ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XV, № 6 РАДИОФИЗИКА 1972

УДК 523.164

ОБ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ СПЕКТРЕ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ МЕЖПЛАНЕТНОЙ ПЛАЗМЫ

Н. А. Лотова

Установлена связь между спектрами мерцаний источников малых угловых размеров и энергетическим спектром неоднородностей межпланетной плазмы, который характеризует распределение энергии по масштабам турбулентности. Значения показателя степени α в энергетическом спектре мелкомасштабных неоднородностей заключены в среднем в интервале $1 \leqslant \alpha \leqslant 5$.

1. ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что мерцания радиоисточников представляют собой временные и пространственные флуктуации интенсивности, которые характеризуются спектрами $M^2(f)$, $M^2(q)$ временных и пространственных корреляций интенсивности [1]:

$$\langle \Delta I(t) \Delta I(t+\tau) \rangle = \int\limits_{-\infty}^{\infty} M^2(f) e^{i2\pi f\tau} df, \tag{1}$$

где

$$\Delta I(t) = I(t) - \langle I(t) \rangle,$$

$$\begin{gathered} \langle \Delta I(x, y) \Delta I(x+r_x, y+r_y) \rangle = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} M^2(q_x, q_y) \times \\ \times \exp[i(q_x r_x + q_y r_y)]\, dq_x dq_y, \\ \Delta I(x, y) = I(x, y) - \langle I(x, y) \rangle . \end{gathered} \tag{2}$$

Если движение неоднородностей происходит со скоростью u вдоль оси x, то оба спектра $M^2(f)$ и $M^2(q_x, q_y)$ связаны между собой соотношением [1]

$$M^2(f) = \frac{2\pi}{u} \int\limits_{-\infty}^{\infty} M^2(q_x, q_y)\, dq_y \qquad \left(q_x = \frac{2\pi f}{u}\right). \tag{3}$$

В условиях слабого рассеяния в среде, в модели тонкого рассеивающего экрана, когда можно принять толщину рассеивающего слоя L малой по сравнению с расстоянием z от слоя до наблюдателя, существует простая связь между спектром M^2 (q_x, q_y) и спектром пространственных флуктуаций фазы волны $\Phi^2(q_x, q_y)$ [1]:

$$M^2(q_x, q_y) = 4\Phi^2(q_x, q_y) \sin^2 \left[\frac{(q_x^2 + q_y^2)\lambda z}{4\pi} \right], \tag{4}$$

где

$$\langle \Phi(x, y)\Phi(x + r_x, y + r_y)\rangle = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} \Phi^2(q_x, q_y) \times$$
$$\times \exp[i(q_x r_x + q_y r_y)]\, dq_x dq_y.$$

Обычная процедура анализа мерцаний заключается в получении спектра $\Phi^2(q_x, q_y)$. При этом предполагается, что функция корреляции фазы (и показателя преломления среды) характеризуется каким-то одним, характерным масштабом a.

В работе [2] было показано, что если спектр $M^2(f)$ является степенным с показателем степени s,

$$M^2(f) \sim f^{-s}, \tag{5}$$

то спектр $M^2(q_x, q_y)$ изотропных флуктуаций интенсивности (2) и фазы (4) тоже будет степенным с показателем степени $s + 1$, т. е.

$$\Phi^2(q_x, q_y) \sim q^{-(s+1)}. \tag{6}$$

Однако изучение природы неоднородностей межпланетной плазмы связано с анализом ее энергетического спектра $W_k(a_k)$, где W_k — распределение энергии по масштабам k. Введение энергетического спектра связано с представлением о неоднородностях как о различного рода колебаниях в плазме, развивающихся в результате процессов неустойчивости, которые ведут к росту флуктуаций плотности. При этом размер неустойчивых колебаний с длиной волны $a_k = 2\pi/k$, где k — волновое число, можно рассматривать как неоднородности электронной плотности, имеющие размер a_k.

В этой связи в литературе [3–5] был рассмотрен вопрос о том, какие механизмы могут приводить к наблюдаемым параметрам неоднородностей. Для двух типов колебаний, ленгмюровских и магнитогидродинамических, с учетом нелинейных взаимодействий удалось получить универсальный спектр неоднородностей, не зависящий от природы механизма, генерирующего турбулентную энергию в области очень больших волновых чисел [6, 7]:

$$W_k = W_{k_0}\left(\frac{k}{k_0}\right)^{-\alpha} \qquad (k > k_0). \tag{7}$$

Таким образом, первые попытки ответить на вопрос о природе неоднородностей межпланетной плазмы привели к представлению о существовании в ней широкого спектра неоднородностей, вид которого нам неизвестен, но судить о котором мы можем, исходя из известных параметров мерцаний [8, 9].

