

УДК 621.378 : 621.372.8

## РЕЗОНАТОРЫ И ВОЛНОВОДЫ С МОДАМИ ШЕПЧУЩЕЙ ГАЛЕРЕИ ДЛЯ МАЗЕРОВ НА ЦИКЛОТРОННОМ РЕЗОНАНСЕ\*

С. Н. Власов, Л. И. Загрядская, М. И. Петелин

Излагаются результаты теоретического и экспериментального исследования мод шепчущей галереи в высокоселективных бочкообразных резонаторах и желобковых волноводах с неквадратичным профилем. Для расчетов используется метод интегрального уравнения. Исследуются различные способы сопряжения желобковых волноводов с волноводами других типов.

В мазерах на циклотронном резонансе (МЦР) [2] в последнее время находят применение резонаторы, образованные расширениями слабо-нерегулярных волноводов [3]. При благоприятном подборе профиля такого резонатора в нем может быть достигнута эффективная селекция мод, отличающихся друг от друга продольным индексом  $q$  (числом максимумов амплитуды поля в продольном направлении) — быстрое падение дифракционной добротности с ростом  $q$ . Однако разница добротностей мод, отличающихся друг от друга только поперечной структурой поля, но обладающих близкими поперечными волновыми числами  $\kappa_s$  и одинаковыми  $q$ , относительно невелика. Вследствие этого спектр собственных частот  $\omega_s$  высокодобротных мод близок к спектру критических частот  $\omega_s^{*p} = \kappa_s c$  ( $c$  — скорость света) расширенной части волновода, образующей резонатор. При увеличении относительных поперечных размеров резонаторов спектр их собственных частот сгущается (расстояние  $\Delta\omega_s$  между частотами  $H$ -мод, являющихся рабочими модами МЦР, имеет величину порядка  $\frac{\omega}{2\pi s} \lambda^2$ , где  $s$  — площадь сечения резонатора,  $\lambda$  — длина волны).

Сказанное остается справедливым, однако, лишь до тех пор, пока резонатор можно считать достаточно узким. При увеличении поперечных размеров резонатора возникает дополнительная возможность электродинамической селекции мод, физический смысл которой может быть пояснен на примере резонатора с эллиптическим профилем боковой стенки [4, 5]. Поля собственных типов колебаний такого резонатора представляются в виде набора волновых потоков, претерпевающих коррекцию фазового фронта при отражениях от стенок и дифракционное (френелевское) расплывание в промежутках между отражениями, причем каждой моде может быть поставлен в соответствие двухзеркальный резонатор с квадратичным профилем зеркал [4]. Взаимная компенсация расплывания потока и коррекции его фазового фронта имеют место при вполне определенной протяженности поля

$$L \approx (r_0 a_0 \lambda^2)^{1/4} \left[ 1 - \frac{a_0}{r_0} \left( 1 - \frac{m^2}{\nu_{mp}} \right) \right]^{-1/4} \quad (1)$$

\* Основные результаты работы изложены в докладе [1].

(измеренной вблизи поверхности резонатора); в (1)  $a_0$  — радиус резонатора,  $r_0$  — радиус кривизны боковой стенки в плоскости, проходящей через ось резонатора,  $m$  и  $p$  — азимутальный и радиальный индексы моды,  $\nu_{mp}$  — корень уравнения  $J'_m(\nu_{mp}) = 0$ ,  $J_m(x)$  — функция Бесселя.

Как следует из (1), в относительно узких и длинных резонаторах ( $a_0 \ll r_0$ ), где волновые потоки отражаются от стенок сравнительно часто, протяженности полей мод с близкими собственными частотами (близкими  $\nu'_{mp}$ ) и одинаковыми продольными индексами  $q$  в согласии с [3] близки друг к другу:  $L \approx (r_0 a_0 \lambda^2)^{1/4}$ . В относительно широких и коротких резонаторах

$$a_0 \gtrsim r_0, \quad (2)$$

где волновые потоки, проходящие на различных расстояниях от оси, оказываются в существенно разных условиях; моды с близкими частотами, но различными поперечными структурами, согласно (1), отличаются друг от друга протяженностью поля и дифракционными потерями; некоторые моды, для которых

