

УДК 621.396.628 : 523.164

О ПРЕДЕЛЬНОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ РАДИОТЕЛЕСКОПОВ ПРИ ИССЛЕДОВАНИЯХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

А. Г. Кисляков, А. А. Швецов

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование пространственных неоднородностей распределенного космического радиоизлучения—одна из важнейших проблем радиоастрономии. К этому сводятся (по крайней мере, в принципе), например, такие задачи наблюдательной космологии, как счет источников и исследование неоднородностей реликтового излучения. Сюда же относится проблема обнаружения скоплений холодной материи (пыли и газа) в Галактике. Максимум спектра электромагнитного излучения этого вещества лежит, по-видимому, в области субмиллиметровых волн.

Представляет интерес вопрос о предельной чувствительности радиотелескопов, достижимой при обнаружении неоднородностей фона космического радиоизлучения. Эта чувствительность реализуется, очевидно, в том случае, если пороговый сигнал приемника определяется флуктуациями излучения самого фона*. Такой приемник принято называть «идеальным». Ниже будет рассмотрен вопрос о чувствительности радиотелескопа с идеальным приемником для некоторого частного случая, когда исследуемый фон радиоизлучения является тепловым. Полученные результаты, очевидно, можно использовать как при оценке возможностей обнаружения неоднородностей космического реликтового излучения, так и для обнаружения неоднородностей распределенного теплового излучения Галактики.

2. ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ ИДЕАЛЬНОГО ПРИЕМНИКА

Вопрос о предельной чувствительности приемного устройства неоднократно обсуждался в отечественной и зарубежной литературе. Так, в работах [1] и [2] решена задача о предельной чувствительности радиометра без УВЧ. Вопросу о квантовых шумах УВЧ посвящена работа [3]. В работах [4] и [5] дан анализ чувствительности радиометра с N типами волн, а также радиометра супергетеродинной схемы. Мы рассчитаем чувствительность идеального приемника, имеющего потери в тракте и преобразователь частоты.

Будем считать, что все элементы приемника (тракт, смеситель, детектор) имеют достаточно низкую температуру и не дают заметного вклада в шум на выходе приемника. В этом случае флуктуации сигнала на выходе детектора определяются дисперсией числа квантов излучения, зарегистрированных за время усреднения Δt . Полагая, что 1) детектор поглощает все падающее на него излучение, 2) полоса пропускания детектора

* Считаем, что радиотелескоп находится вне атмосферы Земли.

много больше ширины спектра падающего на него излучения $\Delta\nu$, которая, в свою очередь, ограничивается полосой пропускания входного тракта приемника или полосой пропускания УПЧ, 3) время усреднения сигнала $\Delta t \gg (\Delta\nu)^{-1}$, можно получить выражение для дисперсии числа зарегистрированных фотонов:

$$\langle c \rangle^2 - \langle c^2 \rangle = N(\nu) \langle n(\nu) \rangle [\langle n(\nu) \rangle + 1] \Delta\nu \Delta t. \quad (1)$$

Здесь $\langle c^2 \rangle$ — средний квадрат числа фотонов, зарегистрированных за время Δt ; $\langle c \rangle$ — среднее число зарегистрированных фотонов; $N(\nu)$ — число типов волн (мод), распространяющихся в тракте; $\langle n(\nu) \rangle$ — среднее число квантов в моде электромагнитного поля, падающего на детектор.

Заметим, что выражение (1) получено в работах [1] и [5] из формулы Эйнштейна для флуктуаций энергии равновесного теплового излучения, которая следует из термодинамических соотношений. Но можно показать, следуя Глауберу [6], что формула (1) верна и в более общем случае хаотических полей, являющихся суперпозицией излучений большого числа стационарных независимых источников.

