

УДК 621.3.032.266

О РАЗБОСЕ СКОРОСТЕЙ В ВИНТОВЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКАХ

Ш. Е. Цимринг

Теоретически показано, что начальные скорости электронов и шероховатости эмиттеров могут существенно увеличивать разброс осцилляторных скоростей в винтовых пучках, применяемых в мазерах на циклотронном резонансе (МЦР). Рассчитаны кривые отсечки коллекторного и анодного токов и соответствующие величины скоростного разброса при нормальном законе распределения начальных скоростей электронов.

1. ВВЕДЕНИЕ

Влияние разброса осцилляторных скоростей электронов на параметры мазеров на циклотронном резонансе (МЦР) [1], в которых используются винтовые пучки, отмечалось в ряде работ (см., например, [2-4]). Эти пучки формируются, как правило, с помощью магнетронно-инжекторной адиабатической электронной пушки, схема которой изображена на рис. 1. Здесь 1—катод, 2—эмиттирующий пояс, 3—первый анод, 4—второй анод. Вся система помещается в магнитное поле, плавно увеличивающееся в направлении оси аксиальной симметрии (ось z). В области взаимодействия, расположенной достаточно далеко от пушки, магнитное поле однородно.

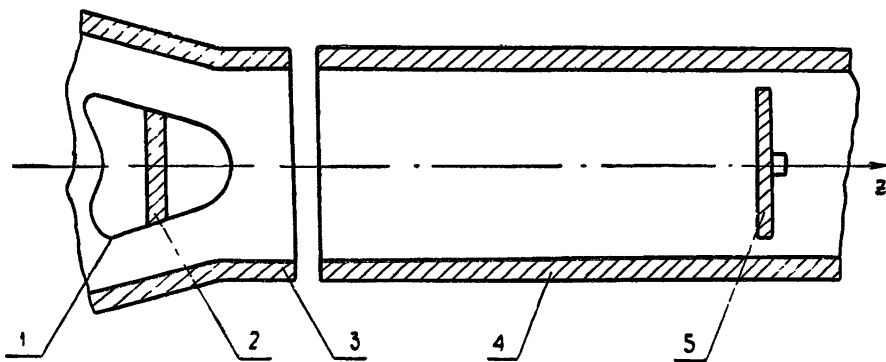


Рис. 1. Схема магнетронно-инжекторной адиабатической электронной пушки.

При дрейфе в нарастающем магнитном поле энергия осцилляторного (вращательного) движения отдельного электрона может стать весьма близкой к полной энергии. Однако, из-за разброса осцилляторных скоростей часть электронов отражается, а у другой части продольные скорости оказываются существенно различными. Даже если не учитывать влияние отраженных электронов, последствием этого является разброс времен пролета электронов через резонатор, что неизбежно ведет к снижению КПД прибора.

Причины разброса осцилляторных скоростей связаны с действием следующих факторов.

1. Разброс начальных скоростей электронов.
2. Шероховатости эмиттирующей поверхности.
3. Нарушения аксиальной симметрии электрического и магнитного полей.
4. Наличие неоднородных аксиально-симметричных полей на катоде, определяемых геометрией электродов пушки и магнитной системы.
5. Неадиабатические поля в промежуточной области между катодом и вторым анодом
6. Поле пространственного заряда пучка.

Некоторые вопросы, относящиеся к пп. 4—6, проанализированы в [3—5]. Ниже рассматриваются факторы 1 и 2. Заметим, что обусловленная ими составляющая скоростного разброса принципиально неустранима, тогда как соответствующий вклад остальных факторов (пп. 3—6) может быть практически сведен к нулю при оптимальной конструкции электронно-оптической системы.

Предполагается, что электрическое и магнитное статические поля меняются достаточно медленно, так что условия применимости дрейфового приближения [6] всюду выполнены. Из условия сохранения поперечного адиабатического инварианта следует, что осцилляторная скорость всех электронов изменяется при их дрейфе между двумя произвольными точками в одну и то же число раз, определяемое отношением магнитных полей в указанных точках. Поэтому относительный скоростной состав (по осцилляторным скоростям) пучка в любом сечении одинаков.

2. РАЗБРОС НАЧАЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ ЭЛЕКТРОНОВ

1. Будем исходить из простейшей модели трикатодной области пушки: плоская конструкция, однородные электрическое и магнитное поля, отсутствие поля пространственного заряда. На рис. 2 E_k и B_k —

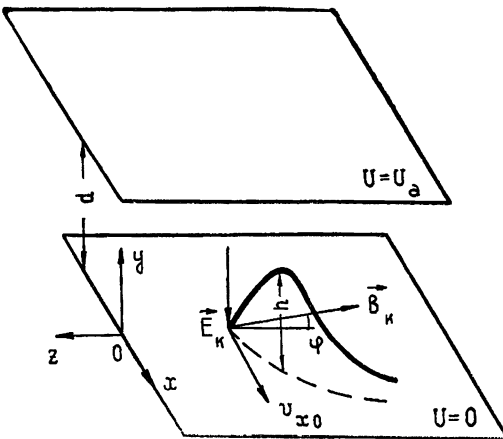


Рис. 2. Модель прикатодной области магнетронно-инжекторной пушки для формирования винтовых электронных пучков.