$$1 - \left( \frac{m}{\nu_{mp}} \right)^2 > r_0 / a_0, \quad (3)$$

попадают в зону неустойчивости [3]. Среди мод с близкими частотами (близкими  $\nu'_{mp}$ ) наименьшую длину

$$L_{\text{ш}} \approx (r_0 a_0 \lambda^2)^{1/4}$$

и наибольшую дифракционную добротность имеют моды с большими азимутальными ( $m \sim \nu'_{mp}$ ) и малыми радиальными ( $p \sim 1$ ) индексами — с полями, локализованными вблизи поверхности резонатора. Для таких мод — мод шепчущей галереи — при  $a_0 \sim r_0$  условие (2) может быть записано в виде

$$\frac{L_{\text{ш}}^2}{\lambda a_0} \ll 1.$$

Аналогичное условие должно выполняться в любом резонаторе, представляющем собой нерегулярный волновод, для того чтобы в нем была возможна селекция мод по поперечным индексам. В каждом отдельном случае, однако, селективные свойства резонатора зависят от его профиля.

Более высокой степени селекции мод, чем в резонаторах с эллиптическим профилем, ориентируясь на результаты работы [6], следует ожидать в резонаторах с профилем, изображенным на рис. 1. С точки зрения использования в МЦР такие резонаторы привлекательны еще и тем, что их конфигурация благоприятна для ввода электронного потока, а при отсутствии симметрии относительно плоскости, перпендикулярной оси, в них можно обеспечить односторонний дифракционный вывод или ввод мощности.

Рис. 1. Резонатор с профилем, обеспечивающим селекцию мод по поперечному (радиальному) индексу.

Важным обстоятельством, которое необходимо иметь в виду при расчете электродинамических систем МЦР, является то, что их длина

определяется из условия достижения высокого КПД и в практически интересных случаях — в зависимости от частотного диапазона и напряжения электронного потока — должна составлять от  $2\lambda$  до  $10\lambda$ . Задача, таким образом, сводится к подбору профиля резонатора, который обеспечивал бы наибольшую селективность при заданной протяженности поля рабочей моды.

В некоторых мазерах на циклотронном резонансе, в частности в МЦР-усилителе бегущей волны с поперечным электронным потоком (МЦР—ЛПТ), представляется перспективным применять волноводы в виде винтового желоба, способные канализировать моды шепчущей галереи [7], в таких усилителях может быть достигнута невзаимность усиления. Расчет волноводов с модами шепчущей галереи может осуществляться теми же методами, которые применимы к соответствующим резонаторам, однако сопряжение таких волноводов с волноводами других типов представляет собой самостоятельную проблему.

Теоретический анализ резонаторов с модами шепчущей галереи может быть проведен на основе интегрального уравнения [3] для функции  $f(z)$ , характеризующей распределение поля вдоль резонатора:

$$\sqrt{P_q} f(z) = \sqrt{\frac{ik}{4\pi b_m}} \int_{-l}^l \exp \left[ -\frac{ik}{4b_m} (z - z')^2 + 2i\Phi(z') \right] \times \\ \times f(z') dz'. \quad (4)$$

В (4)  $\Phi(z) = \frac{kb_m}{a_0} \varphi(z)$  — функция, описывающая профиль боковой стенки  $\varphi(z) = a_0 - a(z)$ ,  $a(z)$  — радиус резонатора в сечении  $z$ , причем  $|\varphi(z)| \ll a_0$ ,  $b_m = a_0 \sqrt{1 - \frac{m^2}{\nu_{mp}^2}}$ ;  $2l$  — длина резонатора,  $P_q$  — комплексное собственное число уравнения, определяющее собственные частоты  $\omega' = k'c$  и добротности  $Q$ -мод:

$$k'a_0 = \nu'_{mp} - \frac{\arg P_q}{4 \sqrt{1 - \frac{m^2}{\nu_{mp}^2}}}, \quad (5) \\ Q = -\frac{2\nu'_{mp} \sqrt{1 - \frac{m^2}{\nu_{mp}^2}}}{\ln |P_q|}.$$

С физической точки зрения модуль  $|P_q|$  представляет собой относительную часть энергии, которая остается в волне после прохождения ею угла  $\alpha' = 2 \arccos \frac{m}{\nu_{mp}}$  в резонаторе.

