

УДК 538.574

## ОБРАТНОЕ РАССЕЯНИЕ СКАЛЯРНОГО ВОЛНОВОГО ПОЛЯ ИДЕАЛЬНО ОТРАЖАЮЩИМ ОБЪЕКТОМ, РАСПОЛОЖЕННЫМ ВБЛИЗИ КАУСТИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Г. В. Пермитин

Исследована структура поля обратного рассеяния на гладком отражающем объекте, помещенном вблизи каустической поверхности падающего поля в неоднородной среде. Получены выражения для кажущегося сечения рассеяния объекта.

1. В данной работе рассматривается обратное рассеяние скалярного волнового поля точечного излучателя гладким (в масштабе длины волны  $\lambda$ ) идеально отражающим объектом, помещенным вблизи гладкой каустической поверхности в регуляро неоднородной среде. Задача решается в приближении Кирхгофа. Предполагается, что характерный масштаб неоднородности среды  $L$  много больше характерных размеров отражающего объекта.

Хотя решается скалярная задача, результаты работы распространяются и на случай электромагнитных волн, если выполнено неравенство  $\lambda \ll \Delta$ , где  $\Delta$  — характерный масштаб неоднородности поля поперек каустики.

Скалярное поле  $u(\mathbf{r})$ , создаваемое элементарным излучателем, расположенным в точке  $P_1$ , описывается уравнением

$$\Delta u + k_0^2 \varepsilon(\mathbf{r}) u = -4\pi \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}(P_1)), \quad (1)$$

где  $k_0$  — волновое число в вакууме,  $\varepsilon(\mathbf{r})$  — плавная ( $|\nabla \varepsilon / k_0 \varepsilon| \ll 1$ ) функция координат.

Пусть на отражающей поверхности  $S$  задано граничное условие  $u|_S = 0$ . Рассеянное поле  $u_p$  в точке наблюдения  $\mathbf{r}_n$  в кирхгофовом приближении записывается в виде

$$u_p(\mathbf{r}_n) = \frac{i}{2\pi} \int_S u_{\text{пад}}(\mathbf{r}) G(\mathbf{r}_n, \mathbf{r})(\mathbf{k}(\mathbf{r}), dS), \quad (2)$$

где  $G$  — функция Грина,  $u_{\text{пад}}$  — поле падающей волны ( $u_{\text{пад}}(\mathbf{r}) = G(\mathbf{r}(P_1), \mathbf{r})$ ),  $\mathbf{k}$  — волновой вектор падающей волны.

2. В исследуемой здесь задаче область поверхности  $S$ , существенная для интегрирования в (2), лежит в окрестности каустики поля падающей волны, а точка наблюдения рассеянного поля находится вблизи точки излучателя  $P_1$  (обратное рассеяние). Поэтому для аппроксимации как падающего поля, так и функции Грина в (2) можно воспользоваться известной [1] коротковолновой Эйри-асимптотикой поля вблизи гладкой каустики, которая наиболее просто записывается в локальной «каустической» системе координат.

Как и в [2], введем две следующие координатные системы (см. рис. 1). Система  $\{x_2, y_2, z_2\}$  — с началом координат в некоторой точке  $P_2$

на каустике  $C_2$ , образованной лучами, выходящими из  $P_1$ . Ось  $x_2$  направлена по нормали к  $C_2$  в области тени, ось  $y_2$  касательна к лучу, проходящему через точку  $P_2$ . Система  $\{x_1, y_1, z_1\}$  — с началом координат в точке  $P_1$  — введена аналогичным образом, но по отношению к каустике  $C_1$ , являющейся огибающей лучей, выходящих из точки  $P_2$ . (Отметим, что рис. 1 является схематическим: плоскости  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$  не являются в общем случае параллельными, как это изображено на рисунке.)