Пусть на вход приемника с преобразователем частоты падает излучение со средним числом квантов в моде $\langle n_0(\nu) \rangle$. Квантовая эффективность преобразователя равна $\gamma = N_i \langle n_i(\nu) \rangle / N \langle n(\nu) \rangle$, где индекс «i» относится к промежуточной частоте, $\langle n(\nu) \rangle$ — число квантов в моде на входе преобразователя. Применяя формулу (1) к сигналу на промежуточной частоте, получим минимальную обнаружимую мощность приемника в достаточно узкой по сравнению с характерным масштабом изменения $\langle n_0(\nu) \rangle$ полосе $\Delta\nu$:

$$E_{\min}(\nu_0) = \sqrt{\frac{N\Delta\nu}{\Delta t}} h\nu \left\{ \left[\langle n_0(\nu) \rangle \frac{N}{N_i} + \frac{1}{\chi} \right] \langle n_0(\nu) \rangle \right\}^{1/2}, \quad (2)$$

где $\chi = \alpha\gamma < 1$, а α — коэффициент пропускания приемного тракта, одинаковый для всех типов волн.

Если излучение, падающее на вход приемника, является равновесным тепловым излучением, то

$$\langle n_0(\nu) \rangle = \left(\exp \frac{h\nu}{kT} - 1 \right)^{-1}, \quad (3)$$

где T — температура фона, k — постоянная Больцмана, и из (2), (3) можно получить выражение для температурной чувствительности приемника:

$$\Delta T_{\min} = T \left\{ \left[\langle n_0(\nu) \rangle \frac{N}{N_i} + \frac{1}{\chi} \right] \langle n_0(\nu) \rangle \right\}^{1/2} \times \\ \times \left(\exp \frac{h\nu}{kT} - 1 \right) \left/ \frac{h\nu}{kT} \left(\exp \frac{h\nu}{kT} \right) \sqrt{N\Delta t \Delta\nu} \right. \quad (4)$$

Как видно из (2) и (4), потери приводят к ухудшению чувствительности идеального приемника, особенно сильному в области малых чисел заполнения (т. е. при $n_0(\nu) \frac{N}{N_i} \ll \frac{1}{\chi}$), где $\Delta T_{\min} \sim \chi^{-1/2}$.

Зависимости температурной чувствительности идеального приемника от ν (при $N = N_i$, $\Delta\nu = 1$ гц, $\Delta t = 1$ сек, $\chi = 1$) приведены на графиках рис. 1. Пунктирные кривые соответствуют одномодовому

приемнику (т. е. $N = 1$), сплошные кривые—многомодовому, для которого принято асимптотическое значение

$$N(\nu) = \frac{2\pi\nu^2 S}{c^3}, \quad (5)$$

где S —площадь приемного элемента, c —скорость света. Отметим, что многомодовый приемник имеет наилучшую температурную чувствительность при $\frac{h\nu}{kT} \approx 3,8$. В этой области минимальное обнаружимое приращение температуры фона равно $\Delta T_{\min} \approx 0,26 (S\Delta t \Delta \nu)^{-1/2} \text{ }^\circ\text{K}$. Сильное ухудшение температурной чувствительности для приемников обоих типов наблюдается в области $\frac{h\nu}{kT} \gg 1$.

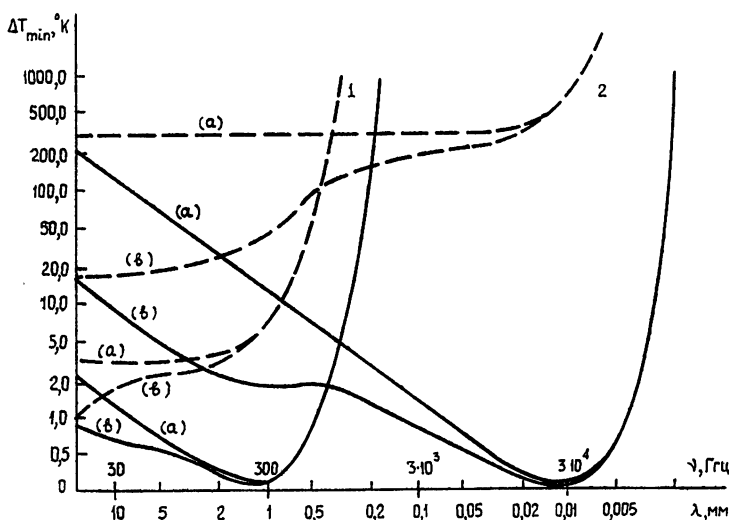


Рис. 1. Зависимость температурной чувствительности одномодового (пунктирные кривые) и многомодового приемников (сплошные кривые) от частоты;

(а) — без преобразователя, (б) — с преобразователем частоты вверх для двух значений температуры фона $T=3^\circ\text{K}$ (кривые 1) и $T=300^\circ\text{K}$ (кривые 2).

