

УДК 621.396.677

**ПОЛЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ПЛОСКОЙ АПЕРТУРЫ
В СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ
НАД СФЕРОЙ БОЛЬШОГО РАДИУСА**

B. A. Андрианов

В приближении Кирхгофа исследовано поле излучения остронаправленной антенны апертурного типа, находящейся в кусочно-неоднородной среде над сферой большого радиуса. Полученное решение задачи позволяет описать влияние различных факторов при изучении распространения УКВ в тропосфере в пределах освещенной области. Отмечена возможность рефракционного смещения диаграммы направленности антенны.

В ряде задач представляет интерес исследование влияния условий распространения радиоволн в неоднородной среде на поле излучения находящихся в ней антенн. Такие задачи возникают, например, при изучении распространения УКВ в атмосфере, особенно при аномальных условиях распространения (сверхрефракция и др.). Примером рассмотрения подобных вопросов могут служить работы [1, 2], в которых изучается влияние каустик на формирование поля антенн. При изучении распространения УКВ часто необходимо также учитывать наличие границы раздела — сферической земной поверхности, влияние которой может быть различным в зависимости от условий задачи. В результате можно сформулировать электродинамическую задачу о поле излучения остронаправленных антенн апертурного типа, применяемых на УКВ, в слоисто-неоднородной среде над сферой большого по сравнению с длиной волны радиуса $a \gg \lambda$. В данной работе в качестве примера рассматривается задача о поле излучения антенны в освещенной области пространства в случае билинейной модели неоднородной среды, которая служит для качественного описания условий сверхрефракции в атмосфере.

1. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ГРИНА

Решение сформулированной задачи будем осуществлять в приближении Кирхгофа. Известно, что принцип Гюйгенса—Кирхгофа обобщается и на случай неоднородных сред с учетом того, что вместо обычно используемой в формуле Кирхгофа функции точечного источника (функции Грина) вида $\exp(ikR)/R$ необходимо применять функцию Грина G для данной неоднородной среды. В результате решение задачи распадается на два этапа: 1) построение функции Грина с учетом условий задачи; 2) применение формулы Кирхгофа для описания поля излучения антенны.

Решение задачи для точечного источника G выражается через функцию Ψ , описываемую интегралом на комплексной плоскости [3, 4]:

$$G = Ae^{ika\vartheta} \Psi(r, \vartheta) / \sqrt{\sin \vartheta}, \quad A = 2\sqrt{\pi Ma}, \quad (1)$$

$$\Psi(r, \vartheta) = \Psi(x, y, y_0) = (2\pi i)^{-1} \int_{\Gamma} e^{ixt} F(t, y, y_0, \infty) dt.$$

Будем рассматривать билинейную зависимость диэлектрической проницаемости неоднородной среды от высоты:

$$\epsilon(h) = \begin{cases} 1 - g(h - h_i) & (0 < h < h_i) \\ 1 & (h > h_i) \end{cases}. \quad (2)$$

Такое определение профиля $\epsilon(h)$ может служить моделью для качественного изучения сверхрефракции УКВ в тропосфере или распространения при наличии в атмосфере инверсационных слоев [3, 5]. Высоту h_i можно назвать высотой слоя инверсии. В соответствии с (2) уравнение для F напишется в виде

$$\frac{d^2F}{dy^2} + [(1 + \beta^3)y_i - \beta^3y - t] F = -\delta(y - y_0) \quad (0 < y, y_0 < y_i), \quad (3)$$

$$\frac{d^2F}{dy^2} + (y - t) F = 0 \quad (y > y_i),$$

где через β^3 обозначено $\beta^3 = \frac{ag}{2} - 1$, $g = -\frac{d\epsilon}{dh}$. Решение (3) выражается через функции Эйри $W_{1,2}(\psi)$. В результате для $\Psi(x, y, y_0)$ получим при $y < y_0 < y_i$

$$\Psi(x, y, y_0) = (2\pi i \Delta)^{-1} \int_{\Gamma} \Phi(x, y, y_0, t) \left\{ 1 - \frac{W_2[\psi(t, y_0)]}{W_1[\psi(t, y_0)]} R_i(t, y_i) \right\} \times \times \{1 - R_s(t, 0) R_i(t, y_i)\}^{-1} dt, \quad (4)$$

