УДК 621.371.25

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В РЕЗКОНЕОДНОРОДНОЙ СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЕ

Г. Х. Каменецкая, М. С. Ковнер

Рассматривается прохождение электромагнитных волн через сильнонеоднородную плоскослоистую плазму, когда масштаб неоднородности концентрации электронов L_N сравним с длиной свободного пробега $l_{\text{св}}$ и меньше или порядка длины волны λ.

Показано, что известное условие пренебрежения неоднородностью концентрации плазмы $|\omega - i\nu| \gg (T/m)^{1/2} L_N^{-1}$ является достаточным, но не необходимым. А именно, при наклонном падении ТЕ-волны на слой поле E в квазигидродинамическом приближении описывается обычным волновым уравнением при произвольно больших значениях градиента концентрации. В случае же наклонного падения ТН-волны неоднородность плазмы при $L_N \lesssim \lambda$ можно не учитывать при более слабых ограничениях, чем приведенное выше неравенство.

При рассмотрении прохождения электромагнитных волн через плазму иногда приходится встречаться с ситуацией, когда на расстояниях порядка длины волны λ концентрация электронов изменяется на несколько порядков [1, 2]. При этом, естественно, возникает вопрос о допустимости обобщения понятия диэлектрической проницаемости, вычисленной в квазигидродинамическом приближении [3] для однородной плазмы, на случай неоднородной среды:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_0^2(r)}{\omega^2 + \nu^2} - i\frac{\nu}{\omega}\frac{\omega_0^2(r)}{\omega^2 + \nu^2}, \tag{1}$$

где $\omega_0(r) = \left(\frac{4\pi e^2 N_0(r)}{m}\right)^{1/2}$ — плазменная частота, ν — эффективное число соударений, e, m, N — заряд, масса и концентрация электронов. В случае плавнонеоднородной среды ($L_N \gg \lambda$, L_N — масштаб неоднородности концентрации электронов) поправки к значению тензора ε из-за неоднородности плазмы находились в [4].

В настоящей работе, представляющей в значительной мере методический интерес, исследуется возможность использования проницаемости (1) для описания распространения электромагнитных волн в сильнонеоднородной нагретой плазме. Показано, что известное условие пренебрежения неоднородностью концентрации плазмы

$$|\omega - i\nu| \gg \sqrt{\frac{T}{m}}\, L_N^{-1} \tag{2}$$

(T — температура в эргах) является достаточным, но не необходимым. При наклонном падении ТЕ-волны на слой поле E описывается обычным волновым уравнением (10) при произвольно больших значениях градиента концентрации, когда условие (2) заведомо не выполняется (но квазигидродинамическое описание справедливо). В случае же падения ТН-волны (вектор E лежит в плоскости падения) можно пользоваться волновым уравнением с диэлектрической проницаемостью (1) лишь при некоторых ограничениях, которые оказываются более слабыми, чем (2).

1. Распространение высокочастотных волн в плазме описывается уравнениями Максвелла

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} - \frac{4\pi}{c} e\boldsymbol{v}N(\boldsymbol{r}), \tag{3}$$

гидродинамическим уравнением движения электронов

$$m\left(\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\nabla)\boldsymbol{v}\right) = -e\left(\boldsymbol{E} + \frac{1}{c}[\boldsymbol{v}\boldsymbol{H}]\right) - m\nu\boldsymbol{v} - \frac{\nabla(NT)}{N} - \nabla\varphi_{\text{ст}} \tag{4}$$

и уравнением непрерывности

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \operatorname{div}(N\boldsymbol{v}) = 0, \tag{5}$$

где $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ — самосогласованные поля, $\boldsymbol{v}$ — скорость электронов, $\varphi_{\text{ст}}$ — потенциал сторонних сил не электромагнитного происхождения (ионы и молекулы в высокочастотном поле считаются неподвижными)*.

2. Рассмотрим падение волны на плоскослоистую среду, свойства которой изменяются с координатой z, волновой вектор $\boldsymbol{k}$ лежит в плоскости yz. Тогда все переменные величины можно предполагать изменяющимися по закону $\exp[i\omega t - ik_y y]$.

