

УДК 538.69

«НЕДИАГОНАЛЬНЫЙ» МАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС В ДВУХУРОВНЕВОЙ СПИН-СИСТЕМЕ

Л. Г. Малышев, Л. Н. Новиков

Получены точные решения уравнений движения намагниченности спин-системы при поперечной оптической накачке в сильном врачающемся радиочастотном поле («недиагональный» резонанс). Результаты расчета сравниваются с экспериментом, выполненным в системе оптически ориентированных атомов цезия.

В работе [1] сообщалось об экспериментальном наблюдении магнитного резонанса нового типа в условиях поперечной оптической накачки атомов Cd¹¹¹, находящихся в сильном радиочастотном поле $H_1(t)$, врачающемся в плоскости, перпендикулярной постоянному магнитному полю H_0 . Этот резонанс был назван авторами «недиагональным» в связи с тем, что оптическое возбуждение приводило к возникновению отличных от нуля недиагональных элементов матрицы плотности спин-системы. Там же были приведены результаты приближенного анализа явления, полученные вблизи точного резонанса в предположении, что частота ω поля $H_1(t)$ значительно больше ширины линии.

В данной статье излагается теория «недиагонального» резонанса, полученная в отсутствие сделанных авторами работы [1] упрощающих предположений и строго справедливая для двухуровневых спин-систем, для которых уравнения, подобные уравнениям Блоха, являются строгим следствием квантовомеханического рассмотрения [2]. Кроме того, далее приводятся некоторые экспериментальные данные, дополняющие результаты работы [1].

В теоретическом плане задача сводится к решению уравнения вида

$$\frac{dM}{dt} = \gamma [M \times H] - \frac{1}{T} M + \frac{1}{T_p} M_0, \quad (1)$$

где M — макроскопическая намагниченность спин-системы, γ — гиромагнитное отношение атомов в основном состоянии, T — эффективное время релаксации, обусловленное механизмами тепловой релаксации и взаимодействием атомов с оптическим излучением, T_p — время накачки, M_0 — вектор с компонентами $(M_0, 0, 0)$, имеющий смысл стационарной намагниченности спин-системы в отсутствие всех магнитных полей, и $H = (H_1 \cos \omega t, H_1 \sin \omega t, H_0)$ — внешнее магнитное поле.

Выполнив переход в систему координат, вращающуюся вокруг оси Oz с частотой ω , посредством преобразования

$$u = M_x \cos \omega t + M_y \sin \omega t,$$

$$v = -M_x \sin \omega t + M_y \cos \omega t, \quad (2)$$

$$M_z = M_z,$$

получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}\dot{u} &= -\Delta\omega v - \frac{1}{T} u + \frac{1}{T_p} M_0 \cos \omega t, \\ \dot{v} &= \Delta\omega u - \frac{1}{T} v - \omega_1 M_z - \frac{1}{T_p} M_0 \sin \omega t, \\ \dot{M}_z &= -\frac{1}{T} M_z + \omega_1 v,\end{aligned}\quad (3)$$

где $\omega_1 = -\gamma H_1$, $\omega_0 = -\gamma H_0$, $\Delta\omega = \omega_0 - \omega$.

Если теперь повернуть вращающуюся систему координат на угол ϑ , определяющийся соотношениями $\sin \vartheta = \omega_1/\omega_e$, $\cos \vartheta = \Delta\omega/\omega_e$, $\omega_e^2 = \Delta\omega^2 + \omega_1^2$ так, чтобы ось Oz' новой системы была направлена вдоль эффективного поля $H_e = -\omega_e/\gamma$, то уравнения (3) примут вид

$$\begin{aligned}\dot{m}_x &= -\omega_e m_y - \frac{1}{T} m_x + \frac{1}{T_p} M_0 \cos \vartheta \cos \omega t, \\ \dot{m}_y &= \omega_e m_x - \frac{1}{T} m_y - \frac{1}{T_p} M_0 \sin \omega t, \\ \dot{m}_z &= -\frac{1}{T} m_z + \frac{1}{T_p} M_0 \sin \vartheta \cos \omega t,\end{aligned}\quad (4)$$

