

УДК 538.574

О ВЛИЯНИИ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА НА СПЕКТР НЕКОГЕРЕНТНО ОТРАЖЕННЫХ ВОЛН

В. С. Попов, И. П. Якименко

Произведен расчет спектрального распределения некогерентно отраженных от полугораниченной плазмы волн с использованием коррелятора плотности электронов, вычисленного с учетом границы. Показано, что при этом в спектре имеет место дополнительный резонанс, особенно существенный при рассеянии на длинноволновых флуктуациях.

Теория рассеяния электромагнитных волн на флуктуациях в неограниченной плазме разработана в настоящее время достаточно полно [1, 2]. Развита также общий подход к проблеме некогерентного рассеяния в плазме при наличии границ [3]. Однако количество конкретных решений задач, относящихся к этому направлению, все еще невелико [4-6]. Кроме того, указанные работы обладают теми недостатками, что при расчете спектрального распределения рассеянного излучения либо использовались корреляционные функции, вычисленные для неограниченной плазмы [4, 5], либо вклад в спектр рассеяния поверхностных флуктуационных волн оценивался в гидродинамическом приближении [6]. Вместе с тем известно, что многочисленные особенности дифракционных и колебательных спектров ограниченной плазмы находят глубокое отражение в спектрах флуктуаций, что, в свою очередь, не может не отразиться на сечениях рассеяния. В настоящее время известны флуктуационные характеристики равновесной плазмы, занимающей полупространство при наличии резкой границы плазма—диэлектрическая среда [7]. С помощью этих результатов можно дать более детальное описание процесса некогерентного отражения от плазменного полупространства. Такое описание и проводится ниже.

Пусть плоская монохроматическая волна падает из свободного полупространства ($\tilde{\epsilon} = 1$, $\mu = 1$) под произвольным углом θ_0 на плазму, занимающую полупространство $z > 0$. Будем полагать, что волновой вектор падающей волны \tilde{k}_0 лежит в плоскости XOZ . Проникшая в плазму волна (в дальнейшем именно ее мы будем называть падающей), взаимодействуя с флуктуациями, вызывает рассеянные волны, уравнения для которых выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} E &= -\frac{1}{c} \frac{\partial H}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} H &= \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} I, \end{aligned} \quad (1)$$

где I — рассеивающий ток.

Как видно из (1), задача о нахождении рассеянного поля сводится к решению задачи о возбуждении плазменного полупространства сторонним источником, роль которого в системе (1) играет рассеивающий

ток I . Ограничиваясь случаем волн с фазовыми скоростями, значительно превышающими тепловые скорости частиц плазмы, воспользуемся гидродинамическим описанием нелинейных процессов в плазме, при котором выражение для рассеивающего тока имеет простейший вид [2]

$$I = env, \quad (2)$$

где n и v — плотность и гидродинамическая скорость электронов плазмы соответственно.

В гидродинамическом приближении значительно упрощается также задача о падающем и рассеянном полях. Она фактически эквивалентна задачам отражения и возбуждения волн в полуграниченной диэлектрической среде. Поэтому выражения для полей этих волн можно записать сразу, воспользовавшись известными решениями.

Поле рассеянных волн в области $z < 0$ запишем в виде [8]

$$\begin{aligned} E(\mathbf{r}, t) &= \int d\omega d\mathbf{k}_\perp E_{\omega\mathbf{k}_\perp} \exp(i\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp - i\tilde{k}_z z - i\omega t), \\ E_{x\omega\mathbf{k}_\perp} &= -\frac{4\pi i (\omega/c)^2 s}{\omega\alpha\Delta} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_z}{k_z^2 - s^2} \{ -(k_y^2 + \tilde{s}k_z) I_{x\omega\mathbf{k}} + \\ &\quad + k_x k_y I_{y\omega\mathbf{k}} - k_x \tilde{k}_z I_{z\omega\mathbf{k}} \}, \\ E_{y\omega\mathbf{k}_\perp} &= -\frac{4\pi i (\omega/c)^2 s}{\omega\alpha\Delta} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_z}{k_z^2 - s^2} \{ k_x k_y I_{x\omega\mathbf{k}} + \\ &\quad + (k_x^2 + \tilde{s}k_z) I_{y\omega\mathbf{k}} - k_y \tilde{k}_z I_{z\omega\mathbf{k}} \}, \\ E_{z\omega\mathbf{k}_\perp} &= \frac{4\pi i (\omega/c)^2 s}{\omega\alpha\Delta} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_z}{k_z^2 - s^2} \{ s k_\perp I_{\perp\omega\mathbf{k}} + k_\perp^2 I_{z\omega\mathbf{k}} \}, \\ H_{\omega\mathbf{k}_\perp} &= \frac{c}{\omega} [\tilde{\mathbf{k}} E_{\omega\mathbf{k}_\perp}], \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{k}_z^2 &= \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_\perp^2, \quad s^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon(\omega) - k_\perp^2, \quad \text{Im } s > 0, \\ \Delta &= k_\perp^2 + \tilde{s}k_z, \quad \alpha = \tilde{k}_z + s, \quad \varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2} + i \frac{\nu\Omega^2}{\omega^3}, \end{aligned}$$