Из изложенного ясно, насколько важен вопрос об энергетическом спектре неоднородностей. Ввиду этого необходимо выяснить, как энергетический спектр волн W_k связан с известными по наблюдениям спектрами мерцаний $M_2(f)$, $M^2(q_x, q_y)$, гармоники которого не являются волнами в физическом смысле.

2. ЭФФЕКТИВНЫЙ РАЗМЕР СПЕКТРА НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

В режиме слабого рассеяния, $\overline{\Phi_0^2} \ll 1$, размер дифракционной картины на Земле равен эффективному размеру неоднородностей среды $a_{эфф}$. Если при этом среда содержит неоднородности одного масштаба a, то, $a_{эфф} = a$ [1] и

$$a_{эфф}^{-2} = \left[-\frac{d^2\rho(r)}{dr^2}\right]_{r=0} = \frac{1}{\overline{\Phi_0^2}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} q^2 \Phi^2(q) dq. \tag{8}$$

Для $\rho(r) = \exp(-r^2/2a^2)$ $\quad a_{эфф} = a$.

Определим теперь $a_{\text{эфф}}$ для среды, содержащей спектр различных масштабов a_k, предполагая, что у показателя преломления имеется корреляционный спектр $\rho(r, a_k)$ и что для каждого масштаба коэффициент корреляции показателя преломления имеет вид гауссовой функции $\rho(r, a_k) = \exp(-r^2/2a_k^2)$. Фактически мы делаем при этом предположение о независимости коэффициента корреляции неоднородностей данного масштаба a_k от наличия в том же месте пространства неоднородностей с другим масштабом a_ν. Суммируя функцию корреляции для одного масштаба по всем масштабам, получим функцию корреляции показателя преломления среды:

$$\langle \delta n(x)\, \delta n(x+r) \rangle = \frac{1}{a_{\max} - a_{\min}} \int\limits_{a_k} \langle \delta n^2(a_k) \rangle\, \rho(r, a_k)\, da_k. \tag{9}$$

Предположим далее, что спектр корреляционных масштабов показателя преломления является степенным, т. е.

$$\langle \Delta N^2(a_k) \rangle = \langle \Delta N^2(a_0) \rangle \left(\frac{a_k}{a_0}\right)^{-\gamma}, \tag{10}$$

где показатель степени γ в спектре флуктуаций электронной плотности (10) связан с показателем степени α в энергетическом спектре (7) соотношением $\gamma = -\alpha + 4$ [8]. Из формулы (9) с учетом (10) получим

$$\begin{gathered}\langle \delta n(x)\, \delta n(x+r) \rangle = \frac{\langle \delta n^2(a_0) \rangle}{a_{\max} - a_{\min}} \int\limits_{a_k} \left(\frac{a_k}{a_0}\right)^{-\gamma} \rho(r, a_k)\, da_k, \\ \rho(r) = \frac{1}{a_{\max} - a_{\min}} \int\limits_{a_k} \left(\frac{a_k}{a_0}\right)^{-\gamma} \rho(r, a_k)\, da_k.\end{gathered} \tag{11}$$

Определяя эффективный размер $a_{\text{эфф}}$, в соответствии с (8) получим

$$a^2_{\text{эфф}} = \frac{a_{\max} - a_{\min}}{\int\limits_{a_k} \left(\frac{a_k}{a_0}\right)^{-\gamma} \frac{da_k}{a_k^2}} \tag{12}$$

— эффективный размер неоднородностей среды, содержащей спектр масштабов.

3. О СВЯЗИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА НЕОДНОРОДНОСТЕЙ СО СПЕКТРАМИ МЕРЦАНИЙ

Обобщим известное выражение для функции корреляции фазы волны на выходе из среды с одним характерным масштабом [1] на среду со спектром неоднородностей (11). Тогда

$$\langle \Phi(x) \Phi(x+r) \rangle = 2(r_e \lambda)^2 L \frac{\langle \delta n^2(a_0) \rangle}{a_{\max} - a_{\min}} \int\limits_{a_k} \left(\frac{a_k}{a_0}\right)^{-\gamma} da_k \int\limits_0^\infty \rho(r, s, a_k)\, ds, \tag{13}$$

где $s = z_1 - z_2$. Интегрируя в (13) с учетом гауссовой формы $\rho(r, a_k)$, получим

$$\langle \Phi(x)\,\Phi(x+r)\rangle = \sqrt{\pi}\,(r_e\lambda)^2 L \frac{\langle \delta n^2(a_0)\rangle}{a_{\max}-a_{\min}} \times$$
$$\times \int\limits_{a_k} \left(\frac{a_k}{a_0}\right)^{-\gamma} a_k \exp\left(-\frac{r^2}{a_k^2}\right) da_k . \tag{14}$$