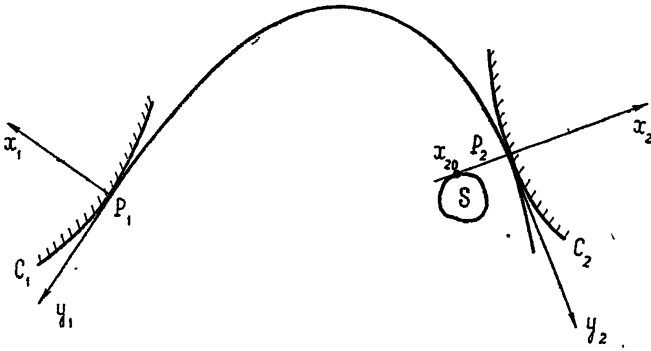


Рис. 1.

Введенные нами системы координат обладают тем свойством, что сечения каустических поверхностей  $C_{1,2}$  плоскостями  $(x_{1,2}, y_{1,2})$  и  $(x_{1,2}, z_{1,2})$  являются главными нормальными сечениями. Это свойство вытекает из следующей теоремы дифференциальной геометрии [3]: если две поверхности пересекаются вдоль линии кривизны одной из поверхностей под постоянным углом, то линия пересечения является линией кривизны и второй поверхности. Рассмотрим фазовый фронт, который проходит через точку  $P_2$  и касается плоскости  $(x_2, z_2)$ . Этот фронт (как, впрочем, и все остальные) пересекается с каустической поверхностью  $C_2$  под прямым углом вдоль линии, на которой кривизна фазового фронта равна бесконечности, и, следовательно, являющейся линией кривизны фазового фронта и каустической поверхности  $C_2$ . Таким образом, сечение  $C_2$  плоскостью  $(x_2, z_2)$  является главным нормальным сечением. Аппроксимируя  $C_{1,2}$  вблизи точек  $P_{1,2}$  поверхностями второго порядка, получаем

$$x_{1,2} [C_{1,2}] = \frac{1}{2\rho_{1,2}^{(1)}} y_{1,2}^2 + \frac{1}{2\rho_{1,2}^{(2)}} z_{1,2}^2, \quad (3)$$

где  $\rho_{1,2}^{(1,2)}$  — главные радиусы кривизны поверхностей  $C_{1,2}$  в точке  $P_{1,2}$ ,  $x[C]$ ,  $y[C]$ ,  $z[C]$  — координаты поверхности  $C$ .

Зная геометрию каустики, нетрудно записать коротковолновую асимптотику поля вблизи нее:

$$\left. \begin{aligned} G(\mathbf{r}_1, 0) \\ G(0, \mathbf{r}_2) \end{aligned} \right\} \approx Bv \left( \frac{x_{1,2}}{\Lambda_{1,2}} - \frac{y_{1,2}^2}{2\Lambda_{1,2}\rho_{1,2}^{(1)}} - \frac{z_{1,2}^2}{2\Lambda_{1,2}\rho_{1,2}^{(2)}} \right) \times \\ \times \exp \left\{ i \left[ \varphi_0 + k_{1,2} y_{1,2} \left( 1 + \frac{x_{1,2}}{\rho_{1,2}^{(1)}} \right) + \frac{k_{1,2} z_{1,2}^2}{2R_{1,2}} \right] \right\}, \quad (4)$$

где  $k_{1,2} = k_0 \sqrt{\varepsilon(P_{1,2})}$ ,  $\Lambda$  — характерный масштаб неоднородности поля поперек каустики (ширина прикаустической зоны),  $R$  — радиус кривиз-

ны сечения фазового фронта плоскостью  $(y, z)$ ,  $B$  — амплитудный множитель (индексы 1 и 2 означают принадлежность к каустикам  $C_1$  и  $C_2$ ),  $v$  — функция Эйри, аргументом которой в (4) является расстояние (вычисленное с точностью до кубичных по  $|r_{1,2}|/\rho_{1,2}^{(1,2)}$  членов и отнормированное на  $\Lambda_{1,2}$ ) от точки  $r_{1,2}$  до каустики  $C_{1,2}$ .

