

УДК 523.164

К ВОПРОСУ О ФАРАДЕЕВСКОЙ ДЕПОЛЯРИЗАЦИИ ИНТЕГРАЛЬНОГО РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ ДИСКРЕТНЫХ ИСТОЧНИКОВ

Ю. В. Токарев

В настоящее время вопросу о фарадеевской деполаризации линейно-поляризованного космического радиоизлучения посвящена довольно обширная литература (см., например, [1-9]). Вместе с тем, экспериментальные данные, касающиеся поляризованного излучения дискретных радиоисточников, свидетельствуют о большом разнообразии законов деполаризации и не всегда укладываются в рамки готовых теоретических представлений о характере изменения степени линейной поляризации $P(\lambda)$ и позиционного угла $\chi(\lambda)$ с ростом длины волны λ . Целью настоящей статьи является анализ особенностей фарадеевской деполаризации интегрального радиоизлучения источников синхротронного излучения в случае, когда ответственная за деполаризацию магнитоактивная плазма сконцентрирована в плотные, лишенные резких границ облака, занимающие малую долю объема источника.

1. Рассмотрим прежде всего источник синхротронного излучения с однородным магнитным полем H . Параметры Стокса для такого источника при однородном изотропном распределении релятивистских электронов со степенным энергетическим спектром $N(E) = KE^{-\gamma}$ имеют вид [10]

$$I = \frac{\gamma + 7/3}{\gamma + 1} \Phi(\lambda, \gamma) (H \sin \alpha)^{(\gamma+1)/2} v, \quad V = 0; \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{matrix} Q \\ U \end{matrix} \right\} = \Phi(\lambda, \gamma) (H \sin \alpha)^{(\gamma+1)/2} \int_R^{R+L} \int_{(\Omega)} \left\{ \begin{matrix} \cos [2(\chi_0 + \psi)] \\ \sin [2(\chi_0 + \psi)] \end{matrix} \right\} r^2 dr \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (2)$$

где Ω , L и v — соответственно телесный угол, протяженность по лучу зрения и объем источника; r , θ , φ — сферические координаты; α — угол между H и лучом зрения; χ_0 — «внутренний» позиционный угол; ψ — угол фарадеевского вращения плоскости поляризации излучения элемента объема dv , $\Phi(\lambda, \gamma)$ — функция λ и γ , определенная в [10].

Будем считать, что деполаризация излучения источника определяется плотными облаками магнитоактивной плазмы, занимающими малую часть объема источника. Тогда в квазипродольном приближении мы можем записать, что

$$\psi = k \sum_{i=1}^{\Pi} \int_0^l N_i H_i \cos \beta_i dl, \quad (3)$$

где N_i и H_i — электронная концентрация и напряженность магнитного поля в i -м облаке, β_i — угол между H_i и лучом зрения, l — расстоя-

ние по лучу зрения от dv до границы источника, Π — число облаков в источнике, k — постоянная. При этом, очевидно, вероятность того, что центр i -го облака находится на расстоянии $\rho_i - \rho_i + d\rho_i$ от выбранного луча зрения, есть

$$f(\rho_i) d\rho_i = \frac{2\pi\rho_i d\rho_i l}{v} \quad (4)$$

Довольно естественно предположить, что величина $N_i H_i$ в пределах облака не остается постоянной, а уменьшается на периферию облака («диффузные» облака). Ниже для простоты мы ограничимся случаем квазисферических облаков и примем гауссов закон убывания $N_i H_i$ с удалением от центра облака. Что же касается направления магнитного поля в облаке, то мы рассмотрим два наиболее характерных случая: направление H_i совпадает с направлением магнитного поля в окружающей среде (облака типа «а») и направление H_i случайным образом меняется от облака к облаку (облака типа «б»).

Тогда, заменяя усреднение по углу в (2) усреднением по ансамблю величин при условиях $\frac{\pi R_0^2 L}{v} \ll 1$ и $\frac{4}{3} \frac{\pi R_0^3 \Pi}{v} \ll 1$ получим для облаков типа «а»

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} Q \\ U \end{array} \right\} &= \left\{ \begin{array}{l} \text{Re} \\ \text{Im} \end{array} \right\} \exp(j2\chi_0) \Phi(\lambda, \gamma) (H \sin \alpha)^{(\gamma+1)/2} v \times \\ &\times \frac{1 - \exp\left\{-\Pi \frac{\pi R_0^2 L}{v} [p(\psi_\lambda) + jq(\psi_\lambda)]\right\}}{\Pi \frac{\pi R_0^2 L}{v} [p(\psi_\lambda) + jq(\psi_\lambda)]} \end{aligned} \quad (5)$$

