

УДК 62—506

## К АНАЛИЗУ НЕЛИНЕЙНОЙ САМОНАСТРАИВАЮЩЕЙСЯ ЭЛЕКТРОПНЕВМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

*А. Л. Глик, Е. Е. Шорников*

Методом гармонической линеаризации рассматривается динамика системы с регулировкой амплитуды линеаризующего напряжения. Показано, что в зависимости от параметров системы колебания в установившемся режиме могут быть или отсутствовать. Найдено приближенное выражение для бифуркационного значения коэффициента цепи самонастройки

В электропневматических силовых системах (ЭПС) находят применение в качестве электромеханического преобразователя нейтральный электромагнит. Работу ЭПС с высокой точностью в линейной зоне нейтрального электромагнита [1] не всегда возможно обеспечить из-за потери устойчивости при ошибках рассогласования, превышающих эту зону. Для подавления автоколебаний в ЭПС при больших ошибках рассогласования и получения высокой точности при малых сигналах ошибки предлагается нелинейная самонастраивающаяся система с вибрационной линеаризацией релейного усилителя.

В работе рассматриваются вопросы построения схемы ЭПС и дается анализ ее динамических характеристик.

Рассмотрим блок-схему самонастраивающейся ЭПС, приведенную на рис. 1. В ней  $O$  — объект и исполнительное устройство регулятора,  $T$  — триттер, ПОС — потенциометр обратной связи, ПУ — предварительный усилитель,  $\Phi_1, \Phi_2$  — фильтры,  $D$  — детектор,  $Y$  — регулирующее устройство, ГЛК — генератор линеаризующих колебаний.

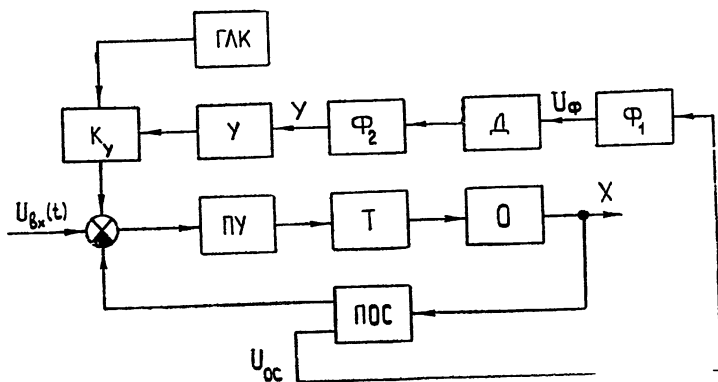


Рис. 1.

Введем обозначения:  $Y$  — управляющее напряжение на регулирующем элементе,  $K_y$  — изменяемый коэффициент усиления,  $T_a, K_d$  — постоянная времени фильтра детектора и его коэффициент передачи,  $T_{\Phi_1}, T_{\Phi_2}, K_{\Phi}$  — постоянные времени и коэффициент усиления фильтра,  $A_{лин}$  — амплитуда линеаризации,  $k_p$  — коэффициент усиления, завися-

щий от амплитуды линеаризации,  $\tau$  — запаздывание электромеханического преобразователя,  $M_{пр}$ ,  $\eta$ ,  $h$ ,  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $\tau_n$  — постоянные коэффициенты, характеризующие пневмопривод,  $\Delta i$  — разность токов в обмотках управления электромеханического преобразователя,  $K_{oc}$  — коэффициент обратной связи.

Динамическая модель самонастраивающейся ЭПС может быть представлена в следующем виде

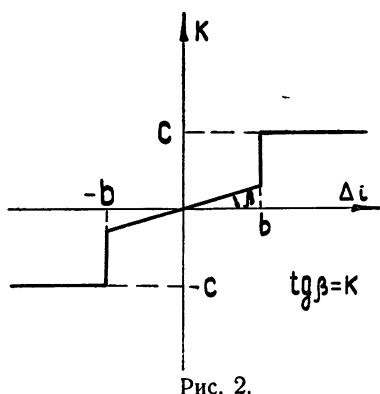


Рис. 2.

