

УДК 539.294

ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ИСКУССТВЕННЫХ ДИЭЛЕКТРИКОВ

(Обзор)

Р. А. Силин

1. ВВЕДЕНИЕ

Интерес к искусственным диэлектрикам связан с возможностью их использования в линиях передачи СВЧ энергии наряду с волноводами.

В основной массе работ по изучению свойств искусственных диэлектриков либо вводят понятие проницаемостей ϵ и μ [1-6], либо более или менее строго решают задачу дифракции [7-10]. Однако указанные способы оказались эффективными лишь при исследовании довольно ограниченного набора искусственных диэлектриков. Более того, использование понятий ϵ и μ при учете пространственной дисперсии требует усреднения поля в среде и неприменимо для длин волн, сравнимых с размерами ячейки диэлектрика, а решение дифракционных задач из-за своей громоздкости не позволяет четко видеть те физические явления, которые реализуются с помощью искусственных диэлектриков.

С другой стороны, в связи с появлением электронных приборов с длительным взаимодействием, изучены свойства большого количества искусственных диэлектриков, называемых замедляющими системами [11, 12]. Это, как правило, структуры, периодические в одном или в нескольких направлениях. Одной из наиболее важных характеристик таких структур является коэффициент замедления волны $n = c/v = \beta/k$, аналогичный коэффициенту преломления в оптике. Здесь β и k — волновые числа (или векторы) для среды и свободного пространства соответственно. В теории замедляющих систем изучают зависимость замедления или волнового числа β от частоты, называемой дисперсионной характеристикой.

Настоящий обзор представляет попытку применения известных в литературе результатов по исследованию замедляющих систем к описанию оптических свойств искусственных диэлектриков.

Описание оптических свойств искусственных диэлектриков с использованием понятий коэффициентов замедления n и волнового вектора β позволяет воспользоваться известными зависимостями $n(\lambda)$ и без дополнительных вычислений построить ход преломленных лучей для очень большого количества искусственных диэлектриков, исследованных в качестве замедляющих систем. Более того, такое описание не требует усреднения поля в диэлектрике и оказывается справедливым для любых длин волн, для которых найдена зависимость $n(\lambda)$.

В настоящем обзоре мы рассмотрим лишь следствия законов преломления волн, оставив в стороне изучение коэффициентов отражения и прохождения. Уменьшить коэффициент отражения всегда можно различными способами, аналогичными в какой-то мере способам просветления в оптике, так что эти коэффициенты не определяют оптических свойств искусственных диэлектриков.

Следует заметить, однако, что рассчитать согласующее устройство или сконструировать его порой оказывается не менее сложно, чем реализовать сам искусственный диэлектрик.

Вывод законов преломления в настоящей работе основан на двух положениях, широко используемых в оптике. Во-первых, частота колебаний в падающей и преломленной волне одна и та же, так что волновые векторы падающей и преломленной волн должны оканчиваться на одной и той же изочастоте*. Во-вторых, проекции волновых векторов падающей и преломленных волн на границу раздела должны быть одинаковыми [14]:

$$\beta_1 \sin \theta_1 = \beta_2 \sin \theta_2,$$

где β_1 и β_2 — модули волновых векторов падающей и преломленной волн, а θ_1 и θ_2 — углы падения и преломления. В случае, когда первая среда представляет свободное пространство $\beta_1 = k$, получаем известный закон преломления $n = \beta_2/k = \sin \theta_1/\sin \theta_2$. Если проекция волнового вектора преломленной волны на границу раздела не может быть такой же, как у падающей волны, то наступает полное внутреннее отражение.

Для ряда сред удобно рассчитывать зависимость от частоты не самой величины β_2 , а ее проекции на какое-то направление. В этих случаях законы преломления принимают внешне более громоздкий вид, но содержащий больше информации для расчетов. Эти законы приводятся ниже.

Настоящий обзор написан с целью показа довольно необычных свойств искусственных диэлектриков с точки зрения обычной оптики. Эти свойства могут быть обусловлены как особой зависимостью коэффициента преломления от частоты (например, отрицательной дисперсией), так и необычной формой изочастот.

Описанные далее свойства искусственных диэлектриков частично могут наблюдаться и в естественных диэлектриках, когда оказывается существенной пространственная дисперсия и изочастоты имеют более сложную форму, чем у обычных анизотропных диэлектриков. Оптические свойства обычных диэлектриков известны, если определены коэффициенты преломления в трех главных направлениях для двух различных поляризацій волны. При этом изочастоты описываются уравнением Френеля ([13], стр. 399). Для описания свойств искусственных диэлектриков, как и диэлектриков с пространственной дисперсией ([18], стр. 17), знание этих шести величин недостаточно (в работе [22] ошибочно делается обратное утверждение). Необходимо строить изочастоты полностью.

2. СВОЙСТВА ДИЭЛЕКТРИКОВ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ЗАВИСИМОСТЬЮ ЗАМЕДЛЕНИЯ ОТ ЧАСТОТЫ

С точки зрения зависимости от частоты различают три типа дисперсионных характеристик: положительную нормальную, положительную аномальную и отрицательную, которая всегда бывает аномальной. Все эти типы характеристик для реальных сред, ведущих энергию либо в одном, либо в двух измерениях, представлены на рис. 1 и 2. Искусственные диэлектрики, в которых энергия может распространяться в любом из трех измерений, ниже не рассматриваются, так как, во-первых, из них исследовано сравнительно небольшое количество образцов, отличающихся принципиально своими свойствами, а во-вторых, на примере диэлектриков, способных вести энергию в одном либо в двух

* Изочастотой называем геометрическое место окончаний волновых векторов $\beta = \omega \mathbf{v}/v^2$ при фиксированной частоте. Она аналогична поверхности нормальных скоростей v и строится для величин, обратных нормальным скоростям.