и для облаков типа «б»

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} Q \\ U \end{array} \right\} &= \left\{ \begin{array}{l} \text{Re} \\ \text{Im} \end{array} \right\} \exp(j2\chi_0) \Phi(\lambda, \gamma) (H \sin \alpha)^{(\gamma+1)/2} v \times \\ &\times \frac{1 - \exp\left[-\Pi \frac{\pi R_0^2 L}{v} f(\psi_\lambda)\right]}{\Pi \frac{\pi R_0^2 L}{v} f(\psi_\lambda)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь j — мнимая единица; $\psi_\lambda = 2\sqrt{\pi} k N_0 H_0 R_0 \lambda^2$; $N_0 H_0$ — значение $N_i H_i$ в центре облака; R_0 — размер, на котором величина $N_i H_i$ убывает в e раз;

$$p(\psi_\lambda) = s_0^2/R_0^2 - \text{ci}(\psi_\lambda \cos \alpha) + \text{ci}[\psi_\lambda \cos \alpha \exp(-s_0^2/R_0^2)]; \quad (7)$$

$$q(\psi_\lambda) = \text{si}(\psi_\lambda \cos \alpha) - \text{si}[\psi_\lambda \cos \alpha \exp(-s_0^2/R_0^2)]; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} f(\psi_\lambda) &= s_0^2/R_0^2 - \text{ci}(\psi_\lambda) + \text{ci}[\psi_\lambda \exp(-s_0^2/R_0^2)] + \frac{\sin \psi_\lambda}{\psi_\lambda} - \\ &\quad - \frac{\sin[\psi_\lambda \exp(-s_0^2/R_0^2)]}{\psi_\lambda \exp(-s_0^2/R_0^2)}. \end{aligned} \quad (9)$$

s_0 — радиус облака; L — протяженность источника вдоль луча зрения.

Учитывая, что степень линейной поляризации $P(\lambda)$ и позиционный угол $\chi(\lambda)$ связаны с параметрами Стокса соотношениями $P = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2}}{I}$

и $\chi = \text{arctg} \frac{U}{Q}$, из (5), (6) находим для облаков типа «а»

$$P_a = \frac{\gamma + 1}{\gamma + 7/3} m^{-1} \left[\frac{1 - 2 \cos(mq(\psi_\lambda)) \exp(-mp(\psi_\lambda)) + \exp(-2mp(\psi_\lambda))}{p^2(\psi_\lambda) + q^2(\psi_\lambda)} \right]^{1/2}; \quad (10)$$

$$\chi_a = \chi_0 - \quad (11)$$

$$- \frac{1}{2} \text{arctg} \frac{\exp(-mp(\psi_\lambda)) [p(\psi_\lambda) \sin(mq(\psi_\lambda)) + q(\psi_\lambda) \cos(mq(\psi_\lambda))] - q(\psi_\lambda)}{\exp(-mp(\psi_\lambda)) [q(\psi_\lambda) \sin(mq(\psi_\lambda)) - p(\psi_\lambda) \cos(mq(\psi_\lambda))] + p(\psi_\lambda)}$$

и для облаков типа «б»

$$P_b = \frac{\gamma + 1}{\gamma + 7/3} m^{-1} \frac{1 - \exp(-mf(\psi_\lambda))}{f(\psi_\lambda)}, \quad \chi_b = \chi_0 = \text{const}(\lambda). \quad (12)$$

Характер зависимости $P_{a, b}(\lambda)$ и $\chi_a(\lambda)$ от λ при разных значениях параметра $m = \Pi \frac{\pi R_0^2 L}{v}$ — числа пересечений луча зрения с деполяризующими облаками в источнике — виден из рис. 1, 2. Заметим здесь, что при $\psi_\lambda \ll 1$ и $m\psi_\lambda \ll 1$ из (5) следует, что $P_a = \frac{\gamma + 1}{\gamma + 7/3} \frac{\sin(m\psi_\lambda)}{m\psi_\lambda}$, $\chi_a = \chi_0 + \frac{1}{2} m\psi_\lambda$, т. е. в области коротких волн для облаков типа «а» справедливы выражения для случая однородного распределения магнитоактивной плазмы.