— векторы электрического и магнитного полей, v_{x0} — компонента начальной скорости электрона, перпендикулярная E_k и B_k . Используя решение уравнений движения в однородных полях (см. Приложение, формулы (П.8) и (П.6) для осцилляторной скорости, с точностью до величин второго порядка малости получаем

$$v_{\perp k} = v_{\perp k}^{(0)} - v_{x0} \quad (1)$$

где

$$v_{\perp k}^{(0)} = N = \frac{E_k \cos \varphi}{B_k} \quad (2)$$

— осцилляторная скорость при нулевой начальной скорости, φ — угол наклона магнитных силовых линий к плоскости катода. В случае, если рассматриваемая область является квазиплоской, а поля — квазиоднородными, уравнения (1) и (2) следуют из дрейфовой теории (вариант сильного электрического поля — см., например, (3.36) в [6]). Согласно (1) осцилляторная скорость в отличие от полной скорости определяется сложением не энергий, а скоростей. Эта особенность обуславливает существенно большую зависимость параметров винтовых пучков от начальных условий по сравнению с прямолинейными пучками.

Обозначим среднюю начальную энергию электронов в x -направлении $e\bar{U}_{x0}$. Тогда за крайние значения начальной скорости можно принять

$$v_{x0} = \pm \sqrt{2\eta\bar{U}_{x0}}, \quad (3)$$

а за разброс осцилляторных скоростей, исходя из (1), — величину

$$2v_{x0} = 2\sqrt{2\eta\bar{U}_{x0}} \quad (4)$$

($\eta = e/m$ — удельный заряд электрона).

Относительный разброс осцилляторных скоростей на катоде при учете (2) и (4)

$$\delta v_{\perp} = \frac{2v_{x0}}{v_{\perp k}^{(0)}} = \frac{2B_k \sqrt{2\eta\bar{U}_{x0}}}{E_k \cos \varphi}. \quad (5)$$

Выразим δv_{\perp} через величины, более удобные для характеристики электрического режима пучка. Первая вершина электронной траектории (точка A на рис. 2) достигается с достаточной точностью за время, равное половине периода циклотронной частоты*. Тогда, учитывая, что $U = U_a \frac{h_0}{d}$, получаем из (П.8), (П.6) и (П.5) (см. Приложение), что

$$v_{\perp k}^{(0)} = N = \frac{E_k \cos \varphi}{B_k} = \frac{\sqrt{2\eta U_a}}{2\sqrt{1 + (\pi^2/4) \operatorname{tg}^2 \varphi}} \sqrt{\frac{h_0}{d}}, \quad (6)$$

где U_a — анодное напряжение, d — ширина межэлектродного промежутка и h_0 — высота над катодом первой вершины электронной траектории при нулевой начальной скорости.

Подстановка (6) в (5) дает

$$\delta v_{\perp} = 4 \sqrt{\frac{\bar{U}_{x0}}{U_a}} \sqrt{\frac{d}{h_0} \left(1 + \frac{\pi^2}{4} \operatorname{tg}^2 \varphi\right)}. \quad (7)$$

Вычисленный относительный разброс, как отмечалось выше, не изменяется на всем протяжении пучка, если выполняются условия сохранения адиабатического инварианта. В режиме, близком к критическому ($h_0 \approx d$), и при $\varphi \approx 0$ разброс минимален и из (7) следует

$$(\delta v_{\perp})_{\min} = 4 \sqrt{\bar{U}_{x0}/U_a}. \quad (8)$$

Найденная величина дает оценку нижней границы разброса осцилляторных скоростей в винтовых пучках, формируемых плоской адиабата-

* Это приближение вполне приемлемо до $\varphi = 15^\circ$. На практике обычно φ лежит в диапазоне $5 \div 15^\circ$.

тической магнетронно-инжекторной пушкой. Для $\bar{U}_{x0} = 0,08$ в (средняя энергия $\sim kT$ при температуре эмиттера $\sim 1000^\circ\text{K}$) и $U_a = 10$ кВ $\delta v_{\perp} \approx 1\%$. Величины начальных скоростей термоэлектронов у реальных эмиттеров могут существенно превышать среднюю энергию теплового движения. Основной причиной этого служит (см., например, [7]) неэквипотенциальность активных центров эмиттеров в режиме отбора тока. Разброс начальных скоростей увеличивается с ростом тока эмиттера и скважности анодного напряжения (работа в импульсном режиме) [7]. Для оксидных катодов начальные энергии могут достигать 10 эВ [7], что дает $\delta v_{\perp} = 14\%$. Отметим, что при наличии вторичной эмиссии δv_{\perp} также может приближаться к 10%, так как средняя энергия вторичных электронов составляет $2 \div 5$ эВ [8].