измерениях, можно достаточно полно и сравнительно просто проиллюстрировать различные свойства.

Пусть волна падает из свободного пространства на диэлектрик. В принципе можно построить два волновых вектора β_2 и β_3 , преломлен-

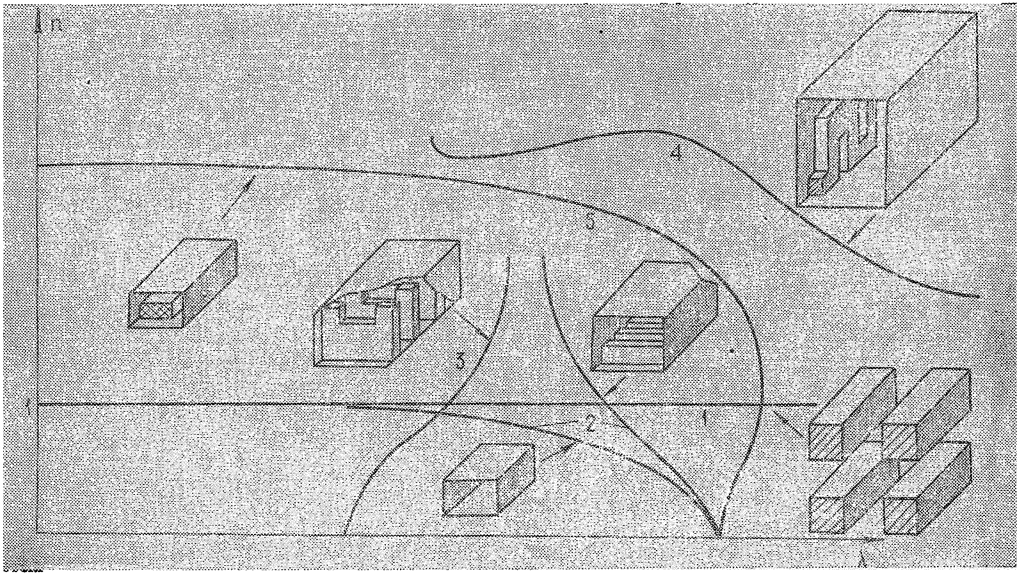


Рис. 1. Примеры систем с различными типами дисперсионных характеристик: 1 — система без дисперсии ($n_{гр} \uparrow n, \frac{dn}{d\lambda} = 0$); 2 — положительная нормальная ($\frac{dn}{d\lambda} < 0$); 3 — отрицательная ($n_{гр} \downarrow n; \frac{dn}{d\lambda} > 0$ при $n > 0$, либо $\frac{dn}{d\lambda} < 0$ при $n < 0$); 4 — положительная, имеющая участки с аномальной и нормальной дисперсией; 5 — имеющая участки с положительной и отрицательной дисперсией.

ной волны (рис. 3 а), удовлетворяющих условию 3. Оба вектора имеют одну и ту же проекцию на границу диэлектрика и соответствуют одной и той же частоте. Один из них направлен от границы раздела, а другой к границе. Волны, соответствующие векторам β_2 и β_3 , возбуждаются в средах с положительной и отрицательной дисперсией соответственно. В обычных диэлектриках дисперсия всегда положительная и возбуждается волна, бегущая от границы раздела (β_2).

Направление вектора β_3 в сторону границы раздела в среде с отрицательной дисперсией совпадает с направлением фазовой скорости v и противоположно групповой скорости $v_{гр}$. Скорость $v_{гр}$ направлена всегда от границы раздела, так что энергия преломленной волны всегда течет в ту же сторону, что и энергия падающей.

Закон преломления волн в средах с отрицательной дисперсией был установлен и экспериментально проверен на примере упругих волн в кристалле еще Мандельштамом [15, 16]. В общем случае, когда изочастоты имеют произвольную форму, в качестве волнового вектора преломленной волны всегда следует выбирать такой, которому соответствует поток энергии, бегущей от границы раздела. Примеры соответствующих построений закона преломления приведены на рис. 4, 5, 9.

О направлении групповой скорости волны можно судить по изочастотам, ибо [11] $v_{гр} = \text{grad}_\omega \omega$. Она направлена по нормали к изочастоте в сторону, соответствующую возрастанию частоты.

В качестве иллюстрации того, к каким явлениям может привести отрицательная дисперсия среды, на рис. 3 построены волновые векторы для волн, проходящих через пластину и через призму. Разным знакам дисперсии соответствуют различные направления волн, прошедших через диэлектрик, и, следовательно, различный ход лучей (направление луча совпадает с направлением групповой скорости и в рассматриваемом случае противоположно направлению волнового вектора в диэлектрике).

