ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XVI, № 1 РАДИОФИЗИКА 1973

УДК 533.951

КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ОТРАЖЕНИЯ ВОЛН ПРИ НАКЛОННОМ ПАДЕНИИ ИХ НА ГРАНИЦУ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЫ

А. Н. Кондратенко

Найдены коэффициенты отражения и поверхностного поглощения при наклонном падении линейно поляризованных волн на полуограниченную плазму, находящуюся в постоянном магнитном поле, перпендикулярном границе. Рассмотрены случаи слабой и сильной пространственной дисперсии. Оказывается, что при зеркальном отражении частиц в случае слабой пространственной дисперсии коэффициент поверхностного поглощения s-поляризованной волны имеет слагаемое, пропорциональное средней тепловой скорости частиц, которое исчезает как при нормальном падении, так и в изотропной плазме. Коэффициент поверхностного поглощения p-поляризованной волны при аномальном скин-эффекте сильно возрастает с увеличением угла падения, достигая в максимуме значения, близкого к единице.

1. Отражение нормально падающих электромагнитных волн от полуограниченной плазмы, находящейся в постоянном магнитном поле, перпендикулярном границе, рассматривалось в работах [1-4], от магнитоактивного слоя плазмы — в работе [5]. При наклонном падении электромагнитных волн появляются качественно новые эффекты. В частности, становится возможной трансформация волн, зависимость коэффициентов поверхностного поглощения от средней тепловой скорости электронов v_e приобретает иной характер. Так, например, в изотропной плазме коэффициент поверхностного поглощения энергии волны, электрический вектор которой лежит в плоскости падения (p-поляризация), при зеркальном отражении электронов от границы в случае слабой пространственной дисперсии пропорционален v_e/c [6], а не $(v_e/c)^3$, как при нормальном падении. Как будет показано дальше, в магнитоактивной плазме при тех же условиях коэффициент поверхностного поглощения s-поляризованной волны (электрический вектор перпендикулярен к плоскости падения) также имеет слагаемое, пропорциональное v_e/c, которое исчезает как в изотропной плазме, так и при нормальном падении.

Отметим только, что наклонное падение волн на полуограниченную магнитоактивную плазму ранее рассматривалось в работе [7], где была найдена асимптотика полей на больших расстояниях от границы плазмы в случае больших значений компонент тензора диэлектрической проницаемости.

2. Выберем ось z вдоль постоянного магнитного поля, так что плазма занимает область $z > 0$, а ось x — в плоскости падения волны. Зависимость полей в вакууме и плазме от координаты x и времени имеет вид $\exp i(k_1 x - \omega t)$, где $k_1 = k\sin\theta$, $k = \omega/c$.

Решение уравнений Максвелла в плазме будем искать в виде интегралов Фурье, продолжая поля $E_{x,y}$ и H_z на область $z < 0$ четным, а E_z и $H_{x,y}$ — нечетным образом. Отражение электронов от границы плазмы предполагаем зеркальным. В этом случае при выбранном нами продолжении полей на область $z<0$ связь между коэффициентами Фурье токов и полей является простой алгебраической [7] и имеет такой же вид, как и в безграничной плазме, $j_i(q)=\sigma_{ik}(q)E_k(q)$ $(i, k=1, 2, 3)$. Поэтому, переходя от уравнений для полей к уравнениям для коэффициентов Фурье, решая их и возвращаясь снова к полям, найдем, что между тангенциальными компонентами полей в плазме на ее границе имеют место такие соотношения:

$$\begin{aligned} E_x(0) &= S_1 H_y(0) - S_2 H_x(0), \\ E_y(0) &= -S_2 H_y(0) - S_3 H_x(0), \end{aligned} \tag{1}$$

