

смысле оно аналогично преобразованию спектра в системе связанных осцилляторов, рассмотренному Винером [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. И. М. Клибанова, А. Н. Малахов, А. А. Мальцев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 14, № 2, 173 (1971).
2. А. Н. Малахов, А. А. Мальцев, Докл. АН СССР, 196, № 5, 1065 (1971).
3. А. Н. Малахов, Флуктуации в автоколебательных системах, изд. Наука, М., 1966.
4. Н. Винер, Нелинейные задачи в теории случайных процессов, ИЛ, М., 1969.

Московский государственный университет

Поступила в редакцию
19 апреля 1971 г.

УДК 621.372.8

К ВОПРОСУ О ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ЭКРАНЕ В ПОЛЕ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ

Л. Л. Коленский, Ю. А. Медведев

В [1] приведены выражения в виде рядов от функций Бесселя различных порядков^{*} для электромагнитного поля внутри бесконечного цилиндрического проводящего экрана, находящегося в поле монохроматической плоской волны с электрическим вектором, параллельным или перпендикулярным оси цилиндра. При нахождении импульсной функции экрана для импульсов выделенного в [1] класса в соответствующих рядах учитывались лишь члены с $n = 0$ (обозначения те же, что и в [1]). Если учесть также члены с $n = \pm 1$ и $n = \pm 2$, ограничиться первыми членами разложений функций Бесселя по степеням $\xi = kr \ll 1$ и рассматривать импульсы, основная энергия которых сосредоточена в интервале частот $\frac{c^2}{4\pi\mu Rh} \ll \omega \ll \frac{c}{R}$ (нижняя граница допустимого интервала частот определяется величиной в R/h раз меньшей, чем в [1], верхняя частота та же, что и в [1]), то коэффициенты a_i^k определяются выражениями $a_0^1 = \mu(Y \ln X \sin \alpha Y)^{-1}$, $a_1^1 = a_0^2 = \frac{a_2^1}{2} = -2\mu(Y \sin \alpha Y)^{-1}$, $a_1^2 = 2a_2^2 = 2\mu X^2(Y \sin \alpha Y)^{-1}$ ($Y = mX = mkR$, R — толщина оболочки), из которых следует, что $a_1^1/a_0^1 = -2\ln X \gg \gg 1$ и $|a_1^2/a_0^2| = X^2 \ll 1$. Поэтому в [1] компоненты H_z , E_φ и E_z оценены правильно, тогда как при оценке компоненты H_φ необходимо удерживать члены с $n = \pm 1$. Члены с $n = \pm 2$ можно не учитывать при оценке всех компонент.

При учете членов с $n = 0$ и $n = \pm 1$ в выражениях (1) и (2) [1] выражения для полей в полости в случае гармонических зависимостей от времени, определяемые приведенными выше выражениями для коэффициентов a_i^k , допускают точные обратные фурье-преобразования. Например, импульсная функция экрана для магнитного поля имеет вид

$$H(t) = \frac{2}{\pi} \frac{c}{R} \sqrt{\frac{\mu}{\sigma t}} \sum_{k=0}^{\infty} e^{-t_k^2/2t},$$

где $t_k = (1+2k)^2 \frac{2\pi\mu h^2}{c^2}$. Нулевой член ряда, описывающий передний фронт импульсной функции, совпадает с соответствующим выражением (14), полученным в [1] в результате оценки методом перевала. Так, при $t < t_0$ погрешность, возникающая при пренебрежении членами с $k \geq 1$, не превосходит 2%. При этом функция H_0 однополярна, достигает своего максимального значения $H_{\max} = 0,15 \frac{c^2}{Rh\sigma}$ в момент времени $t = t_0$.

* В выражениях (1) и (2) [1] вместо $(-1)^{n+1}$ должно быть $(-i)^{n+1}$.

Отметим, что этот результат применим к сигналам более широкого класса, чем рассмотренный в [1] — частота, ограничивающая спектр сигнала снизу, в R/h раз меньше, чем соответствующая частота в [1].

ЛИТЕРАТУРА

- Л. Л. Коленский, Ю. А. Медведев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 12, № 4, 588 (1969).

Поступила в редакцию
8 июня 1971 г.

УДК 538.56

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЕМКОСТИ ПРОВОДНИКА, ПОМЕЩЕННОГО В НЕОДНОРОДНУЮ АНИЗОТРОПНУЮ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКУЮ СРЕДУ

A. Г. Рамм

1. Идеально проводящее тело с кусочно-гладкой (без заострений) поверхностью Γ помещено в среду, которая имеет диэлектрическую проницаемость, характеризуемую эрмитовой матрицей $\epsilon_{ij}(x)$, $x = (x_1, x_2, x_3)$ — точка трехмерного пространства. Требуется определить электрическую емкость проводника. Литература, посвященная методам расчета электрической емкости, обширна [1]. Однако в ней, по-видимому, не изучалась поставленная задача, представляющая интерес для многих приложений. Для случая, когда $\epsilon_{ij}(x) = \epsilon_0 \delta_{ij}$, вариационные принципы (Дирихле и Томсона), определяющие емкость, сформулированы и использованы для получения оценок емкости в [2]. Здесь будет дано их обобщение на случай неоднородного анизотропного диэлектрика.

2. Вариационный принцип *A* (принцип Дирихле):

$$C = \inf_{\substack{u|_{\Gamma}=1, u|_{\infty}=0}} \int_D \sum_{i,j=1}^3 \epsilon_{ij}(x) \frac{\partial u}{\partial x_i} \frac{\partial u}{\partial x_j} dx. \quad (1)$$

Здесь D — внешность проводника, dx — элемент объема.

Вариационный принцип *B* (принцип Томсона):

$$C = \left\{ \inf_{\substack{\operatorname{div} \epsilon E = 0, \int_{\Gamma} (N, \epsilon E) dt = 1}} \int_D \sum_{i,j=1}^3 \epsilon_{ij}(x) E_i(x) E_j(x) dx \right\}^{-1}. \quad (2)$$

Здесь N — орт внешней нормали к поверхности Γ , dt — элемент площади поверхности, $\epsilon = \epsilon(x)$ — матрица с элементами $\epsilon_{ij}(x)$.

3. Доказательства. Емкость определяется формулой

$$C = \int_{\Gamma} (N, \epsilon E) dt = - \int_{\Gamma} (N, \epsilon \nabla u) dt, \quad (3)$$

где функция u удовлетворяет уравнению

$$\operatorname{div} (\epsilon \nabla u) = 0 \quad \text{в } D, \quad u|_{\Gamma} = 1. \quad (4)$$

Уравнение Эйлера для квадратичного функционала (1) имеет вид (4). Поэтому функция, минимизирующая функционал (1), является решением задачи (4). На всякой другой функции функционал (1) достигает значения большего, чем на решении задачи (4), а на этом решении значение функционала (1) совпадает с правой частью формулы (3), т. е. с емкостью. В самом деле, интегрируя по частям и учитывая (4), получаем

$$\int_D (\epsilon \nabla u, \nabla u) dx = - \int_{\Gamma} (N, \epsilon \nabla u) dt, \quad (5)$$