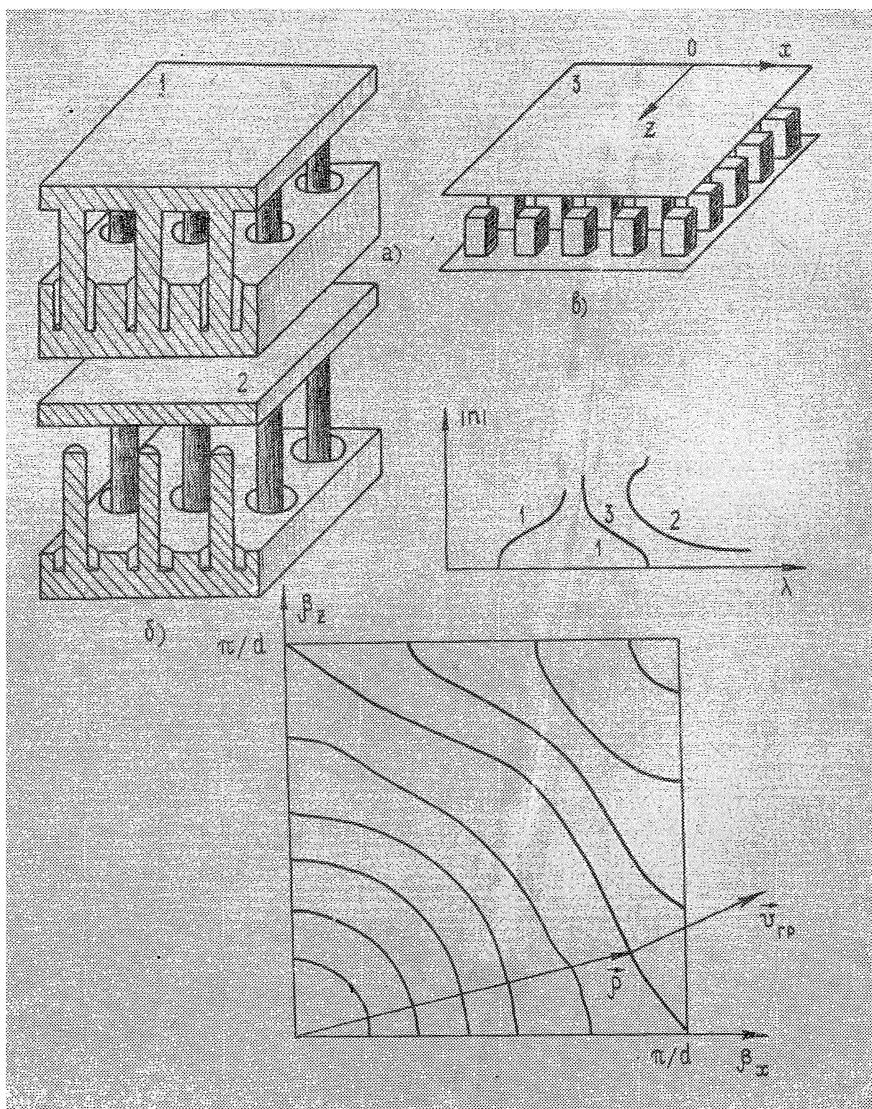


Рис. 2. Примеры систем, имеющих различные типы дисперсионных характеристик, но почти одинаковые типы изочастот.

Луч, попадающий из свободного пространства в среду с отрицательной дисперсией, отклоняется от нормали в ту же сторону, откуда пришел падающий. Поэтому из пластины с отрицательной дисперсией

луч выйдет по другую сторону от нормали по сравнению с пластиной с положительной дисперсией. Это явление можно использовать, в частности, для того, чтобы расходящийся пучок лучей сделать сходящимся. К такому же эффекту приводит и ряд других законов дисперсии, описанных ниже (см. рис. 9). В случае, если луч проходит через призму с отрицательной дисперсией, то он отклоняется не в сторону основания призмы, а в сторону ее вершины, независимо от величины коэффициента преломления.

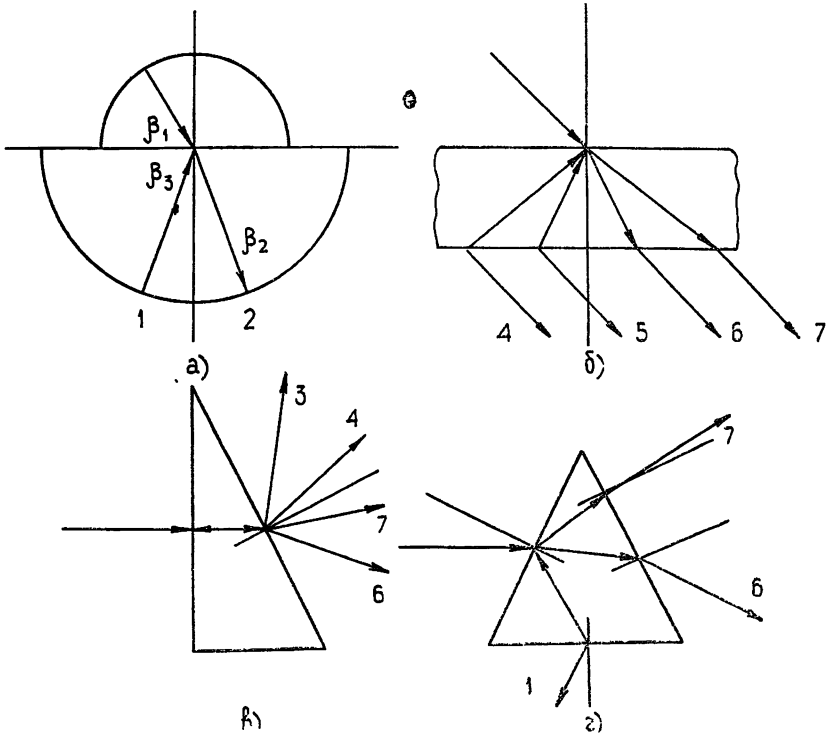


Рис. 3. Направления волн при прохождении а) через границу раздела, б) через пластину, в) через призму в виде прямоугольного треугольника и г) через призму в виде равнобедренного треугольника для случаев, когда диэлектрик имеет положительную ($n > 0$) и отрицательную ($n < 0$) дисперсию.