Как видно из выражений (2) и (4), увеличение N_i ведет к улучшению чувствительности. Поскольку $N_i \sim \nu^2$ (см. (5)), то преобразование частоты вверх можно использовать для улучшения чувствительности приемника, если потери преобразования не слишком велики. Это объясняется тем, что при преобразовании частоты с изменением N меняется среднее число фотонов в моде при неизменном их общем числе (если $\chi = 1$), т. е. изменяется эффективная температура излучения. А это, как видно из выражения (1), приводит к изменению дисперсии сигнала на выходе детектора.

При достаточно большом N_i величина ΔT_{\min} имеет предел

$$\lim_{N_i \rightarrow \infty} \Delta T_{\min} = T \left(\exp \frac{h\nu}{kT} - 1 \right)^{3/2} / \frac{h\nu}{kT} \left(\exp \frac{h\nu}{kT} \right) \sqrt{\frac{N\Delta t \Delta \nu}{\chi}}. \quad (6)$$

Графики этой зависимости приведены на рис. 1.

Как видно из сравнения (4) и (6), применение преобразования частоты вверх дает значительное улучшение чувствительности идеального приемника, если для сигнала на входе справедливо приближение Релея—Джинса; в противном случае увеличение N_i слабо влияет на ΔT_{\min} . Применение преобразователя частоты вверх выгодно при условии $\gamma > \left[\left(1 - \frac{N}{N_i} \right) \langle n_0(\nu) \rangle + 1 \right]^{-1}$. Если излучение имеет низкую температуру, т. е. $\langle n_0(\nu) \rangle$ — мало, то удовлетворить этому условию трудно, даже если $N_i \gg N$. Например, для температуры фона $T = 300^\circ\text{K}$ в области $\lambda = 1 \text{ мм}$ $\langle n_0(\nu) \rangle \approx 20$ и преобразование вверх выгодно уже при $\gamma > 0,05$; если же $T = 3^\circ\text{K}$, то при тех же условиях необходимо обеспечить $\gamma > 0,994$.

3. ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ РАДИОТЕЛЕСКОПОВ

Рассмотрим теперь чувствительность радиотелескопа с зеркальной антенной и идеальным приемником электромагнитного излучения, учитывая конечный размер неоднородностей фона. Будем считать, что как диаграмма направленности антенны, так и функция корреляции интенсивности излучения имеют гауссову форму. Пусть ψ — полуширина диаграммы направленности антенны по уровню мощности e^{-1} , r — угловой радиус корреляции неоднородностей фона. Тогда, как легко показать, дисперсия принимаемой мощности при сканировании антенны равна

$$\overline{\Delta E^2} = (\overline{\Delta I})^2 N^2 \lambda^4 r^2 / (r^2 + \psi^2). \quad (7)$$

Здесь $(\overline{\Delta I})^2$ — дисперсия интенсивности излучения.

Из условия $E_{\min} = \sqrt{\overline{\Delta E^2}}$ находим минимальные обнаружимые пространственные флуктуации интенсивности космического излучения

$$\sqrt{\overline{\Delta I_{\min}^2}} = \frac{E_{\min}}{N \lambda^2 r} \sqrt{r^2 + \psi^2}. \quad (8)$$

Известно, что для одномодовых приемников

$$\psi \approx \lambda / 2D, \quad (9)$$

а для многомодовых

$$\psi \approx d/D, \quad (10)$$

где d — размеры детектора, D — размеры зеркала антенны. Подставляя (9) и (10) в (8), а также используя для числа мод многомодового приемника асимптотическое значение (5), получим

а) для одномодового приемника

$$\sqrt{\overline{\Delta I_{\min}^2}} = \frac{E_{\min}}{\lambda^2} \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{4D^2 r^2}}, \quad (11)$$

б) для многомодового приемника

$$\sqrt{\overline{\Delta I_{\min}^2}} = \frac{E_{\min}}{2\pi d^2} \sqrt{1 + \frac{d^2}{D^2 r^2}}. \quad (12)$$

Как видно из формул (11) и (12), если E_{\min} не зависит от размеров детектора (например, если его чувствительность ограничена шумами УНЧ или в приемниках типа болометра Лоу [8]), то при больших размерах неоднородностей ($r \gg d/D$) многомодовый приемник дает выиг-

рыш в чувствительности в N раз по сравнению с одномодовым. В другом крайнем случае, т. е. при $r \ll \lambda/D$, выигрыш равен лишь $\sqrt{N\pi/2}$.

