ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XV, № 11 РАДИОФИЗИКА 1972

УДК 621.391.193

О НЕКОТОРОЙ МОДИФИКАЦИИ СИСТЕМЫ СОГЛАСОВАННЫХ ФИЛЬТРОВ, ПРИМЕНЯЕМОЙ ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ СИГНАЛОВ

Г. А. Гильман

Рассматривается возможность применения системы согласованных фильтров для идентификации сигналов известной формы. Для случая, когда такая система не дает значительного выигрыша, предлагается некоторая модификация, увеличивающая выигрыш системы.

Задача идентификации сигналов известной формы встречается при обработке медицинских, биологических, геологических данных, при автоматическом поиске слов в тексте, при автоматизации почтовых операций и т. п. Идентификация сигналов может быть сделана на основе вычисления различных мер сходства. В данной работе в качестве множества сигналов рассматривается множество одномерных функций, заданных на конечном интервале A, каждая из которых отлична от других функций этого множества. Вместо применяемого в задачах подобного типа сравнения функций по коэффициентам взаимной корреляции сравниваются коэффициенты корреляции функций, домноженных на нелинейный член. Применяемая схема сравнения может быть реализована не только на ЭВМ, но и на оптических устройствах обработки информации.

Рассмотрим конечное множество одномерных функций из N элементов

$$f_1,\ f_2, \dots, f_N. \tag{1}$$

Необходимо отличить одну из этих функций от всех остальных. Процесс идентификации можно осуществить, если подать входной сигнал на совокупность из N фильтров, каждый из которых согласован с одной из функций множества.

Блок-схема такого распознающего устройства показана на рис. 1. Исследуемая функция подается на N согласованных фильтров. На выходе системы сравниваются величины $V_1, V_2, \dots, V_N$, где

$$V_k = \frac{\max_x \left(\int\limits_A f_k(x') f_n(x'-x)\, dx \right)^2}{\left(\int\limits_A f_k(x) f_k(x)\, dx \right) \left(\int\limits_A f_n(x) f_n(x)\, dx \right)}. \tag{2}$$

Если данная функция f_n действительно присутствует на входе, то на выходе сигнал V_n будет наибольшим из N откликов. Чтобы доказать это утверждение, достаточно показать, пользуясь неравенством Шварца, что

$$V_k \leqslant V_n, \quad V_k \leqslant 1. \tag{3}$$

Решение задачи сводится к нахождению максимума функции V_k по параметру k.

Таким образом, система согласованных фильтров дает возможность установить, какая функция подается на вход системы. Однако, это могут делать и системы, отличные от согласованных фильтров. В некоторых случаях удается даже улучшить идентификацию функций [1].

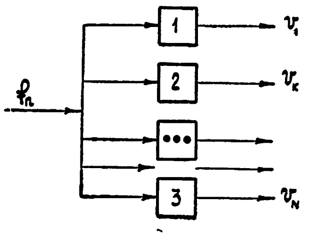

Рис. 1. 1—фильтр, согласованный с f_1, 2—фильтр, согласованный с f_k, 3—фильтр, согласованный с f_N.

Рассмотрим, что можно считать выигрышем системы согласованных фильтров, применяемой для распознавания образов. Отношение максимального V_n к любому выходу V_k

$$\rho_k = \frac{|V_n|^2}{|V_k|^2} = \frac{1}{|V_k|^2} \tag{4}$$

будет показывать выигрыш каждого фильтра системы из N согласованных фильтров. Определим выигрыш всей системы следующим образом

$$\rho = \frac{\sum\limits_{k=1}^{N} \rho_k}{N}. \tag{5}$$

Рассмотрим, от каких особенностей исследуемых функций зависит выигрыш каждого фильтра ρ_k.

Пользуясь (2), перепишем (4) как

$$\rho_k = \frac{\left(\int\limits_A |f_k(x)|^2 dx\right)\left(\int\limits_A |f_n(x)|^2 dx\right)}{\max\left|\int\limits_A f_k(x) f_n(x - x')\, dx\right|^2} = \frac{a_k \cdot a_n}{b_{kn}^2}. \tag{6}$$

Энергия сигнала f_k описывается членом a_k, энергия искомого сигнала f_n описывается членом a_n, взаимная энергия f_k и f_n — членом b_{kn}. Рассмотрим подробнее отношение (6).