$\tilde{\mathbf{k}}$ — волновой вектор рассеянных волн в области $z < 0$, Ω — ленгмюровская частота электронов, ν — частота столкновений.

Поле падающей волны представим в следующей форме [4]:

$$\begin{aligned} E_0(\mathbf{r}, t) &= \begin{cases} E_0 \exp(i\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - i\omega_0 t) & (z < 0) \\ E_0^{(1)} \exp(i\mathbf{k}_{0\perp} \mathbf{r}_\perp + i s_0 z - i\omega_0 t) & (z > 0) \end{cases}, \\ E_{0x}^{(1)} &= c_1 E_{0x}, \quad E_{0y}^{(1)} = c_2 E_{0y}, \quad E_{0z}^{(1)} = c_3 E_{0z}, \\ c_1 &= \frac{2s_0}{k_{0z} \varepsilon(\omega_0) - s_0}, \quad c_2 = \frac{2k_{0z}}{k_{0z} + s_0}, \quad c_3 = \frac{2k_{0z}}{k_{0z} \varepsilon(\omega_0) - s_0}, \\ s_0^2 &= (\omega_0/c)^2 \varepsilon(\omega_0) - k_{0\perp}^2, \quad \text{Im } s_0 > 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Используя (3), определяем спектральную плотность среднего по времени значения вектора Пойнтинга отраженных волн. После операции статистического усреднения эта величина имеет вид линейного функционала от корреляционных функций $\langle I_{i\omega k} I_{j\omega' k'}^* \rangle$. Последние в области малопо изменения частоты принимают вид

$$\begin{aligned} \overline{\langle I_{i\omega k} I_{j\omega' k'}^* \rangle} &= \frac{e^2}{(2\pi)^2} \int_0^\infty dz dz' v_{0i}(z) v_{0j}^*(z') [\exp(ik_z z) + \exp(-ik_z z)] \times \\ &\times [\exp(ik'_z z') + \exp(-ik'_z z')] \overline{\langle \delta n_{\Delta\omega \Delta k_\perp}(z) \delta n_{\Delta\omega \Delta k'_\perp}^*(z') \rangle}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\Delta\omega = \omega - \omega_0$, $\Delta k_\perp = k_\perp - k_{0\perp}$, v_0 — скорость, приобретаемая электроном под действием падающей волны.

С помощью (5), а также соотношения

$$\begin{aligned} \overline{\langle \delta n_{\Delta\omega \Delta k_\perp}(z) \delta n_{\Delta\omega \Delta k'_\perp}^*(z') \rangle} &= (2\pi)^{-2} \delta(\Delta k_\perp - \Delta k'_\perp) \times \\ &\times \overline{\langle \delta n(z) \delta n^*(z') \rangle}_{\Delta\omega \Delta k_\perp} \end{aligned}$$

нетрудно вычислить плотность потока энергии отраженных волн $\overline{\langle dS_\omega \rangle}$ в отрицательном направлении оси z в интервале значений поперечных волновых векторов от k_\perp до $k_\perp + dk_\perp$. Разделив затем $\overline{\langle dS_\omega \rangle}$ на z -компоненту вектора Пойнтинга падающей волны ($z < 0$), получим дифференциальный коэффициент отражения dR . Результаты вычислений для s - и p -поляризаций падающей волны таковы:

$$dR_s = F_s(\theta, \theta_0, \varphi) F(\Delta\omega, \Delta k_\perp, s, s_0) dk_\perp; \quad (6)$$

$$dR_p = F_p(\theta, \theta_0, \varphi) F(\Delta\omega, \Delta k_\perp, s, s_0) dk_\perp. \quad (7)$$