где

$$S_i = \frac{-i}{\pi k}\int_{-\infty}^{\infty} dq\, \frac{a_i(q)}{\Delta(q)},$$

$$a_1 = \left(\frac{q^2}{k^2} + \sin^2\theta - \varepsilon_{22}\right)(\sin^2\theta - \varepsilon_{33}),$$

$$a_2 = \varepsilon_{12}(\sin^2\theta - \varepsilon_{33}) - \varepsilon_{23}\left(\frac{q}{k}\sin\theta + \varepsilon_{13}\right),$$

$$a_3 = \left(\frac{q^2}{k^2} - \varepsilon_{11}\right)(\sin^2\theta - \varepsilon_{33}) - \left(\frac{q}{k}\sin\theta + \varepsilon_{13}\right)^2, \tag{2}$$

$$\Delta = f_4\frac{q^4}{k^4} + f_3\frac{q^3}{k^3} + f_2\frac{q^2}{k^2} + f_1\frac{q}{k} + f_0,$$

$$f_4 = -\varepsilon_{33}, \quad f_3 = -2\varepsilon_{13}\sin\theta,$$

$$f_2 = -(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{33})\sin^2\theta + \varepsilon_{33}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) + \varepsilon_{23}^2 - \varepsilon_{13}^2,$$

$$f_1 = -2(\varepsilon_{13}\sin^2\theta + \varepsilon_{12}\varepsilon_{23} - \varepsilon_{13}\varepsilon_{22})\sin\theta,$$

$$f_0 = -\varepsilon_{11}\sin^4\theta + \left[\varepsilon_{11}(\varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) + \varepsilon_{12}^2 - \varepsilon_{13}^2\right]\sin^2\theta - |\varepsilon_{ik}|;$$

$$|\varepsilon_{ik}| = \det\varepsilon_{ik} = (\varepsilon_{11}\varepsilon_{22} + \varepsilon_{12}^2)\varepsilon_{33} + \varepsilon_{11}\varepsilon_{13}^2 + 2\varepsilon_{12}\varepsilon_{13}\varepsilon_{23} - \varepsilon_{22}\varepsilon_{13}^2. \tag{3}$$

Здесь $\varepsilon_{ik}=\varepsilon_{ik}(q)$ — тензор диэлектрической проницаемости неограниченной плазмы.

Граничные условия для полей, как обычно, состоят в условиях непрерывности тангенциальных компонент электромагнитного поля на границе плазмы.

3. Общий случай падающей на плазму линейно поляризованной волны будет исследован, если рассмотреть раздельно s- и p-поляризованные волны. Однако при падении волны определенной поляризации отраженная волна будет иметь обе поляризации.

Рассмотрим сначала s-поляризованную волну. Если ее амплитуду положить равной единице, то падающая волна имеет вид

$$E_y = \exp(ik_3 z), \quad H_x = -\cos\theta\exp(ik_3 z), \quad k_3 = k\cos\theta,$$

а отраженная

$$E_x = R_{12}\cos\theta\exp(-ik_3 z), \quad H_y = -R_{12}\exp(-ik_3 z),$$

$$E_y = R_{22}\exp(-ik_3 z), \quad H_x = R_{22}\cos\theta\exp(-ik_3 z).$$

Граничные условия для полей приводят к следующим выражениям для коэффициентов отражения:

$$R_{22} = \frac{1}{\delta}\left[(S_1 + \cos\theta)(S_3\cos\theta - 1) + S_2^2\cos\theta\right],$$
$$R_{12} = \frac{2}{\delta} S_2 \cos\theta; \tag{4}$$

$$\delta = (S_1 + \cos\theta)(S_3\cos\theta + 1) + S_2^2\cos\theta. \tag{5}$$

Входящие в (4) и (5) выражения S_i в общем случае комплексные. Поэтому, если положим $S_{1,3} = S'_{1,3} + iS''_{1,3}$, $S_2 = iS'_2 + S''_2$, то коэффициент поглощения энергии падающей волны равен

$$W_s = 1 - |R_{12}|^2 - |R_{22}|^2 = \frac{4\cos\theta}{|\delta|^2}\left[S'_3(S'_1 + \cos\theta)^2 + \right.$$
$$\left. + S'_1\left(S''^2_2 - S'^2_2\right) - 2S'^2_2\cos\theta + S'_3 S''^2_1 + 2S'_2 S''_1 S''_2\right]. \tag{6}$$