1. Энергия сигналов f_k, f_n и их взаимная энергия отличны

$$a_k < a_n; \quad b_{kn} \leqslant a_n; \tag{7}$$

тогда

$$\rho_k = \frac{a_k \cdot a_n}{b_{kn}^2} > 1.$$

При выполнении условия (7) k-й согласованный фильтр дает некоторый выигрыш.

2. На энергии сигналов накладываются следующие ограничения:

$$a_k \cong a_n; \quad b_{kn} = a_k / c, \tag{8}$$

где $c > 1$.

Тогда $\rho_k = c^2$, т. е. на k-м фильтре есть выигрыш.

3. Энергии сигналов f_k, f_n и их взаимная энергия почти равны

$$a_k \cong a_n \simeq b_{kn}, \tag{9}$$

тогда $\rho_k \cong 1$.

При выполнении условия (9) k-й согласованный фильтр не дает никакого выигрыша, т. е. нельзя отличить один сигнал от другого. Для сигналов, удовлетворяющих либо условию (7), либо условию (8), целесообразно применять систему согласованных фильтров. Однако, применение такой системы к сигналам, удовлетворяющим условию (9), не имеет смысла. Если рассматриваемые функции принадлежат классу C_1 и заданы на интервале от 0 до T, то условие (9) выполняется для функций, сдвинутых относительно друг друга.

Определим центр тяжести любого k-го сигнала f_k как

$$x_k = \frac{\sum_i f_k(x_i)\, x_i}{\sum_i f_k(x_i)}. \tag{10}$$

Рассмотрим случаи, когда для центров тяжести искомого сигнала f_n и любого другого сигнала f_k выполняется либо а) $x_k > x_n$. либо б) $x_k < x_n$. В первом случае выделение искомого сигнала корреляцией не дает никакого выигрыша, если на входе коррелометра сигнал $f_k(x \cong f_n(x - \text{const})$, во втором — если на входе сигнал $f_k(x) \simeq f_n\,(x + \text{const})$. Поэтому при выделении сигнала f_n с известным расположением x_n нужно ввести фильтр, уменьшающий отклик на сигнал f_k. Так, в случае, если $x_n < x_k$, умножение f_k на $\cos(\Omega/2\,T)\,x^2$ увеличивает выигрыш системы. Во втором случае — $x_n > x_k$ — сигнал должен быть домножен на соответствующий весовой множитель. При этом спектр сигнала f_n для соответствующего Ω расширяется.

Покажем на конкретном примере, предложенном в работе [2], что введение дополнительного фильтра $\cos\varphi(x)$ устраняет неоднозначность идентификации, причем, данный метод проще метода усреднения по ансамблю функций.

В работе [2] решается задача классификации. Рассматриваемая в ней задача полностью аналогична решаемой в данной работе и имеет следующую математическую формулировку.

1. Рассматривается односвязная область R с системой координат и неотрицательная ограниченная функция $f(x)$.

2. Окно (или маска) A таково, что функция $f(x)$ на участке области R, образованном совмещением центра окна A с точкой $a = (a_i)$, совпадает с функцией $f(x)$ на участке, образованном совмещением центра окна A с точкой $b = (b_i)$ только тогда, когда $(a_i) = (b_i)$.

3. Пусть $r = (r)$ — вектор смещения произвольной точки, на которой может быть сцентрировано окно A.

Нужно найти смещение (r_i) по значениям функции $f(x)$ для x, лежащих внутри окна A.

В работе [2] обсуждается несколько методов решения данной задачи.

Обычно задача решается либо методом вычисления автокорреляции

$$K(\Delta x) = \int_A f(x)\, f(x + \Delta x)\, dx, \tag{11}$$

либо вычислением взаимной корреляции

$$K(r) = \int_A f(x)\, f'(x + r)\, dx, \tag{12}$$

где $f'(x)$ — запасенный дубликат функции $f(x)$ во всей области R, функция $f(x)$ содержится внутри окна A.