$$Q_0(p) X + R_0(p) F(X, K_p) = 0,$$

$$F(X, K_p) = K(\Delta i) \quad (\text{рис. 2}),$$

$$\Delta i = U_{вх} - K_p K_{oc} X,$$

$$K_p = \frac{K}{A_{лин}}, \tag{1}$$

$$A_{лин} = \Phi(Y),$$

$$(T_\alpha p + 1) Y = K_A |U_\Phi|,$$

$$(T_{\Phi_1} p + 1)(T_{\Phi_2} p + 1)^2 U_\Phi = K_\Phi K_{oc} p^2 X.$$

Здесь принята замена [4]

$$e^{-\tau p} \approx \frac{(1 - 0,31 \tau p)^2}{1 + 0,38 \tau p}.$$

Тогда

$$Q_0(p) = 0,38 \tau \frac{M_{пр}}{\eta} \tau_n p^4 + \left[ 0,38 \tau \left( \frac{M_{пр}}{\eta} + \frac{h}{\eta} \tau_n \right) + \frac{M_{пр}}{\eta} \times \right. \\ \left. \times \tau_n \right] p^3 + \left[ 0,38 \tau \left( \frac{h}{\eta} + \tau_n + \frac{K_1}{\eta} \right) + \frac{M_{пр}}{\eta} + \frac{h}{\eta} \tau_n \right] p^2 + \\ + \left( 0,38 \tau + \frac{h}{\eta} + \tau_n + \frac{K_1}{\eta} \right) p + 1, \\ R_0(p) = 0,1 \frac{K_1 K_2}{\eta} \tau^2 p^2 - 0,62 \frac{K_1 K_2}{\eta} \tau p + \frac{K_1 K_2}{\eta}.$$

При малом изменении координаты  $Y$  нелинейную характеристику регулируемого усилительного каскада можно линеаризовать и представить в виде

$$A_{лин} = A_0 + d Y.$$

Фильтр  $\Phi_1$  настроен на определенные частоты колебаний. Амплитуда на выходе фильтра описывается выражением

$$a_\Phi = A \left| \frac{R_\Phi(\xi + j\omega)}{Q_\Phi(\xi + j\omega)} \right|_{\omega_2 < \omega < \omega_1}.$$

Принимая  $K'_\Phi = \left| \frac{R_\Phi(\xi + j\omega)}{Q_\Phi(\xi + j\omega)} \right|_{\omega_2 < \omega < \omega_1} = \text{const}$  и проведя раздельную

гармоническую линеаризацию нелинейных зависимостей системы (1), получим следующую систему уравнений самонастраивающейся системы при  $U_{вх} = 0$

$$\begin{aligned}
 T_a p Y + Y &= \frac{2 K_A K'_\Phi}{\pi} A, \\
 A_{\text{лин}} &= A_0 + dY, \\
 pA &= A \xi, \\
 \xi &= f(A_{\text{лин}}, A),
 \end{aligned} \tag{2}$$

где  $\omega$  — частоты колебаний,  $A$  — амплитуда сигнала, идущего на вход фильтра,  $\xi$  — показатель затухания,  $K_A |U_\Phi| = \frac{2}{\pi} K_A a_\Phi$  — постоянная составляющая управляющего напряжения.

Нелинейная зависимость показателя затухания от амплитуды линеаризации триггера и амплитуды собственных колебаний для системы 4-го порядка примет вид [5]

$$\xi = - \frac{A_3 (A_1 A_2 - A_3) - A_1^2 A_4}{2 (A_1 + 2\xi) \{ [A_2 + (A_1 + 2\xi) 2\xi]^2 - 4A_4 + A_1 A_3 \}}, \tag{3}$$

где

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{1}{\tau_n} + \frac{h}{M_{\text{нр}}} + \frac{2,63}{\tau}, \\
 A_2 &= \frac{0,38 \tau \left( \frac{h}{\eta} + \tau_n + \frac{K_1}{\eta} \right) + \frac{M_{\text{нр}}}{\eta} + \frac{h}{\eta} \tau_n + 0,1 K_1 K_2 \frac{\tau^2}{\eta} K_{\text{ос}} q}{0,38 \tau \frac{M_{\text{нр}}}{\eta} \tau_n}, \\
 A_3 &= \frac{0,38 \tau + \frac{h}{\eta} + \tau_n + \frac{K_1}{\eta} - 0,62 K_1 K_2 \frac{\tau}{\eta} K_{\text{ос}} q}{0,38 \tau \frac{M_{\text{нр}}}{\eta} \tau_n}, \\
 A_4 &= \frac{1 + K_1 K_2 \eta^{-1} K_{\text{ос}} q}{0,38 \tau \frac{M_{\text{нр}}}{\eta} \tau_n},
 \end{aligned}$$