где

$$\begin{aligned}m_x &= u \cos \vartheta - M_z \sin \vartheta, \\ m_y &= v, \\ m_z &= u \sin \vartheta + M_z \cos \vartheta.\end{aligned}\quad (5)$$

После введения комплексных переменных $m_{\pm} = m_x \pm im_y$ система уравнений (4) перепишется в виде, допускающем непосредственное интегрирование:

$$\begin{aligned}\dot{m}_{\pm} &= \left(-\frac{1}{T} \pm i\omega_e \right) m_{\pm} + \frac{1}{T_p} M_0 (\cos \vartheta \cos \omega t \mp i \sin \omega t), \\ \dot{m}_z &= -\frac{1}{T} m_z + \frac{1}{T_p} M_0 \sin \vartheta \cos \omega t.\end{aligned}\quad (6)$$

Точное решение уравнений (6) находится методом вариации постоянных:

$$\begin{aligned}m_+ &= \frac{M_0}{T_p} \cos \vartheta \frac{\omega \sin \omega t - (i\omega_e - 1/T) \cos \omega t}{(i\omega_e - 1/T)^2 + \omega^2} + \frac{iM_0 (i\omega_e - 1/T) \sin \omega t + \omega \cos \omega t}{T_p (i\omega_e - 1/T)^2 + \omega^2}, \\ m_- &= m_+^*,\end{aligned}\quad (7)$$

$$m_z = \frac{M_0}{T_p} \sin \vartheta \frac{-\omega \sin \omega t + (1/T) \cos \omega t}{\omega^2 + 1/T^2}.$$

Выполнив обратный переход в лабораторную систему координат, получим

$$M_x = \frac{M_0}{2T_p} \frac{1}{[(\omega_e - \omega)^2 + 1/T^2] [(\omega_e + \omega)^2 + 1/T^2] (\omega^2 + 1/T^2)} \left\{ \frac{2}{T} \left(\frac{\omega_e^2}{\omega_e^2 + 1/T^2} + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \omega^2 + \frac{1}{T^2} \left(\omega^2 + \frac{1}{T^2} \right) - \frac{4\omega\omega_e}{T} \left(\omega^2 + \frac{1}{T^2} \right) \cos \vartheta + \frac{\omega_e^2}{T} \left(\omega_e^2 + \frac{1}{T^2} - \right. \\
& \left. - 3\omega^2 \right) \sin^2 \vartheta + \omega_1^2 \left[\omega \left(\omega_e^2 + \frac{3}{T^2} - \omega^2 \right) \sin 2\omega t + \frac{1}{T} \left(\omega_e^2 + \frac{1}{T^2} - 3\omega^2 \right) \cos 2\omega t \right] \}, \\
M_y = & \frac{M_0}{2T_p} \frac{1}{[(\omega_e - \omega)^2 + 1/T^2] [(\omega_e + \omega)^2 + 1/T^2] (\omega^2 + 1/T^2)} \left\{ \omega \left(\omega^2 - \omega_e^2 + \right. \right. \\
& + \frac{1}{T^2} \left(\omega^2 + \frac{1}{T^2} \right) (1 + \cos^2 \vartheta) - 2\omega_e \left(\omega^2 - \omega_e^2 - \frac{1}{T^2} \right) \left(\omega^2 + \frac{1}{T^2} \right) \cos \vartheta + \\
& \left. \left. + \frac{1}{T} \left(\omega_e^2 + \omega^2 + \frac{1}{T^2} \right) \sin^2 \vartheta + \omega_e^2 \frac{1}{T} \left(\omega_e^2 + \frac{1}{T^2} - 3\omega^2 \right) \sin^2 \vartheta + \right. \right. \\
& \left. \left. + \omega_1^2 \left[\frac{1}{T} \left(\omega_e^2 + \frac{1}{T^2} - 3\omega^2 \right) \sin 2\omega t - \omega \left(\omega_e^2 + \frac{3}{T^2} - \omega^2 \right) \cos 2\omega t \right] \right\}, \\
M_z = & \frac{M_0 \sin \vartheta}{T_p} \frac{1}{[(\omega_e - \omega)^2 + 1/T^2] [(\omega_e + \omega)^2 + 1/T^2] (\omega^2 + 1/T^2)} \left\{ \left[-\omega \left(\omega^2 - \omega_e^2 + \right. \right. \\
& + \frac{1}{T^2} \left(\omega^2 + \frac{1}{T^2} \right) \cos \vartheta + \left(\omega^2 - \omega_e^2 - \frac{1}{T^2} \right) \left(\omega^2 + \frac{1}{T^2} \right) \omega_e + \omega \left(\omega_e^2 + \frac{1}{T^2} + \omega^2 \right) \times \\
& \times \left(\omega^2 + \frac{1}{T^2} \right) + \omega \omega_e^2 \left(\omega_e^2 + \frac{1}{T^2} - 3\omega^2 \right) \right] \sin \omega t + \left[-\frac{1}{T} \left(\omega_e^2 + \omega^2 + \frac{1}{T^2} \right) \times \right. \\
& \times \left(\omega^2 + \frac{1}{T^2} \right) \cos \vartheta + 2\omega \omega_e \frac{1}{T} \left(\omega^2 + \frac{1}{T^2} \right) + \frac{1}{T} \left(\omega_e^2 + \frac{1}{T^2} + \omega^2 \right) \left(\omega^2 + \frac{1}{T^2} \right) + \\
& \left. \left. + \omega_e^2 \frac{1}{T} \left(\omega_e^2 + \frac{1}{T^2} - 3\omega^2 \right) \right] \cos \omega t \right\}.
\end{aligned} \tag{8}$$

