

УДК 621.371.246

ВЛИЯНИЕ ВИДА АМПЛИТУДНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НА РАСКРЫВЕ АНТЕННЫ НА ЕЕ СРЕДНИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ В УСЛОВИЯХ ТУРБУЛЕНТНОЙ ТРОПОСФЕРЫ

А. А. Стоцкий, В. И. Обозная

Влияние флуктуаций показателя преломления атмосферы на средние параметры (КНД, разрешение) линейной антенны при колмогоровском спектре неоднородностей и равномерном амплитудном распределении подробно рассмотрены в работах [1-3]. В ряде конструкций антенн, подходящих для построения предельно больших рефлекторных радиотелескопов, апертура может приближенно рассматриваться как линейная, но амплитудная функция является спадающей к краям раскрыва (Большой пулковский радиотелескоп [4], радиотелескоп Крауса [5] и близкие ему по конструкции радиотелескопы в Нансэ [6] и Горьком [7], строящийся радиотелескоп сантиметрового и миллиметрового диапазонов волн РАТАН-600 [8]). Поэтому представляет интерес рассмотреть, как влияет вид амплитудной функции на эффекты, обусловленные флуктуациями фазы.

Ниже рассматривается влияние фазовых флуктуаций, возникающих при распространении радиоволн сквозь турбулентную тропосферу, на средний КНД и флуктуации угла прихода в случае линейной антенны, когда амплитудная функция является спадающей к краям антенны.

Амплитудная функция (по полю) принимается косинусоидальной; $g(y) = \cos(my/S)$, где S — размер антенны, m — параметр, определяющий уровень поля на краю антенны (рис. 1). Задача решается в том же приближении, что и в [1-3]: предполагается, что $S \gg \lambda$ (λ — длина волны); влияние турбулентной тропосферы учитывается с помощью структурной функции фазы в виде степенного «закона 5/3»; флуктуации амплитуды не учитываются. Как показывает анализ экспериментальных данных [11], такой закон изменения структурной функции фазы справедлив в широкой области масштабов, вплоть до величин порядка нескольких километров.

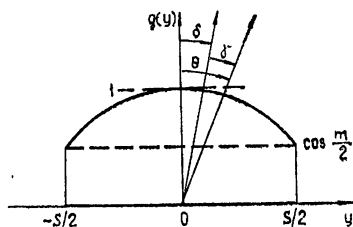


Рис. 1. Линейная антенна с косинусоидальным амплитудным распределением.

Следуя методике расчета [2], найдем среднее значение КНД в направлении центра тяжести диаграммы направленности $\langle D_m \rangle$ и в направлении нормали к антенне $\langle D_n \rangle$. Первое определение среднего КНД соответствует таким режимам работы радиотелескопа, когда флуктуации угла прихода волны не существенны, например, при исследовании распределения радиояркости источника по одноразовому прохождению. совместной обработке нескольких записей с совмещением по рядом рас-

положенному опорному объекту, автоматическом сопровождении источника и т. п. Именно в таких режимах можно достигнуть наибольшего среднего КНД антенны при сильных тропосферных фазовых флуктуациях. Второму определению среднего КНД соответствуют режимы работы радиотелескопа, при которых проявляется вредное влияние флуктуаций угла прихода, например, в случае длительного сопровождения источника по заранее заданной программе, совместной обработке большого количества записей при совмещении по меткам времени и т. п.

Средняя диаграмма направленности линейной антенны по мощности описывается выражением*

$$\langle |F(\theta)|^2 \rangle = \frac{1}{S^2} \int_{-S/2}^{S/2} \int_{-S/2}^{S/2} g(y_1)g(y_2) \exp\{j[k\theta(y_1 - y_2) + \psi(y_1) - \psi(y_2)]\} dy_1 dy_2, \quad (1)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, $\psi(y)$ — флуктуации фазы волны, прошедшей через атмосферу. Подставляя в (1) $g(y) = \cos(my/S)$, после преобразований получим

$$\begin{aligned} \langle |F(\theta)|^2 \rangle = & \frac{1}{2S^2} \int_{-S/2}^{S/2} \int_{-S/2}^{S/2} \left\{ \cos \left[\frac{m}{S} (y_1 - y_2) \right] + \cos \left[\frac{m}{S} (y_1 + y_2) \right] \right\} \times \\ & \times \exp\{j k \theta (y_1 - y_2)\} \exp \left[-\frac{1}{2} D_\psi (y_1 - y_2) \right] dy_1 dy_2, \end{aligned} \quad (2)$$

где $D_\psi (y_1 - y_2) = \langle [\psi(y_1) - \psi(y_2)]^2 \rangle$ — структурная функция фазы на раскрые антенны, характеризующая свойства турбулентной атмосферы. Будем аппроксимировать ее степенной функцией $D_\psi (y_1 - y_2) = k^2 C_\psi^2 |y_1 - y_2|^2$.