где

$$\Phi(x, y, y_0, t) = e^{ixt} W_1[\psi(t, y_0)] \{W_2[\psi(t, y)] - R_s(t, 0) W_1[\psi(t, y)]\},$$

$$R_i(t, y_i) = \frac{W_1[\psi(t, y_i)] W'_1(t - y_i) - W'_1[\psi(t, y_i)] W_1(t - y_i)}{W_2[\psi(t, y_i)] W'_1(t - y_i) - W'_2[\psi(t, y_i)] W_1(t - y_i)}$$

— коэффициент отражения волн от слоя инверсии, $R_s(t, 0) = \frac{W_2[\psi(t, 0)]}{W_1[\psi(t, 0)]}$
— коэффициент отражения волн от сферы,

$$\psi(t, y) = \beta y + \beta^{-2} [t - (1 + \beta^3) y_i],$$

$$\Delta = W_1[\psi(t, y)] W'_2[\psi(t, y)] - W_2[\psi(t, y)] W'_1[\psi(t, y)] = 2i \frac{d\psi}{dy}$$

— определитель Вронского. Можно показать, применяя асимптотические разложения для функций Эйри, что $|R_s R_i| < 1$ и $|R_i| < 1$. Тогда, разлагая вторую из фигурных скобок под интегралом (4) в геометрическую прогрессию, будем иметь

$$\Psi(x, y, y_0) = \Psi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [\Psi_n^{(1)} + \Psi_n^{(2)}], \quad (5)$$

где

$$\Psi_0 = (2\pi i \Delta)^{-1} \int_{\Gamma} \Phi(x, y, y_0, t) dt,$$

$$\Psi_n^{(1)} = -(2\pi i \Delta)^{-1} \int_{\Gamma} \Phi(x, y, y_0, t) \frac{W_2[\psi(t, y_0)]}{W_1[\psi(t, y_0)]} \left\{ \frac{W_2[\psi(t, 0)]}{W_1[\psi(t, 0)]} \right\}^{-1} \times \times [R_s(t, 0) R_i(t, y_i)]^n dt,$$

$$\Psi_n^{(2)} = (2\pi i \Delta)^{-1} \int_{\Gamma} \Phi(x, y, y_0, t) [R_s(t, 0) R_i(t, y_i)]^n dt.$$

Эти формулы соответствуют [5] с некоторым отличием в выборе профиля $\epsilon(h)$. Получением представления (5) для функции $\Psi(x, y, y_0)$ фактически заканчивается первый этап решения задачи—построение функции Грина. Выражение (5) может быть использовано для дальнейших вычислений различными способами в зависимости от поставленной цели.

Нас будет интересовать представление Ψ в освещенной области. Его можно получить применением метода стационарной фазы для вычисления контурных интегралов в (5). Используя для функций Эйри их асимптотические разложения (справедливые при больших отрицательных значениях аргумента) и ограничиваясь в (5) тремя первыми слагаемыми (так как вклад остальных ослабевает с ростом степени R_i), получим

$$\begin{aligned} \Psi(x, y, y_0) &= \Psi_0 + \Psi_1^{(1)} + \Psi_1^{(2)} + \dots = \\ &= (\sqrt{2\pi i \Delta})^{-1} \left\{ \sum_{k=1,2} (-1)^{k+1} [-\varphi_k''(t_k, \psi)]^{-1/2} [-\psi(t_k, y_0)]^{-1/4} [-\psi(t_k, y)]^{-1/4} \times \right. \\ &\quad \times \exp[i\varphi_k(t_k, \psi)] - \sum_{l=1,2} (-1)^{l+1} [-\sigma_l''(t_l, \psi)]^{-1/2} [-\psi(t_l, y_0)]^{-1/4} \times \\ &\quad \times [-\psi(t_l, y)]^{-1/4} |R_i(t_l, y_l)| \exp[i\sigma_l(t_l, \psi)] + \sum_{m=1,2} (-1)^{m+1} [-\omega_m''(t_m, \psi)]^{-1/2} \times \\ &\quad \times [-\psi(t_m, y_0)]^{-1/4} [-\psi(t_m, y)]^{-1/4} |R_i(t_m, y_i)| \exp[i\omega_m(t_m, \psi)] + \dots \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\varphi_1(t, \psi) = xt + \frac{2}{3} [-\psi(t, y_0)]^{3/2} - \frac{2}{3} [-\psi(t, y)]^{3/2},$$

$$\varphi_2(t, \psi) = xt + \frac{2}{3} [-\psi(t, y_0)]^{3/2} - \frac{4}{3} [-\psi(t, 0)]^{3/2} + \frac{2}{3} [-\psi(t, y)]^{3/2},$$

$$\sigma_{1,2}(t, \psi) = \varphi_{1,2} + \arg R_i(t, y_i) - \frac{4}{3} [-\psi(t, y_0)]^{3/2} - \frac{\pi}{2}, \quad (7)$$

$$\omega_{1,2}(t, \psi) = \varphi_{1,2} + \arg R_i(t, y_i) - \frac{4}{3} [-\psi(t, y)]^{3/2} - \frac{\pi}{2},$$

$$\arg R_i(t, y_i) = \frac{4}{3} [-\psi(t, y_i)]^{3/2} + \frac{\pi}{2}, \quad \varphi'' = \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \quad (\text{аналогично для } \sigma'' \text{ и } \omega'').$$