Наличие зависимости δv_{\perp} в (7) и (8) от анодного напряжения позволяет [9] отличить рассматриваемую причину разброса от остальных, а также определить из экспериментальных данных среднюю начальную поперечную энергию электронов \bar{U}_{x0} .

2. При сопоставлении теории и эксперимента формулы (7) и (8) могут рассматриваться лишь как оценочные. Ниже изложена более точная теория, учитывающая реальную методику измерения скоростного разброса.

Обычно используется метод задерживающего потенциала [9]*. В этом методе на коллектор 5 (рис. 1), установленный в области с однородным магнитным полем, подается тормозящий потенциал U_c . Каждому значению U_c соответствует определенная величина коллекторного тока и максимальная осцилляторная скорость электронов, проходящих на коллектор. За величину относительного разброса принимается отношение [9]

$$\delta v_{\perp} = \frac{\sqrt{U_{c2}} - \sqrt{U_{c1}}}{\sqrt{U_{c0}}} \approx \frac{U_{c2} - U_{c1}}{2U_{c0}}, \quad (9)$$

где U_{c0} , U_{c1} и U_{c2} — потенциалы коллектора относительно катода, при которых коллекторные токи составляют соответственно 0,5; 0,1 и 0,9 уровня насыщения кривой отсечки коллекторного тока. Легко видеть, что

$$\frac{\sqrt{U_{c2}} - \sqrt{U_{c1}}}{\sqrt{U_{c0}}} = \frac{v_{\perp 2} - v_{\perp 1}}{v_{\perp 0}},$$

где $v_{\perp 0}$, $v_{\perp 1}$ и $v_{\perp 2}$ — максимальные осцилляторные скорости электронов (равные их полной скорости), попадающих на коллектор, при потенциалах последнего U_{c0} , U_{c1} и U_{c2} соответственно. Практически $v_{\perp 0} = \bar{v}_{\perp} = \frac{1}{2}(v_{\perp 1} + v_{\perp 2})$ и совпадает с осцилляторной скоростью при нулевых начальных скоростях (см. ниже).

Для сопоставления теории с экспериментом требуется, таким образом, рассчитать кривую отсечки коллекторного тока, задаваясь соответствующим законом распределения начальных скоростей. Ниже использован нормальный закон:

* В применении к исследованию винтовых пучков метод был впервые описан в докладе А. Л. Гольденберга, Т. Б. Панкратовой, М. И. Петелина и В. А. Флягина на V межвузовской конференции по электронике СВЧ, Саратов, 1966 г.

$$dJ = \frac{J_0}{2\pi D^2} \exp\left(-\frac{v_{x0}^2 + v_{y0}^2 + v_{z0}^2}{2D}\right) v_{y0} dv_{x0} dv_{y0} dv_{z0} \quad (10)$$

где J_0 — ток эмиссии и D — дисперсия скорости. Будем также полагать, что коллектор установлен перпендикулярно магнитным силовым линиям.

Очевидно, что на коллектор попадут только те электроны, осцилляторная энергия которых, вычисленная из условия сохранения адиабатического инварианта, не превышает их полной энергии, т. е.

$$v_{\perp} \leq \sqrt{2\eta(U_c + U_0)}, \quad (11)$$

где v_{\perp} — осцилляторная энергия электронов у коллектора, U_c — потенциал коллектора относительно катода и eU_0 — начальная энергия электронов.

В окрестности коллектора, где магнитное поле однородно, поперечный адиабатический инвариант (см., например, [10])

$$I_c = \frac{m^2 v_{\perp}^2}{2eB_c}, \quad (12)$$

где B_c — магнитная индукция у коллектора.

Расчет адиабатического инварианта у катода при учете начальных скоростей производился по формуле [11]

$$I_k = \frac{1}{2\pi} \oint P dq, \quad (13)$$

где q и P — соответственно циклическая координата и обобщенный импульс электрона в той системе отсчета, где ведущий центр покоится. Для вычисления I_k необходимо проинтегрировать уравнения движения электрона в системе рис. 2 с учетом начальных скоростей и затем перейти в систему отсчета с финитным движением (см. Приложение). Окончательно

$$I_k = \frac{m^2 [v_{\varphi 0}^2 + (N - v_{x0}^2)]}{2eB_k}, \quad (14)$$

где

$$v_{\varphi 0} = v_{z0} \sin \varphi + v_{y0} \cos \varphi. \quad (15)$$

Приравнивая I_c и I_k из (12) и (14) и учитывая (11), находим, что

$$v_{\varphi 0}^2 + (N - v_{x0}^2)^2 \leq \frac{2\eta(U_c + U_0)}{\alpha}, \quad (16)$$