Пусть теперь падающая волна — p-поляризованная с амплитудой, равной единице; т. е.

$$E_x = \cos\theta \exp(ik_3 z), \quad H_y = \exp(ik_3 z),$$

а отраженная волна

$$E_x = R_{11}\cos\theta\exp(-ik_3 z), \quad H_y = -R_{11}\exp(-ik_3 z),$$
$$E_y = R_{21}\exp(-ik_3 z), \quad H_x = R_{21}\cos\theta\exp(-ik_3 z).$$

Для коэффициентов отражения R_{11} и R_{21} получим следующие выражения:

$$R_{11} = \frac{1}{\delta}\left[(S_1 - \cos\theta)(S_3\cos\theta + 1) + S_2^2\cos\theta\right],$$
$$R_{21} = -R_{12}, \tag{7}$$

где δ имеет прежнее значение (5).

Коэффициент поглощения

$$W_p = 1 - |R_{11}|^2 - |R_{12}|^2 = \frac{4\cos\theta}{|\delta|^2}\left[S'_1(S'_3\cos\theta + 1)^2 - \right.$$
$$\left. - 2S'^2_2\cos\theta + S'_3\left(S''^2_2 - S'^2_2\right)\cos^2\theta + S'_1 S''^2_3\cos^2\theta + 2S'_2 S''_2 S''_3\cos^2\theta\right]. \tag{8}$$

Выражения (6) и (8) представляют собой ту часть энергии падающей s- или p-поляризованной волны, которая передается плазме то ли в виде поверхностного поглощения, то ли в виде возбуждаемых в плазме поперечных и продольных волн.

4. *Слабая пространственная дисперсия.* Найдем коэффициенты поверхностного поглощения в том случае, когда падающая волна «скинируется». Поскольку $\varepsilon_{13} \sim \varepsilon_{23} \sim v_e/c$, то ими можно пренебречь. С точностью до членов v_e/c $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22}$. Ради простоты плотность плазмы будем считать большой, так что $|\varepsilon_{11}|, |\varepsilon_{33}| \gg 1$. Тогда все выражения значительно упрощаются:

$$a_1 = \left(\frac{q^2}{k^2} - \varepsilon_{11}\right)(\sin^2\theta - \varepsilon_{33}),$$
$$a_2 = -\varepsilon_{33}\varepsilon_{12}, \quad a_3 = -\varepsilon_{33}\left(\frac{q^2}{k^2} - \varepsilon_{11}\right), \tag{9}$$
$$\Delta = -\varepsilon_{33}\left(\frac{q^4}{k^4} - 2\varepsilon_{11}\frac{q^2}{k^2} + \varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{12}^2\right).$$

В формуле для a_1' удержано слагаемое $\sin^2\theta$, поскольку с ним существенно связан получаемый эффект.

Предполагая пространственную дисперсию слабой, $\frac{v_e}{c}\left|\frac{\Omega_e}{\omega-\omega_e}\right| \ll 1$ (Ω_e — ленгмюровская, ω_e — циклотронная частота электронов), и вычисляя интегралы S_i, найдем, что

$$S_1' = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\frac{v_e}{c}\frac{\Omega_e^2}{\omega^2}\left\{4\sin^2\theta\, I\left(\frac{\Omega_e}{\omega}\right)+\frac{v_e^2}{c^2}\left[\frac{\omega^4}{(\omega-\omega_e)^4}+\frac{\omega^4}{(\omega+\omega_e)^4}\right]\right\},$$

$$S_1'' = -\frac{k}{2}\left(\frac{1}{|q_1|}+\frac{1}{|q_2|}\right),$$

$$S_2' = 0,\quad S_2'' = \frac{k}{2}\left(\frac{1}{|q_1|}-\frac{1}{|q_2|}\right), \tag{10}$$

$$S_3' = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\frac{v_e^3}{c^3}\left[\frac{\Omega_e^2\omega^2}{(\omega-\omega_e)^4}+\frac{\Omega_e^2\omega^2}{(\omega+\omega_e)^4}\right],$$