Переходя к новой системе координат $z = (y_1 - y_2)/S$ и $t = (y_1 + y_2)/S$ и выполняя интегрирование по t , получим

$$\langle |F(\alpha)|^2 \rangle = \int_0^1 (1-z) \cos(2\alpha z) \exp[-(aD_0 z)^2] \left\{ \cos(mz) + \frac{\sin[(1-z)m]}{(1-z)m} \right\} dz, \quad (3)$$

где $\alpha = \frac{1}{2} k S \theta$, $a = 3C_\psi^2 \lambda^{-1/5}$ (для тропосферы Земли a имеет величину порядка 10^{-5}), $D_0 = 2S/\lambda$ — КНД линейной антенны с равномерным амплитудным распределением в отсутствие турбулентной атмосферы. Выражение (3) описывает среднюю диаграмму направленности по мощности линейной антенны с косинусоидальным амплитудным распределением в режиме, при котором проявляется вредное влияние флуктуаций угла прихода.

Теперь найдем величину флуктуаций угла прихода. В качестве направления прихода волны примем направление центра тяжести диаграммы направленности δ . Для линейной антенны с симметричным амплитудным распределением дисперсия флуктуаций угла прихода равна [9]

* В этом и последующих выражениях диаграмма направленности нормируется к мощности в максимуме диаграммы направленности линейной антенны с равномерным амплитудным распределением в отсутствие атмосферы.

$$\langle \delta^2 \rangle = \frac{\int_{-S/2}^{S/2} \int_{-S/2}^{S/2} g^2(y_1)g^2(y_2) \left\langle \frac{\partial \psi(y_1)}{\partial y_1} \frac{\partial \psi(y_2)}{\partial y_2} \right\rangle dy_1 dy_2}{\left[\int_{-S/2}^{S/2} g^2(y) dy \right]^2}.$$

Можно показать [10], что $\left\langle \frac{\partial \psi(y_1)}{\partial y_1} \frac{\partial \psi(y_2)}{\partial y_2} \right\rangle = \frac{\partial^2}{\partial y_1} D_\psi(y_1 - y_2)$. Полагая, как и ранее, $D_\psi(y_1 - y_2) = k^2 C_l^2 |y_1 - y_2|^\nu$, получим, что в случае линейной антенны с симметричным амплитудным распределением $\langle \delta^2 \rangle$ имеет вид

$$\langle \delta^2 \rangle = \frac{k^2 C_l^2 \nu (\nu - 1) \int_{-S/2}^{S/2} \int_{-S/2}^{S/2} g^2(y_1)g^2(y_2) |y_1 - y_2|^{\nu-2} dy_1 dy_2}{2 \left[\int_{-S/2}^{S/2} g^2(y) dy \right]^2}. \quad (4)$$

Подставляя в (4) $g(y) = \cos(my/S)$ и $\nu = 5/3$, после однократного интегрирования получим

$$\langle \delta^2(m) \rangle = \frac{10C_l^2 S^{-1/3}}{9 \left(1 + \frac{\sin m}{m} \right)^2} \int_0^1 z^{-1/3} (1-z) \left\{ \cos^2(mz) + 2\sin(mz) \frac{\sin[m(1-z)]}{m(1-z)} + \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\sin[2m(1-z)]}{2m(1-z)} \right] \right\} dz. \quad (5)$$

При $m = 0$ (равномерное распределение) это выражение приобретает вид $\langle \delta^2(0) \rangle = C_l^2 S^{-1/3}$. На рис. 2 построена функция $K(m) = \frac{\langle \delta^2(m) \rangle}{\langle \delta^2(0) \rangle}$.