$$q = \begin{cases} 2 \frac{k}{\pi} \left[ \arcsin \frac{b(A_0 + dY)}{AK_{\text{ос}}K} + \frac{\left( \frac{2C}{k} - b \right) (A_0 + dY)}{AK_{\text{ос}}K} \right] \times \\ \times \sqrt{1 - \frac{b^2 (A_0 + dY)^2}{A^2 K_{\text{ос}}^2 K^2}} \times \frac{K}{A_0 + dY} \left( \frac{A}{A_0 + dY} > \frac{b}{KK_{\text{ос}}} \right), \\ k \frac{K}{A_0 + dY} \left( \frac{A}{A_0 + dY} < \frac{b}{KK_{\text{ос}}} \right). \end{cases}$$

Проанализировав графики  $Y(\xi, A)$  для ЭПС, примем следующую аппроксимацию расчетной поверхности

$$\xi = \begin{cases} k' \sqrt{a_{11} A^2 + a_{22} Y^2 + 2a_{14} A + a_{33} + a_4}, & \left( \frac{A}{A_0 + dY} > \frac{b}{KK_{\text{ос}}} \right), \\ k'' Y + b'' \dots \dots \dots, & \left( \frac{A}{A_0 + dY} < \frac{b}{KK_{\text{ос}}} \right). \end{cases} \tag{4}$$

В системе возможны затухающие и незатухающие колебания. Найдем условия существования этих режимов.

Будем искать решение уравнений (2) при  $T_a = 0$ . Подставляя  $Y = \frac{2K_A K_\Phi}{\pi} A$  в уравнение (4) и вводя новый коэффициент  $k_{II} = \frac{2K_A K_\Phi}{\pi}$ ,

получим

$$pA = \begin{cases} A(k' \sqrt{a_{11}A^2 + a_{22}K_{II}^2A^2 + 2a_{14}A + a_{33} + a_{44}} + a_{44}) \left( A > \frac{b}{KK_{oc} - bK_{II}d} A_0 \right), \\ A(k''K_{II}A + b'') \left( A < \frac{b}{KK_{oc} - bK_{II}d} A_0 \right) \end{cases} \quad (5)$$

и, производя интегрирование, найдем при  $A > b(KK_{oc} - bK_{II}d)^{-1} A_0$

$$t - t_0 = \begin{cases} \ln \frac{\left[ \left( \frac{\sqrt{A'} - 1}{\sqrt{A'} + 1} \right)^{-\alpha_1} \right]^B \left[ \left( \frac{\sqrt{A'} - 1}{\sqrt{A'} + 1} \right)^{-\alpha_2} \right]^C \left( \frac{\sqrt{A'} - 1}{\sqrt{A'} + 1} + q \right)^E}{\left[ \left( \frac{\sqrt{A'_0} - 1}{\sqrt{A'_0} + 1} \right)^{-\alpha_1} \right]^B \left[ \left( \frac{\sqrt{A'_0} - 1}{\sqrt{A'_0} + 1} \right)^{-\alpha_2} \right]^C \left( \frac{\sqrt{A'_0} - 1}{\sqrt{A'_0} + 1} + q \right)^E} + \\ + F \left\{ \arctg \left[ q^{-1/2} \left( \frac{\sqrt{A'} - 1}{\sqrt{A'} + 1} \right)^{1/2} \right] - \arctg \left[ q^{-1/2} \left( \frac{\sqrt{A'_0} - 1}{\sqrt{A'_0} + 1} \right)^{1/2} \right] \right\} \\ \left( K_{II} > \left[ \frac{a_{11}a_{44}^2 - k'^2(a_{11}a_{33} - a_{14}^2)}{a_{22}(k'^2a_{33} - a_{44}^2)} \right]^{1/2} \right), \\ \ln \frac{\left[ \left( \frac{\sqrt{A'} - 1}{\sqrt{A'} + 1} \right)^{-\alpha_1} \right]^B \left[ \left( \frac{\sqrt{A'} - 1}{\sqrt{A'} + 1} \right)^{-\alpha_2} \right]^C \left[ \left( \frac{\sqrt{A'} - 1}{\sqrt{A'} + 1} \right)^{-\beta} \right]^D}{\left[ \left( \frac{\sqrt{A'_0} - 1}{\sqrt{A'_0} + 1} \right)^{-\alpha_1} \right]^B \left[ \left( \frac{\sqrt{A'_0} - 1}{\sqrt{A'_0} + 1} \right)^{-\alpha_2} \right]^C \left[ \left( \frac{\sqrt{A'_0} - 1}{\sqrt{A'_0} + 1} \right)^{-\beta} \right]^D} \times \\ \times \frac{\left[ \left( \frac{\sqrt{A'} - 1}{\sqrt{A'} + 1} \right)^{-\beta} \right]^L}{\left[ \left( \frac{\sqrt{A'_0} - 1}{\sqrt{A'_0} + 1} \right)^{-\beta} \right]^L}, K_{II} \leq \left[ \frac{a_{11}a_{44}^2 - k'^2(a_{11}a_{33} - a_{14}^2)}{a_{22}(k'^2a_{33} - a_{44}^2)} \right]^{1/2}, \end{cases} \quad (6)$$

