

**КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ
И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ**

УДК 538.56

**О ПРИМЕНЕНИИ ТЕОРИИ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ К ВЫВОДУ
КИНЕТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ВОЛН В СЛАБОТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЕ**

Л. А. Апресян, Ю. А. Кравцов

Для описания слаботурбулентной плазмы используют так называемые кинетические уравнения для волн. В случае трехплазменного взаимодействия кинетические уравнения для волн имеют вид [1]

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_\sigma^k \nabla - 2 \gamma_\sigma^k \right) N_\sigma^k = w_{\sigma\sigma'k''}^{kk'k''} (N_{\sigma'}^{k'} N_{\sigma''}^{k''} - N_\sigma^k N_{\sigma'}^{k'} - N_\sigma^k N_{\sigma''}^{k''}), \quad (1)$$

где N_σ^k — число плазмонов для волны типа σ с волновым вектором k , v_σ^k и γ_σ^k — групповая скорость и инкремент такой волны, а величина $w_{\sigma\sigma'k''}^{kk'k''}$ интерпретируется как вероятность распада (σ, k) -волны на две волны (σ', k') и (σ'', k'') (в уравнении (1) подразумевается интегрирование по k' и k'' и суммирование по σ' и σ'').

Для вывода (1) обычно привлекают эвристические соображения — так называемое «приближение случайных фаз» [2] и (или) предположение о расщеплении четвертых моментов поля на произведения вторых моментов, как для гауссовых случайных полей [3].

В работе [4] аналогичное (1) кинетическое уравнение для фононов выведено из уравнения Лиувилля. Такой подход, в отличие от указанных выше, позволяет оценить время перемешивания (т. е. время затухания фазовых корреляций). Метод, использованный в [4], приводит к уравнению Эйнштейна—Фоккера для функции распределения действий, из которого вытекает кинетическое уравнение, если сделать дополнительное предположение о статистической независимости действий. Последнее эквивалентно разбиению четвертых моментов на произведения вторых моментов.

В данной работе, которая имеет методический характер, авторы хотели бы обратить внимание на то, что уравнение (1) можно вывести при помощи регулярных методов, развитых в теории многократного рассеяния волн на случайных неоднородностях. Специфика слаботурбулентной плазмы состоит в том, что случайные неоднородности в ней создаются самими случайными полями вследствие нелинейности плазмы. Такой подход позволяет заменить указанные выше предположения более слабым требованием статистической квазиднородности (и квазистационарности) колебаний. При этом, как и в приближении хаотических фаз, не затрагиваются вопросы, связанные с механизмами перемешивания и оценкой времени затухания корреляций.

Будем опираться на выведенное Келлером [5] уравнение

$$(LL_1 - \langle VV_1 \rangle - L \langle V_1 L_1^{-1} V_1 \rangle - L_1 \langle VL^{-1} V \rangle) \langle uu_1 \rangle = 0 \quad (2)$$

для второго момента $\langle uu_1 \rangle$ случайного поля u , удовлетворяющего стохастическому уравнению

$$(L - V) u = 0. \quad (3)$$

Здесь L — детерминированный оператор, а V — малый случайный оператор, $V \sim \epsilon \ll 1$ (считается, что $\langle V \rangle = 0$, $\langle u \rangle = 0$). Уравнение (2) справедливо с точностью до членов порядка ϵ^3 и аналогично, по существу, так называемому «лестничному приближению» теории многократного рассеяния волн [6].

Келлер [5] обратил внимание на следующее важное обстоятельство. Если в уравнении (3) случайный оператор V линейно зависит от случайного поля u , т. е. $V = \tilde{V}u$, где \tilde{V} — билинейный регулярный оператор, то уравнение (2) представляет собой замк-

нтое нелинейное уравнение для второго момента $\langle uu_1 \rangle$. При этом поле u удовлетворяет теперь уже нелинейному динамическому уравнению

$$(L - \tilde{V}u)u \equiv Lu - \tilde{V}(uu) = 0. \quad (4)$$

Случайный характер поля определяется теперь не случайностью оператора, а случайными начальными значениями самого поля u . Такой подход был использован в [5] для анализа некоторых проблем статистической гидродинамики.