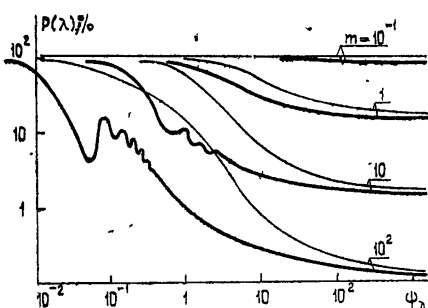


Рис. 1.

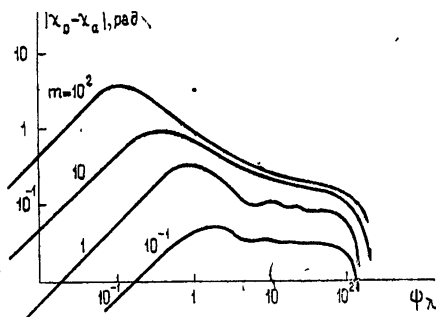


Рис. 2.

Рис. 1. Частотная зависимость степени линейной поляризации источника синхротронного радиоизлучения с однородным магнитным полем; — облака типа «а», $s_0/R_0 = 2$; — облака типа «б», $s_0/R_0 = 2$.

Рис. 2. Частотная зависимость позиционного угла источника синхротронного радиоизлучения с однородным магнитным полем (облака типа «а», $s_0/R_0 = 2$).

Аналогично, если неоднородности NH расположены в оболочке источника, из (1) — (4) можно получить, что для облаков типа «а»

$$P_a = \frac{\gamma + 1}{\gamma + 7/3} \exp(-mp(\psi_\lambda)), \quad \chi_a = \chi_0 - \frac{1}{2}mq(\psi_\lambda) \quad (13)$$

и для облаков типа «б»

$$P_b = \frac{\gamma + 1}{\gamma + 7/3} \exp(-mf(\psi_\lambda)), \quad \chi_b = \chi_0 = \text{const}(\lambda). \quad (14)$$

Из (7), (9) и (13), (14) следует, что при любых значениях λ P_a и P_b различаются между собой не более чем в e^n раз.

2. Обратимся теперь к другому, предельному случаю, когда силовые линии H в источнике радиоизлучения хаотически запутаны. Для простоты мы будем считать, что источник состоит из n одинаковых ячеек квазигомогенного магнитного поля. В этом случае средняя (по источникам) степень линейной поляризации при $n \gg 1$ равна [1, 9]

$$\langle P \rangle = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\sum_{j=1}^n \langle P_j^2 I_j^2 \rangle} / \sum_{j=1}^n \langle I_j \rangle, \quad (15)$$

где P_j и I_j — степень линейной поляризации и интенсивность излучения j -й ячейки, а усреднение в правой части производится по углу α_j между лучом зрения и направлением магнитного поля в ячейке. Подставляя I_j и P_j из (1) и (13), (14) в (15), производя усреднение по α_j и суммирование по ячейкам источника с учетом геометрии последнего, можно получить конкретные выражения для $\langle P \rangle$.

Так, если «деполяризующие» облака расположены в оболочке источника, роль которой в формировании излучения источника несущественна (модель I), то

$$\langle P \rangle_I = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \varphi(\gamma) n^{-1/2} \exp(-mf(\psi_\lambda)). \quad (16)$$

Если же облака распределены по всему объему источника (модель II), то

$$\langle P \rangle_{II} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \varphi(\gamma) n^{-1/2} \frac{1 - \exp(-m_0 f(\psi_\lambda))}{m_0 f(\psi_\lambda)} \times \left\{ \frac{m_0}{m} + \frac{1 - \exp[-2(m - m_0)f(\psi_\lambda)]}{2mf(\psi_\lambda)} \right\}^{1/2}, \quad (17)$$

где $\varphi(\gamma) = \frac{\gamma + 1}{\gamma + 7/3} B^{1/2} \left(\frac{\gamma + 3}{2}, \frac{\gamma + 3}{2} \right) B^{-1} \left(\frac{\gamma + 5}{4}, \frac{\gamma + 5}{4} \right)$, $B(x, x)$ — бета-функция, m и m_0 — число пересечений луча зрения с облаками по всей толщине источника и на размере одной ячейки соответственно. Вычисления проведены для облаков типа «б». Можно показать, однако, что при $n \gg \gg 1$ и $m \ll 1$ расхождения значений $\langle P \rangle_{I, II}$ для облаков типа «а» и «б» несущественны.