где

$$\frac{q_{1,2}}{k} = \sqrt{1-\frac{\Omega_e^2}{\omega(\omega\pm\omega_e)}},$$

$$I\left(\frac{\Omega_e}{\omega}\right) = \int_0^\infty \frac{\exp(-x^2)\,x^3\,dx}{\varepsilon_e'^2(x)+\varepsilon_e''^2(x)}, \tag{11}$$

$$\varepsilon_e' = 1+\frac{\Omega_e^2}{\omega^2}x^2\left(1-2x\exp(-x^2)\int_0^x \exp(z^2)\,dz\right),$$

$$\varepsilon_e'' = 2\sqrt{\pi}\frac{\Omega_e^2}{\omega^2}x^3\exp(-x^2).$$

При больших значениях Ω_e/ω приближенно $I \approx \frac{\omega^4}{4\Omega_e^4}\ln\frac{\Omega_e}{\omega}$.

Из формулы (11) видно, что $q_{1,2}$ будут мнимыми, т. е. волна будет скинироваться, если $\omega > \omega_e$. Подставляя (10) в формулу (6), найдем коэффициент поверхностного поглощения энергии падающей s-поляризованной волны:

$$W_s = W_{1s}+W_{2s},$$

$$W_{1s} = \frac{8}{\sqrt{\pi}}\frac{v_e}{c}\left(1-\sqrt{1-\frac{\omega_e^2}{\omega^2}}\right)I\left(\frac{\Omega_e}{\omega}\right)\frac{\sin^2\theta\cos\theta}{\cos^2\theta+\frac{\omega^2}{2\Omega_e^2}\left(1+\sqrt{1-\frac{\omega_e^2}{\omega^2}}\right)},$$

$$W_{2s} = \frac{4\cos\theta}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{v_e}{c}\right)^3\left[\frac{\Omega_e^2\omega^2}{(\omega-\omega_e)^4}+\frac{\Omega_e^2\omega^2}{(\omega+\omega_e)^4}\right]. \tag{12}$$

Таким образом, W_s состоит из двух различных слагаемых. Первое из них является следствием возникновения на границе плазмы нормальной компоненты электрического поля вследствие анизотропии среды. Оно пропорционально v_e/c и исчезает как в случае нормального падения, так и в отсутствие внешнего магнитного поля, поскольку при малых магнитных полях $W_{1s} \sim \omega_e^2/\omega^2$. С увеличением угла падения W_{1s} возрастает, достигая наибольшего значения при углах $\theta_m \approx \frac{\pi}{2} - \frac{\omega}{\sqrt{2}\,\Omega_e}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{\omega_e^2}{\omega^2}}\right)^{1/2}$. Второе слагаемое, W_{2s}, пропорционально $(v_e/c)^3$ и в отсутствие магнитного поля имеет такой же вид, как и при падении s-поляризованной волны на изотропную плазму.

Для углов падения $\theta \sim 1$

$$\frac{W_{2s}}{W_{1s}} \sim \left(\frac{v_e}{c}\right)^2 \frac{\Omega_e^6}{(\omega - \omega_e)^4\,\omega^2}.$$

В рассматриваемых нами условиях слабой простанственой дисперсии, когда $\frac{v_e}{c}\,\frac{\Omega_e}{\omega - \omega_e} \ll 1$ при больших плотностях плазмы, $\Omega_e \gg \omega$, отношение W_{2s}/W_{1s} может быть и больше единицы, т. е. поглощение энергии волны частицами плазмы при взаимодействии их с поперечным полем может оказаться больше, чем при взаимодействии с продольным. При больших углах падения, однако, когда $\theta \approx \theta_m$, W_{1s} сильно возрастает, W_{2s} уменьшается и отношение

$$\frac{W_{2s}}{W_{1s}} \sim \left(\frac{v_e}{c}\right)^2 \frac{\Omega_e^4}{(\omega - \omega_e)^4}.$$

Заметим, наконец, что, хотя предыдущие формулы получены в предположении $\Omega_e \gg \omega$, по порядку величины они справедливы до значений $\Omega_e \sim \omega$. Тогда параметр Ω_e/ω роли не играет, и для не слишком малой разности $\omega - \omega_e$ $W_{1s} \gg W_{2s}$.