Полученное выражение (6) имеет наглядное геометрооптическое толкование. Отдельные слагаемые (6) описывают лучи, выходящие из источника (впоследствии их можно рассматривать как лучи, выходящие из центра антенны) и распространяющиеся по законам геометрической оптики с учетом рефракции в неоднородной среде. Из анализа (7) видно, что при выбранных высотах расположения корреспондентов ($y < y_0$) слагаемые (6) с индексом $k = 1,2$ не содержат влияния слоя инверсии и соответствуют прямой и отраженной от поверхности сферы волнам, остальные слагаемые описывают волны, испытывающие последовательные отражения от границы слоя инверсии y_i и поверхности сферы и попадающие в точку наблюдения сверху при $l = m = 1$ и снизу при $l = m = 2$.

2. ПОЛЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ПЛОСКОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ АПЕРТУРЫ В ОСВЕЩЕННОЙ ОБЛАСТИ

Для исследования формирования поля излучения антенны, которую будем считать находящейся ниже слоя y_1 , необходимо получить функцию Грина проинтегрировать, воспользовавшись для этого формулой Кирхгофа в соответствии с принятым ранее приближением. Для определенности будем рассматривать антенну с прямоугольным раскрытием и равномерным распределением поля в нем. При выполнении граничного условия $G = 0$ при $r = a$ поле излучения определяется интегрированием G по апертуре антенны:

$$U(P) = \int_{(S)} G(P, Q') dS = A \frac{M}{k} \int_{-d_1/2}^{d_1/2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{e^{ika\gamma(\xi)}}{\sqrt{\sin \gamma(\xi)}} \Psi(x, y, y_0) d\xi dy. \quad (8)$$

Заметим, что интегрирование осуществляется по координатам точки Q' (рис. 1), соответствующей точке наблюдения в предыдущем параграфе, но говорить мы можем о поле излучения, так как в силу теоремы взаимности свойства антенн на прием и передачу сохраняются. Здесь d_1 — поперечный размер антенны, $d_2 = M(y_2 - y_1)/k$ — размер антенны по высоте (считаем, что плоскость антенны ортогональна к поверхности сферы), y_1, y_2 — высоты нижнего и верхнего края антенны, γ — угловое расстояние между точкой интегрирования и точкой P , $\xi = a\vartheta'$ — линейное расстояние точки интегрирования от центра антенны. Первое интегрирование в (8) дает диаграмму антенны в азимутальной плоскости $2 \sin[kd_1 \sin \varphi]/kd_1 \sin \varphi$, где φ — азимут (предполагается, что d_1 много меньше расстояния между P и Q); она соответствует диаграмме антенны в вакууме, влияние сферы и неоднородной среды практически не сказывается [6].