$$1 - n < 0; 2 - n > 0; 3 - n < -1; 4 - -1 < n < 0; 5 - n < -1; 6 - n > 1; 7 - 0 < n < 1.$$

Зависимость замедления от частоты сказывается не только в том, что дисперсия может быть положительной ($v \uparrow v_p$) и отрицательной ($v \uparrow v_{gp}$), но и в том, что она может быть как нормальной ($\frac{dn}{d\lambda} < 0$), так и аномальной ($\frac{dn}{d\lambda} > 0$). В системах с положительной нормальной и аномальной дисперсиями знак производной $\frac{dn}{d\lambda}$ противоположный. Поэтому

можно использовать диэлектрик с положительной аномальной дисперсией для компенсации фазовых искажений и зависимости угла преломления волны от частоты, обусловленных нормальной дисперсией диэлектриков.

Следует заметить, что диэлектрики с отрицательной дисперсией для компенсации фазовых искажений использовать нельзя, так как при за-

данном направлении потока энергии знак производной $\frac{dn}{d\lambda}$ одинаков для диэлектриков с нормальной положительной и с аномальной отрицательной дисперсией.

На рис. 1 дан пример системы, у которой существует участок дисперсионной характеристики с положительной аномальной дисперсией (кривая 4). В отличие от обычных диэлектриков в искусственных существует аномальная дисперсия даже тогда, когда потерями можно пренебречь.

Если дисперсионная характеристика искусственного диэлектрика двузначна (соответствующие характеристики имеются на рис. 1 и 2), то возможно двойное лучепреломление. Одной и той же падающей волне при одних частотах соответствуют две преломленные, а при других частотах — одна. Этот тип двойного лучепреломления не связан с поляризацией падающей волны, но зависит от способа возбуждения соответствующих волноводов. В частности, оно может зависеть от направления падающей волны, ибо разным ветвям двузначной характеристики соответствует свое распределение поля в поперечном сечении соответствующего волновода. Двойное преломление, связанное с поляризацией, в таких диэлектриках также существует.

3. СВОЙСТВА ИСКУССТВЕННЫХ ДИЭЛЕКТРИКОВ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ЗАВИСИМОСТЬЮ ЗАМЕДЛЕНИЯ ОТ НАПРАВЛЕНИЯ

Характерной особенностью всех диэлектриков, изображенных на рис. 4, является то, что они переносят энергию лишь вдоль оси z . Это утверждение относится и к многопроводной линии (рис. 4 а), если в ней

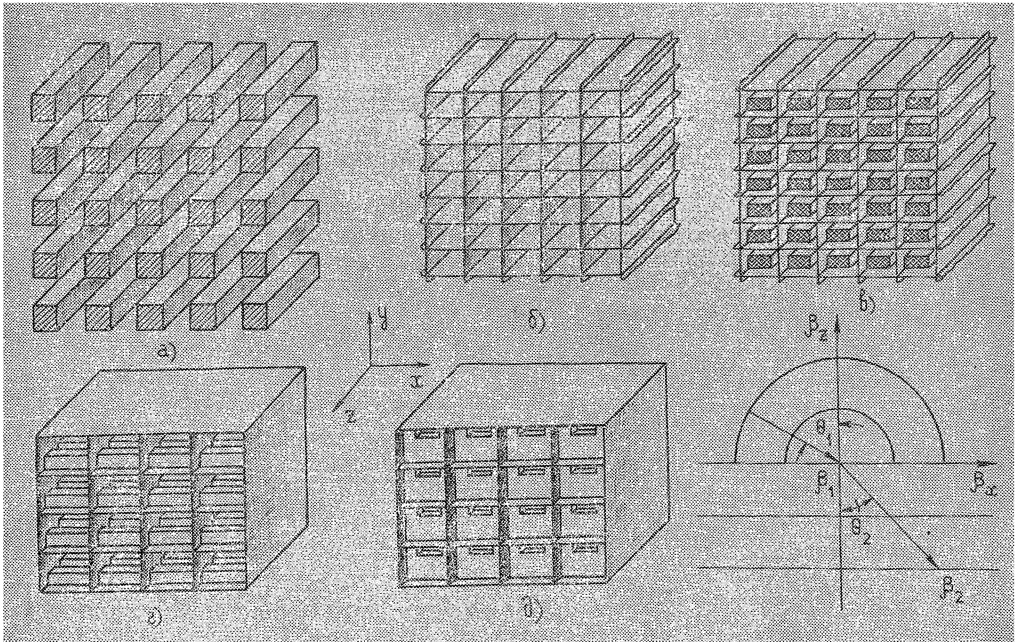


Рис. 4. Примеры искусственных диэлектриков с изочастицами в виде плоскостей, перпендикулярных оси z

$$n_z \operatorname{tg} \theta_2 = \sin \theta_1; \quad \text{а) } n_z = 1; \quad \text{б) } n_z = \sqrt{1 - \left(\frac{k_x}{k}\right)^2}$$

распространяется лишь ТЕМ-волна. Соответствующие этим диэлектрикам изочастоты представляются в виде серии плоскостей, перпендикулярных оси z , а закон преломления имеет вид, приведенный на рис. 4. В этой формуле n_z — замедление вдоль оси z , которое может быть представлено либо в явном виде (рис. 4 а и 4 б), либо найдено более сложными расчетами или измерениями (см. рис. 1).