Уравнения Максвелла для слаботурбулентной плазмы с билинейным по полю E током $j(EE)$ являются векторным аналогом скалярного нелинейного уравнения (4). Этим обстоятельством можно воспользоваться для вывода кинетических уравнений для волн.

В качестве исходных возьмем не сами уравнения Максвелла, а «укороченные» уравнения для величин $A_\sigma^k(x)$, представляющих собой амплитуды волн типа σ с волновым вектором k (эти амплитуды медленно изменяются с изменением $x = (t, r)$). Если исходные укороченные уравнения символически записать в виде [1]

$$LA = j(AA) \equiv j^4 A, \quad (5)$$

где j^A — оператор, зависящий от A , то второй момент $\langle AA_1 \rangle$ будет удовлетворять нелинейному уравнению

$$(L + L_1) \langle AA_1 \rangle = [(L^{-1} + L_1^{-1}) \langle j^A j^A \rangle + (1 + L^{-1} L_1) \langle j^A L^{-1} j^A \rangle + (1 + LL_1^{-1}) \langle j_1^A L_1^{-1} j_1^A \rangle] \langle AA_1 \rangle, \quad (6)$$

которое получается из (2) действием оператора $L^{-1} + L_1^{-1}$ с последующей заменой V на j^A и $\langle uu_1 \rangle$ на $\langle AA_1 \rangle$.

Кинетическое уравнение для волн (1) следует из (6), если принять, что

$$\langle AA_1 \rangle \equiv \langle A_\sigma^k(x) A_{\sigma'}^{k'}(x) \rangle = I_\sigma^k(x) \delta(k - k') \delta_{\sigma\sigma'}, \quad (7)$$

а числа плазмонов N_σ^k определить как величины, пропорциональные интенсивности I_σ^k .

Соотношение (7) означает, прежде всего, что электрическое поле квазиоднородно и квазистационарно: однородности отвечает δ -корреляция амплитуд в k -пространстве. Стационарность следует из жесткой связи между частотой ω_σ^k и волновым вектором k , налагаемой дисперсионным уравнением $D(\omega_\sigma^k, k) = 0$, а «квазиоднородность» и «квазистационарность» являются следствием плавного изменения $I_\sigma^k(x)$ по аргументу x . Символ Кронекера $\delta_{\sigma\sigma'}$ в (7) описывает статистическую независимость волн разных типов.

Существенно, что предположение (7) является более слабым, чем «приближение хаотических фаз» или же гипотеза о нормальном распределении поля, которая лежит в основе разбиения четвертых моментов на произведения вторых моментов.

Вообще говоря, для перехода от (6) к (1) кроме условия (7) нужно использовать еще некоторые соотношения симметрии для ядра j и пренебречь медленным изменением $A_\sigma^k(x)$ в правой части (6). Эти операции, однако, являются стандартными для всех методов вывода кинетического уравнения (1) и поэтому не заслуживают подробного анализа.

Изложенный подход к выводу кинетических уравнений для волн, основанный на использовании келлеровских уравнений теории многократного рассеяния, trivialно обобщается на случай «трилинейного» тока $j(AAA)$ (для этого нужно заменить соотношение $\langle V \rangle = 0$ на $\langle V \rangle = \langle j^{AA} \rangle$, где $j^{AA} A \equiv j(AAA)$ и соответственно изменить исходное уравнение (2)), но он, к сожалению, не пригоден для анализа много-плазмонных взаимодействий, когда нужно учитывать нелинейности высших порядков.

Авторы благодарны С. М. Рытову и М. Л. Левину за полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Цытович, Нелинейные эффекты в плазме, изд. Наука, М., 1967.
2. А. А. Галеев, В. И. Карпман, ЖЭТФ, 44, 592 (1963).
3. Б. Б. Кадомцев, В. И. Петвиашвили, ЖЭТФ, 43, 2234 (1962).
4. Г. М. Заславский, Р. З. Сагдеев, ЖЭТФ, 52, 1081 (1967).