Функции F_s и F_p , зависящие от углов падения θ_0 , отражения θ и угла φ между векторами k_\perp и $k_{0\perp}$, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} F_s(\theta, \theta_0, \varphi) &= \frac{\cos \theta}{\cos \theta_0} \left| \left(\frac{c}{\omega} \right)^3 \alpha \Delta \right|^{-2} \left\{ \left| \frac{c}{\omega} s \right|^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \sin^2 \varphi) + \right. \\ &+ \sin^4 \theta \cos^2 \varphi + 2 \sin^2 \theta \cos \theta \cos^2 \varphi \operatorname{Re} \left(\frac{c}{\omega} s \right) \left. \right\} |c_2|^2, \\ F_p(\theta, \theta_0, \varphi) &= \frac{\cos \theta}{\cos \theta_0} \left| \left(\frac{c}{\omega} \right)^3 \alpha \Delta \right|^{-2} \left\{ \left[\left| \frac{c}{\omega} s \right|^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \cos^2 \varphi) + \right. \right. \\ &+ \sin^4 \theta \sin^2 \varphi + 2 \sin^2 \theta \sin^2 \varphi \cos \theta \operatorname{Re} \left(\frac{c}{\omega} s \right) \left. \right] |c_1|^2 \cos^2 \theta_0 + \\ &+ \sin^2 \theta \sin^2 \theta_0 |c_3|^2 + \sin 2\theta_0 \sin \theta \cos \varphi \operatorname{Re} \left(\frac{c}{\omega} s c_1 c_3^* \right) \left. \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Из этих выражений следует, что F_s и F_p описывают в гидродинамическом приближении отражательные и преломляющие свойства плазмы, и их влияние сказывается лишь на величине отраженного сигнала. Спектр же некогерентно отраженного излучения полностью определяется функцией $F(\Delta\omega, \Delta k_\perp, s, s_0)$:

$$F(\Delta\omega, \Delta k_{\perp}, s, s_0) = 4 \left(\frac{e}{m\omega_0 c} \right)^2 \operatorname{Re} \int_0^{\infty} dz dz' e^{i\Delta\omega z} \overline{\langle \delta n(z) \delta n^*(z') \rangle}_{\Delta\omega \Delta k_{\perp}} \times \quad (9)$$

$$\times \exp [i(s + s_0)z - i(s^* + s_0^*)z'].$$

Для дальнейших расчетов мы используем коррелятор плотности электронов, вычисленный с учетом границы для полугораниченной плазмы [7]:

$$e^2 \overline{\langle \delta n(z) \delta n^*(z') \rangle}_{\Delta\omega \Delta k_{\perp}} = \frac{T}{(2\pi)^2 \Delta\omega} \left\{ J_1(z - z') + J_1(z + z') + \right.$$

$$+ \frac{2i \Delta k_{\perp}^2}{\pi} \left[\frac{\tilde{\varepsilon}^*}{\Delta \tilde{k}_z^* (1 - r_p)^*} J_2(z) J_3^*(z') - \frac{\tilde{\varepsilon}}{\Delta k_z (1 - r_p)} J_3(z) J_2^*(z') \right] + \quad (10)$$

$$\left. + \frac{2|\tilde{\varepsilon}|^2 \Delta k_{\perp}^2}{\pi^2 |\tilde{\Delta k}_z|^2 |1 - r_p|^2} J_3(z) J_3^*(z') I_1^p \right\},$$

где

$$J_1(z) = \int_{-\infty}^{\infty} d\Delta k_z \frac{\Delta k^2 \operatorname{Im} \varepsilon_l}{|\varepsilon_l|^2} \exp(i\Delta k_z z),$$

$$J_2(z) = \int_{-\infty}^{\infty} d\Delta k_z \frac{\operatorname{Im} \varepsilon_l}{|\varepsilon_l|^2} \exp(i\Delta k_z z),$$

$$J_3(z) = \int_{-\infty}^{\infty} d\Delta k_z \frac{\exp(i\Delta k_z z)}{\varepsilon_t}, \quad r_p = -\frac{\tilde{\varepsilon}}{\pi \Delta \tilde{k}_z} (I_1^p + iI_2^p),$$

$$I_1^p = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\Delta k_z}{\Delta k^2} \left\{ \frac{\Delta k_{\perp}^2 \operatorname{Im} \varepsilon_l}{|\varepsilon_l|^2} + \frac{\Delta k_z^2 \operatorname{Im} \varepsilon_t}{\left| \varepsilon_t - \frac{c^2 \Delta k^2}{\Delta \omega^2} \right|^2} \right\}, \quad (11)$$

$$I_2^p = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\Delta k_z}{\Delta k^2} \left\{ \frac{\Delta k_{\perp}^2 \operatorname{Re} \varepsilon_l}{|\varepsilon_l|^2} + \frac{\Delta k_z^2 \left(\operatorname{Re} \varepsilon_t - \frac{c^2 \Delta k^2}{\Delta \omega^2} \right)}{\left| \varepsilon_t - \frac{c^2 \Delta k^2}{\Delta \omega^2} \right|^2} \right\},$$

$$\Delta \tilde{k}_z^2 = \left(\frac{\Delta \omega}{c} \right)^2 \tilde{\varepsilon} - \Delta k_{\perp}^2,$$