В (4) и всюду в дальнейшем  $r_1$  и  $r_2$  — радиус-векторы в системах координат  $\{x_1, y_1, z_1\}$  и  $\{x_2, y_2, z_2\}$ . Точка источника и точка наблюдения в функции Грина записываются в разных системах координат —  $G(r_1, r_2)$ . Точка излучателя и точка наблюдения рассеянного поля описываются радиус-векторами  $r_1^{(n)}$  и  $r_2^{(n)}$  в системе координат  $\{x_1, y_1, z_1\}$ . Как ясно из самого способа введения локальных систем координат,  $r_1^{(n)} = 0$ , но ниже встретится и качественное рассмотрение вспомогательных задач, в которых  $r_1^{(n)} \neq 0$ .

Выражение (4) является неравномерной коротковолновой асимптотикой поля и применимо только в ограниченной области пространства вблизи точки  $P_{1,2}$ . К сожалению, в общем случае не удастся написать точные достаточные условия применимости (4). Эвристическими критериями применимости являются неравенства [4]

$$\begin{aligned} |r_{1,2}|/|\rho_{1,2}| \ll 1, \quad \Lambda_{1,2} \ll \rho_{1,2}, \quad \Lambda_{1,2} \left| \frac{\partial \varepsilon}{\partial y_{1,2}} / \varepsilon_{1,2} \right| \ll 1, \\ \Lambda_{1,2} \left| \frac{\partial \varepsilon}{\partial z_{1,2}} / \varepsilon_{1,2} \right| \ll 1, \quad \Lambda_{1,2} \left| \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x_{1,2}^2} / \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_{1,2}} \right| \ll 1. \end{aligned} \quad (4a)$$

Поместив излучатель в точку  $P'_1$ , близкую (в масштабе неоднородности среды) к  $P_1$ , и повторив все выкладки заново, мы бы получили для функции Грина соотношения (4 а), отличающиеся от (4) только тем, что в них стояли бы штрихованные величины:  $r'_{1,2}$ ,  $\Lambda'_{1,2}$  и т. п. Подставив в (4 а) общее линейное преобразование от координат  $r'_{1,2}$  к  $r_{1,2}$ , можно убедиться, что общий вид функции  $G(r_1, r_2)$  следующий:

$$\begin{aligned} G(r_1, r_2) \approx Bv \left[ \frac{x_1}{\Lambda_1} + \frac{x_2}{\Lambda_2} - \frac{y_1^2}{2\Lambda_1 \rho_1^{(1)}} - \frac{y_2^2}{2\Lambda_2 \rho_2^{(1)}} - \frac{z_1^2}{2\Lambda_1 \rho_1^{(2)}} - \frac{z_2^2}{2\Lambda_2 \rho_2^{(2)}} + \right. \\ \left. + \sum_i X_1^{(i)}(r_1) X_2^{(i)}(r_2) \right] \exp \left\{ i \left[ \varphi_0 + (k_1 y_1 + k_2 y_2) \left( 1 + \frac{x_1}{\rho_1^{(1)}} + \frac{x_2}{\rho_2^{(1)}} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{k_1 z_1^2}{2R_1} + \frac{k_2 z_2^2}{2R_2} + \sum_i X_1^{(i)}(r_1) X_2^{(i)}(r_2) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $X_k^{(i)}$  — некоторые функции, такие, что  $X_k^{(i)}(0) \equiv 0$ .