Линеаризуя исходные уравнения, получаем

$$\begin{gathered}(i\omega + \nu)\, v_x(z) = -\frac{e}{m} E_x(z),\\ (i\omega + \nu)\, v_y(z) = -\frac{e}{m} E_y(z) + i\frac{Tk_y}{mN_0(z)}\, n(z),\\ (i\omega + \nu)\, v_z(z) = -\frac{e}{m} E_z(z) - \frac{T}{mN_0(z)}\frac{\partial n(z)}{\partial z} + \frac{n(z)\,T}{N_0^2(z)\,m}\frac{\partial N_0}{\partial z};\end{gathered} \tag{6}$$

$$i\omega n + \frac{\partial N_0}{\partial z} v_z + N_0\frac{\partial v_z}{\partial z} - ik_y N_0 v_y = 0; \tag{7}$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial^2 E_j(z)}{\partial z^2} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_y^2\right) E_j(z) - (\operatorname{grad}\operatorname{div}\boldsymbol{E})_j =\\ = i\frac{4\pi}{c^2} eN_0(z)\,\omega v_j(z) \qquad (j = x, y, z).\end{gathered} \tag{8}$$

При этом предполагаем

$$\begin{gathered}N(z) = N_0(z) + n(z), \qquad |n(z)| \ll N_0(z),\\ |\boldsymbol{E}| \gg \frac{1}{c}\,|[\boldsymbol{v}\boldsymbol{H}]|, \quad \left|\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}\right| \gg |(\boldsymbol{v}\nabla)\boldsymbol{v}|.\end{gathered} \tag{9}$$

---

* Следует заметить, что при наличии сторонних сил концентрация электронов может значительно изменяться на расстоянии длины свободного пробега.

Из (6)—(8) следует, что существуют независимо волна с компонентами E_x и v_x (ТЕ-волна) и волна, поляризованная в плоскости падения yz (ТН-волна). Из (6)—(8) для E_x легко получить уравнение [3]

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2}\left(\varepsilon(z) - \sin^2\vartheta_0\right) E_x = 0, \tag{10}$$

где $\varepsilon(z)$ дается выражением (1), а ϑ_0 — угол падения на слой.

Отметим, что в (10) не вошли градиентные члены. Физический смысл этого заключается в том, что в плоскослоистой среде $N_0 = N_0(z)$ под действием E_x-волны электроны колеблются вдоль x и не «чувствуют» неоднородности по z. Таким образом, неоднородность среды несущественна для TE-волн, и в линейном по полю E приближении можно вводить диэлектрическую проницаемость (1) при произвольно больших значениях градиента $\frac{\partial N_0}{\partial z}$, разумеется, в тех пределах, пока справедливо гидродинамическое описание [5].

3. В случае ТН-волны (E лежит в плоскости падения), исключая из (6) $n(z)$ при помощи уравнения непрерывности (7), получим

$$\begin{gathered}\left(i + \frac{\nu}{\omega} - i\frac{v_T^2}{c^2}\sin^2\vartheta_0\right) v_y = -\frac{e}{m\omega}E_y - v_z\frac{v_T^2\sin\vartheta_0}{\omega c}\frac{\partial}{\partial z}(\ln N_0 + \ln v_z),\\ v_z\left(i + \frac{\nu}{\omega} + i\frac{v_T^2}{\omega^2}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\ln N_0(z)\right) = -\frac{e}{m}E_z - \\ -\frac{v_T^2\sin\vartheta_0}{\omega c}\frac{\partial v_y}{\partial z} - \frac{i}{N_0}\frac{\partial}{\partial z}\left(N_0\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)v_T^2\,\omega^{-2},\end{gathered} \tag{11}$$

$v_T = \sqrt{T/m}$ — тепловая скорость электронов.

Слагаемые, содержащие v_T и учитывающие пространственную дисперсию, значительно усложняют нахождение точного решения. Ими можно пренебречь, если выполнены неравенства

$$\frac{v_T^2}{c^2}\sin^2\vartheta_0 \ll \sqrt{1 + \nu^2/\omega^2}; \tag{12а}$$

$$l_T\frac{v_T}{c}\sin\vartheta_0\left|\frac{\partial}{\partial z}(\ln N_0 + \ln v_z)\right| |v_z| \ll \sqrt{1 + \frac{\nu^2}{\omega^2}}\,|v_y|; \tag{12б}$$

$$l_T\frac{v_T}{c}\sin\vartheta_0\left|\frac{\partial v_y}{\partial z}\right| \ll \sqrt{1 + \frac{\nu^2}{\omega^2}}\,|v_z|; \tag{12в}$$

$$\frac{l_T^2}{N_0}\left|\frac{\partial}{\partial z}\left(N_0\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)\right| \ll \sqrt{1 + \frac{\nu^2}{\omega^2}}\,|v_z|; \tag{12г}$$

$$l_T^2\left|\frac{\partial^2}{\partial z^2}\ln N_0(z)\right| \ll \sqrt{1 + \frac{\nu^2}{\omega^2}}, \tag{12д}$$

где $l_T = v_T/\omega$ — путь, проходимый частицей за период волны.

