{1}{d_1}.$$

Таким образом, в случае оптически толстого слоя, $L \gg d_1$, ширина конуса направлений рассеяния, для которых относительная величина поправки к сечению рассеяния порядка единицы, определяется отношением длины волны к длине экстинкции.

* Аналогичное преобразование, но без использования формулы Пуассона, приводится в [10], стр. 762.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Мы рассмотрели вклад в дифференциальное сечение некогерентного рассеяния от медленно убывающих членов в операторе интенсивности, изображаемых циклическими диаграммами. Согласно произведенным оценкам, относительная величина этого вклада существенна лишь в узком конусе направлений рассеяния назад, ширина которого определяется отношением длины волны к линейному размеру рассеивающего объема или к длине экстинкции.

В [2] имеется замечание, согласно которому ширина названного конуса направлений рассеяния порядка $(k_0 R_c)^{-1}$, где R_c — радиус корреляции электронов плазмы, что существенно отличается от нашего результата. Впрочем, в [2] могла произойти описка, вследствие которой буква R_c появилась на месте буквы R_s , обозначающей линейный размер плазмы.

Вопрос о значении сечения некогерентного рассеяния в направлении назад применительно к непрерывной среде с крупномасштабными флуктуациями проницаемости ($k_0 l \gg 1$, где l — масштаб эффективной неоднородности флуктуаций) рассматривался также в [11]. В [11] было показано, что если линейный размер рассеивающей среды превосходит (но не очень значительно) длину экстинкции, то сечение рассеяния в направлении назад равно удвоенному значению сечения рассеяния в том же направлении, вычисленному в первом борновском приближении*. Удвоение борновского сечения здесь происходит опять-таки вследствие свойства эквивалентности циклических диаграмм, причем существенную роль играет использованный в [11] метод, учитывающий многократное рассеяние вперед и однократное рассеяние назад (сокращенно CFSB метод). Согласно этому методу, при вычислении сечения рассеяния назад учитываются слабо связанные и циклические диаграммы с двумя фиксированными вершинами, по одной в верхнем и нижнем ряду. Такие диаграммы вместе с их внешними горизонтальными линиями изображены на рис. 3,

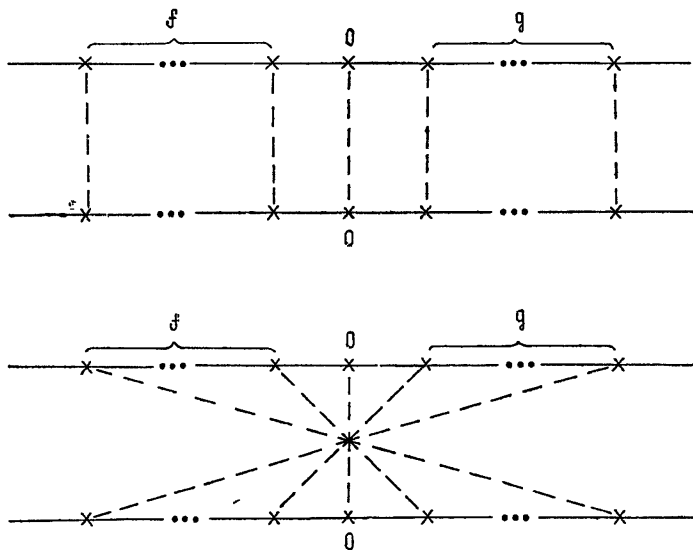


Рис. 3. Диаграммы с двумя фиксированными вершинами.

* Заметим, что приближение однократного рассеяния, о котором говорилось в связи с формулами (4) и (5), не совпадает с первым борновским приближением. Именно, в первом случае в соотношении (2) для U_1 левая часть приближенно заменяется на $(G_1 \times G_1^*) K_1 (G_1 \times G_1^*)$, а во втором — на $(G_0 \times G_0^*) K_1 (G_0 \times G_0^*)$.

где кресты (вершины) с индексами (0) фиксированы. Число вершин f и число вершин g , расположенных в верхнем ряду диаграммы слева и справа от фиксированной вершины, принимают независимо значения 0, 1, 2, ..., если диаграмма слабо связная; если же диаграмма циклическая, то f и g принимают те же значения, но одновременно в нуль не обращаются.

В заключение мы хотим вернуться к случаю мелкомасштабных флуктуаций параметров среды и подчеркнуть, что, с точки зрения упомянутой во введении работы Газаряна, исследование волновых поправок к уравнению переноса в этом случае представляет принципиальный интерес, так как именно в случае мелкомасштабных флуктуаций параметров среды результаты Газаряна ставят под сомнение применимость уравнения переноса для описания многократного рассеяния волн на ансамбле конфигураций неподвижных рассеивателей.

Автор благодарит Ю. А. Кравцова, обратившего внимание на работу де Вольфа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Л. Газарян, ЖЭТФ, 56, вып. 6, 1856 (1969).
2. K. M. Watson, J. Math. Phys., 10, № 4, 688 (1969).
3. Ю. Н. Барабаненков, В. М. Финкельберг, ЖЭТФ, 53, вып. 3(9), 978 (1967).
4. M. Lax, Rev. Mod. Phys., 23, № 4, 287 (1951).
5. Ю. Н. Гнедин, А. З. Долгинов, ЖЭТФ, 45, вып. 4, 1136 (1963).
6. Ю. Н. Барабаненков, ЖЭТФ, 56, вып. 4, 1262 (1969).
7. Ю. Н. Гнедин, А. З. Долгинов, ЖЭТФ, 48, вып. 2, 548 (1965).
8. Б. Дэвисон, Теория переноса нейтронов, Атомиздат, М., 1960.
9. Н. Н. Лебедев, И. П. Скальская, Я. С. Уфлянд, Сборник задач по математической физике, Гостехиздат, М., 1955.
10. Ф. Франк, Р. Мизес, Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики, ОНТИ, Л.—М., 1937.
11. D. A. de Wolf, IEEE Trans. antenn. prop., AP-19, № 2, 254 (1971).

Всесоюзный научно-исследовательский институт
физико-технических и радиотехнических измерений

Поступила в редакцию
29 февраля 1972 г.

WAVE CORRECTIONS FOR THE TRANSFER EQUATION FOR BACKWARD SCATTERING

Yu. N. Barabanenkov

Corrections for the differential incoherent-scattering cross section calculated in the transfer equation approximation are investigated by the diagram technique method. The correction is considered which is made by the contribution into the intensity operator of the Bethe—Salpeter equation from slowly reducing terms represented by cyclic diagrams. It is shown that the relative value of this correction is of the order of unity in a narrow cone of directions of backward scattering, its width is of the order of the greatest ratio of the wavelength to the linear dimension of a scattering volume and to the extinction length.