Мы не приводим конкретные выражения для функций  $X$ , поскольку можно показать, что их вклад в интеграл (2) пренебрежимо мал. Для этого рассмотрим три варианта задачи со следующими размещениями точки излучателя  $r_1^{(n)}$  и точки наблюдения  $r_2^{(n)}$  рассеянного поля  $u_p$ :

- 1)  $r_1^{(n)} = 0, \quad r_2^{(n)} = 0$ ;
- 2)  $r_1^{(n)} = 0, \quad r_2^{(n)} = r'_2$ ;
- 3)  $r_1^{(n)} = r'_1, \quad r_2^{(n)} = r'_2$ .

В величину  $u_p^{(1)}$  в варианте 1) функции  $X_{1,2}^{(i)}$  вклада не дают, так как

$X_1^{(l)}(0) = (0)$ . Нетрудно видеть, что в  $u_p^{(2)}$  и  $u_p^{(3)}$  эти функции войдут в одинаковых комбинациях (в одном случае с коэффициентом 2). С другой стороны, варианты 3) и 1) физически неразличимы до тех пор, пока смещение  $|r'_1|$  много меньше характерного масштаба неоднородности среды  $L$ . Действительно, мы могли бы сразу выбрать в качестве точки излучателя точку  $r'_1$  и для нее построить систему каустик  $C'_1$  и  $C'_2$ , все параметры которых отличались бы от параметров  $C_1$  и  $C_2$  на величины порядка  $O(|r'_1|/L)$ . Каждому расположению объекта относительно каустик  $C_1$  и  $C_2$  в варианте 1) можно привести в соответствие эквивалентное расположение объекта в варианте 3) относительно каустик  $C'_1$  и  $C'_2$ . Очевидно, что  $|u_{p,2}^{(1)} - u_{p,2}^{(3)}| = O(|r'_1|/L)$ . Но вклад  $X_{1,2}^{(l)}$  в  $u_p^{(1)}$  равен нулю при произвольном расположении объекта. Следовательно, он будет малым и в варианте 3), а значит, и в варианте 2) (который, в конечном счете, нас и интересует).

3. Точка  $P_2$  выбрана на каустике  $C_2$  таким образом, чтобы отражающая поверхность  $S$  касалась плоскости  $(x_2, z_2)$  в точке с координатами  $(x_{20}, 0, 0)$  (см. рис. 1). Будем предполагать, что в области, существенной для интегрирования в (2), поверхность  $S$  достаточно хорошо аппроксимируется следующей поверхностью второго порядка:

$$y_2[S] = \frac{1}{2a_1} [(x_2 - x_{20}) \cos \theta + z_2 \sin \theta]^2 + \frac{1}{2a_2} [(x_2 - x_{20}) \sin \theta - z_2 \cos \theta]^2, \quad (6)$$

где  $a_1$  и  $a_2$  — главные радиусы кривизны отражающей поверхности в точке  $(x_{20}, 0, 0)$ ,  $\theta$  — угол между главными направлениями на  $S$  и осями  $x_2$  и  $z_2$ .

При подстановке (5) и (6) в (2) в подынтегральное выражение войдет произведение двух функций Эйри разных аргументов, для которого мы воспользуемся следующим интегральным представлением:

$$v(x)v(y) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp}{\sqrt{p}} \exp \left\{ i \left[ \frac{1}{2} (x+y)p + \frac{1}{12} p^3 - \frac{(x-y)^2}{4p} + \frac{\pi}{4} \right] \right\}. \quad (7)$$

Используя (7) и меняя в (2) порядок интегрирования, проинтегрируем (2) методом стационарной фазы по поверхности  $S$ . Во избежание громоздкости приведем выражение для рассеянного поля  $u_p$  только для точек наблюдения, лежащих в плоскости  $(x_1, y_1)$ , так как структура поля именно в этой плоскости представляет наибольший интерес. Кроме того, ограничимся случаем, когда  $a_{1,2} \ll R_2, \rho_2^{(2)}$ . Заметим, что такое ограничение общности не вызвано какими-либо принципиальными или вычислительными трудностями. В результате имеем следующую локальную коротковолновую асимптотику для  $u_p$  вблизи точки  $P_1$ :

$$u_p = \frac{B^2}{8\sqrt{\pi}} \sqrt{a_1 a_2} \exp(i\varphi_1) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp}{\sqrt{p}} \exp \left\{ i \left[ \left( x_0 + \frac{1}{2} \xi - A\eta \right) p - \frac{1}{4} A p^2 + \frac{1}{12} p^3 - \frac{\xi^2}{4p} \right] \right\}, \quad (8)$$