Разлагая далее функцию корреляции фазы (14) в интеграл Фурье (2), найдем спектр $\Phi^2(q)$,

$$\Phi^2(q) = \frac{\overline{\Phi_0^2}}{2\sqrt{\pi}\,(a_{\max}-a_{\min})} \int\limits_{a_k} \left(\frac{a_k}{a_0}\right)^{-\gamma} \times$$
$$\times\, a_k^2 \exp\left[-\frac{a_k^2 q^2}{4}\right] da_k, \tag{15}$$

который с учетом (4) позволяет получить спектр пространственных флуктуаций интенсивности.

Распространяя интегрирование в (15) на интервал $(0, \infty)$, при $\gamma < 3$ определим

$$\Phi^2(q) = \frac{\overline{\Phi_0^2}\,a_0^{-\gamma}}{2\sqrt{\pi}\,(a_{\max}-a_{\min})}\; \frac{\Gamma\left(\frac{3-\gamma}{2}\right) 4^{(3-\gamma)/2}}{2q^{3-\gamma}} . \tag{16}$$

Таким образом, для одномерной функции корреляции фазы (14) спектр $\Phi_1^2(q) \sim q^{-(3-\gamma)}$. Выполняя аналогичные вычисления для двумерной функции корреляции фазы $\Phi^2(x, y)$ можно показать (см. Приложение), что

$$\Phi_2^2(q) \sim q^{-(4-\gamma)}. \tag{17}$$

Сравнение спектра (17) со спектрами (5) и (6) позволяет установить связь между энергетическим спектром неоднородностей (7), (10) и спектрами мерцаний. Эта связь определяется соотношениями

$$s = 3 - \gamma, \qquad \alpha = s + 1. \tag{18}$$

4. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР НЕОДНОРОДНОСТЕЙ МЕЖПЛАНЕТНОЙ ПЛАЗМЫ

Вопрос о численном значении показателя степени s в спектрах мерцаний (5), (6) и α — показателя степени в энергетическом спектре мелкомасштабных неоднородностей (7) — изучался различными авторами. Так, в работе [9] было показано, что экспериментально полученную зависимость $a_{\text{эфф}}(\varepsilon^0)$ можно объяснить спектрами, у которых

$$1 \leqslant \alpha \leqslant 2, \tag{19}$$

что соответствует значениям

$$0 \leqslant s \leqslant 1.$$

Хьюиш [10] путем сравнения теоретически предсказываемой зависимости меры мерцания m от длины волны $m^2(\lambda) \sim \lambda^{(s+3)/2}$ с наблюдаемой в широком диапазоне волн (11 *см* — 3,7 *м*) зависимостью $m \sim \lambda^{1,0\pm 0,1}$ пришел к выводу, что

$$0 \leqslant s \leqslant 2.$$

Это соответствует

$$1 \leqslant \alpha \leqslant 3. \tag{20}$$

В работе Ловеласа и др. [11] по наблюдаемой временной корреляции флуктуаций интенсивности источника СТА 21 вычислялся показатель степени s. Было установлено, что значения s изменяются от случая к случаю. Однако в среднем они заключены в интервале

$$3 \leqslant s \leqslant 4 \quad \text{или} \quad 4 \leqslant \alpha \leqslant 5. \tag{21}$$

Суммируя результаты (19)—(21), мы приходим к выводу, что энергетический спектр мелкомасштабных неоднородностей межпланетной плазмы характеризуется в среднем показателем степени, изменяющимся в пределах $1 \leqslant \alpha \leqslant 5$. Вместе с тем, необходимо отметить, что величина α не остается постоянной, а принимает иногда и большие значения. Последнее обстоятельство может быть связано с зависимостью энергетического спектра от мощности источника, турбулизующего плазму. На зависимость спектров мерцаний от солнечной активности обратил внимание Клемперер [12].