Все диэлектрики на рис. 4 составлены из волноводов, которые либо ничем не заполнены (рис. 4 б), либо частично или полностью заполнены диэлектриком (рис. 4 в), либо периодически нагружены разного вида диафрагмами (рис. 4 г и 4 д). Направления волн, проходящих через границу раздела и через призму из таких диэлектриков, указаны стрелками на рис. 5. Эти стрелки указывают только направления волновых векторов, но не лучей, ибо, как отмечено выше, лучи всегда направлены вдоль оси волноводов.

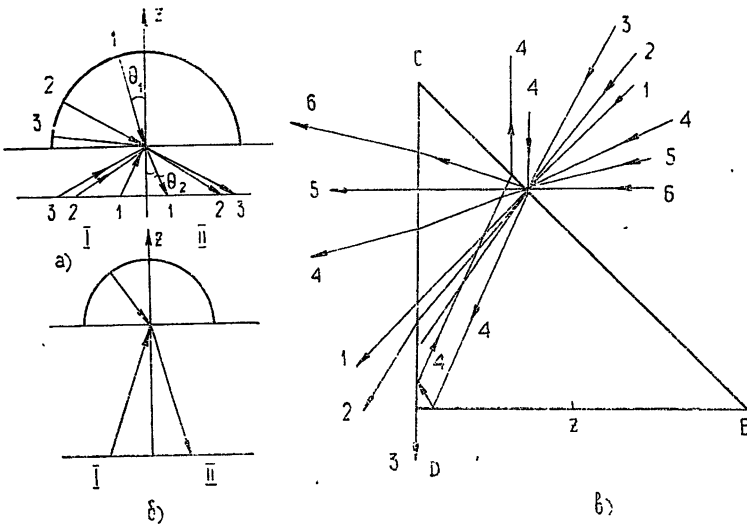


Рис. 5. Волновые векторы для случаев, когда диэлектрик изготовлен из системы волноводов и волна падает а) и б) на границу раздела свободного пространства с диэлектриком (а) — $|n_z| < 1$; б) — $|n_z| > 1$) и в) на призму из искусственного диэлектрика с $|n_z| < 1$.

I — $n_z < 0$; II — $n_z > 0$.

Как и в случае изотропного диэлектрика, волновые векторы падающей и преломленной волн имеют одинаковые или разные знаки проекций на нормаль к границе раздела в зависимости от знака дисперсии ($n_z > 0$ или $n_z < 0$). В случае $|n_z| > 1$ угол падения всегда больше угла преломления (рис. 5 б), а в случае $|n_z| < 1$ угол преломления в зависимости от угла падения может быть больше, равен или меньше угла падения. Соответствующие векторы на рис. 5 а снабжены индексами «1», «2» и «3».

На рис. 5 в изображена призма, у которой угол падения непреломляющейся волны равен углу при вершине призмы, а изочастоты представляют собой плоскости, параллельные грани CD . Такая призма рассеивает волны, идущие слева направо, и собирает волны, идущие в обратном направлении. Луч 1, направленный по нормали к гипотенузе сечения призмы, проходит ее без преломления, а луч 4, направленный под достаточно большим углом к нормали, испытывает полное внутреннее отражение.

Законы преломления волны в искусственных диэлектриках на рис. 4

и 6 приведены для случая, когда граница раздела расположена под прямым углом к осям волноводов. Если они наклонены под некоторым углом к нормали границы раздела, то эти законы несколько усложняются.

Закон преломления для искусственных диэлектриков, в которых энергия может распространяться в двух измерениях, приведен на рис. 6. Здесь θ_1 и θ_2 — углы падения и преломления, ψ — угол между проекцией волнового вектора на плоскость xu и осью x (граница раздела перпендикулярна оси z , а металлические плоскости, составляющие основу искусственного диэлектрика, перпендикулярны оси y). Величина n_{xz} равна коэффициенту замедления волны в плоскости xz ($n_{xz} = \beta_{xz}/k$). Индекс «1» относится к свободному пространству, а «2» — к искусственному диэлектрику.

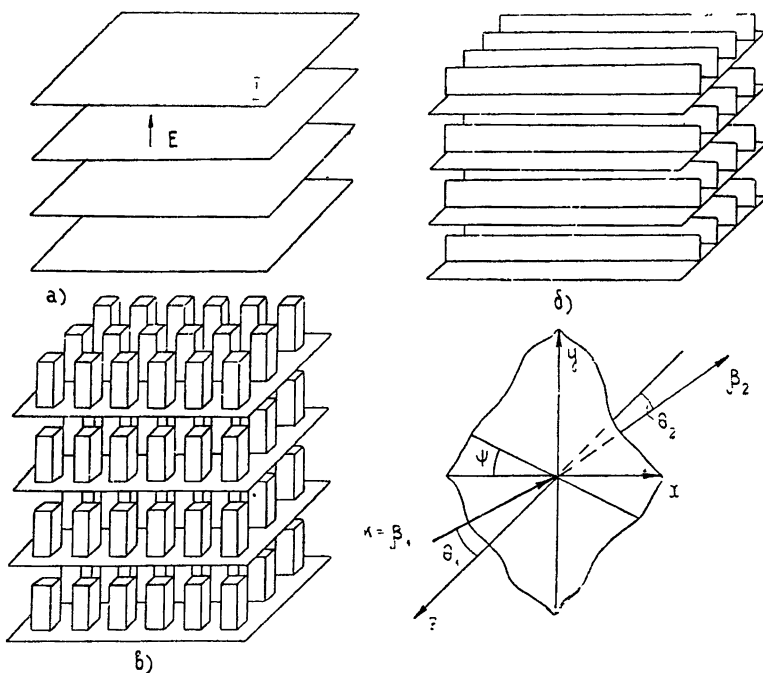


Рис. 6. Примеры искусственных диэлектриков, состоящих из слоев, разделенных проводящими плоскостями, и соответствующий им закон преломления. n — коэффициент замедления волны в направлении, параллельном плоскости I. а) $n_{xz}^2 = 1$, б) и в) $n_{xz}^2 \neq 1$.