где  $x_0 = x_{20}/\Lambda_2$ ,  $\xi = \frac{x_1}{\Lambda_1} - \frac{y_1^2}{2\Lambda_1 \rho_1}$ ,  $\eta = \frac{\Lambda_2}{\rho_2} k_1 y_1$ ,  $A = a/k_2 \Lambda_2^2$ ,  $a = a_1 a_2 / a_{yz}$ ,  $a_{yz} = \left( \frac{\sin^2 \theta}{a_1} + \frac{\cos^2 \theta}{a_2} \right)^{-1}$  — радиус кривизны сечения  $S$  плоскостью, параллельной  $(y_2, z_2)$ ,  $\varphi_1 = 2\varphi_0 + k_1 y_1 (1 + (x_1/\rho_1)) + 2k_1 y_1 x_{20}/\rho_2 - a k_1^2 y_1^2 / k_2 \rho_2^2 + (\pi/4)$ ,  $\rho_{1,2} = \rho_{1,2}^{(1)}$  (верхний индекс (1) опущен, так как параметры  $\rho_{1,2}^{(2)}$  в (8) не вошли в силу сделанных выше ограничений).

4. Общее представление о структуре рассеянного поля, определяемого выражением (8), дает качественная картина каустики, приведенная на рис. 2. Ветви 1 и 2 каустики рассеянного поля  $C_p$  вблизи точки возврата ( $\xi = 0$ ,  $\eta = x_0/A$ ) описываются уравнением

$$\xi_{1,2}[C_p] = \mp \sqrt{A} \left[ \frac{4}{3} (\eta_{1,2} - x_0/A) \right]^{3/2} \quad (\eta_{1,2} > x_0/A). \quad (9)$$

Ветви 2 и 3 имеют общую асимптоту  $\xi = A(\eta - x_0/A)$ .

Из рис. 2 видны два предельных случая:  $A \ll 1$  и  $A \gg 1$ , когда рассеянное поле вблизи точки излучателя ( $\xi = 0$ ,  $\eta = 0$ ) имеет структуру, соответствующую «эталонным», так сказать, каустикам. При  $A \gg 1$  ветвь 3 проходит далеко от точки излучателя и не должна влиять на структуру поля обратного рассеяния, которая будет подобна структуре поля вблизи точки возврата каустики [1,5].

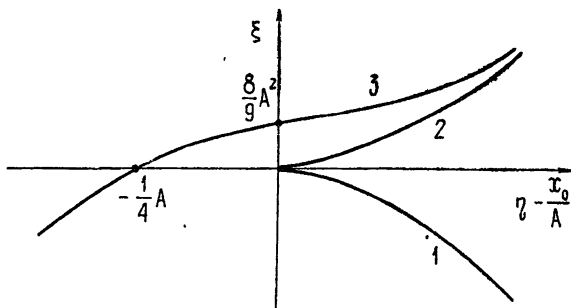


Рис. 2.

При уменьшении  $A$  все три ветви каустики  $C_p$  начинают сливаться в одну. Поле  $u_p$  в предельном случае  $A \ll 1$  должно иметь структуру, соответствующую гладкой каустике.

В указанных предельных случаях удается упростить (8).