где

$$\alpha = \frac{B_c}{B_k}, \quad U_0 = \frac{m}{2e} (v_{x0}^2 + v_{y0}^2 + v_{z0}^2).$$

Неравенство (16) определяет в пространстве (v_{x0}, v_{y0}, v_{z0}) некоторую область, точки которой соответствуют значениям начальных скоростей электронов, попадающих на коллектор. Поскольку $v_{\varphi 0}^2$ и U_0 являются малыми величинами второго порядка по сравнению с $2Nv_{x0}$, то практически (16) служит ограничением лишь для величины v_{x0} . Отбрасывая $v_{\varphi 0}^2$ и U_0 , получаем из (16), что

$$N - \sqrt{\frac{2\eta U_c}{\alpha}} \leq v_{x0} \leq N + \sqrt{\frac{2\eta U_c}{\alpha}} \quad (17)$$

Возможность отбрасывания в (16) U_0 при сохранении v_{x0} указывает на то, что немонотонность лучка вблизи коллектора сама по себе практически не влияет на разброс осцилляторных скоростей. Как отмечалось выше, это связано со спецификой формирования осцилляторной скорости, при котором имеет место сложение скоростей, а не энергий.

Правое неравенство, вообще говоря, следует усилить, так как при больших положительных значениях v_{x0} магнитная сила Лоренца препятствует уходу электрона от катода (согласно (П.3) для $v_y > 0$ при $t \rightarrow 0$ и малых v_{y0} и v_{z0} необходимо, чтобы $v_{x0} < N/\cos^2\varphi$). Однако, как видно из нижеизложенного, это не имеет практического значения при малой дисперсии D в (10).

Учитывая (10) и (17), находим ток коллектора

$$J_c = \frac{J_0}{2\pi D^2} \int_0^\infty v_{y0} \exp\left(-\frac{v_{y0}^2}{2D}\right) dv_{y0} \int_{-\infty}^\infty \exp\left(-\frac{v_{z0}^2}{2D}\right) dv_{z0} \times \\ \times \int_{N-\sqrt{2\eta U_c/\alpha}}^{N/\cos^2\varphi} \exp\left(-\frac{v_{x0}^2}{2D}\right) dv_{x0} \quad (18)$$

Наличие бесконечных пределов в (18) не противоречит принятому выше предположению о малости U_0 ($U_0 \ll U_c$), если дисперсия D настолько мала, что возможно выбрать область интегрирования, на границах которой

$$\frac{D}{\eta} \ll U_0 \ll \frac{1}{\alpha} U_c \quad (19)$$

При этом же условии во внутреннем интеграле в (18) верхний предел $N/\cos^2\varphi$ можно заменить на ∞ .

Интегрируя (18), получаем

$$J_c = \frac{1}{2} J_0 \left[1 + \Phi\left(\frac{\sqrt{2\eta U_c/\alpha} - N}{\sqrt{2D}}\right) \right], \quad (20)$$

где $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt$ — интеграл вероятности. Вспомнив определение величин U_{c0} , U_{c1} и U_{c2} (ср. (9)), получаем из (20) и таблиц интеграла вероятности

$$\sqrt{\frac{2\eta U_{c2}}{\alpha}} - \sqrt{\frac{2\eta U_{c1}}{\alpha}} \approx 1,82 \sqrt{2D} \quad (21)$$

и

$$\sqrt{\frac{2\eta U_{c0}}{\alpha}} = N. \quad (22)$$

Искомый разброс осцилляторных скоростей с учетом (9), (21) и (22)

$$\delta v_{\perp} \approx 1,82 \frac{\sqrt{2D}}{N}. \quad (23)$$

Окончательно, используя (15), (6) и (23), получаем

$$\delta v_{\perp} \approx 3,6 \sqrt{\frac{D}{\eta U_a}} \sqrt{\frac{d}{h_0} \left(1 + \frac{\pi^2}{4} \operatorname{tg}^2 \varphi\right)}. \quad (24)$$

Для больцмановского распределения $D = kT/m$ и

$$\delta v_{\perp} \approx 3,6 \sqrt{\frac{kT}{eU_a}} \sqrt{\frac{d}{h_0} \left(1 + \frac{\pi^2}{4} \operatorname{tg}^2 \varphi\right)}. \quad (25)$$

Сравнение (25) и (7) показывает, что простые соображения, ведущие к (7), дают вполне удовлетворительный результат.

3. Измерение скоростного разброса по кривой отсечки коллекторно-тока в мощных приборах связано с трудностями рассеяния энергии пучка на коллекторе и с необходимостью использования специальных диафрагм для перехвата электронов, отраженных от коллектора [9]. Ниже приведен расчет скоростного разброса по кривой отсечки анодного тока в области критических режимов промежутка катод — 1-й анод.