Некоторое значение r максимизирует выражение (12), и по месторасположению этого максимума находится значение r_i.

В работе [2] предложен для решения этой задачи метод усреднения по ансамблю функций. В нем рассматривается выражение вида

$$M[g_j(x)] = \int\limits_A f(x)\, g_j(x)\, dx \tag{13}$$

и утверждается, что $M[g_j(x)]$ может единственным образом определить $f(x)$. Таким образом, смещение (r_i) находится сравнением набора членов $M[g_j(x)]$ с таблицей, составленной для $f(x)$ во всей области R. Возможно также вычислить r при помощи выражения

$$r = a_0 + a_1 M[g_1(x)] + a_2 M[g_2(x)] + \dots . \tag{14}$$

Эту же задачу можно решить, применяя систему согласованных фильтров. Как уже говорилось выше, каждому смещению (r_i) соответствует своя функция $f_i(x)$. Будем рассматривать набор из N функций (где N — число возможных смещений) $f_1, f_2, \dots, f_N$. Требуется отличить одну из этих функций от всех остальных.

Рассмотрим ступенчатую одномерную функцию $f(x)$, предложенную в работе [2] и показанную на рис. 2. Сравним на ней все выше обсужденные методы. Функция $f(x)$ может принимать два значения: 0 и 1. Область R простирается от $x = -16$ до $x = 16$, а r — допустимое перемещение маски — может принимать значения от $x = -8$ до $x = 8$. Сама маска имеет длину 16 единиц.

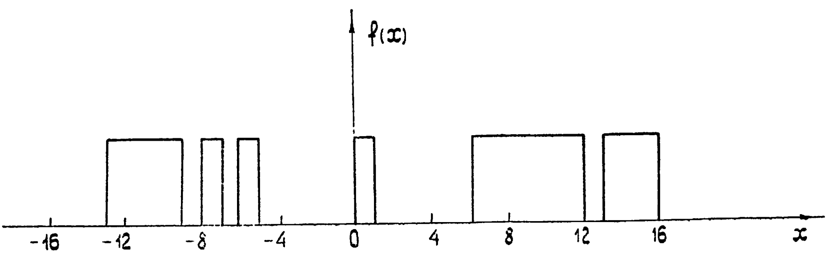

Рис. 2.

Так как возможно всего 17 значений r, то, соответственно, имеется набор из 17 различных функций

$$f_{-8}, f_{-7}, \dots, f_0, f_1, \dots, f_7, f_8 .$$

Входной сигнал подается на систему из 17 согласованных фильтров, и на выходе получается 17 откликов.

$$V_{-8}, V_{-7}, \dots, V_0, \dots, V_7, V_8.$$

В данном примере 17 рассматриваемых функций удовлетворяют условию (9), и система согласованных фильтров не может дать значительного выигрыша.

В табл. 1 даются значения ρ_k для каждого k, где $-8 \leqslant k \leqslant 8$, и значения выигрыша всей системы ρ. Видно, что система имеет незначительный выигрыш.

На рис. 3 приведен график зависимости V_k от k, когда на вход системы подавалась функция f_{-8}. Чтобы определить r, нужно найти максимум на графике рис. 3. Любой автоматический процесс встретит при этом

Таблица 1

k	−8	−7	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	ρ
ρ_k	1	1,38	1,38	1,38	2,10	3,55	7,30	39,06	59,17	11,11	5,16	5,16	2,87	2,87	1,82	2,29	2,77	8,84

Таблица 2

k	−8	−7	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	ρ
ρ'_k	1	39,06	7,71	123,45	25	51,02	27,70	59,17	156,25	400	277,77	277,77	277,77	156,25	34,60	44,44	17,36	99,91

большие трудности, так как, кроме максимума в точке $r = -8$, есть еще несколько максимумов.