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \sqrt{n_{xz}^2 + \sin^2 \theta_1 \sin^2 \psi}.$$

Изочастоты таких диэлектриков представляют собой бесконечные вдоль оси y цилиндры с формой поперечного сечения, зависящей от формы периодической структуры, заполняющей пространство между каждой парой соседних пластин. Эти сечения представляют собой изочастоты каждой такой структуры при условии, что вектор β лежит в плоскости $\beta_x \beta_z$. Примеры различных структур, расположенных между плоскостями, и соответствующие им изочастоты приведены на рис. 2, 7, 8. На рис. 7, кроме того, приведены поверхности дисперсии отдельных систем для случаев, когда волновые векторы лежат в плоскости $\beta_x \beta_z$. Системам, изображенным на рис. 2, соответствует примерно одна и та же форма изочастот, но различная зависимость замедления от частоты.

Несколько необычны формы изочастот для лестниц, изображенных на рис. 8. В зависимости от сечения проводников, из которых изготовле-

на лестница, изочастоты могут иметь различную форму и даже выходить из начала координат (поверхность дисперсии имеет особую точку при $\beta = 0$). Дисперсионные характеристики этих систем очень чувствительны к форме поперечного сечения проводников. Так, например, замена проводников круглого сечения (рис. 8) проводниками квадратного сечения приводит к тому, что изочастоты даже качественно изменяют свою форму (меняется знак кривизны по отношению к началу координат). Такие диэлектрики требуют очень высокой точности изготовления.

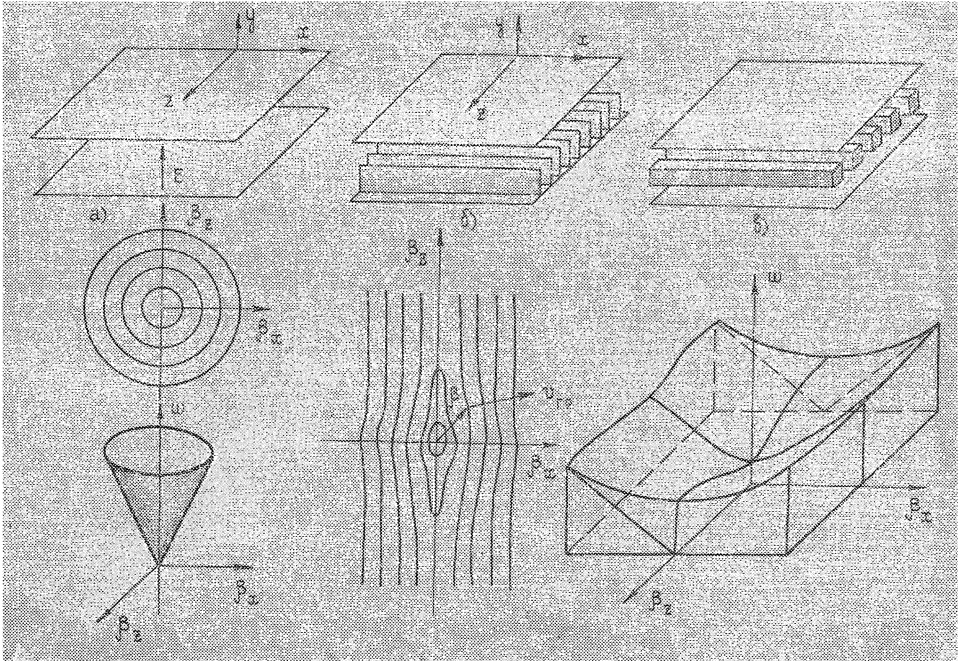


Рис. 7. Изочастоты и поверхности дисперсии для низших типов волн а) между плоскостями, б) в гребенке и в) в многопроводной линии. (Случай в) — следующие за ТЕМ типы волн.)

Волновые векторы и ход лучей при прохождении волны из свободного пространства через плоскую границу и через плоско-параллельную пластину из искусственных диэлектриков с разными формами изочастот приведены на рис. 9. Построения сделаны, в основном, для случаев, когда дисперсия положительная, т. е. когда угол между фазовой и групповой скоростями меньше, чем $\pi/2$. Направления волновых векторов указаны на рисунках сплошными стрелками, а направления групповой скорости — пунктирными. Предполагаем, что направления лучей и групповых скоростей одинаковы*.

Характерной особенностью хода лучей, приведенного на рис. 9а, б, в, является то, что расходящиеся в свободном пространстве лучи пересекаются в диэлектрике и выходят снова в свободное пространство сходящимися. Изочастоты, соответствующие рис. 9а, б, в, существуют в реальных искусственных диэлектриках. Так, например, ходу лучей на рис. 9а соответствуют изочастоты на рис. 2, если только волновые векторы достаточно велики. При этом граница раздела свободного пространства

* Это предположение не совсем точно, так как направление луча может несколько не совпадать с направлением групповой скорости [19] и зависит от распределения поля в сечении луча.