Анодный ток образуется теми электронами, у которых на эквипотенциали $U = U_a$, $v_y \geq 0$. Используя (П.5), (П.6) и (П.3), получаем

$$U_a = \frac{B_k d \{ \eta B_k d - \cos \varphi [v_{x0} (\cos \psi - 1) + v_{\varphi 0} \sin \psi + v_{\varphi 1} \psi] \}}{\cos^2 \varphi \left(1 + \frac{1}{2} \psi^2 \operatorname{tg}^2 \varphi - \cos \psi \right)}; \quad (26)$$

$$v_y = \frac{U_a \cos^2 \varphi}{B_k d} (\psi \operatorname{tg}^2 \varphi + \sin \psi) + v_{\varphi 0} \cos \varphi \cos \psi + v_{\varphi 1} \cos \varphi - \\ - v_{x0} \cos \varphi \sin \psi \geq 0. \quad (27)$$

Уравнение (26) определяет угол пролета $\psi = \eta B_k t$ промежутка катод—анод электроном, имеющим начальную скорость v_0 (v_{x0} , v_{y0} , v_{z0}). Подстановка этой величины в (27) дает некоторую область L значений v_0 , соответствующую прохождению электронов на анод при заданных U_a , B_k и ширине промежутка d . Нахождение указанной области при произвольном v_0 затруднительно. Если, однако, считать, что $|v_0| \ll \ll \sqrt{2\eta U_a}$, то, выделяя в (26) и (27) малые члены, нетрудно показать, что в линейном приближении границей области L является плоскость

$$v_{x0} \cos \varphi (1 - \cos \psi_0) + v_{z0} \psi_0 \operatorname{tg} \varphi = \frac{\eta B_k d}{U_{a0}} \Delta U_a, \quad (28)$$

где $\Delta U_a = U_a - U_{a0}$, U_{a0} и ψ_0 — критическое анодное напряжение и пролетный угол при нулевых начальных скоростях. Искомый анодный ток

$$J_a = \frac{J_0}{2\pi D^2} \int_0^{\infty} v_{y0} \exp\left(-\frac{v_{y0}^2}{2D}\right) dv_{y0} \int_L \exp\left(-\frac{v_{x0}^2 + v_{z0}^2}{2D}\right) dv_{x0} dv_{z0}, \quad (29)$$

где внутренний интеграл распространен на область, лежащую ниже плоскости (28). Этот интеграл путем сдвига и поворота системы координат, при которых плоскость (28) совмещается с одной из координат-

ных плоскостей, сводится к интегралу вероятности. Окончательно находим:

$$J_a = \frac{1}{2} J_0 \left[1 + \Phi \left(\frac{\sqrt{\eta} \Delta U_a}{2 \sqrt{U_{a0}} D} \right) \right]. \quad (30)$$

При получении (30) использовалась формула (6), где, очевидно, следует положить $h_0 = d$, принималось $\psi_0 = \pi$ (см. сноску к стр. 1249) и учитывались малые члены до φ^2 включительно.

Вновь определяя U_{a1} и U_{a2} по точкам, где $J_a/J_0 = 0,1$ и $0,9$ соответственно, находим из (30)*

$$\delta v_1 = \frac{U_{a2} - U_{a1}}{U_{a0}} \approx 3,6 \sqrt{\frac{D}{\eta U_{a0}}}. \quad (31)$$

Заметим, что полученная величина разброса не зависит при сделанных предположениях от φ и совпадает с минимальным коллекторным разбросом (25), получающимся при $h_0 = d$ и $\varphi = 0$. Совпадение (31) и (25) легко поддается экспериментальной проверке, если исключены все источники разброса осцилляторных скоростей, кроме начальных скоростей и шероховатостей эмиттирующей поверхности (см. следующий раздел).

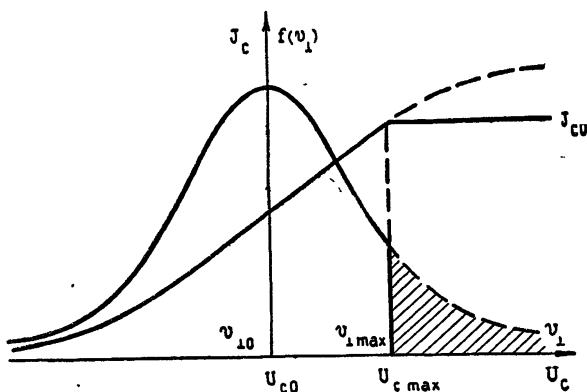
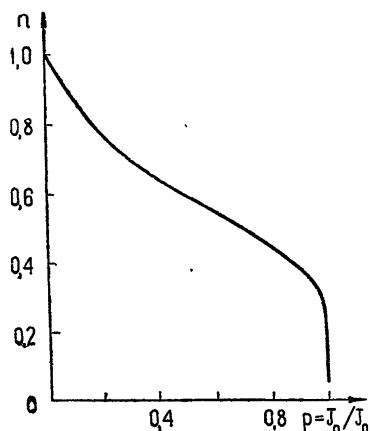


Рис. 3. Функция распределения по осцилляторным скоростям и кривая отсечки коллекторного тока при $J_a/J_0 \neq 0$.