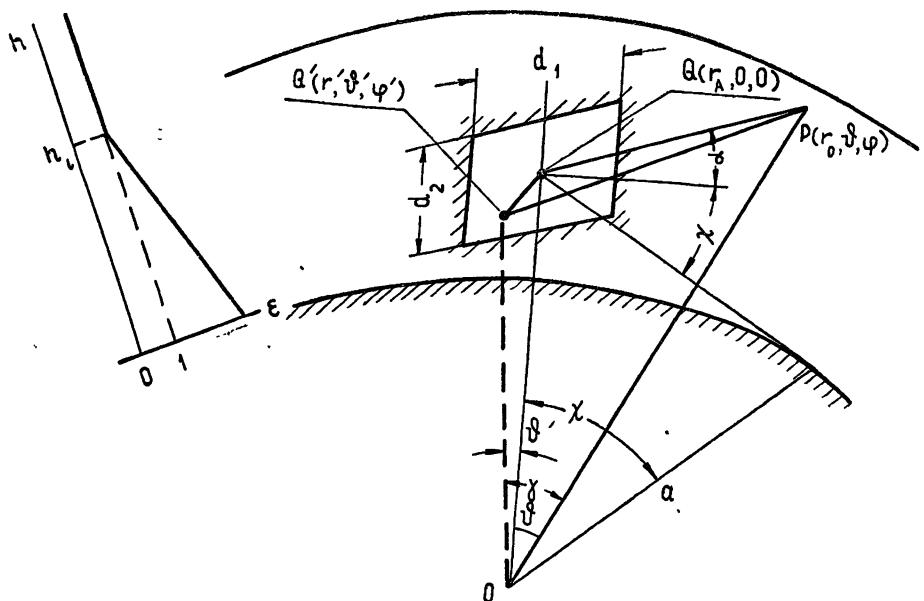


Рис. 1. Геометрия задачи.

Второе интегрирование в (8) при подстановке туда (6) приводит к появлению интегралов вида

$$I_{1,2} = \int_{y_1}^{y_2} [-\varphi''_{1,2}(t, \psi)]^{-1/2} [-\psi(t, y)]^{-1/4} \exp \left\{ \mp i \frac{2}{3} [-\psi(t, y)]^{3/2} \right\} dy. \quad (9)$$

Знак «минус» соответствует слагаемым из (6), содержащим в фазовом множителе φ_1 , знак «плюс» соответствует наличию φ_2 . На результатах интегрирования это не сказывается, поэтому в дальнейшем для определенности будем рассматривать только I_1 . Произведем в (9) замену переменной $\tau = \sqrt{\frac{2}{3}} [-\psi(t, y)]^{3/4}$, тогда получим

$$I_1 = -\frac{4}{3} \sqrt{\frac{3}{2}} \left(\frac{d\psi}{dy} \right)^{-1} \int_{\tau_1}^{\tau_2} [-\varphi''_1(t, \psi)]^{-1/2} e^{-i\tau^2} d\tau. \quad (10)$$

Полученный интервал аналогичен описывающему дифракцию на щели шириной d_2 , находящейся в неоднородной среде. Множитель перед экспонентой может быть вынесен из-под интеграла как медленноменяющийся, и тогда оставшийся интеграл выражается через известные интегралы Френеля.

Для характеристики поля излучения антенны обычно рассматривают ее диаграмму направленности, что соответствует приближению Фраунгофера в теории дифракции. Интересно выяснить влияние неоднородной среды на формирование диаграммы. С этой целью обозначим высоту центра антенны через y_a , тогда $y_{1,2} = y_a \mp (y_2 - y_1)/2$.

Введем новую переменную $\eta = 2(y - y_a)/(y_2 - y_1)$, что фактически соответствует введению системы координат, связанной с центром антенны. Предполагая, что $[-\psi(t, y_a)] \gg \beta(y_2 - y_1)/2$, можно с точностью до линейного по η члена приближенно записать:

$$[-\psi(t, y)]^{3/2} \approx [-\psi(t, y_a)]^{3/2} - \frac{3}{4} [-\psi(t, y_a)]^{1/2} \beta(y_2 - y_1) \eta.$$

Подставляя все это в (9) и вынося множители перед экспонентой при $y = y_a$ как медленноменяющиеся по сравнению с ней функции, получим

$$\begin{aligned} I_1 &\approx \frac{y_2 - y_1}{2} [-\varphi''_1(t, \psi)]^{-1/2} [-\psi(t, y_a)]^{-1/4} \exp \left\{ -i \frac{2}{3} [-\psi(t, y_a)]^{3/2} \right\} \times \\ &\times \int_{-1}^1 \exp \left\{ i [-\psi(t, y_a)]^{1/2} \frac{y_2 - y_1}{2} \beta \eta \right\} d\eta = (y_2 - y_1) [-\varphi''_1(t, \psi)]^{-1/2} \times \\ &\times [-\psi(t, y_a)]^{-1/4} \exp \left\{ -i \frac{2}{3} [-\psi(t, y_a)]^{3/2} \right\} \frac{\sin \kappa}{\kappa}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $\kappa = \frac{1}{2} \beta(y_2 - y_1) [-\psi(t, y_a)]^{1/2}$. Учитывая полученный результат, можно окончательно записать поле прямой волны, попадающей в точку наблюдения, в виде

$$U_1 \sim C \frac{e^{ik\tilde{R}}}{\sqrt{a\tilde{R}_\lambda \sin \theta}} \frac{\sin(kd_1 \sin \varphi/2)}{\sin \varphi} \frac{\sin \kappa}{\kappa}. \quad (12)$$

Здесь через \tilde{R} и \tilde{R}_λ обозначена «оптическая» длина пути прямой волны с учетом рефракций в неоднородной среде, приводящей к дополнительной фазе $kd_1 \sin \varphi/2$.