Пользуясь асимптотическими разложениями интегрального косинуса $ci(\psi_\lambda)$, можно показать, что функция $f(\psi_\lambda)$ хорошо аппроксимируется следующими выражениями ($\gamma = 1,78$ — постоянная Эйлера):

$$f(\psi_\lambda) = \begin{cases} \psi_\lambda^2/12 & (\psi_\lambda \leq 1) \\ \ln(\gamma\psi_\lambda) - 1 & (2 \leq \psi_\lambda \leq \exp(s_0^2/R_0^2)) \\ s_0^2/R_0^2 & (\psi_\lambda \geq 2 \exp(s_0^2/R_0^2)) \end{cases} \quad (18)$$

Так как $\psi_\lambda \sim \lambda^2$, то при $\lambda \rightarrow 0$ $\langle P(\lambda) \rangle_{I, II} \rightarrow \langle P(0) \rangle = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \varphi(\gamma) n^{-1/2}$.

Характер спадания $\langle P(\lambda) \rangle_{I, II}$ с ростом λ существенно зависит от геометрии источника и числа «деполяризующих» облаков на луче зрения. Так в модели I при $m \gg 100$ величина $m f(\psi_\lambda)$ становится больше единицы уже в области $\psi_\lambda < 1$, где $f(\psi_\lambda) \approx \psi_\lambda^2/12 \sim \lambda^4$, и излучение источника быстро деполяризуется по закону

$$\langle P(\lambda) \rangle_I / \langle P(0) \rangle = \exp\left(-m \frac{R^2}{12} \lambda^4\right) \quad (19)$$

$$(R = 2\sqrt{\pi} k N_0 H_0 R_0).$$

Если же число m невелико, деполяризация становится заметной лишь при значениях $\psi_\lambda > 1$. Поэтому для $m \leq 3$ можно записать

$$\langle P(\lambda) \rangle_I / \langle P(0) \rangle = \begin{cases} 1 & (\psi_\lambda \leq 1) \\ (\gamma e^{-1} R)^{-m} \lambda^{-2m} & (2 \leq \psi_\lambda \leq \exp(s_0^2/R_0^2)) \\ \exp(-m s_0^2/R_0^2) & (\psi_\lambda \geq 2 \exp(s_0^2/R_0^2)) \end{cases} \quad (20)$$

Заметим, что область длин волн, где $f(\psi_\lambda) \approx \ln(\gamma\psi_\lambda) - 1$, довольно обширна и, например, при $s_0^2/R_0^2 = 3$ формула $\langle P(\lambda) \rangle_I \sim \lambda^{-2m}$ справедлива при $2 \leq \psi_\lambda \leq 10^4$, т. е. при изменении λ почти в 100 раз.

В модели II также нетрудно получить с помощью (18) оценочные выражения для $\langle P(\lambda) \rangle_{II}$ в двух предельных случаях $m = m_0$ и $m \gg m_0$. В частности, если $m \gg 100$, то в области $m f(\psi_\lambda) \gg 1$ фактор деполяризации $\langle P(\lambda) \rangle_{II} / \langle P(0) \rangle \sim \lambda^{-4}$ для $m = m_0$ и $\sim \lambda^{-2}$ для $m = m_0$. Если же $m \leq 3$, то при $m f(\psi_\lambda) > 1$ фактор $\langle P(\lambda) \rangle_{II} / \langle P(0) \rangle \approx \approx [m \ln(R\lambda^{-2})]^{-1}$ для случая $m = m_0$ и $\approx [m \ln(R\lambda^{-2})]^{-1/2}$ для случая $m \gg m_0$ (при $m f(\psi_\lambda) \leq 1$).

Что касается позиционного угла, то в рассматриваемом случае источников с хаотическим магнитным полем изменения $\chi(\lambda)$ невелики и в среднем не превышают $\pi/4$ радиан.