4. Формулы (20) и (24) теряют силу, если ток первого анода отличен от нуля. Действительно, поскольку на анод в первую очередь попадают электроны с наибольшими осцилляторными скоростями у функции распределения по осцилляторным скоростям в области коллектора отсекается некоторая часть на правом склоне (см. заштрихованный участок на рис. 3). Величина отсеченной части зависит от отношения

Рис. 4. Зависимость коэффициента понижения скоростного разброса от отношения анодного тока к току эмиссии.

* Согласно (30) при $U_a = U_{a0}$ ($\Delta U_a = 0$) $J = J_0/2$.

$$p = J_a/J_0.$$

Так как до $v_{\perp} = v_{\perp \max}$ функция распределения остается прежней, то уравнение кривой отсечки коллекторного тока при $p \neq 0$ находится сразу из (20):

$$J_c = \begin{cases} \frac{J_{c0}}{2(1-p)} \left[1 + \Phi \left(\frac{\sqrt{2\eta U_c/\alpha} - N}{\sqrt{2D}} \right) \right] & (U_c \leq U_{c \max}) \\ J_{c0} & (U_c \geq U_{c \max}) \end{cases}, \quad (32)$$

где J_{c0} — коллекторный ток насыщения, $U_{c \max} = v_{\perp \max}^2/2\eta$ — потенциал коллектора, при котором $J_c = J_{c0}$. На рис. 3 показана кривая (32).

Пользуясь (32) и (9), получаем, что разброс осцилляторных скоростей, обусловленный начальными тепловыми скоростями, имеет величину

$$\delta v_{\perp} \approx 3,6n \sqrt{\frac{kT}{eU_a}} \sqrt{\frac{d}{h_0} \left(1 + \frac{\pi^2}{4} \operatorname{tg}^2 \varphi \right)}. \quad (33)$$

Коэффициент понижения скоростного разброса n является убывающей функцией p и вычисляется по таблицам интеграла вероятности (см. рис. 4).

Закон распределения электронов по осцилляторным скоростям в области коллектора можно записать в виде

$$dJ_c = J_{c0} f(v_{\perp}) dv_{\perp}. \quad (34)$$

Располагая кривой отсечки коллекторного тока, нетрудно найти функцию распределения по осцилляторным скоростям:

$$f(v_{\perp}) = \frac{v_{\perp}}{\eta J_{c0}} \left(\frac{dJ_c}{dU_c} \right)_{U_c = v_{\perp}^2/2\eta}. \quad (35)$$

В частности, из (32) с помощью (35) получаем

$$f(v_{\perp}) = \begin{cases} \frac{\exp \left[-\frac{(v_{\perp} - v_{\perp 0})^2}{2\alpha D} \right]}{(1-p)\sqrt{2\pi\alpha D}} & (v_{\perp} \leq v_{\perp \max}) \\ 0 & (v_{\perp} \geq v_{\perp \max}) \end{cases}. \quad (36)$$

Величина $v_{\perp \max}$ находится из кривой отсечки анодного тока (30) и формул (6), (12), (14) и (28).

3. НЕОДНОРОДНОСТИ ЭМИТТИРУЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Шероховатость эмиттирующей поверхности влияет на разброс осцилляторных скоростей аналогично неэквипотенциальности эмиттера. В частности, скорости, которые электроны приобретают в локальных полях неоднородностей, можно рассматривать как начальные скорости на поверхности гладкого эмиттера, влияние которых обсуждалось в предыдущем разделе.

Оценим величину компоненты v_{x0} скорости электрона, выходящего из неоднородности, которую в качестве приближенной модели будем считать полусферой радиуса $r_0 \ll d$, расположенной на плоскости катодa (рис. 5). Компоненты электрического поля полусферы в однород-

ном поле легко вычислить, исходя из общего выражения для поля полусфероида над проводящей плоскостью (см., например, [12]). В ре-

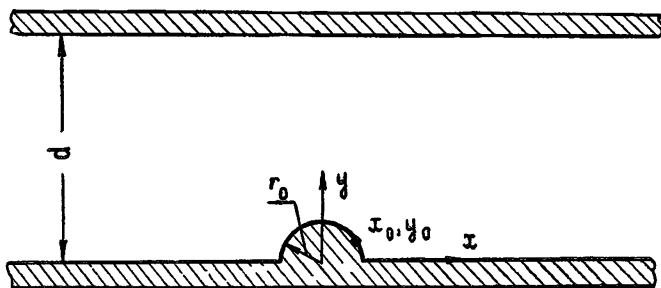


Рис. 5. Полусфера в однородном электрическом поле.