тельному набегу фазы и дополнительной расходимости, которые в отсутствие каких-либо особых условий несущественны на рассматриваемых малых расстояниях. При $g = 0$ \tilde{R} и \tilde{R}_Δ совпадают и равны геометрическому расстоянию между источником и точкой наблюдения. Заметим также, что диаграмма направленности антенны в вертикальной (меридиональной) плоскости $\sin \chi/\chi$ оказывается зависящей от свойств неоднородной среды.

3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Будем анализировать результаты, исходя из некоторых реальных значений параметров, от которых зависит решение задачи, применительно к исследованию распространения УКВ в земной тропосфере. Полученное решение справедливо в таком интервале изменения параметров, в котором $\psi(t, y) < 0$. При этом можно отметить следующие особенности формирования поля излучения апертуры при учете рефракции радиоволн.

Полученное выражение (12) представляет собой поле прямой волны, попадающей в точку наблюдения. Вычисляя аналогичным образом остальные слагаемые (6), получим, что поле антенны формируется как суперпозиция волн, испытывающих последовательные отражения от поверхности сферы (земной поверхности) и границы слоя инверсии. При этом поле волны каждого из направлений прихода луча в точку наблюдения умножается на значение диаграммы направленности антенны в неоднородной среде, соответствующее углу выхода луча из центра антенны.

Влияние рассматриваемой неоднородной среды внутри слоя инверсии оказывается двояким образом. Во-первых, наблюдается искривление траекторий распространения радиоволн из-за рефракции, которое обычно учитывается введением эквивалентного радиуса Земли $a_e = a/(1 - ag/2)$, при этом профиль $\epsilon(h)$ предполагается достаточно гладким. В рассматриваемой задаче $y_a, y_0 < y_i$, и при таком расположении корреспондентов условие гладкости $\epsilon(h)$ выполняется, поэтому можно говорить об $a_e = -\beta^3 a$ (вычисляемый формально a_e в случае сверхрефракции ($\beta^3 > 0$) оказывается отрицательным). Тогда истинные геометрические координаты должны быть заменены эквивалентными по формулам $x_e = \beta^2 x, y_e = \beta y e^{i\pi} = kh/M_e, M_e = \beta^{-1} Me^{i\pi} = (ka_e/2)^{1/3}$. Возможность применения понятия отрицательного эквивалентного радиуса для оценки интенсивной рефракции радиоволн обсуждалась ранее в [6].

Во-вторых, влияние неоднородности ϵ оказывается на диаграмме направленности в вертикальной плоскости $\sin \chi/\chi$, так как χ содержит параметр β . Для оценки этого влияния поступим следующим образом. При $\beta^3 < 0$ и выполнении условия $y_a \gg \beta^{-1}[t - (1 + \beta^3)y_i]$ можно приближенно записать

$$[-\psi(t, y_a)]^{1/2} \approx V - \beta y_a \left\{ 1 - \frac{[t - (1 + \beta^3)y_i]}{2\beta^2 V - \beta y_a} \right\}.$$

Отбрасывая второй член в фигурных скобках при его малости по сравнению с единицей, получим $\chi = kd_2 V - \beta^3 y_a / 2M$. Если среда однородная, то $\beta^3 = -1$ ($g = 0$) и $\chi = kd_2 \chi / 2$, где $\chi = V y_a / M = \sqrt{2a h_a} / a$ — угол, который может служить мерой углового положения диаграммы направленности (рис. 1). В результате при $\beta^3 \neq -1$ запишем $\chi = kd_2 \chi V - \beta^3 / 2$. Отсюда видно, что при фиксированном значении χ , определяемом величиной h_a , с ростом β^3 величина χ убывает (β^3 стремится к нулю), что

соответствует смещению вниз диаграммы направленности антенны. Это можно объяснить смещением из-за рефракции лучей, выходящих из антенны и формирующих ее диаграмму направленности, и назвать рефракционным смещением диаграммы.