Подставляя значения (10) в формулу (8), найдем коэффициент поверхностного поглощения p-поляризованной волны. Он также состоит из двух различных слагаемых:

$$W_p = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\,\frac{\Omega_e^2}{\omega^2}\,\frac{v_e}{c}\,\frac{(\xi_1 + \xi_2)\cos\theta}{\cos^2\theta + \frac{\omega^2}{2\Omega_e^2}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{\omega_e^2}{\omega^2}}\right)},$$
$$\xi_1 = 4\sin^2\theta\, I\left(\frac{\Omega_e}{\omega}\right), \quad \xi_2 = \left(\frac{v_e}{c}\right)^2\left[\frac{\omega^4}{(\omega - \omega_e)^4} + \frac{\omega^4}{(\omega + \omega_e)^4}\right]. \tag{13}$$

Слагаемое в W_p, возникшее вследствие наличия нормальной компоненты электрического поля и пропорциональное ξ_1, слабо зависит от внешнего магнитного поля и имеет почти такой же вид, как и в изотропной плазме. Слагаемое, пропорциональное ξ_2, при нормальном падении совпадает с W_{2s}, если учесть, что $\Omega_e \gg \omega$. При увеличении угла падения оба слагаемых в W_p возрастают, достигая наибольшего значения при $\theta = \theta_m$, равного

$$W_{p\,\max} = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{\Omega_e^3}{\omega^3}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{\omega_e^2}{\omega^2}}\right)\frac{v_e}{c}\left\{\frac{\omega^4}{\Omega_e^4}\ln\frac{\Omega_e}{\omega} + \left(\frac{v_e}{c}\right)^2 \times \right.$$
$$\left. \times \left[\frac{\omega^4}{(\omega - \omega_e)^4} + \frac{\omega^4}{(\omega + \omega_e)^4}\right]\right\}. \tag{14}$$

5. *Сильная пространственная дисперсия.* С приближением частоты волны к электронной циклотронной частоте слагаемые в коэффициентах поверхностного поглощения (12) и (13), пропорциональные $\left(\frac{v_e}{c}\right)^3$, быстро возрастают, и при достаточно малой разности $|\omega - \omega_e|$ эти формулы не применимы. Если

$$\left|1 - \frac{\omega_e}{\omega}\right| < \left(\frac{\Omega_e v_e}{\omega_e c}\right)^{2/3}, \qquad \Omega_e^2 > 2\omega_e^2,$$

то, как и раньше, в плазме возбуждаются две волны, одна из которых будет теперь скинироваться в условиях аномального [1], а другая — нормального скин-эффекта.

Поскольку полученные ниже коэффициенты поверхностного поглощения больше, чем $\frac{v_e}{c}\frac{\omega^2}{\Omega_e^2}$, то удерживать $\sin^2\theta$ в выражении для a_1 уже не имеет смысла. Тогда $a_1 = a_3$, $S_1 = S_3$, а вычисление интегралов $S_{1,2}$ можно свести к вычислению интегралов

$$S_\pm = -\frac{ik}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dq}{q^2 - \eta_{1,2}^2}, \tag{15}$$

где [8]

$$\frac{\eta_{1,2}^2}{k^2} = 1 + \frac{i\sqrt{\pi}\,\Omega_e^2}{\omega^2 v_e q} w(z_\pm), \tag{16}$$

$$z_\pm = \frac{\omega \pm \omega_e}{v_e q}, \qquad w(z) = \exp(-z^2)\left(1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}}\int_0^z dt \exp t^2\right),$$

$S_{1,2}$ выражаются через $S_\pm$ следующим образом:

$$S_1 = \frac{S_- + S_+}{2}, \qquad S_2 = \frac{i}{2}(S_- - S_+). \tag{17}$$

Предполагая, что $z_+ \gg 1$, а $|z_-| \ll 1$, интегралы (15) легко вычисляются и

$$\begin{aligned} S_1 &= \chi + i\left(\sqrt{3}\,\chi - \varkappa\right), \\ S_2 &= i\chi - \sqrt{3}\,\chi - \varkappa, \end{aligned} \tag{18}$$