3. Таким образом, в зависимости от параметров облаков, структуры магнитного поля и модели источника можно получить разнообразие законы деполяризации его интегрального излучения. Для иллюстрации выводов предыдущих разделов рассмотрим дискретные источники с аномально медленной деполяризацией радиоизлучения: MSH 01-311 (a), MSH 05-36, MSH 21-64, MSH 23-64, 3C 227, 3C 270 и Pictor A. На рис. 3 приведены экспериментальные значения $P(\lambda)$ по данным [11] на волнах $\lambda = 11,3; 21,5; 31,3; 48,3$ и $74,31$ см для перечисленных выше объектов вместе с теоретическими кривыми, полученными из уравнений (16), (17), и соответствующими этим кривым значениями ψ_λ при $\lambda = 11,3$ см и m . В пределах экспериментальных ошибок почти все источники допускают интерпретацию как на основе модели I, так и на основе модели II. Значения m

в первом случае в несколько раз ниже, чем во втором, а значения ψ_λ при $\lambda = 11,3$ см примерно одинаковы.

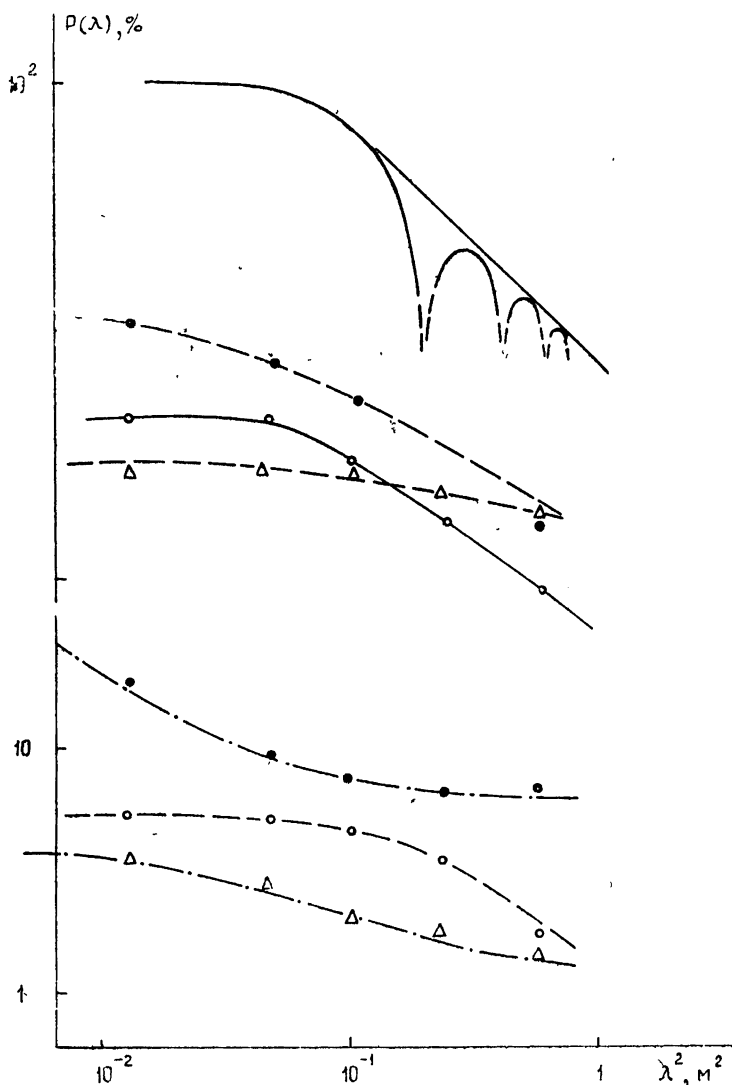


Рис. 3. Экспериментальные данные и теоретические кривые частотной зависимости степени линейной поляризации для источников с аномально медленной деполаризацией радионизлучения;

- $\frac{\sin \psi_\lambda}{\psi_\lambda}$, $\psi_{31,3} = 1$, $\text{---}\bigcirc\text{---}\bigcirc\text{---}\bigcirc\text{---}$ 23-64, $m = 0,7$,
 $\psi_{11,3} = 0,4 \div 0,5$ (модель I);
 $\text{---}\bullet\text{---}\bullet\text{---}\bullet\text{---}$ 3С270, $m = 1$, $\psi_{11,3} = 2 + 3$,
 $\text{---}\bigcirc\text{---}\bigcirc\text{---}\bigcirc\text{---}$ 3С327, $m = 2$, $\psi_{11,3} = 0,2 + 0,3$,
 $\text{---}\triangle\text{---}\triangle\text{---}\triangle\text{---}$ Pictor A,
 $m = 0,2$, $\psi_{11,3} = 0,8$ (модель II, $m = m_0$);
 $\text{---}\bullet\text{---}\bullet\text{---}\bullet\text{---}$ 01-311, $m = 4$, $\psi_{11,3} = 2 + 3$;
 $\text{---}\triangle\text{---}\triangle\text{---}\triangle\text{---}$ 05-36, $m = 2$,
 $\psi_{11,3} = 1$ (модель II, $m \gg m_0$).