Если же $E_{\min} \sim d$, что имеет место для идеального приемника, то при $r \gg d/D$ многомодовый приемник имеет в \sqrt{N} раз лучшую температурную чувствительность. При малых же размерах неоднородностей ($r \ll d/D$) чувствительности и того и другого приемника одинаковы (с точностью до несущественного множителя $\sqrt{\pi/2}$, появление которого связано с тем, что для ширины диаграммы направленности брались оценочные значения).

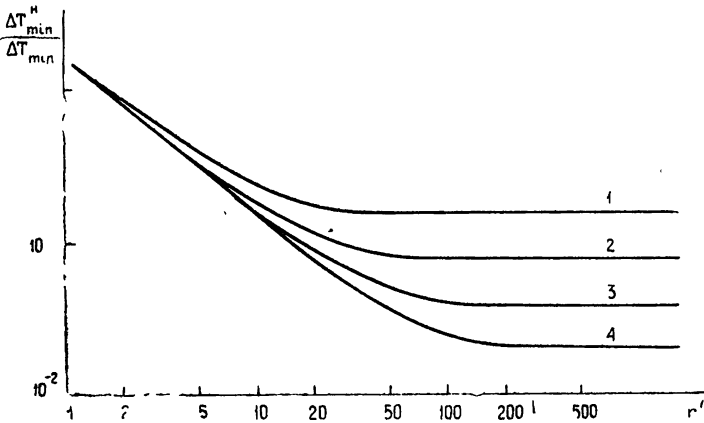


Рис. 2. Зависимость минимальных обнаружимых приращений температуры неоднородностей от их угловых размеров (при $\lambda = 1$ мм, $D = 1$ м);
1 — $d = 2,5$ мм, 2 — $d = 5$ мм, 3 — $d = 10$ мм, 4 — $d = 20$ мм.

Учитывая, что флуктуации интенсивности связаны с флуктуациями температуры выражением

$$\Delta I = \frac{2(h\nu)^2 v^2 \exp \frac{h\nu}{kT} \Delta\nu}{c^2 kT \left(\exp \frac{h\nu}{kT} - 1 \right)^2} \Delta T, \quad (13)$$

из формул (11) и (12) легко получить величину минимальных обнаружимых приращений температуры неоднородностей с радиусом корреляции r :

а) для одномодового приемника

$$\Delta T_{\min}^H = \Delta T_{\min} \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{4D^2 r^2}}, \quad (14)$$

б) для многомодового приемника

$$\Delta T_{\min}^H = \Delta T_{\min} \frac{\lambda}{\sqrt{2\pi} d} \sqrt{1 + \frac{d^2}{D^2 r^2}}. \quad (15)$$

Здесь ΔT_{\min} — температурная чувствительность одномодового приемника. Формула (4) дает выражение для ΔT_{\min} идеального приемника. Графики зависимостей ΔT_{\min}^H от r приведены на рис. 2.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Как показано в настоящей работе, идеальный приемник с преобразователем частоты вверх при небольших потерях в тракте и в преобразователе может иметь более высокую чувствительность, чем без преобразователя. Преобразование же по частоте вниз всегда ухудшает чувствительность идеального приемника, даже если оно производится без потерь. Потери как в тракте (или в антенне), так и в преобразователе ухудшают возможности радиотелескопа с идеальным приемником по обнаружению неоднородностей фона даже при условии, что дополнительных шумов сами по себе могут и не вносить.