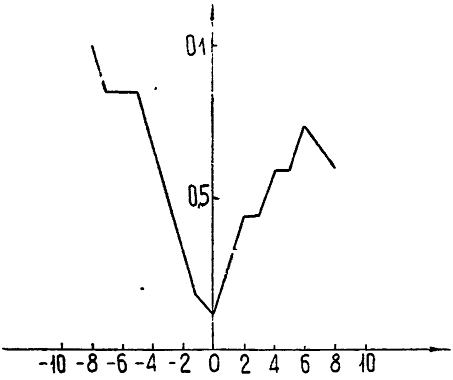

Рис. 3.

Введем в каждую функцию f_k такие изменения, чтобы при замене f_k на f'_k выигрыш системы ρ'_k был больше ρ_k,

$$\rho'_k = \frac{a'_k \cdot a'_n}{b'^2_{kn}} > \rho_k \qquad (15)$$

для любого k.

Так как центр тяжести искомого сигнала $x_{-8} < x_k$, то каждую из N рассматриваемых функций f_k умножим на $\cos\varphi(x)$, где

$$\varphi(x) = \frac{\Omega}{2T}x^2, \quad 0 < x < T. \qquad (16)$$

Теперь распознающая система будет выглядеть следующим образом (рис. 4): входной сигнал (одна из 17 исследуемых функций) подается на умножающее устройство, а с него на систему из N фильтров, каждый из которых соответственно согласован с функцией f'_k. В табл. 2 даются значения ρ'_k для каждого k и значение выигрыша всей системы ρ'. Видно, что введенные изменения увеличивают выигрыш системы.

На рис. 5 приведен график зависимости V'_k от k, когда на вход системы подавалась функция f_{-8}.

Чтобы определить r, нужно найти максимум на графике рис. 5. При сравнении рис. 3 и рис. 5 видно, что для случая, изображенного на рис. 5, максимум выражен более четко, чем на рис. 3.

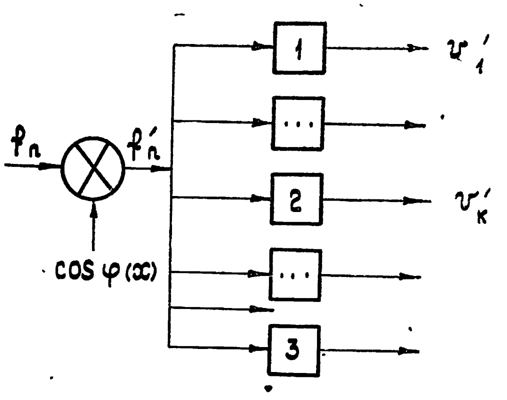

Рис. 4. 1—фильтр, согласованный с f'_1,
2—фильтр, согласованный с f'_k,
3—фильтр, согласованный с f'_N.

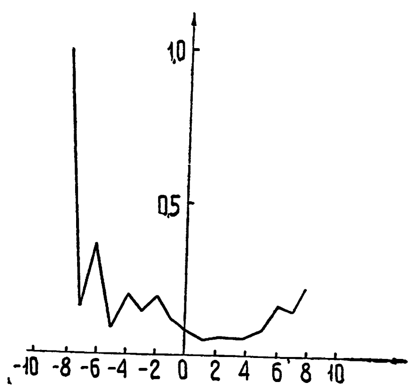

Рис. 5.

Если сравнить распознающие системы по выигрышу ρ, то система на рис. 4 дает больший выигрыш, чем система на рис. 1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. Гудмен, Введение в Фурье-оптику, изд. Мир, М., 1970.
2. S. Moskowitz Terminal Guidance by Pattern Recoghition—A New Approach, IEEE Transaction on Aerospace and Navigational Electronics, **11**, number 4, 1964.

Научно-исследовательский институт прикладной математики и кибернетики при Горьковском университете

Поступила в редакцию 2 августа 1971 г.

ON SOME MODIFICATION OF MATCHED FILTERS SYSTEM FOR SIGNAL IDENTIFICATION

G. A. Gilman

The possibility to use a matthed filters system for the indentification of signals with known waveform is considered. For ihe case when the gain of such a system is not significant a system modification to increase the gain is syggested.