при  $A < \frac{b}{KK_{oc} - bK_{II}d} A_0$

$$A = b'' A_0 [b'' + k'' K_{II} A_0 - k'' K_{II} A_0 \exp(b''(t - t_0))]^{-1} \exp(b''(t - t_0)).$$

Здесь

$$A' = 1 + \left( \frac{A + a''}{a'} \right)^2, \quad a' = [(a_{11}a_{33} - a_{14}^2) + a_{22}a_{33}K_{II}^2]^{1/2} (a_{11} + a_{22}K_{II}^2)^{-1},$$

$$a'' = a_{14} (a_{11} + a_{22}K_{II}^2)^{-1},$$

$$\alpha_{1,2} = -a_{14}^{-1} \{ [(a_{11}a_{33} - a_{14}^2) + a_{22}a_{33}K_{II}^2]^{1/2} \pm [a_{33}(a_{11} + a_{22}K_{II}^2)]^{1/2} \},$$

$$q = -\beta^2 = \frac{k' [(a_{11}a_{33} - a_{14}^2) + a_{22}a_{33}K_{II}^2]^{1/2} (a_{11} + a_{22}K_{II}^2)^{-1/2} + a_{44}}{k' [(a_{11}a_{33} - a_{14}^2) + a_{22}a_{33}K_{II}^2]^{1/2} (a_{11} + a_{22}K_{II}^2)^{-1/2} - a_{44}},$$

$B, C, E, F, D, L$  могут быть получены методом неопределенных коэффициентов при разложении выражения

$$\frac{2 [(a_{11} a_{33} - a_{14}^2) + a_{22} a_{33} K_{II}^2]^{1/2} (1 + x^2)}{a_{14} \{k' [(a_{11} a_{33} - a_{14}^2) + a_{22} a_{33} K_{II}^2]^{1/2} (a_{11} + a_{22} K_{II}^2)^{-1/2} - a_{44}\} (x - \alpha_1)(x - \alpha_2)(x^2 + q)}$$

на «элементарные» дроби.

Из последнего уравнения (6) видно, что если  $A < \frac{b}{KK_{oc} - bK_{II}d} A_0$ , а величина  $b''$  отрицательна, то  $A$  — функция времени, стремящаяся к нулю.