С помощью замены переменных  $u = \sqrt{\frac{k}{4b_m}} z$ ,  $f(z) e^{i\Phi(z)} = \Psi(u)$  и введения обозначения  $C = \frac{kl^2}{2b_m}$  уравнение (1) может быть записано в таком же виде, что и для двухзеркальных резонаторов [6, 8]:

$$\sqrt{P_q} \Psi(u) = \sqrt{\frac{i}{2\pi}} \int_{-\sqrt{c}}^{\sqrt{c}} \exp \left[ -i \frac{(u-u')^2}{2} + i\Phi(u') + i\Phi(u) \right] \times \Psi(u') du'. \quad (6)$$

Уравнение (5) относится к целому семейству резонаторов, профили которых могут быть преобразованы друг в друга с помощью эквивалентных преобразований. В отличие от двухзеркальных систем эквивалентность распространяется не на весь спектр резонатора, а только на моду с определенными индексами  $m$ ,  $p$  и  $q$ .

Конкретные расчеты и эксперимент проводились для резонатора с рабочей модой  $H_{40,1,1}$ , по отношению к которой ближайшей конкурирующей модой является  $H_{34,2,1}$ , отличающаяся по частоте от  $H_{40,1,1}$  менее чем на 0,3%. В резонаторе с профилем, изображенным на рис. 1, были определены зависимости дифракционных потерь этих мод от двух параметров: отношения радиуса резонатора к радиусу боковой стенки  $a_0/r_0$  (рис. 2) и величины цилиндрического участка боковой стенки  $l/\lambda$  (рис. 3). Как следует из расчетов для резонатора с размерами  $l/\lambda = 3,1$ ;

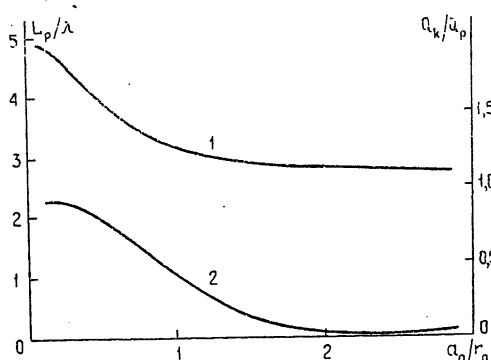


Рис. 2.

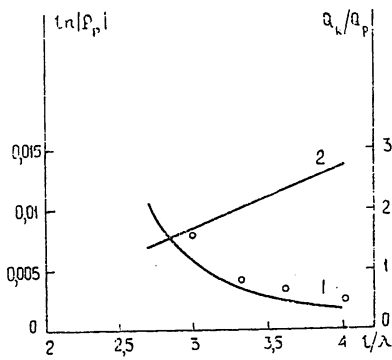


Рис. 3.

Рис. 2. Зависимость протяженности поля моды  $H_{40,1,1}$  (1) и отношения добротностей конкурирующих мод  $H_{40,1,1}$  и  $H_{34,2,1}$  (2) от параметра  $a_0/r_0$ .

Рис. 3. Зависимость дифракционных потерь мод  $H_{40,1,1}$  (1) и отношения добротностей конкурирующих мод  $H_{40,1,1}$  и  $H_{34,2,1}$  (2) от параметра  $l/\lambda$  (теоретические кривые). Точки относятся к экспериментально измеренным значениям потерь.

$l_1/\lambda = 1,4$ ;  $a_0/\lambda = 6,8$  при протяженности поля, превышающей  $4\lambda$ , отношение добротностей мод практически равно единице (рис. 2), т. е. селекция отсутствует. При увеличении  $a_0/r_0$  отношение  $\frac{Q_{40,1,1}}{Q_{34,2,1}}$  растет, но протяженность поля уменьшается до  $2,8\lambda$ . При удлинении цилиндрической части  $l/\lambda$  в резонаторе с размерами  $l_1/\lambda = 1,4$ ;  $a_0/\lambda = 6,8$ ;  $r_0/\lambda = 7,1$  дифракционные потери мод  $H_{40,1,1}$  и  $H_{34,2,1}$  падают, а селекция улучшается (рис. 3).

В согласии с [6] в резонаторе с цилиндрической частью боковой поверхности добротность моды с двумя вариациями вдоль оси  $H_{40,1,2}$  была в несколько раз ниже, чем у резонатора с эллиптическим профилем боковой поверхности при равных добротностях основной моды  $H_{40,1,1}$ .