и искусственного диэлектрика должна проходить через биссектрису угла xOz . Ходу лучей на рис. 9 б соответствуют изочастоты той же формы, но в случае, когда граница раздела перпендикулярна Ox либо Oz . При нормальном падении волна испытывает полное внутреннее отражение и лишь при падении под некоторым углом волна проходит в диэлектрик, ибо только в этом случае можно построить волновой вектор преломленной волны, оканчивающийся на какой-то изочастоте.

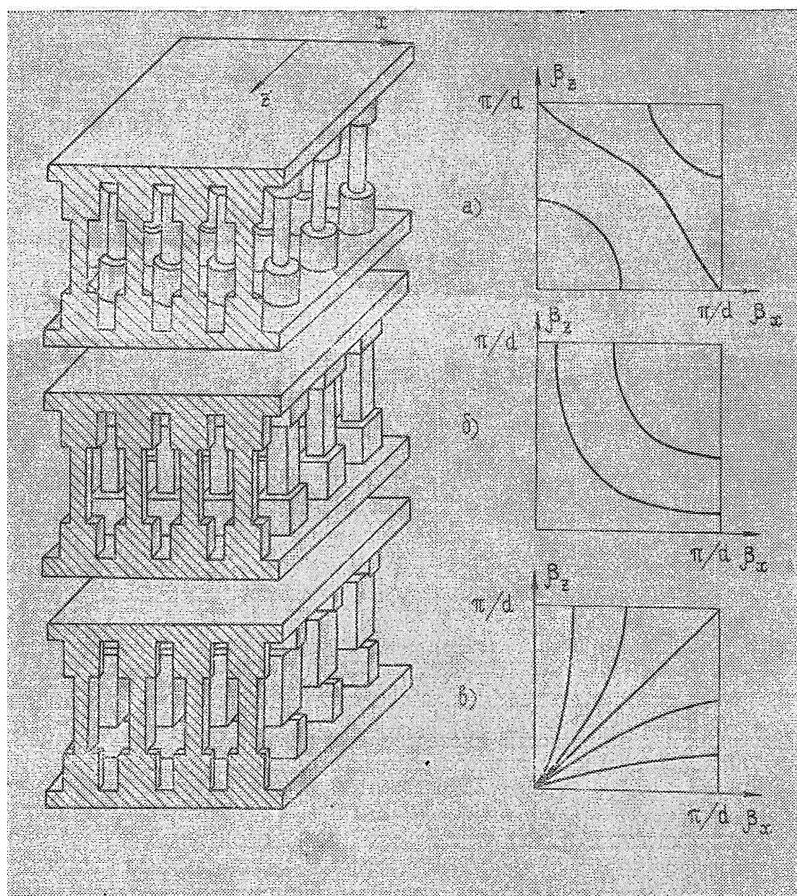


Рис. 8. Искусственные диэлектрики лестничного типа, которым соответствуют различные виды изочастот.

Ходу лучей на рис. 9 в, г соответствуют изочастоты на рис. 8 б для случаев, когда граница раздела диэлектрика перпендикулярна либо оси Ox или Oz , либо биссектрисе угла xOz . В случае, изображенном на рис. 9 г, в зависимости от угла падения одной падающей волне соответствует одна (векторы 1), либо две (векторы 2) преломленных волны.

Отдельно отметим ход лучей на рис. 9 д, соответствующий изочастотам на рис 8 в. Здесь направление преломленной волны слабо зависит от направления падающей, но существенно зависит от частоты.

Рассмотренные примеры ярко иллюстрируют существенное отличие оптических свойств искусственных диэлектриков от обычных

В случае, если известно уравнение изочастоты $\beta_y(\beta_x)$, можно получить аналитическое выражение для величины отклонения Δ точки выхо-

да луча из пластинки. Обозначим через a толщину пластины. Тогда величина Δ оказывается равной $a \operatorname{tg} \vartheta$, где ϑ — угол преломления луча, направленного по нормали к изочастоте ($\operatorname{tg} \vartheta = \frac{d\beta_y}{d\beta_x}$), так что по абсолютной величине

$$|\Delta| = \frac{ad\beta_y}{d\beta_x}.$$

Знак Δ совпадает со знаком дисперсии (рис. 3).

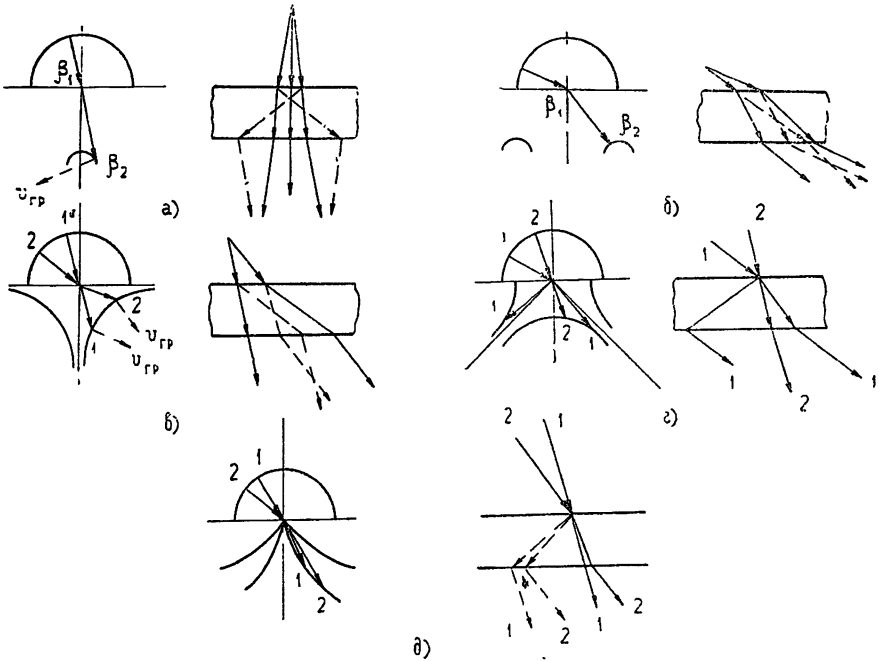


Рис. 9. Волновые векторы (\rightarrow) и ход лучей (\dashrightarrow) при прохождении волны из свободного пространства через границу раздела и через плоско-параллельную пластину из искусственных диэлектриков с различными формами изочастот.