Приближенные уравнения с учетом инерционности контура самонастройки можно записать в следующем виде:

$$\rho A = \begin{cases} A(k' \sqrt{a_{11} A^2 + a_{22} Y^2 + 2a_{14} A + a_{33} + a_{44}}) \left( \frac{A}{A_0 + dY} > \frac{b}{KK_{oc}} \right), \\ A(k'' Y + b'') \left( \frac{A}{A_0 + dY} < \frac{b}{KK_{oc}} \right), \end{cases} \quad (7)$$

$$\rho Y = \frac{K_{II}}{T_a} A - \frac{1}{T_a} Y.$$

Для случая инерционного контура самонастройки, приравняв правые части системы (7) к нулю, получим уравнения, определяющие состояния равновесия на плоскости  $AY$  (кроме тривиального, при  $A = 0$ ),

$$k' \sqrt{a_{11} A^2 + a_{22} Y^2 + 2a_{14} A + a_{33}} = -a_{44} \quad (8)$$

$$\text{при } \frac{A}{A_0 + dY} > \frac{b}{KK_{oc}},$$

$$Y = K_{II} A$$

$$Y = -\frac{b''}{k''}$$

$$\text{при } \frac{A}{A_0 + dY} < \frac{b}{KK_{oc}}.$$

$$Y = K_{II} A$$

Исключая из этих уравнений  $Y$ , найдем выражение для амплитуды в виде

$$A = \frac{-k' a_{14} \pm [k'^2 a_{14}^2 - (a_{11} + a_{22} K_{II}^2) (k'^2 a_{33} - a_{44}^2)]^{1/2}}{k' (a_{11} + a_{22} K_{II}^2)} \quad (9)$$

$$\left( A > \frac{b}{KK_{oc} - bK_{II}d} A_0 \right),$$

$$A = -\frac{1}{K_{II}} \frac{b''}{k''} \quad \left( A < \frac{b}{KK_{oc} - bK_{II}d} A_0 \right).$$

Из этих выражений следует, что автоколебания могут существовать, если выполняется условие

$$k'^2 a_{14} > (a_{11} + a_{22} K_{II}^2) (k'^2 a_{33} - a_{44}^2),$$

или  $b''$  и  $k''$  имеют разные знаки.

При  $b'' < 0$  автоколебания существуют только при

$$k'^2 a_{14} > (a_{11} + a_{22} K_{II}^2) (k'^2 a_{33} - a_{44}^2) \left( A > \frac{b}{KK_{oc} - bK_{II}d} A_0 \right).$$

Отсюда можно разбить ось параметра  $K_{II}$  на области различного поведения системы. Пусть  $\Gamma_0$  обозначает область, удовлетворяющую условию

$$K_{II} > \left[ \frac{a_{11} a_{44}^2 - k'^2 (a_{11} a_{33} - a_{14}^2)}{a_{22} (k'^2 a_{33} - a_{44}^2)} \right]^{1/2},$$

$\Gamma_1$  — условию

$$K_{II} < \left[ \frac{a_{11} a_{44}^2 - k'^2 (a_{11} a_{33} - a_{14}^2)}{a_{22} (k'^2 a_{33} - a_{44}^2)} \right]^{1/2}.$$

В соответствии с этим разбиением на рис. 3 а представлены различные траектории для области  $\Gamma_0$ . Для области  $\Gamma_1$  возможные траектории представлены на рис. 3 б.

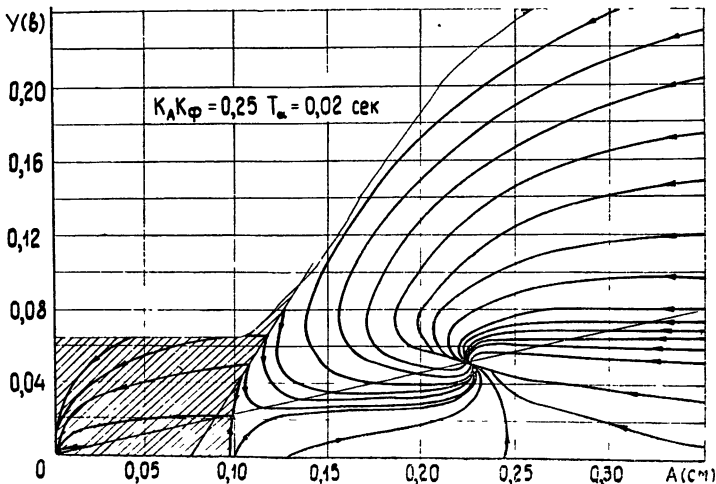
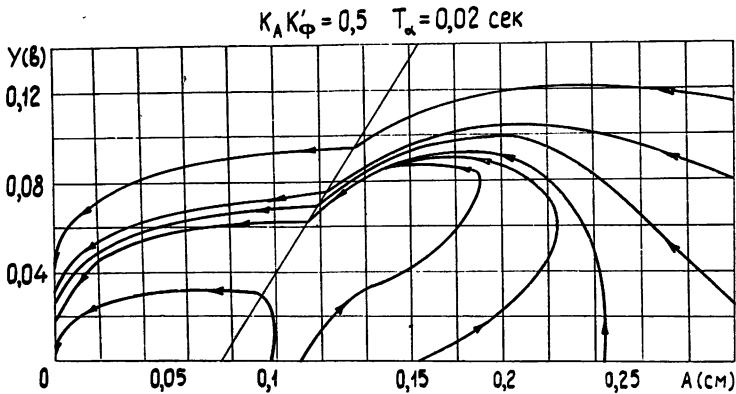