а)  $A \ll 1$  — «малые» объекты. Выражение (8) приводится к виду

$$u_p(\xi, \eta) = \frac{1}{2} B^2 \sqrt{a_1 a_2} \exp(i\varphi_1) v(x_0 - A\eta) v(x_0 + \xi - A\eta). \quad (10)$$

Формула (10) является обобщением на гладкие отражающие поверхности результата работы [6], полученного для точечных рассеивателей. Условие «малости» отражающего объекта,  $A \ll 1$ , имеет простой физический смысл и означает, что в пределах эффективной отражающей площадки с шириной порядка  $\sqrt{\lambda_2 a}$  падающее поле можно считать однородным по амплитуде.

б)  $A \gg 1$  — «большие» объекты (напомним, что размеры объекта ограничены сверху в связи с «локальным» характером асимптотики (5)). Пренебрегая в (8) величинами порядка  $1/A$ , получаем

$$u_p = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} B^2 (k_2 \Lambda_2^2 a_1 a_2 a_{yz})^{1/4} \exp(i\varphi_2) I(A^{1/4} \xi, 2A^{-1/2}(x_0 - A\eta)), \quad (11)$$

$$\text{где } I(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \exp\{i(x\tau + y\tau^2 + \tau^4)\}, \quad \varphi_2 = \varphi_1 - \frac{\pi}{4} - \frac{1}{A} \left(x_0 + \frac{1}{2}\xi - A\eta\right)^2.$$

Интеграл  $I(x, y)$  достаточно хорошо изучен [1, 5] и, в соответствии со сказанным выше, описывает поле вблизи точек возврата каустик.

5. В качестве характеристики отражающих свойств объекта в неоднородной среде удобно пользоваться понятием кажущегося сечения рассеяния  $\sigma_k$ , введенным в работе [7] (см. также [6]). Величина  $\sigma_k$  определяется как истинное сечение рассеяния такого гипотетического объекта, при рассеянии на котором в вакууме (с сохранением взаимного расположения излучателя, объекта и приемника) амплитуда принимаемого сигнала такая же, как и в исследуемой задаче.

Приведем выражения для  $\sigma_k$  «малых» и «больших» объектов в точке  $\xi = 0, \eta = 0$ .

$$\text{а) } A \ll 1 \quad (a \ll \sqrt{\varepsilon_2} k_0 \Lambda_2^2).$$

$$\sigma_k = \sigma_0 T^4(x_0), \quad (12)$$

где  $\sigma_0 = \pi a_1 a_2$  — истинное сечение рассеяния объекта,  $T = Bv(x_0) |r(P_2) - r(P_1)|$  — коэффициент преобразования амплитуды поля [6] на трассе излучатель — «зеркальная» точка  $\{x_{20}, 0, 0\}$ . Аналогичное выражение для точечных рассеивателей получено и подробно обсуждается в [6, 7].

б)  $A \gg 1$  ( $a \gg \sqrt{\varepsilon_2} k_0 \Lambda_2^2$ ). Приведем выражение для максимального  $\sigma_k$  ( $x_0 \sim -1$ ):

$$\sigma_k^{\max} = 0,81 \sigma_0 T^4(-1) \frac{\Lambda_2}{\sqrt{\lambda_2 a}}. \quad (13)$$

Отношение  $\Lambda_2/\sqrt{\lambda_2 a}$  в (13) показывает, во сколько раз уменьшается эффективная отражающая площадь на поверхности  $S$  по сравнению со случаем плоской падающей волны. Здесь, так же как и в задаче о поле направленного излучателя вблизи каустики [2], ширина прикаустической зоны  $\Lambda_2$  играет роль размера первой зоны Френеля.