Источники 3C 227 и 3C 270 отождествлены с радиогалактиками. Принимая для типичной радиогалактики $H \approx 10^{-5}$, по известным значениям $\psi_{11,3}$ находим для «деполяризирующих» облаков $N_0 R_0 \sim (2 \div 3) \text{ см}^{-3} \text{ пс}$ в случае 3C 227 и $N_0 R_0 \sim (20 \div 30) \text{ см}^{-3} \text{ пс}$ в случае 3C 270 (подобные значения $N_0 R_0$ характерны для H_{II} -областей вблизи звезд поздних классов [13]). Если принять протяженность по лучу зрения областей поляризованного излучения L равной характерному размеру радиогалактики $\sim (10 \div 20) \text{ кпс}$, то из условий пренебрежения фарадеевским вращением в разреженном газе между облаками с электронной концентрацией $N_{\text{мо}} (N_{\text{мо}} \Delta \leq N_0 R_0 m)$ следует, что $N_{\text{мо}} \leq 10^{-3}$ для 3C 270 и $N_{\text{мо}} \leq 10^{-4}$ для 3C 227. Эти оценки представляются довольно низкими (в Галактике $N_{\text{мо}} \sim 10^{-2} \text{ см}^{-3}$) и, скорее всего, в радиогалактиках 3C 227 и 3C 270 значение $L \ll 10 \text{ кпс}$.

В заключение остановимся коротко на вопросе о деполяризации радиоизлучения Крабовидной туманности. Последняя, как известно, имеет оболочку из плотных конденсаций ионизованного водорода, так называемых волокон. Уместно поэтому для интерпретации поляризационных радиоданных этого объекта рассмотреть модель источника с оболочкой (модель I). В соответствии с [12], на волнах $\lambda = 3,15; 5,56$ и $11,3 \text{ см}$ степень линейной поляризации туманности равна 7; 5,1 и 3,8% соответственно. Легко видеть, что в рассматриваемом диапазоне волн $P(\lambda) \sim \lambda^{-0,6}$. Отсюда с помощью формулы (20), учитывая, что в оптике $P(0) = 12\%$, находим для «деполяризирующих» неоднородностей $m \approx 0,3$ и $\psi_{11,3} = 2 \div 10$. Эти значения $\psi_{11,3}$ и m удовлетворительно согласуются с данными о параметрах неоднородностей, полученными из оптических наблюдений (при толщине волокон $R_0 \sim 3 \cdot 10^{16} \text{ см}$ и электронной концентрации в них $N_0 \sim 3 \cdot 10^3 \text{ см}$ значению магнитного поля на периферии туманности $H \sim 3 \cdot 10^{-4} \text{ гс}$ [12] отвечает значение $\psi_{11,3} \sim 4$; волокна закрывают $\sim 10\%$ туманности [12], т. е. $m \sim 0,1$).

Автор благодарен В. А. Разину за многочисленные обсуждения результатов статьи и Г. Г. Гетманцеву за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Г. Гетманцев, В. А. Разин, Тр. V Совещания по вопросам космогонии, изд. АН СССР, М., 1956, стр. 273.
2. В. А. Разин, Астрон. ж., 35, 241 (1958).
3. В. В. Писарева, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 3, № 2, 165 (1960).
4. В. Л. Гинзбург, В. В. Писарев, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 6, № 5, 877 (1963).
5. В. В. Железняков, *Astrophys. Space Sci.*, 2, 403 (1968).
6. В. Н. Сазонов, В. Н. Цытович, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 11, № 9, 1287 (1968).
7. В. Y. Burn, *MNRAS*, 183, 67 (1966).
8. S. J. Goldstein, *Astrophys. J.*, 151, 65 (1968).
9. В. А. Разин, Докторская диссертация, НИРФИ, 1972.
10. А. А. Корчак, С. И. Сыроватский, Астрон. ж., 38, 885 (1961).
11. F. F. Cardner, R. D. Davies, *Austral. J. Phys.*, 19, 441 (1966).
12. И. С. Шкловский, *Сверхновые звезды*, изд. Наука, М., 1966.
13. A. F. Prentice, D. ter Haar, *MNRAS*, 146, 423 (1969).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
24 января 1973 г.