Экспериментальное исследование резонаторов с модами шепчущей галереи. В резонаторе с размерами  $a_0/\lambda = 6,8$ ;  $r_0/\lambda = 7,1$ ;  $l_1/\lambda = 1,4$  для моды  $H_{40,1,1}$  с  $\lambda = 8,6$  мм были измерены в зависимости от  $l/\lambda$  три вида потерь — омические, дифракционные и потери на связь с трактом возбуждения. Определение последних связано с трудностями, обусловленными возможностью переизлучения энергии на элементе связи в свободное пространство. Для определения потерь на связь мы применили следующую методику измерений. Резонатор возбуждался через помещаемую внутри него полиэтиленовую пленку, облучаемую рупором с линзой (рис. 4). Если пренебречь эффектами дифракции на краях пленки, то добротность связи можно найти по формуле

$$Q_{св} = \frac{k'}{2k''} = -\frac{2\pi k a_0}{2\ln|R|},$$

где  $R$  — коэффициент отражения от пленки по амплитуде. Независимо, измеряя нагруженную добротность резонатора и коэффициент отражения  $R$ , мы нашли как собственные потери резонатора (омические плюс дифракционные), так и потери на связь с трактом возбуждения. Определение омических и дифракционных потерь по отдельности осуществлялось при другом способе возбуждения резонатора — через отверстие в боковой стенке с ферритовой вставкой. При таком способе возбуждения потери на связь в зависимости от положения ферритовой вставки составляли от 10 до 40% всех потерь соответствующей моды резонатора. Зная потери на возбуждение и измеряя добротность резонатора,

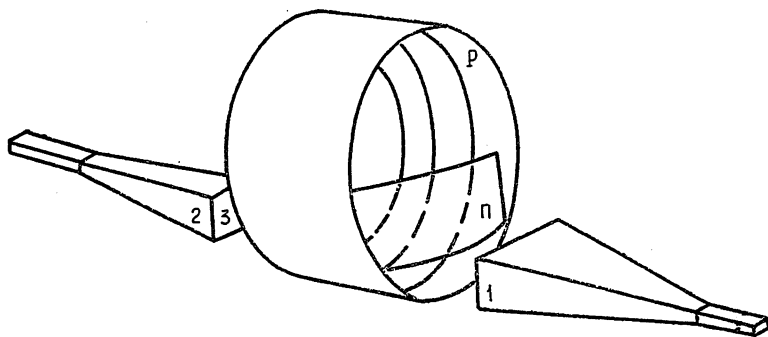


Рис. 4. Возбуждение резонатора диэлектрической пленкой, облучаемой рупором.

$P$  — резонатор,  $П$  — пленка из полиэтилена, 1, 2 — передающий и приемный рупоры, 3 — линза.

закрытого для основной моды с торцовых сторон плоскими кольцами, мы нашли величину омических потерь. Для резонатора, изготовленного из меди, эта величина оказалась близкой к теоретическому значению, определяемому по соответствующей формуле для цилиндрических резонаторов (ср. с [5]):

$$Q_{ом} = \frac{a_0}{d} \left( 1 - \frac{m^2}{\nu_{mp}^2} \right),$$

где  $d$  — толщина скин-слоя. Вычитая из суммарных потерь омические и потери на связь, мы определили дифракционные потери мод  $H_{40,1,1}$  и  $H_{34,2,1}$  для различных  $l/\lambda$ . Найденные значения дифракционных

потерь показаны на рис. 3. Как видно из рис. 3, экспериментальные и теоретические значения совпадают с точностью порядка 30%.

Моды с индексом  $q = 2$  экспериментально на наблюдались. Их добротность, согласно расчетам, должна быть более чем на порядок ниже добротности мод с  $q = 1$ .

Измеренная протяженность поля моды  $H_{40,1,1}$  оказалась близкой к величине, определяемой формулой (3).

*Волноводы с модами шепчущей галереи.* Результаты теоретических и экспериментальных исследований бочкообразных резонаторов могут быть непосредственно перенесены на волноводы в виде винтового желоба, по крайней мере, в случае, когда шаг волновода мал по сравнению с его радиусом (рис. 5).