Переходя от полей E_y и E_z к H_x, при условиях (12) получим [3]

$$\varepsilon(\rho)\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\frac{1}{\varepsilon(\rho)}\frac{\partial H_x}{\partial\rho}\right)+(\varepsilon(\rho)-\sin^2\vartheta_0)H_x=0 \tag{13}$$

$$(\rho = z\omega/c).$$

В неравенства (12) входят распределения полей E_y, E_z в слое, которые при произвольном $N_0(z)$ нельзя найти в аналитическом виде. Поэтому для сравнения (12) с (2) необходимо, вообще говоря, прибегать к численному решению (см. п. 4). Вместе с тем условия (12) могут оказаться в ряде случаев много слабее, чем (2). Так, например, если имеют место (12) и при этом $L_N \ll \lambda$, то поле на расстояниях z, много меньших, чем длина волны, находится в квазистатическом приближении:

$$E_y(z) = \mathrm{const}, \quad E_z(z)\,\varepsilon(z) = \mathrm{const}, \tag{14}$$

где $\varepsilon(z)$ определяется выражением (1).

Пусть $|\varepsilon(z)| \gg 1$, тогда в приближении «холодной» плазмы

$$\varepsilon(z) = \mathrm{const}\, N_0(z) \tag{15}$$

и левые части неравенств (12 б), (12 в) тождественно равны нулю. Если, кроме того,

$$N_0(z) \sim e^{z/d}, \tag{16}$$

где d — любое малое (по сравнению с λ) расстояние, то обращаются в нуль левые части неравенств (12 г), (12 д). Следовательно, профили типа (16) описываются проницаемостью ε в форме (1). Для

$$N_0(z) = A\exp\left(\pm\frac{z}{d_1}\pm\frac{z^2}{d_2^2}\right) \tag{17}$$

при d_1, $d_2 \ll \lambda$ неравенства (12) сводятся к условию

$$\frac{T}{md_2^2} \ll |\omega(\omega - i\nu)|, \tag{18}$$

т. е. масштаб неоднородности плазмы определяется не $\dfrac{1}{N_0}\dfrac{\partial N_0}{\partial z}$, а кривизной логарифма концентрации

$$\frac{1}{d^2} = \frac{\partial^2}{\partial z^2}\ln N_0(z).$$

4. В качестве численного примера рассмотрим прохождение ТН-волны с частотой $\omega = 6\pi\cdot 10^8$ *гц* через слой, изображенный на рис. 1,

$$\nu(z) = \mathrm{const} = 8\cdot 10^8\ \text{сек}^{-1}.$$

Распределение по слою полей $H_x(z)$, $E_y(z)$ и $E_z(z)$, найденное интегрированием уравнения (13) на ЭВМ в случае наклонного падения волны $\vartheta_0 = 30°$, приведено на рис. 2. Как видно из рис. 2, а также из графиков для других значений ϑ_0 и ω, характерный масштаб изменения полей L_E много больше или порядка расстояния L_N, на котором заметно меняется концентрация

$$L_E \gtrsim L_N = \max\left(\frac{\partial}{\partial z}\ln N_0\right)^{-1}.$$

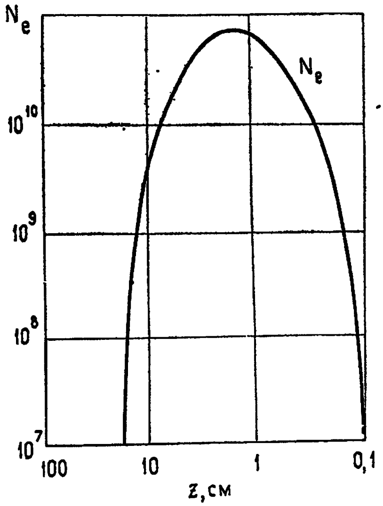

Рис. 1.