Видно, что влияние спада амплитуды к краям антенны на величину флуктуаций угла прихода довольно слабое. При $m \ll 1$ можно воспользоваться первыми членами разложения (5) в степенной ряд: $K(m) = 1 + 0,008 m^2 \dots$

Зная флуктуации угла прихода волны, можно найти среднюю диаграмму направленности антенны в режиме, при котором эти флуктуации незначительны. Для этого в (2) структурную функцию $D_\psi(y_1 - y_2)$ нужно заменить структурной функцией $D_\varphi(y_1 - y_2)$, характеризующей флуктуации фазы волны относительно плоскости, нормальной образом, получим

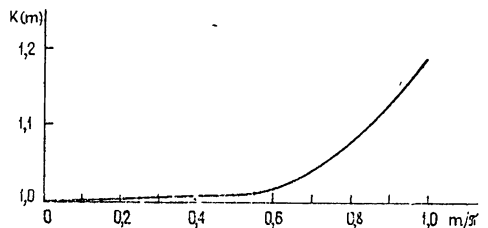


Рис. 2. Увеличение дисперсии флуктуаций угла прихода при увеличении спада амплитуды к краям антенны.

направлению прихода волны, Таким

$$\langle |F(\gamma)|^2 \rangle = \frac{1}{2S^2} \int_{-S/2}^{S/2} \int_{-S/2}^{S/2} \left\{ \cos \left[\frac{m}{S} (y_1 - y_2) \right] + \cos \left[\frac{m}{S} (y_1 + y_2) \right] \right\} \times \\ \times \exp[jk\theta (y_1 - y_2)] \exp \left[-\frac{1}{2} D_\varphi (y_1 - y_2) \right] dy_1 dy_2, \quad (6)$$

где $\gamma = \theta - \delta$, а $\varphi(y)$ и $\psi(y)$ связаны соотношением $\psi(y) = \varphi(y) - \delta ky$.

Полагая, что дисперсия флуктуаций фазы в каждой точке раскрыва антенны представляет собой сумму дисперсий флуктуаций фазы, обусловленных наклоном фронта волны δ и флуктуаций фазы относительно этого наклонного фронта φ получим следующее соотношение*:

$$D_\varphi (y_1 - y_2) = |D_\psi (y_1 - y_2) - k^2 (y_1 - y_2)^2 \langle \delta^2 \rangle|.$$

Подставляя это выражение $D_\varphi (y_1 - y_2)$ в (6) и принимая, как и раньше, что $D_\psi (y_1 - y_2) = k^2 C_1^2 |y_1 - y_2|^\nu$, после преобразований и однократного интегрирования получим

$$\langle |F(\beta)|^2 \rangle = \int_0^1 (1-z) \cos(2\beta z) \exp[-(aD_0 z)^\nu |1 - K(m)z^{2-\nu}|] \times \\ \times \left\{ \cos(mz) + \frac{\sin[m(1-z)]}{m(1-z)} \right\} dz, \quad (7)$$

где $\beta = \frac{1}{2} kS\gamma$. Это средняя диаграмма направленности по мощности линейной антенны с косинусоидальным амплитудным распределением в режиме, при котором флуктуации угла прихода незначительны.

В отсутствие турбулентной атмосферы ($aD_0 = 0$) и при $\alpha = \beta = 0$ выражения (3) и (7) принимают вид

$$\int_0^1 (1-z) \left\{ \cos(mz) + \frac{\sin[m(1-z)]}{m(1-z)} \right\} dz = \left[\frac{\sin(m/2)}{m/2} \right]^2. \quad (8)$$

Положив в формулах (3) и (7) $\alpha = \beta = 0$ и поделив их на (8), получим соответственно отношения средних значений КНД в направлении нормали к антенне $\langle D_n \rangle$ и в направлении прихода волны $\langle D_m \rangle$ к КНД антенны в отсутствие турбулентной атмосферы D_{\cos} в зависимости от aD_0 :

$$\frac{\langle D_n \rangle}{D_{\cos}} = \frac{1}{\left[\frac{\sin(m/2)}{m/2} \right]^2} \int_0^1 (1-z) \exp[-(aD_0 z)^\nu] \left\{ \cos(mz) + \frac{\sin[m(1-z)]}{m(1-z)} \right\} dz; \quad (9)$$

* Это предположение справедливо, если отсутствует корреляция между $[\varphi(y_1) - \varphi(y_2)]$ и δ , т. е. $R = \frac{\langle [\varphi(y_1) - \varphi(y_2)] \delta \rangle}{\sqrt{\langle [\varphi(y_1) - \varphi(y_2)]^2 \rangle \langle \delta^2 \rangle}} \ll 1$. Прямые измерения величины, аналогичной R , для временных флуктуаций фазы, показали ее малую величину. С учетом принципа замороженной турбулентности это может служить экспериментальным обоснованием сделанного предположения.