Сделанный вывод подтверждается результатами вычисления диаграммы направленности $\sin \alpha / x$ для некоторых произвольно выбранных параметров задачи в зависимости от изменения β^3 . Для иллюстрации один из результатов вычислений показан на рис. 2, на котором заметно смещение вниз диаграммы направленности с ростом β^3 ; как показали вычисления, оно продолжается и при $\beta^3 > 0$. В том случае, когда нера-

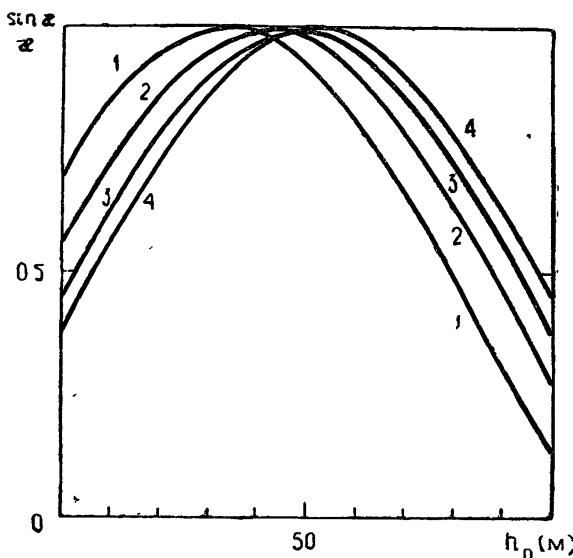


Рис. 2. Рефракционное смещение диаграммы направленности в неоднородной среде.

1 — $\beta^3 = 0,75$; 2 — $\beta^3 = -0,25$; 3 — $\beta^3 = -1$; 4 — $\beta^3 = -1,5$;
 $kd_2 = 850$; $\chi = 0,0035$; $D = 10$ км.

венство $y_a \gg \beta^3[t - (1 + \beta^3)y_i]$ не выполняется, можно воспользоваться решением уравнения $\varphi'_1(t_1, \psi) = 0$. Подставляя полученное значение t_1 в $\psi(t_1, y_a)$ и учитывая возможность применения понятия эквивалентного радиуса, получим для x выражение

$$x = \frac{kd_2}{2} \sqrt{\left[\frac{y_{0e} - y_{ae}}{2M_e x_e} - \frac{x_e}{2M_e} \right]^2}, \quad (13)$$

справедливое во всем диапазоне изменения β ($\beta^3 < 0$, $\beta^3 > 0$). Формулу (13) можно преобразовать, учитывая выражение для угла возвышения точки наблюдения относительно местного горизонта α (рис. 1):

$$\alpha \approx \frac{h_0 - h_a}{D} - \frac{D}{2a} = \frac{y_0 - y_a}{2Mx} - \frac{x}{2M}, \quad D \approx a\theta. \quad (14)$$

В результате окончательно получим $x = kd_2 \alpha_e / 2$, где α_e имеет смысл α с учетом введения a_e . Выражение для x показывает, что смещение диаграммы направленности в неоднородной среде можно учесть на основе понятия эквивалентного радиуса a_e .

Полученные в работе результаты могут быть полезными при проведении экспериментальных измерений и их интерпретации.

Автор выражает благодарность участникам семинара за обсуждение результатов и критические замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. А. Кравцов, З. И. Фейзуллин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 12, № 6, 886 (1969).
2. И. Г. Кондратьев, Г. В. Пермитин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 13, № 12, 1794 (1970).
3. В. А. Фок, Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн, изд. Сов. радио, М., 1970.
4. В. А. Андрианов, Н. А. Арманд, Радиотехника и электроника, 16, № 11, 2190 (1971).
5. В. А. Андрианов, Н. А. Арманд, Радиотехника и электроника, 10, № 3, 413 (1965).
6. Н. А. Арманд, Б. А. Введенский, Радиотехника и электроника, 6, № 8, 1219 (1961).
7. С. Я. Брауде, И. Е. Островский, Ф. С. Санин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 4, № 1, 67 (1961).

Институт радиотехники и электроники
АН СССР

Поступила в редакцию
19 июля 1971 г.

THE RADIATION FIELD OF THE PLANE APERTURE IN LAYER-NONUNIFORM MEDIUM ABOVE THE LARGE SPHERE

V. A. Andrianov

The radiation field of the highly-directional antenna of the aperture type is investigated. The antenna is situated in the stratified medium with the bilinear profile of the permittivity above the large sphere (the sphere radius is much larger than the wavelength and other characteristic lengths of the problem). The solution of this problem has been found by the Kirchhoff's method. This solution allows to describe the influence of the different factors of the VHF propagation in the troposphere within the line-of-sight. The analysis of this solution has been made. It has been shown that the directional diagram of the antenna is shifted due to the refraction of beams emitted from the aperture and forming the directional diagram.