5. I. B. Kelleг, Symposium on Turbulence of Fluids and Plasmas, Polytechnic Institute of Brookline, April 16-18, 1968.
 6. В. И. Татарский, Распространение волн в турбулентной атмосфере, изд. Наука, М., 1967.

Радиотехнический институт
АН СССР

Поступила в редакцию
30 марта 1972 г.

УДК 621.378.325

**ИМПУЛЬСНАЯ МОДУЛЯЦИЯ ЛАЗЕРА ПРИ ПЕРЕСТРОЙКЕ
ВСПОМОГАТЕЛЬНОГО ПАССИВНОГО РЕЗОНАТОРА
С ПОМОЩЬЮ УЛЬТРАЗВУКА**

С. В. Гапонов, Л. В. Парамонов

Один из способов внутренней модуляции газовых ОКГ заключается в замене одного из зеркал резонатора интерферометром Фабри-Перо с меняющейся во времени оптической длиной [1, 2]. О реализации подобного способа сообщалось в работах [3, 4], причем изменение оптической длины интерферометра достигалось с помощью электропротивоударного эффекта в кристаллах КДР. При небольших управляющих напряжениях наблюдалась глубокая синусоидальная модуляция. В настоящей работе для тех же целей использован эффект фотоупругости.

Оптическая схема эксперимента приведена на рис. 1. Резонатор ОКГ состоит из двух связанных интерферометров—активного и пассивного. Активный резонатор, образованный сферическим зеркалом 2 ($r = 1200 \text{ мм}$) с коэффициентом отражения $\sim 98\%$

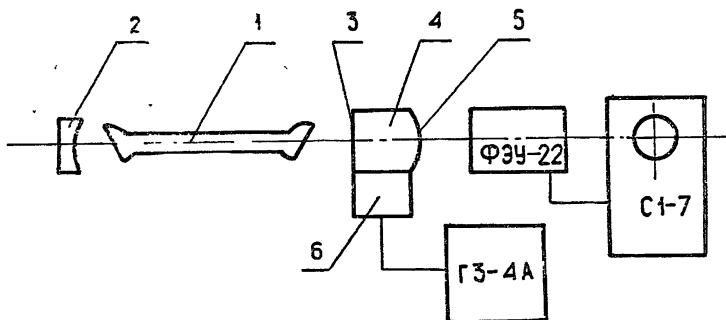


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:
 1—газоразрядная трубка; 2—сферическое зеркало ($r=1200 \text{ мм}, R=98\%$); 3,5—зеркала пассивного резонатора ($R=98\%$); 4—кварцевый блок; 6—пьезоэлектрический излучатель.

и плоским зеркалом 3, имеет длину 800 мм. В нем размещена газоразрядная трубка 1, заполненная смесью газов He и Ne. Длина трубки 420 мм. Пассивный резонатор изготовлен в виде блока из плавленного кварца, на две противоположные грани которого напылены зеркала 3 и 5. Размер блока в направлении оптической оси равен 41 мм. Грань 5 сделана сферической, причем радиус кривизны выбран из условия согласования волновых фронтов аксиальных мод активного и пассивного резонаторов [5] и равен 2500 мм. К нижней части блока прикреплен пьезоэлектрический излучатель 6, возбуждающий в кварце резонансную ультразвуковую волну с частотой 45,8 кгц, пучность давления которой совпадает с положением оптического пучка, а направление напряжений — с поляризацией. Излучение ОКГ на длине волны 0,63 мкм регистрировалось со стороны кварцевого блока с помощью ФЭУ-22 и осциллографа С1-7.

На рис. 2 схематически изображены аксиальные моды активного и пассивного резонаторов. Частотный интервал между модами первого из них составляет $1,88 \cdot 10^8 \text{ гц}$. В полосу усиления активного вещества (на рисунке указан пунктиром) одновременно попадают 4 моды. В активном резонаторе мог возбуждаться только основной тон