T — температура плазмы, $\tilde{\varepsilon}$ — диэлектрическая проницаемость внешнего полупространства (в нашем случае $\tilde{\varepsilon} = 1$), ε_l и ε_t — продольная и поперечная диэлектрические проницаемости плазмы.

После подстановки (10) в (9) интегрирование по z и z' выполнить нетрудно, в результате чего $F(\Delta\omega, \Delta k_{\perp}, s, s_0)$ будет иметь вид интегралов

по Δk_z и $\Delta k'_z$, вычисление которых для случая $\text{Im}(s + s_0) \ll \text{Re}(s + s_0)$ производится достаточно просто с помощью следующего представления δ -функции [9]:

$$\delta(x - t) = \frac{1}{\pi} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + (x - t)^2} \right\}. \quad (12)$$

В итоге получаем

$$F(\Delta\omega, \Delta k_{\perp}, s, s_0) = \frac{1}{\pi} \frac{T}{mc^2} \frac{e^2}{\tau a \Delta\omega \omega_0} f(\Delta\omega, x, x, \sigma),$$

$$f(\Delta\omega, x, x, \sigma) = \frac{x^2 + x^2}{\sigma} \frac{\text{Im} \varepsilon_l}{|\varepsilon_l|^2} + \frac{\sigma(x^2 + x^2)}{4x^2 + x^2} \frac{\text{Im} \varepsilon_l}{|\varepsilon_l|^2} -$$

$$- \frac{4x^2}{\pi} \frac{\text{Im} [\beta(1 - r_p) \varepsilon_l]}{|\beta|^2 |\varepsilon_l|^2 |1 - r_p|^2} \frac{\text{Im} \varepsilon_l}{|\varepsilon_l|^2} + \frac{2x^2}{|\beta|^2 |1 - r_p|^2 |\varepsilon_l|^2} I_p^2, \quad (13)$$

где $x \doteq \Delta k_{\perp} a$, $x = \Delta k_z a$, $\beta = \Delta \tilde{k}_z a$, $\sigma = a \text{Im}(s + s_0)$, $\Delta k_z = -\text{Re}(s + s_0)$, a — радиус Дебая.

Из выражения (13) следует, что спектр некогерентного излучения в рассматриваемом случае равновесной электронной плазмы состоит из резких максимумов при $\Delta\omega = \Omega$, что имеет место и в неограниченной плазме [4], и максимумов при $\Delta\omega$, определяемых из уравнения

$$\text{Re}(1 - r_p) = 0. \quad (14)$$

Этот вид резонанса характерен лишь для ограниченной плазмы и появление его в наших расчетах обязано учету границы при выводе (10).

Анализ выражения (13) можно произвести с помощью приближений, обычно используемых в кинетической теории плазменного полупространства [10]. Однако для широкого диапазона изменения параметров плазмы такой анализ наиболее полно можно сделать с помощью расчетов на ЭВМ. Результаты таких расчетов для ряда частных значений параметров x , x и σ представлены на рис. 1, 2 в виде графиков

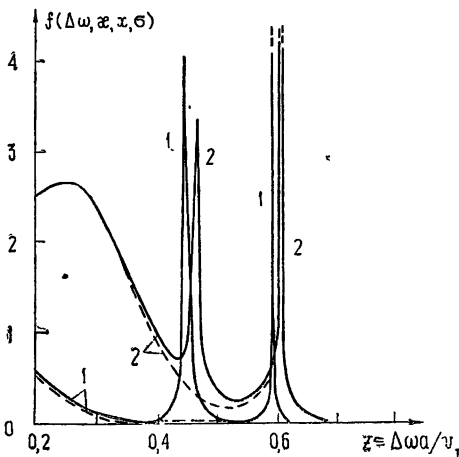


Рис. 1.