Рис. 3.

Характер состояний равновесия системы уравнений (7) определяется по фазовым портретам соответствующей системы. На рис. 3 а имеется

одно состояние равновесия типа устойчивый узел. На рис. 3 б три состояния равновесия: два устойчивых узла и седло.

С помощью рис. 3 можно представить себе основные черты поведения системы.

При определенном выборе параметра  $K_{II}$  система находится в возбужденном состоянии, но в ограниченной области отклонений имеет место затухание колебаний, причем при отклонениях, больших

$$\approx \frac{-k' a_{14} + [k'^2 a_{14}^2 - (a_{11} + a_{22} K_{II}^2)(k'^2 a_{33} - a_{44}^2)]^{1/2}}{k'(a_{11} + a_{22} K_{II}^2)},$$

устанавливаются колебания с конечной амплитудой. В самовозбужденной системе амплитуда колебаний дается выражением (9). С ростом  $K_{II}$  амплитуда колебаний снижается.

Для значений параметра из области  $\Gamma_0$  равновесной амплитуды колебаний, отличной от нуля, не существует. Поэтому выбор параметра  $K_{II}$  может быть осуществлен и таким образом, что система является устойчивой.

Из сказанного видно, что возможны два характерных режима поведения системы при отсутствии внешнего воздействия.

На основании проведенного анализа можно сделать следующие выводы.

Использование для описания электропневматической системы уравнений четвертого порядка позволило получить фазовые портреты системы на плоскости  $AU$ , справедливые при выполнении условий (4).

При выбранном способе самонастройки от коэффициента устройства самонастройки зависит возбуждение системы или срыв колебаний.

При изменении  $T_a$  характер разбиения фазовой плоскости на траектории не изменяется.

Некоторые выводы теории проверялись экспериментально на системе, имевшей частоту автоколебаний около 50 гц. Обнаружены указанные возможные режимы при изменении коэффициента усиления устройства самонастройки.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Е. Е. Шорников, А. П. Панков, Г. П. Елецкая, Изв. высш. уч. зав. — Электромеханика, № 3, 297 (1971).
2. А. А. Красовский, Г. С. Поспелов, Основы автоматики и технической кибернетики, Госэнергоиздат, М.—Л., 1962, стр. 125—129, 460—462.
3. Г. С. Поспелов, тр. 2 Всесоюзного совещания по теории автоматического регулирования, изд. АН СССР, М.—Л., 1955, т. 1, стр. 363.
4. Б. А. Волобоев, в сб. Теория и применение самонастраивающихся систем, изд. Техника, Киев, 1968.
5. Е. П. Попов, И. П. Пальтов, Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем, Физматгиз, 1960.
6. Ю. М. Козлов, Р. М. Юсупов, Беспорисковые самонастраивающиеся системы, изд. Наука, М., 1969.

Тульский политехнический институт

Поступила в редакцию  
4 июня 1971 г.

#### TO ANALYSIS OF NONLINEAR ADAPTIVE ZLECTROPNEUMATIC SYSTEM

A. L. Glik, E. E. Shornikov

Using the describing function method the dynamics of a system with a linearizing voltage amplitude regulation is considered. The steady-state regime oscillations are shown present or absent depending on the system parameters. An approximate expression for the bifurcational value of the adaptive circuit coefficient is found.