$$\frac{\langle D_m \rangle}{D_{\cos}} = \frac{1}{\left[\frac{\sin(m/2)}{m/2} \right]^2} \int_0^1 (1-z) \exp[-(aD_0 z)^\nu |1 - K(m)z^{2-\nu}|] \times \left[\cos(mz) + \frac{\sin[m(1-z)]}{m(1-z)} \right] dz. \quad (10)$$

Эти зависимости при $\nu = 5/3$ показаны на рис. 3. Напомним, что $m = 0$ соответствует равномерному амплитудному распределению, $m = 0,8\pi$ — спадающему к краям до уровня -10 дБ, а $m = \pi$ — спадающему до нуля косинусоидальным распределениям. Эти графики показывают, что чем сильнее спадание амплитуды к краям, тем меньше относительное уменьшение КНД под влиянием турбулентной тропосферы.

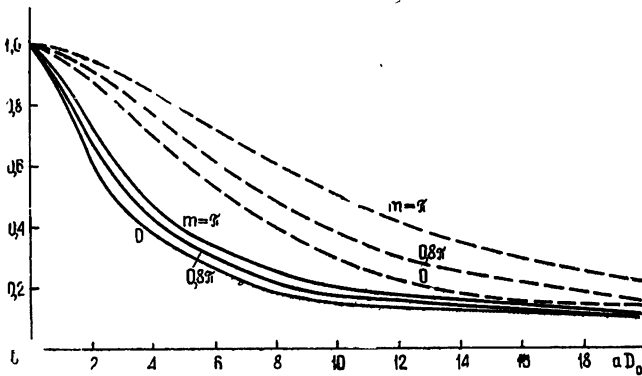


Рис. 3. Зависимости $\langle D_m \rangle / D_{\cos}$ (пунктирные кривые) и $\langle D_n \rangle / D_{\cos}$ (сплошные кривые) от aD_0 .

Представляет интерес проследить изменение среднего КНД антенны в зависимости от величины спадаания амплитуды к краям (m). Для этого найдем отношения величин $\langle D_n \rangle$ и $\langle D_m \rangle$ к КНД антенны с равномерным распределением в отсутствие атмосферы D_0 . Для этого доста-

точно (9) и (10) умножить на отношение $\frac{D_{\cos}}{D_0} = \frac{2 \left[\frac{\sin(m/2)}{m/2} \right]^2}{1 + \frac{\sin m}{m}}$:

$$\frac{\langle D_n \rangle}{D_0} = \frac{2}{1 + \frac{\sin m}{m}} \int_0^1 (1-z) \exp[-(aD_0 z)^\nu] \left\{ \cos(mz) + \frac{\sin[m(1-z)]}{m(1-z)} \right\} dz,$$

$$\frac{\langle D_m \rangle}{D_0} = \frac{2}{1 + \frac{\sin m}{m}} \int_0^1 (1-z) \exp[-(aD_0 z)^\nu |1 - K(m)z^{2-\nu}|] \times \left\{ \cos(mz) + \frac{\sin[m(1-z)]}{m(1-z)} \right\} dz.$$

Эти зависимости при $\nu = 5/3$ построены на рис. 4.

Обращает на себя внимание то обстоятельство, что если при малых значениях aD_0 большие значения КНД имеет антенна с равномерным распределением, то по мере увеличения aD_0 , из-за более медленного убывания КНД антенн со спадающими распределениями, их КНД становятся больше. Этот эффект очень слаб для $\langle D_n \rangle$, но хорошо заметен для $\langle D_m \rangle$. Еще более наглядно это можно наблюдать по поведению функций $a\langle D_m \rangle$ и $a\langle D_n \rangle$. Эти кривые для $\nu = 5/3$ приведены на рис. 5. Они показывают, что величина оптимального размера антенны, при котором достигается максимальное значение среднего КНД, и само значение максимального КНД различны для антенн с разной степенью спада амплитуды к краям.

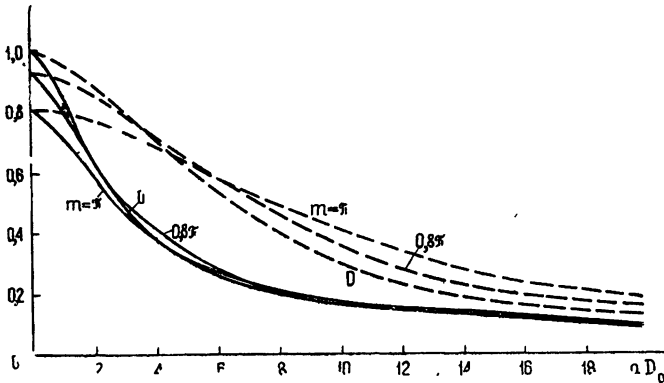


Рис. 4. Зависимости $\langle D_m \rangle / D_0$ (пунктирные кривые) и $\langle D_n \rangle / D_0$ (сплошные кривые) от aD_0 .