На основе полученных в предыдущем разделе результатов можно дать некоторые рекомендации по выбору размеров приемных элементов идеального приемника. Как видно из формулы (15), увеличение d приводит к улучшению температурной чувствительности радиоприемника. Но эта зависимость становится слабой, если $d > Dr$, и, чтобы реализовать максимальную чувствительность при заданном размере неоднородностей, достаточно взять приемник с $d \approx (1 \div 2)Dr$. В этом случае температурная чувствительность телескопа с идеальным приемником будет равна

$$\Delta T_{\min}^n = \Delta T_{\min} \frac{\lambda}{\sqrt{2\pi} Dr}.$$

Сравнивая это выражение с выражением (14) для ΔT_{\min}^n телескопа с одномодовым приемником, мы видим, что его наилучшая чувствительность ограничена величиной $\Delta T_{\min}^n = \Delta T_{\min}$, которая реализуется при $r \gtrsim \lambda/2D$, тогда как увеличивая D телескопа с многомодовым приемником (и, соответственно, d), можно получить значительный выигрыш в чувствительности.

Нужно заметить также, что рекомендации по выбору размера детектора относятся не только к идеальному приемнику, но и к любому реальному, у которого $E_{\min} \sim d$, что имеет место для многих типов болометров и фотоприемников.

В заключение оценим предельные возможности радиотелескопа РТ-25 $\times 2$ [1] по обнаружению неоднородностей реликтового излучения. Как видно из графиков рис. 1, при $T = 3^\circ\text{K}$ чувствительность многомодового приемника максимальна в районе $\lambda = 1$ мм. В 10%-ной полосе частот при $r = 1'$ и $\Delta t = 1$ сек такой телескоп имел бы $\Delta T_{\min}^n = 7,4 \cdot 10^{-6}$ °К при оптимальном размере приемного элемента $d = 7,5 \div 15$ мм. Если же такой телескоп принимает весь спектр черного тела, то его чувствительность имела бы значение $\Delta T = 2,2 \cdot 10^{-6}$ °К.

Один из наиболее чувствительных реальных приемников этого диапазона — приемник из InSb [10] — имел бы в этих условиях ($\Delta\nu = \infty$) $\Delta T_{\min} = 0,004$ °К.

Из приведенных оценок видно, что идеальный приемник имеет чувствительность вполне достаточную для того, чтобы обнаружить неоднородности реликтового излучения, предсказываемые теорией [9] ($\Delta T^n = 10^{-3} \div 10^{-4}$ °К). Что же касается приемника из InSb, то для обнаружения таких неоднородностей необходимо увеличить время усреднения.

Вообще говоря, на чувствительность радиотелескопов, установленных на Земле, большое влияние оказывает атмосфера. Но этот вопрос выходит за рамки данной работы и потому во всех оценках роль атмосферы не учитывалась.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Красовский, В. Н. Зуйков, Радиотехника и электроника, **5**, вып. 4, 544 (1960).
2. Н. В. Карлов, Б. М. Чихачев, Радиотехника и электроника, **4**, вып. 6, 1047 (1959).
3. H. Heffner, Proc. IRE, **50**, № 7, 1604 (1962).
4. Е. Х. Патли, Д. Х. Мартин, Детекторы, в сб. Техника спектроскопии в дальней инфракрасной, субмиллиметровой и миллиметровой областях спектра, изд. Мир, М., 1970.
5. Н. В. Карлов, А. М. Прохоров, Радиотехника и электроника, **9**, вып. 12, 2088 (1964).
6. Р. Глаубер, Оптическая когерентность и статистика фотонов, в сб. Квантовая оптика и квантовая радиофизика, изд. Мир, М., 1966.
7. Дж. Клаудер, Э. Сударшан, Основы квантовой оптики, пер. с англ., изд. Мир, М., 1970.
8. F. J. Low, J. Opt. Soc. Amer., **51**, № 11, 1300 (1961).
9. Я. Б. Зельдович, Р. А. Сюняев, Мелкомасштабные флуктуации реликтового излучения, Препринт ИПМ АН СССР, 1969.
10. Е. И. Попов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **8**, № 5, 862 (1965).
11. А. Г. Кисляков, В. И. Чернышев, А. А. Носов, Ю. П. Шандра, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **16**, № 9, 1409 (1973).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
30 января 1973 г.