зультате, уравнения движения электрона в электрическом поле полусферы принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= \frac{3\eta U_a r_0^3}{d} \frac{xy}{(x^2 + y^2)^{5/2}}, \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= \frac{\eta U_a}{d} \left[1 - \frac{r_0^3}{(x^2 + y^2)^{3/2}} + \frac{3r_0^3 y^2}{(x^2 + y^2)^{5/2}} \right]. \end{aligned} \quad (37)$$

Интегрирование системы (37) с помощью рядов дает следующий результат:

$$x = x_0 + \frac{3\eta U_a x_0 y_0}{2dr_0^2} t^2 - \frac{9\eta^2 U_a^2 x_0 y_0^2}{8d^2 r_0^4} t^4 + \dots; \quad (38)$$

$$y = y_0 + \frac{3\eta U_a y_0^2}{2dr_0^2} t^2 - \frac{3\eta^2 U_a^2 y_0 (3y_0^2 - r_0^2)}{8d^2 r_0^4} t^4 + \dots, \quad (39)$$

где x_0, y_0 — координаты точки вылета, лежащей на полусфере в плоскости $z = 0$ ($x_0^2 + y_0^2 = r_0^2$). Начальная скорость электрона принималась равной нулю. Оценка следующих членов разложений (38) и (39) и сравнение с точным решением, которое легко получить для случая $x_0 = 0, y_0 = r_0$, показывает, что (38) и (39) дают приемлемую точность до $y = 1,5 y_0$.

Вычислим скорость, которую наберет электрон в направлении оси x , поднявшись над плоскостью катода на высоту $\bar{y} = 1,5 y_0^*$ (рис. 5). Выберем для определенности следующие координаты точки вылета:

$$x_0 = \frac{\sqrt{6}}{3} r_0, \quad y_0 = \frac{\sqrt{3}}{3} r_0. \quad (40)$$

С помощью (38) — (40) находим, что

$$v_{x0} = \left(\frac{dx}{dt} \right)_{y=1,5y_0} = 0,4 \sqrt{2\eta U_a \frac{r_0}{d}}. \quad (41)$$

* Увеличение \bar{y} мало влияет на величину $\frac{dx}{dt}$, так как согласно (37) при больших y/r_0 $\frac{d^2x}{dt^2} = O(r_0^3/y^3)$.

Компонента скорости v_{x0} для других точек вылета будет изменяться по модулю от 0 до величин, несколько больших (41). Рассматривая найденные величины v_{x0} как начальные скорости в системе с гладким эмиттером, можно, воспользовавшись (5) и (6), вычислить соответствующий разброс осцилляторных скоростей. В результате, учитывая коэффициент понижения скоростного разброса при $J_a \neq 0$ (ср. с (33)), получаем следующую приближенную оценку разброса осцилляторных скоростей, обусловленного шероховатостью катода:

$$\delta v_{\perp} = 1,6n \sqrt{\frac{r_0}{h_0} \left(1 + \frac{\pi^2}{4} \operatorname{tg}^2 \varphi\right)}. \quad (42)$$

При расчете v_{x0} не учитывалось влияние магнитного поля на движение электрона вблизи полусферы. Ввиду того, что невозмущенная осцилляторная скорость $v_{\perp k}^{(0)} = E_k \cos \varphi / B_k$, разброс осцилляторных скоростей

$$\delta v_{\perp} \approx \frac{2v_{x0}}{v_{\perp k}^{(0)}} \approx \frac{2v_{x0} B_k}{E_k}. \quad (40)$$

С другой стороны, подстановка (40) в правые части (37) показывает, что компоненты электрического поля в выбранной точке вылета порядка $E_k = U_a/d$ (несколько больше E_k). Таким образом, отношение действующих вблизи полусферы магнитной силы Лоренца и электрической примерно равно половине относительного разброса осцилляторных скоростей, и при малой величине последнего влиянием магнитного поля действительно можно пренебречь.

Минимальный скоростной разброс согласно (42) вновь получается при $\varphi = 0$ и $h_0 = d$. Ввиду того, что отношение r_0/h_0 входит в (42) в степени $1/2$, даже сравнительно небольшие неровности поверхности эмиттера могут служить причиной значительного разброса осцилляторных скоростей. Так, при $r_0 = 2$ мкм, $h_0 = 2$ мм, $\varphi = 0$ и $n = 1$ $\delta v_{\perp} \approx 5\%$. Этот пример показывает, что требования к чистоте поверхности эмиттера должны быть весьма жесткими.

Заметим, что при наличии вблизи катода минимума потенциала (режим ограничения тока пространственным зарядом) шероховатости эмиттера играют, по-видимому, меньшую роль.