Дальнейший анализ природы неоднородностей межпланетной плазмы должен быть направлен на изучение механизмов, которые могут обеспечить наблюдаемые энергетические спектры, а также на выяснение зависимости α от мощности источников турбулентности.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Рассмотрим более подробно соотношение между спектрами $\Phi_2(q)$ двумерной и $\Phi_1(q)$ одномерной функций корреляции фазы. Для двумерного фазового экрана с изотропной функцией корреляции

$$\langle \Phi(x, y)\, \Phi(x + r_x, y + r_y) \rangle = \overline{\Phi_0^2}\rho(r_x, r_y), \tag{П.1}$$

когда $\rho(r_x, r_y) = \rho(r = |r|)$, имеем, согласно [1],

$$\overline{\Phi_0^2}\rho(r) = 2\pi \int_0^\infty q\, J_0(rq)\, \Phi_2^2(q)dq. \tag{П.2}$$

По формулам обращения [13]

$$f(\alpha) = \int_0^\infty x \hat{f}(x)\, J_\nu(\alpha x)\, dx, \qquad \hat{f}(x) = \int_0^\infty \alpha f(\alpha)\, J_\nu(\alpha x) d\alpha \tag{П.3}$$

спектр $\Phi_2^2(q)$ будет равен

$$\Phi_2^2(q) = \frac{\overline{\Phi_0^2}}{2\pi} \int_0^\infty r \rho(r)\, J_0(qr)\, dr. \tag{П.4}$$

Сравним его со спектром одномерной функции корреляции фазы, который, как известно, есть [1]

$$\Phi_1^2(q) = \frac{\overline{\Phi_0^2}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(r) e^{-iqr} dr. \tag{П.5}$$

Пусть

$$\rho(r) = \exp(-r^2/a^2), \tag{П.6}$$

тогда, интегрируя (П.5), получим

$$\Phi_1^2(q) = \frac{\overline{\Phi_0^2}}{2\sqrt{\pi}}\, a \exp\left(-\frac{q^2a^2}{4}\right). \tag{П.7}$$

А интеграл (П.4) с учетом 6.631, 8.485 и 8.469 [14] будет равен

$$\Phi_2^2(q) = \frac{\overline{\Phi_0^2}}{2\pi}\left[\frac{\sqrt{\pi}\, qa^3}{8}\exp\left(-\frac{q^2a^2}{8}\right)\left(I_{-1/2}\left(\frac{q^2a^2}{8}\right) - I_{1/2}\left(\frac{q^2a^2}{8}\right)\right)\right] =$$

$$= \frac{\overline{\Phi_0^2}}{2\pi}\left[\frac{q\,a^3}{4\sqrt{\pi}}\exp\left(-\frac{q^2a^2}{8}\right)K_{1/2}\left(\frac{q^2a^2}{8}\right)\right] = \frac{\overline{\Phi_0^2}}{2\pi}\left[\frac{a^2}{2}\exp\left(-\frac{q^2a^2}{4}\right)\right]. \tag{П.8}$$

Сравнение (П.8) и (П.7) позволяет заключить, что

$$\Phi_1^2(q) = \frac{2\sqrt{\pi}}{a}\,\Phi_2^2(q). \tag{П.9}$$

Используя (П.9) в формуле (15), получим спектр

$$\Phi_2^2(q) \sim q^{-(4-\gamma)}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. E. E. Salpeter, Appl. J., 147, № 2, 433 (1967).
2. W. M. Cronyn, Appl. J., 161, № 2, 755 (1970).
3. Н. А. Лотова, А. А. Рухадзе, Астрон. ж., 45, № 2, 343 (1968).
4. И. С. Байков, Н. А. Лотова, Астрон. ж., 46, № 5, 1057 (1969).
5. J. V. Hollweg, Nature, 225, № 5231, 441 (1970).
6. С. Б. Пикельнер, В. Н. Цытович, Астрон. ж., 46, № 1, 8 (1969).
7. M. A. Livshits, V. N. Tsytovich, Nuclear Fusion, 10, № 3, 241 (1970).
8. Н. А. Лотова, И. В. Чашей, Астрон. ж. (в печати).
9. Н. А. Лотова, И. В. Чашей, Препринт ФИАН СССР, № 11, 1971.
10. A. Hewish, International symposium on solar-terrestrial physics, COSPAR, Leningrad, USSR, May, 1970.
11. R. V. Lovelace, E. E. Salpeter, L. E. Sharp, D. E. Harris, Appl. J., 159, № 3, 1047 (1970).
12. W. K. Klemperer, International symposium on solar-terrestrial physics, COSPAR, Leningrad, USSR, May, 1970.
13. И. Снеддон, Преобразования Фурье, ИЛ, М., 1955.
14. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Физматгиз, М., 1963.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
4 мая 1971 г.

ON THE ENERGY SPECTRUM OF SMALL-SCALE IRREGULARITIES IN THE INTERPLANETARY PLASMA

N. A. Lotova

The relationship is derived between the scintillation spectra of small-diameter radio sources and the energy spectrum of irregularities in the interplanetary plasma; the latter spectrum is characterized by the distribution of energy as a function of the turbulence scale a_k. It is concluded that the value of the index α in the power law energy spectrum of small-scale irregularities is on the average restricted to the interval of $1 \leqslant \alpha \leqslant 5$.