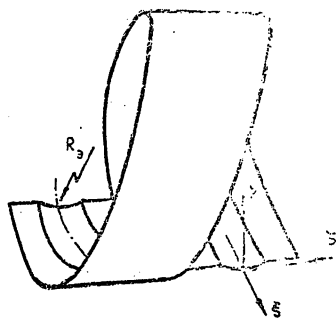


Рис. 5. Волновод с модами шепчущей галереи.

Если ширина желоба  $L$  существенно больше длины волны, но значительно меньше радиусов кривизны  $R_3$  и кручения направляющей волновода, то структура поля описывается формулой

$$H_{\zeta} = \exp\left(-i \frac{m}{R_3} \xi\right) v \left[ \frac{k \left( \frac{m}{v_{mp}} a_0 - a_0 + \eta \right)}{\left( \frac{m}{2} \right)^{1/3}} \right] f(\zeta), \quad (7)$$

где  $\eta$ ,  $\zeta$  и  $\xi$  — координаты соответственно по нормали, бинормали и вдоль направляющей желоба,  $\frac{m}{R_3}$  имеет смысл постоянной распространения волны в  $\xi$ -направлении,  $m$  — число, соответствующее азимутальному индексу собственной моды,  $v$  — функция Эйри, спадающая при стремлении своего аргумента к бесконечности. Постоянную распространения  $\frac{m}{R_3}$  можно найти, используя связь между  $m$  и корнем производной функции Бесселя:

$$v'_{mp} \approx kR_3 \approx m + \sqrt[3]{\frac{m}{2}} t'_p,$$

где  $t'_p$  — корни производной функции Эйри.

Поток энергии волны в желобковом волноводе убывает по экспоненциальному закону  $\sim e^{-2\alpha\xi}$ . Постоянную затухания  $\alpha = \alpha_{ом} + \alpha_d$ , связанную с омическими ( $\alpha_{ом}$ ) и дифракционными ( $\alpha_d$ ) потерями, можно найти, зная величины добротностей соответствующего резонатора:

$$\alpha_{ом} = \frac{kd}{2R_3 \left( 1 - \frac{m^2}{v_{mp}^2} \right)},$$

$$\alpha_d = \frac{\ln |P_q|}{4R_3 \arccos \frac{m}{v_{mp}}}.$$

Эффективность возбуждения волн шепчущей галереи в желобковом волноводе собственными волнами других линий передачи определяется степенью совпадения структур этих волн. Рассмотрено сопряжение желобкового волновода со следующими типами волноводов: с квази-оптической линией с гауссовым пучком  $\exp\left(-\frac{r^2}{\omega^2}\right)$ , гребенчатой замедляющей системой и рупором (рис. 6). Считаем, что структура поля

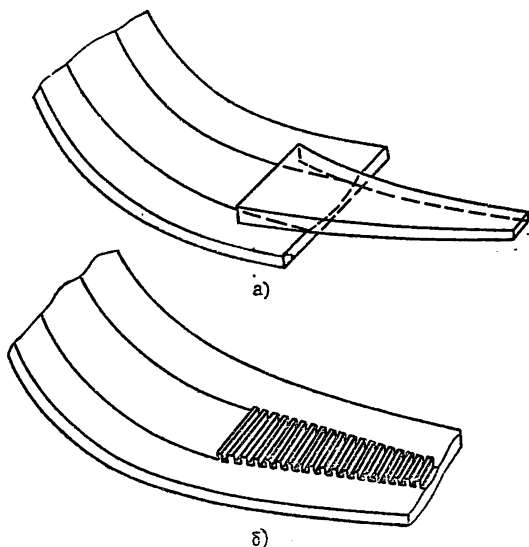


Рис. 6. Возбуждение волновода с модами шепчущей галереи а) рупором, б) гребенчатой замедляющей системой.