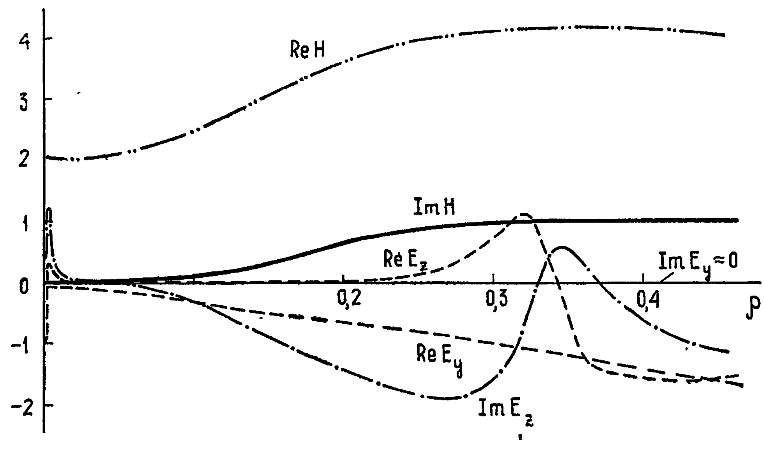

Рис. 2.

Конкретные оценки для выбранных параметров волны и слоя ($T = 3 \cdot 10^{3}$ °K) при проверке условий (12) дают

$$\frac{v_T^2}{c^2} \approx 10^{-6}; \tag{12а'}$$

$$\max \left[\frac{v_T^2 \sin \vartheta_0}{mc} \frac{E_z}{E_y} \frac{\partial}{\partial z} (\ln N_0 + \ln E_z) \right] = 4 \cdot 10^{-3}; \tag{12б'}$$

$$\max \left[\frac{v_T^2 \sin \vartheta}{\omega c} \frac{\partial E_y}{\partial z} \frac{1}{E_z} \right] = 10^{-5}; \tag{12в'}$$

$$\max \left| \frac{v_T^2}{\omega^2} \left(\frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} \ln N_0 \right) \right| \left| \frac{1}{E_z} \right| = 3 \cdot 10^{-2}; \tag{12г'}$$

$$\max \left| \frac{v_T^2}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \ln N_0(z) \right| = 3 \cdot 10^{-2}. \tag{12д'}$$

Таким образом, условия (12) при $L_N < \lambda$ и профилях $N_0(z)$ типа (16) являются более слабыми, чем (2), т. е. допускают значительно больший градиент концентрации. Тогда как

$$\max v_T/L_N \nu > 10.$$

Авторы признательны Б. Н. Гершману и В. В. Тамойкину за интерес к работе и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Fong, IEEE Trans. Antenn. Propagation, AP-16, № 1, 138 (1968).
2. Р. Калдкотт, П. Боулау, Д. Мейен, Зарубежная радиоэлектроника, № 3, 31 (1971).
3. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, изд. Наука, М., 1967.
4. Ю. А. Кравцов, А. И. Кугушев, А. В. Черных, ЖЭТФ, 59, № 6, 2160 (1970).
5. С. И. Брагинский, сб. Вопросы теории плазмы, вып. 1, Атомиздат, М., 1963.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
28 декабря 1971 г.

ELECTROMAGNETIC WAVE PROPAGATION IN A STRONGLY INHOMOGENEOUS WEAKLY IONIZED PLASMA

G. Kh. Kamenetskaya, M. S. Kovner

The propagation of electromagnetic waves through a strongly inhomogeneous plane-stratified plasma is considered when the inhomogeneity scale of the electron density L_N is comparable with the free path length l_{fr} and smaller or of the order of the wavelength λ.

The known condition of neglecting the plasma density inhomogeneity $|\omega - i\nu| \gg (T/m)^{1/2} L_N^{-1}$ is shown to be sufficient but not necessary. Namely, at the oblique TE-wave incidence on the layer the field E in a quasi-hydrodynamic approximation is described by the usual wave equation at arbitrarily large values of the density gradient. In the case of the oblique TH-wave incidence, the plasma inhomogeneity at $L_N \lesssim \lambda$ may be neglected at the limitation weaker than the above inequality.