Полученное выражение для Δ справедливо в случае произвольного анизотропного однородного диэлектрика и может рассматриваться как частный случай формулы (29 б) из [23], справедливой и для неоднородных сред. В самом деле, формула (29 б) из [23] имеет вид $\Delta = \frac{d\Phi}{d\alpha}$, где Φ — изменение фазы плоской волны после прохождения пластинки (в нашем случае $\Phi = a\beta_y$), а α — составляющая волнового вектора падающей волны, параллельная пластинке. Поскольку в падающей и преломленной волне эта составляющая одинакова, то $\alpha = \beta_x$.

Свойства искусственных диэлектриков могут существенно отличаться от естественных. Так, например, в естественных диэлектриках дисперсия всегда положительна, т. е. угол между фазовой и групповой скоростями не превышает $\pi/2$, тогда как в искусственных диэлектриках возможна и отрицательная дисперсия. В естественных диэлектриках в отсутствие потерь дисперсия обычно нормальная, а в искусственных возможна аномальная положительная дисперсия. В естественных

диэлектриках в оптическом диапазоне поверхности волновых векторов представляют собой эллипсоиды, тогда как в искусственных диэлектриках эти поверхности могут иметь самую разнообразную форму (эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, плоскости и т. п.).

Следствием отличия формы волновых векторов и знака дисперсии искусственных диэлектриков от обычных являются своеобразные законы преломления в искусственных диэлектриках. Они подробно рассмотрены в настоящем обзоре. Так, например, плоскопараллельные пластины из искусственных диэлектриков могут преобразовывать расходящиеся лучи в сходящиеся, в отличие от обычных диэлектриков от них возможно полное отражение волн при малых углах падения и неполное — при больших; существуют такие искусственные диэлектрики, рост угла падения волны на которые сопровождается уменьшением угла преломления. От угла падения в искусственных диэлектриках может зависеть отсутствие или существование двойного лучепреломления и т. д. Для полного описания законов преломления в искусственных диэлектриках недостаточно знать коэффициенты преломления в трех главных направлениях. Необходимо знание изочастот.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. E. Collin, *Field theory a guided waves*, M. C. Graw-Hill Book Company, N. Y., Toronto, London, 1960.
2. A. F. Harvey, *PIEE*, **106 B**, № 2, 141 (1959).
3. Г. Д. Полянина, *Изв. высш. уч. зав.—Радиотехника*, **3**, № 4, 515 (1960).
4. Н. А. Хижняк, *ЖТФ*, **29**, вып. 5, 604 (1959).
5. J. S. Seeley, J. Brown, *PIEE*, **106 B**, № 26, 93 (1959).
6. J. S. Seeley, J. Brown, *PIEE*, **105 C**, № 8, 465 (1958).
7. Ю. П. Виниченко, Л. Н. Захаров, А. А. Леманский, А. Е. Туманская, *Радиотехника и электроника*, **15**, № 1, 58 (1970).
8. G. F. Farrell, D. H. Kuhn, *IEEE Trans.*, **Ap-16**, 405 (1968).
9. С. А. Масалов, В. Г. Сологуб, *Журн. ВММФ*, **10**, № 3, 693 (1970).
10. Е. И. Нефедов, А. Т. Фиалковский, *Радиотехника и электроника*, **15**, № 11, 2211 (1970).
11. Р. А. Силин, В. П. Сазонов, *Замедляющие системы*, изд. Сов. радио, М., 1966.
12. З. И. Тараненко, Я. К. Трохименко, *Замедляющие системы*, изд. Техника, Киев, 1965.
13. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Гостехиздат, М., 1957.
14. Ф. И. Федоров, *Оптика анизотропных сред*, изд. АН БССР, Минск, 1958.
15. Л. И. Мандельштам, *Полное собрание трудов*, т. 5, изд. АН СССР, 1950, стр. 461.
16. Л. И. Мандельштам, *Полное собрание трудов*, т. 2, изд. АН СССР, 1947, стр. 334.
17. W. Schlosser, H. G. Unger, *Advances Microwaves*, London Acad. Press, **1**, № 4, 319 (1966).
18. В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург, *Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов*, изд. Наука, М., 1965.
19. Р. Б. Ваганов, *Радиотехника и электроника*, **15**, № 10, 2016 (1970).
20. R. M. Bevensee, *Electromagnetic slow wave system*, John Willey and Sons, Inc., N. Y., London, Sydney, 1964.
21. F. Bloch, *Zeitschrift fur Physik*, **52**, 550 (1929).
22. В. Б. Казанский, Л. Н. Литвиненко, В. П. Шестопалов, *Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика*, **14**, № 10, 1554 (1971).
23. Б. З. Каценеленбаум, *Радиотехника и электроника*, **16**, № 10, 1797 (1971).

Поступила в редакцию
4 февраля 1971 г.,
после доработки
25 января 1972 г.