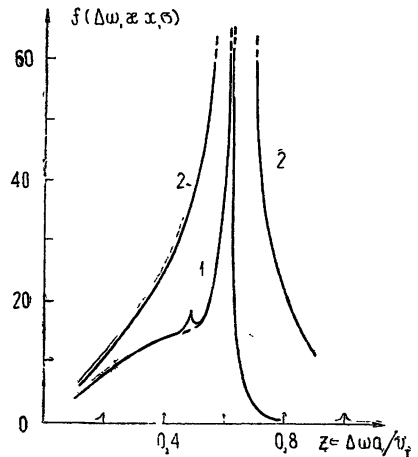


Рис. 2.

зависимости функции $f(\Delta\omega, x, x, \sigma)$ (сплошные линии) от безразмерной частоты $z = \Delta\omega a/v_T$ (где $v_T = \sqrt{3T/m}$ — тепловая скорость электронов).

Для сравнения на этих же графиках отражен вклад в исследуемую функцию ее первого члена (пунктирная линия), соответствующего коррелятору для неограниченной плазмы.

Кривые на рис. 1 построены для достаточно малых значений параметров κ , χ (область длинноволновых флуктуаций):

$$1 - \kappa^2 = 0,5 \cdot 10^{-2}, \quad \chi^2 = 10^{-2}, \quad \sigma = 5 \cdot 10^{-4};$$

$$2 - \kappa^2 = 10^{-2}, \quad \chi^2 = 2 \cdot 10^{-2}, \quad \sigma = 7 \cdot 10^{-4}.$$

Из вида кривых на рис. 1 следует, что учет границы при выводе (10) и (13) приводит к появлению дополнительного резонанса в спектре некогерентно отраженного излучения при $z \approx 0,45$, отсутствующего при использовании коррелятора для неограниченной плазмы (пунктирная линия). Положение этого резонанса в спектре определяется уравнением (14). Второй максимум кривых на рис. 1 при $z \approx 0,6$ соответствует условию $\Delta\omega = \Omega$ и определяется в основном первым членом функции $f(\Delta\omega, \kappa, \chi, \sigma)$. При переходе в область более коротковолновых флуктуаций влияние границы на спектр уменьшается (рис. 2). Так уже при $\kappa^2 = 2 \cdot 10^{-2}$, $\chi^2 = 4 \cdot 10^{-2}$ (кривая 1 рис. 2) в области $z \approx 0,48$ имеет место лишь небольшой резонансный пик на восходящем участке кривой 1, а при $\kappa^2 = 4 \cdot 10^{-2}$, $\chi^2 = 8 \cdot 10^{-2}$ (кривая 2, рис. 2) влияние границы не ощущается. В этой области значений параметров κ и χ для расчета спектра некогерентно отраженных волн допустимо использование коррелятора плотности электронов для неограниченной плазмы.

Таким образом, в случае малого изменения частоты и при выполнении условия $\sigma \ll \chi$ влияние границы на спектр некогерентно отраженных волн оказывается особенно существенным в области длинноволновых флуктуаций ($\kappa^2 + \chi^2 < 0,1$).

В заключение работы авторы выражают глубокую признательность Г. Ф. Потышко за вычислительные работы на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Ситенко, Электромагнитные флуктуации в плазме, изд. ХГУ, Харьков, 1965.
2. А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, Р. В. Половин, А. Г. Ситенко, К. Н. Степанов, Коллективные колебания в плазме, Атомиздат, М., 1964.
3. И. П. Якименко, ЖЭТФ, 54, 255 (1968).
4. И. А. Ахиезер, ЖТФ, 33, 935 (1963).
5. И. П. Якименко, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 10, № 5, 637 (1967).
6. Н. Я. Коцаренко, А. М. Федорченко, ЖТФ, 39, 42 (1969).
7. И. П. Якименко, Диссертация, ХГУ, Харьков, 1970.
8. С. М. Рытов, Теория электрических флуктуаций и теплового излучения, изд. АН СССР, М., 1953.
9. Э. Маделунг, Математический аппарат физики, Физматгиз, М., 1961.
10. В. П. Силин, Е. П. Фетисов, ЖЭТФ, 41, 159 (1961).

Харьковский институт радиоэлектроники

Поступила в редакцию
3 ноября 1971 г.

THE INTERFACE INFLUENCE ON THE SPECTRUM OF INCOHERENTLY REFLECTED WAVES

V. S. Popov, I. P. Yakimenko

A calculation is made of the spectral distribution of waves incoherently reflected from a semi-bounded plasma with the use of the electron density correlator calculated when the boundary is taken into account. It is shown that in this case an additional resonance takes place which is especially essential for scattering on long-wave fluctuations.