Нетрудно видеть, что с учетом соответствующих приближений ($\omega \gg \frac{1}{T}$, $\frac{1}{T_p}$ и $\omega \approx \omega_e$) решения (8) переходят в соответствующие выражения работы [1]. Кроме того, при $\omega_1 = 0$ формулы (8) описывают сигнал пересечения уровней в нулевом магнитном поле и совпадают с выражениями, полученными в работе [3]:

$$M_x = \frac{T}{T_p} M_0 \frac{1}{1 + \omega_0^2 T^2},$$

$$M_y = \frac{T}{T_p} M_0 \frac{\omega_0 T}{1 + \omega_0^2 T^2}, \tag{9}$$

$$M_z = 0.$$

Уместно отметить, что последние не могут быть получены из выражений работы [1], так как использованные в ней приближения ($\omega \gg \Gamma = 2/T$, $\omega \approx \omega_e$) автоматически исключают из рассмотрения случай слабого и нулевого радиочастотного поля.

Как следует из (8), положение сигналов резонанса при сканирова-

нии постоянного магнитного поля определяется равенством $\omega = \omega_e$, что соответствует двум резонансным значениям:

$$\omega_{1,2} = \omega \pm \sqrt{\omega^2 - \omega_0^2}, \quad (10)$$

симметрично расположенным относительно нулевой расстройки $\omega = \omega_0$. При $\omega_1 \rightarrow \omega$ резонансы сближаются и в случае $\omega_1 = \omega$ сливаются в один. Напротив, при уменьшении ω_1 резонансы расходятся, и в пределе $\omega_1 \rightarrow 0$ расстояние между ними становится равным 2ω .

Эти выводы были полностью подтверждены экспериментально в системе атомов Cs^{133} в слабых магнитных полях $H_0 \approx 0 \div 0.06$ эрст (частота $\omega = 10$ кГц), когда допустимо приближенное модельное описание эволюции спин-системы с помощью уравнений Блоха. На рис. 1 приведена запись полученных сигналов резонанса при $0 < \omega_1 < \omega$. Отчетливо видно существование двух сигналов резонанса, расположенных лишь с одной стороны от нулевого магнитного поля $\omega_0 = 0$, что связано с циркулярной поляризацией радиочастотного поля $H_1(t)$ (смена знака вращения поля приводит к симметричному изменению положения резонансов относительно нулевого поля).

Зависимость амплитуды двух сигналов резонанса от относительного значения ω_1/ω приведена на рис. 2 и совпадает с полученной теоретически.