6. В заключение сделаем несколько замечаний качественного характера, поясняющих физический смысл преобразований и результатов работы. В первую очередь заметим, что использование интегрального представления (7) для произведения функций Эйри облегчает математические выкладки, но несколько затеняет суть дела. Тот же самый результат можно получить, применяя для  $u_{\text{пад}}$  и  $G$  интегральное представление функции Эйри:

$$v(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{i(xt + t^3/3)\} dt. \quad (14)$$

В результате после интегрирования по  $S$  был бы получен двукратный интеграл, который заменой переменных интегрирования и интегрированием по одной из них сводится к выражению (8). Такой путь полностью эквивалентен принятому в работе, но допускает весьма наглядную интерпретацию. Легко видеть, что использование (14) для функции Эйри, стоящей в формуле (5), соответствует разложению локальной асимптотики функции Грина по почти плоским волнам. Таким образом, задача дифракции волнового поля со сложной структурой на объекте, помещенном в среду со сложной функцией Грина, сводится к вычислению коэффици-

ента трансформации почти плоской падающей волны в почти плоскую рассеянную волну (дифракция Фраунгофера).

Некоторые качественные особенности решения (8) можно проиллюстрировать на следующей грубой модели. Структура поля вблизи гладкой каустики локально подобна (разумеется, не в области тени) структуре поля двух плоских волн, распространяющихся под некоторым углом  $\alpha$  друг к другу. По теореме взаимности основной вклад в поле рассеяния вблизи точки облучателя дадут плоские волны, распространяющиеся в направлении, противоположном падающим. На рис. 3 выделены три зеркальные точки для падающих плоских волн на поверхности  $S$ . Точки 2 и 3 соответствуют нормальному падению плоских волн. Нормаль к  $S$  в точке 1 совпадает с биссектрисой угла, образованного волновыми векторами падающих (а следовательно, и отраженных) волн. Таким образом, в точку наблюдения приходят по разным путям четыре сигнала

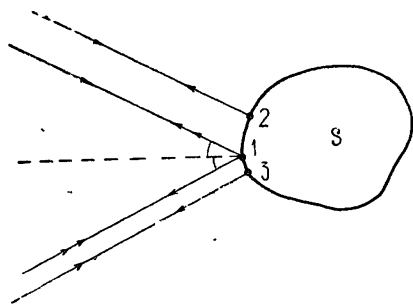


Рис. 3.

с разными фазами (это соответствует наличию четырех стационарных точек в интеграле (8) и виду каустики  $C_p$ , приведенной на рис. 2). Если теперь уменьшать размеры отражающего объекта, точки 2 и 3 будут стремиться к точке 1, и, начиная с некоторых размеров объекта, можно считать, что в точку наблюдения приходят только два сигнала с различными фазами. Этим объясняется различие структуры поля в двух рассмотренных случаях «больших» и «малых» тел.

Автор выражает признательность В. В. Бочарову, И. Г. Кондратьеву и М. А. Миллеру за полезное обсуждение результатов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. T. Pearcey, *Phil. Mag.*, **37**, 311 (1946).
2. И. Г. Кондратьев, Г. В. Пермитин, *Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика*, **13**, № 12, 1794 (1970).
3. П. К. Рашевский, *Курс дифференциальной геометрии*, Физматгиз, М., 1956.
4. В. Я. Грошев, Ю. А. Кравцов, *Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика*, **11**, № 12, 1812 (1968).
5. Л. М. Бреховских, *Волны в слоистых средах*, изд. АН СССР, М., 1957.
6. В. Б. Гильденбург, Ю. М. Жидко, И. Г. Кондратьев, М. А. Миллер, *Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика*, **10**, № 9—10, 1358 (1967).
7. V. B. Gildenburg, I. G. Kondratjev, M. A. Miller, *Proc. Symp. on Electromagnetic Wave Theory*, Pergamon Press, Oxford—N. Y., 1967, p. 1025.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию  
7 февраля 1972 г.

#### BACKSCATTERING OF SCALAR WAVE FIELD BY A PERFECTLY REFLECTING OBJECT SITUATED NEAR CAUSTIC SURFACE

G. V. Permittin

The field structure of backscattering by a smooth reflecting object placed near the caustic surface of the incident field in an inhomogeneous medium is investigated. Expressions are obtained for the apparent object scattering section.