При $m = \pi$ максимальное значение среднего КНД $\langle D_m \rangle_{\max} = 4,1/a$ достигается при $aD_0 \approx 12$ (т.е. при размере антенны $S_{\text{opt}} \approx 6\lambda/a$). Эта величина КНД на 30% больше максимального КНД антенны с равномерным распределением и более чем в 2,4 раза превосходит средний КНД антенны таких же размеров в направлении нормали к антенне.

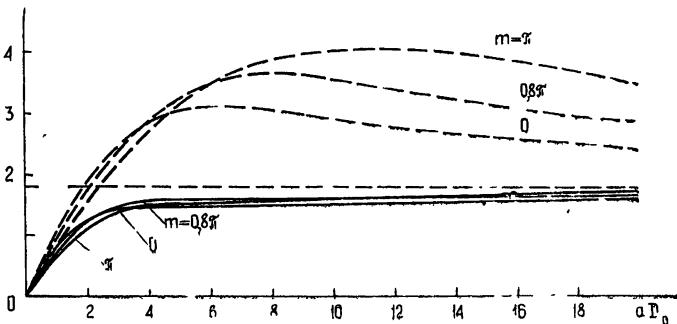


Рис. 5. Зависимости $a\langle D_m \rangle$ (пунктирные кривые) и $a\langle D_n \rangle$ (сплошные кривые) от aD_0 .

Предельные значения $a\langle D_m \rangle$ и $a\langle D_n \rangle$ при $aD_0 \rightarrow \infty$ совпадают и не зависят от m : $\lim a\langle D_m \rangle = \lim a\langle D_n \rangle = \frac{2}{\nu} \Gamma\left(\frac{1}{\nu}\right)$. При $\nu = 5/3$ эта величина равна 1,88. Следовательно, при очень больших фазовых искажениях в тропосфере средний КНД не зависит от вида амплитудного распределения. Причина этого ясна: при больших флуктуа-

циях фазы области когерентного сложения сигнала значительно меньше размера антенны. Если на протяжении такой области амплитудная функция существенно не меняется, то результат сложения будет одинаковый для любых законов распределения амплитуды.

Произведенные расчеты показывают, что при сильных тропосферных фазовых флуктуациях равномерное амплитудное распределение уже не является оптимальным с точки зрения получения максимального КНД. Этот вывод находит естественное объяснение с позиций теории оптимальной фильтрации. Антенну можно рассматривать как фильтр пространственных частот, а флуктуации фазы — как пространственный шум. Для получения максимального КНД необходимо определенным образом согласовать этот фильтр с шумами и с сигналом. Такое согласование и достигается путем изменения вида амплитудной функции.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Н. Ломакин, изд. Электросвязь, М., № 8, 29 (1966).
2. А. А. Стоцкий, Радиотехника и электроника, 14, № 3, 387 (1969).
3. А. А. Стоцкий, Н. Д. Умарбаева, Радиотехника и электроника, 15, № 9, 1787 (1970).
4. С. Э. Хайкин, Н. Л. Кайдановский, Н. А. Есепкина, О. Н. Шиврис, Изв. ГАО АН СССР, 21, № 164, 3 (1960).
5. J. D. Kraus, Sky and Telescope, 26, № 1, 12 (1963).
6. E. J. Blum, A. Voisshot, J. Lequeux, Proc. IRE (Austr.), 24, 208 (1963).
7. В. Н. Глазман, А. Г. Кисляков, И. В. Мосалов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 14, № 5, 663 (1971).
8. С. Э. Хайкин, Н. Л. Кайдановский, Ю. Н. Парийский, Н. А. Есепкина, Изв. ГАО АН СССР, № 188, 3 (1972).
9. Сканирующие антенны системы СВЧ, изд. Сов. радио, М., 1966.
10. В. И. Татарский, Распространение волн в турбулентной атмосфере, изд. Наука, М., 1967.
11. А. А. Стоцкий, Радиотехника и электроника, 17, № 11, 2277 (1972).

Ленинградский филиал
Специальной астрофизической
обсерватории АН СССР

Поступила в редакцию
31 октября 1972 г.