где

$$\chi = \frac{2}{3\sqrt{3}}\left(\frac{\omega^2 v_e}{\sqrt{\pi}\,\Omega_e^2 c}\right)^{1/3}, \quad \varkappa = \frac{1}{2\sqrt{|\varepsilon_+|}}, \qquad \varepsilon_+ = 1 - \frac{\Omega_e^2}{\omega(\omega + \omega_e)}. \tag{19}$$

В выражениях (19) $\omega \approx \omega_e$. Однако если выполняется условие аномального скин-эффекта, $\frac{v_e \Omega_e}{c\,\omega} \gg 1$, то они справедливы и для изотропной плазмы, когда $\omega_e = 0$.

Теперь легко вычислить коэффициенты отражения и поверхностного поглощения в различных случаях. Если $\varkappa \ll 1$, то коэффициенты отражения имеют такой вид:

$$R_{11}=\frac{S_1-\cos\theta}{S_1+\cos\theta},\qquad R_{12}=\frac{2S_2\cos\theta}{S_1+\cos\theta},$$
$$R_{22}=\frac{S_1\cos\theta-1}{S_1\cos\theta+1}. \tag{20}$$

Не предполагая малости $\varkappa$, для коэффициентов поверхностного поглощения получим следующие выражения:

$$W_s=\frac{4\chi\cos\theta(\cos^2\theta+4\varkappa^2)}{\cos^2\theta+\varkappa^2(1+\cos^2\theta)^2},$$
$$W_p=\frac{4\chi\cos\theta\,(1+4\varkappa^2\cos^2\theta)}{(\cos\theta+\chi)^2+(\sqrt{3}\chi-\varkappa)^2(1+\cos^2\theta)^2}. \tag{21}$$

Эти формулы применимы и для изотропной плазмы в случае аномального скин-эффекта.

Если $\varkappa \ll 1$, то с увеличением угла падения W_s убывает как $\cos\theta$, а W_p возрастает как $\frac{1}{\cos\theta}$, достигая наибольшего значения при $\theta_m \approx \approx \frac{\pi}{2}-\sqrt{\chi^2+(\sqrt{3}\chi-\varkappa)^2}$. В максимуме W_p может принимать значение, близкое к единице.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. П. Силин, Труды ФИАН, 6, 199 (1955).
2. В. Д. Шафранов, ЖЭТФ, 34, 1475 (1958).
3. К. Н. Степанов, ЖЭТФ, 36, 1457 (1959).
4. В. И. Курилко, В. И. Мирошниченко, Укр. физ. журн., 6, 415 (1961).
5. А. Н. Кондратенко, В. И. Мирошниченко, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 9, № 2, 272 (1966).
6. В. П. Силин, Е. П. Фетисов, ЖЭТФ, 41, 159 (1961).
7. В. И. Мирошниченко, Диссертация, ХГУ, 1966.
8. А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, Р. В. Половин, А. Г. Ситенко, К. Н. Степанов, Коллективные колебания в плазме, Атомиздат, М., 1964.

Харьковский государственный университет

Поступила в редакцию 24 апреля 1972 г.

THE KINETIC THEORY OF WAVE REFLECTION AT THE OBLIQUE INCIDENCE ON THE BOUNDARY OF MAGNETOACTIVE PLASMA

A. N. Kondratenko

The coefficients of reflection and surface absorption are found at the oblique incidénce of linearly polarized waves on a half-bounded plasma being in a constant magnetic field perpendicular to the boundary. It appears that at the mirror particle reflection in the case of weakly spatial dispersion the surface absorption coefficient of *s*-polarized wave has an addend proportional to the mean thermal velocity of particles which vanishes both at the normal incidence and in the isotropic plasma. The surface absorption coefficient of *p*-polarized wave at abnormal spin-effect increases strongly with the incident angle reaching the maximum value close to unity.