в волноводе с модами шепчущей галереи описывается формулой (7) с зависимостью поля  $f(\zeta)$  от координаты  $\zeta$  в виде  $\exp\{-\zeta^2/\zeta_0^2\}$  [5], где  $\zeta_0$  — ширина поля в волноводе шепчущей галереи. Согласование желобкового волновода с линзовой линией по координате  $\zeta$  может быть осуществлено с помощью пары линз. При использовании только квадратных фазовых корректоров потери на возбуждение по другой координате  $\eta$  могут быть уменьшены, как показывают расчеты, до величины 0,5 дб. Для этого должны быть выполнены следующие условия: фазовые фронты волн в линии и желобковом волноводе совпадают, отношение ширины пучка  $\omega$  в линзовой линии к ширине поля в волноводе шепчущей галереи  $\left(\frac{m}{2}\right)^{1/3} / k$  равно  $(m/2)^{1/3} / k\omega \approx 0,7$ ; ось линзовой линии смещена на расстояние  $\Delta = \frac{(m/2)^{1/3}}{k} - 0,3$  по нормали к образующей волновода шепчущей галереи параллельно касательной, проходящей через срез волновода. Экспериментально измеренные потери на возбуждение линзовой линии волноводом шепчущей галереи на  $\lambda = 4,5$  мм оказались менее 1 дб. Потери мощности при сопряжении желобкового волновода с рупором и гребенчатой замедляющей системой можно определить, зная коэффициенты возбуждения [9] гауссова пучка основной волной волновода и учитывая, что коэффициент возбуждения поля моды шепчущей галереи вида

$$f_1(\zeta) = \begin{cases} v(1,02 + \zeta) & (\zeta > 0) \\ 0 & (\zeta < 0) \end{cases}$$

пучком  $f_2(\zeta) = \begin{cases} \exp(-\zeta^2/1,6) & (\zeta > 0) \\ 0 & (\zeta < 0) \end{cases}$  равняется единице с точностью до 0,005. Они имеют величину порядка 1 дБ. Измеренные потери на возбуждение в обеих системах составляли 1,5 ÷ 2 дБ при входном КБВ  $\approx 0,8 \div 0,9$ .

Проведенные расчеты и эксперименты подтверждают возможность применения резонаторов и волноводов с модами шепчущей галереи в мазерах на циклотронном резонансе. Следует, однако, иметь в виду, что удовлетворительной степени электродинамической селекции мод можно достигнуть лишь в достаточно коротких резонаторах. Обеспечить высокую степень селекции мод при большой протяженности поля рабочей моды с помощью ряда связанных коротких резонаторов с малым, удовлетворяющим условию (2), радиусом кривизны. Другим способом достижения редкого спектра мод шепчущей галереи является применение коаксиальных резонаторов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Н. Власов, Л. И. Загрядская, М. И. Петелин, Тезисы докладов на Всесоюзной научной сессии, посвященной Дню радио, Дню связиста и 50-летию Нижегородской лаборатории имени В. И. Ленина, М., 1968.
2. А. В. Гапонов, М. И. Петелин, В. К. Юлпатов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 10, № 9—10, 1414 (1967).
3. С. Н. Власов, Г. М. Жислин, И. М. Орлова, Г. Г. Рогачева, М. И. Петелин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 12, № 8, 1236 (1969).
4. Л. А. Вайнштейн, Открытые резонаторы и открытые волноводы, изд. Сов. радио, М., 1966.
5. В. М. Черненко, Электроника больших мощностей, сб. 5, М., 1965, стр. 81.
6. В. С. Авербах, С. Н. Власов, В. И. Таланов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 10, № 9—10, 1333 (1967).
7. Ю. В. Быков, А. В. Гапонов, М. И. Петелин, Тезисы докладов на Всесоюзной научной сессии, посвященной Дню радио, Дню связиста и 50-летию Нижегородской лаборатории имени В. И. Ленина, М., 1968.
8. H. Kogelnik, T. Li, Proc. IEEE, 54, № 10, 1312 (1966).
9. Р. А. Валитов, С. Ф. Дюбко, В. В. Камышан, В. М. Кузьмичев, Б. И. Макаренко, А. В. Соколов, В. П. Шайко, Техника субмиллиметровых волн, изд. Сов. радио, М., 1969.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию  
14 декабря 1972 г.

#### RESONATORS AND WAVEGUIDE WITH WHISPERING GALLERY MODES FOR MASERS AT CYCLOTRON RESONANCE

*S. N. Vlasov, L. I. Zagryadskaya, M. I. Petelin*

The results of theoretical and experimental study of whispering gallery modes in high-selective barrel-like resonators and groove nonquadratic-profile waveguides are presented. The integral equation method is used for calculations. Different ways of conjunction of groove waveguides with other waveguides are investigated.