Автор выражает глубокую благодарность А. Л. Гольденбергу и М. И. Петелину за интерес к работе и полезные дискуссии.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Расчет поперечного адиабатического инварианта при учете начальных скоростей

Интегрируя уравнения движения электрона в системе отсчета рис. 2:

$$\mathbf{E} = E \left(0, -\frac{U_a}{d}, 0\right), \quad \mathbf{B} = B(0, B_k \sin \varphi, B_k \cos \varphi), \quad (П.1)$$

получаем при начальных условиях $\mathbf{v}_{t=0} = \mathbf{v}_0(v_{x0}, v_{y0}, v_{z0})$

$$v_x = N(1 - \cos \psi) + v_{x0} \cos \psi + v_{\varphi 0} \sin \psi; \quad (П.2)$$

$$v_y = N \cos \varphi (\psi \operatorname{tg}^2 \varphi + \sin \psi) - v_{x0} \cos \varphi \sin \psi + v_{\varphi 0} \cos \varphi \cos \psi + v_{\varphi 1} \cos \varphi; \quad (П.3)$$

$$v_z = N \sin \varphi (\sin \psi - \psi) - v_{x0} \sin \varphi \sin \psi + v_{\varphi 0} \sin \varphi \cos \psi - v_{\varphi 1} \cos \varphi \operatorname{tg} \varphi; \quad (П.4)$$

$$\eta U = N^2 \left(1 + \frac{1}{2} \psi^2 \operatorname{tg}^2 \varphi - \cos \psi \right) + N [v_{x0} (\cos \psi - 1) + v_{\varphi 0} \sin \psi + v_{\varphi 1} \psi], \quad (\text{П.5})$$

где

$$N = \frac{U_a \cos \varphi}{B_k d}, \quad v_{\varphi 0} = v_{z0} \sin \varphi + v_{y0} \cos \varphi, \quad (\text{П.6})$$

$$v_{\varphi 1} = v_{y0} \sin \varphi \operatorname{tg} \varphi - v_{z0} \sin \varphi$$

и $\psi = \eta B_k t$ — пролетный угол.

Исключая из (П.2) — (П.4) члены, связанные с дрейфовым движением, находим компоненты скорости в системе отсчета, где ведущий центр покоится:

$$v'_x = -(N - v_{x0}) \cos \psi + v_{\varphi 0} \sin \psi,$$

$$v'_y = (N - v_{x0}) \cos \varphi \sin \psi + v_{\varphi 0} \cos \varphi \cos \psi, \quad (\text{П.7})$$

$$v'_z = (N - v_{x0}) \sin \varphi \sin \psi + v_{\varphi 0} \sin \varphi \cos \psi.$$

Обобщенный импульс в указанной системе отсчета

$$P = m\mathbf{v}' - e\mathbf{A},$$

где $\mathbf{v}' = \mathbf{v}'(v'_x, v'_y, v'_z)$ и \mathbf{A} — магнитный вектор-потенциал. Вычисляя интеграл $\oint P dq$, получаем (14).

Этот же результат получается и более просто, если учесть, что уравнения (П.7) описывают движение электрона по окружности со скоростью

$$v_{\perp k} = \sqrt{v_x'^2 + v_y'^2 + v_z'^2} = \sqrt{v_{\varphi 0}^2 + (N - v_{x0})^2}. \quad (\text{П.8})$$

Адиабатический инвариант, соответствующий этому движению в магнитном поле B_k ,

$$I_k = \frac{m^2 v_{\perp k}^2}{2eB_k} = \frac{m^2 [v_{\varphi 0}^2 + (N - v_{x0})^2]}{2eB_k}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Гапонов, М. И. Петелин, В. К. Юлпатов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 10, № 9—10, 1414 (1967).
2. А. Л. Гольденберг, Т. Б. Панкратова, Электронная техника, сер. 1, Электроника СВЧ, вып. 9, 81 (1971).
3. А. Л. Гольденберг, М. И. Петелин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, (в печати).
4. В. К. Лыгин, Ш. Е. Цимринг, Электронная техника, сер. 1, электроника СВЧ, вып. 6, 60 (1971).
5. В. К. Лыгин, Ш. Е. Цимринг, ЖТФ, вып. 11, 2278 (1971).
6. А. Н. Морозов, Л. С. Соловьев, Вопросы теории плазмы, вып. 2, Атомиздат, М., 1963, стр. 207.
7. Б. Я. Мойжес, Физические процессы в оксидных катодах, изд. Наука, М., 1966.
8. Л. Н. Добрецов, М. В. Гомоюнова, Эмиссионная электроника, изд. Наука, М., 1966.

9. Е. Г. Авдошин, Л. В. Николаев, И. Г. Платонов, Ш. Е. Цимринг, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика (в печати).
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, изд. Наука, М., 1967.
11. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика, изд. Наука, М., 1965.
12. В. Смайт, Электростатика и электродинамика, ИЛ, М., 1954.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
1 декабря 1971 г.

ON THE VELOCITY SPREAD IN SCREW ELECTRON BEAMS

Sh. E. Tsimring

It was theoretically shown that the initial electron velocities and emitter roughnesses may essentially increase the oscillator velocity spread in screw beams applied in masers on cyclotron resonance (MCR). The cutoff curves of collector and anode currents and the corresponding velocity spread values at the normal law of the electron initial velocity distribution have been calculated.