Согласно выражениям (8) ширина линии резонанса, определенная в зависимости от расстройки $\omega_e - \omega$, не зависит от параметров радиочастотного поля и равняется $\Gamma = 2/T$. Поскольку в эксперименте сканировалось поле ω ,

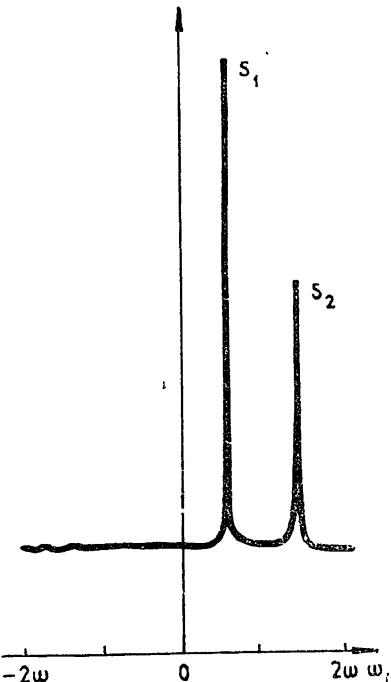


Рис. 1. Сигналы резонанса во вращающемся радиочастотном поле.

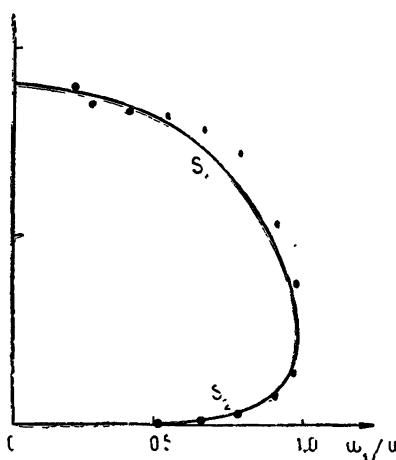


Рис. 2. Зависимость амплитуды сигналов резонанса (нулевая гармоника) от отношения ω_1/ω .

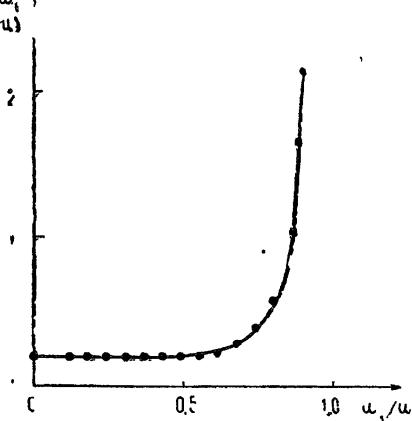


Рис. 3. Зависимость ширины $\Delta\omega_0$ линий резонанса от амплитуды радиочастотного поля ω_1 .

при сохранении $\omega_1 = \text{const}$, $\omega = \text{const}$, то, благодаря нелинейной связи между ω_e и ω_0 , наблюдаемая ширина линии должна зависеть от ω_1 . Элементарный расчет дает

$$\Delta\omega_0 = \sqrt{\left(\omega + \frac{1}{T}\right)^2 - \omega_1^2} - \sqrt{\left(\omega - \frac{1}{T}\right)^2 - \omega_1^2}. \quad (11)$$

Ход этой зависимости изображен на рис. 3 сплошной кривой, а точками нанесены значения ширины, полученные в эксперименте. Экстраполяция зависимости к $\omega_1=0$ дает значение ширины, определяющееся эффективным временем релаксации атомов Cs^{133} в ячейке, равным в рассматриваемом случае $\sim 10^{-2}$ сек. Таким образом, полученные данные свидетельствуют об удовлетворительном соответствии результатов теоретического и экспериментального анализа.

Авторы выражают свою глубокую благодарность Е. Б. Александрову за полезные обсуждения в ходе выполнения данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. Б. Александров, А. П. Соколов, ЖЭТФ, 61, 91 (1971).
2. С. Cohen-Tannoudji. Theses, Universite de Paris, 1961.
3. С. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, S. Haroche, F. Laloë, J. Appl. Phys., 5, 95, 102 (1970).

Уральский политехнический институт

Поступила в редакцию
22 ноября 1971 г.

„NONDIAGONAL“ MAGNETIC RESONANCE IN TWO-LEVEL SPIN-SYSTEM

L. G. Malyshev, L. N. Novikov

The exact solutions have been obtained of the motion equations of the spin-system magnetization intensity at the transverse optical pumping in a strong rotating RF field („nondiagonal“ resonance). The calculation results are compared with the experiment made in the system of optically oriented cesium atoms.